

大ダム下流の河床低下

岐阜大学工学部 河村 三郎
コロラド州立大学 D. B. サイモンズ

1. 緒 言

もし流砂ある河川に大容量貯水池が築造されると、貯水池下流部の河床は流砂がしゃ断されるためにしだいに低下する。河床低下の進行中には河床材料の細かい部分はふるい分け作用により河床面より順次下流流域に流送される。したがって河床は粗い河床材料で Armoring され、最後には平衡状態に達し、河床低下は終了する。この河床低下が終了した河川の状態は静的平衡の状態にあると考えられる。ダム下流部の河床低下に関して非常に重要な特性は河床材料の粒径分布の顕著な変化である。たとえば、ダム下流部においてダム締切後の中央粒径 d_{50} はダム締切前の $d_{50} \sim d_{90}$ に等しくなる。このような現象は 1938 年に Hoover Dam の下流部で実測された。^{1), 2)} 現在、ダム下流部の河床低下の問題は各国で発生しており、土砂水理学のこの分野での研究の重要性が Einstein³⁾ により力説された。多くの研究者^{2), 3), 4), 5), 6), 7), 8), 9)} によりダム下流部の河床低下の問題点が指摘され、そして研究されて来た。ダム下流部の河床低下の予知に関しては Miller¹⁰⁾ と Tinney¹¹⁾ により非常に興味ある研究がなされた。

2. 河床低下に関する基礎方程式の誘導

下流方向に x 軸をとり、河川幅を B とすると流砂に関する連続式は、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{B(1-\lambda)} \frac{\partial (q_s \cdot B)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

ここに t = 時間, λ = 空けき率, そして q_s = 単位時間単位幅当りの流砂量

流砂量公式として Brown 形式の次式を使用する。

$$q_s = \beta d_s^{(1-p)} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2)^p \quad (2)$$

ここに $\beta = a_s / \{[(\sigma/\rho)-1]g\}^p$, u_* = 摩擦速度, d_s = 平均粒径, σ = 土砂の密度, ρ = 水の密度, g = 重力の加速度, そして a_s と p はある常数であり Kalinske と Brown¹²⁾ によれば $a_s = 1.0$, $p = 2$ である。式(2)を x に関して微分して、

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_s}{\partial x} = & \beta (1-p) d_s^{-p} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2)^p \frac{\partial d_s}{\partial x} + \beta d_s (1-p) (u_*^2 - u_{*c}^2)^{(p-1)} \\ & [(1+2p)u_*^2 - u_{*c}^2] \frac{\partial u_*}{\partial x} - 2\beta p d_s^{(1-p)} u_* u_{*c} (u_*^2 - u_{*c}^2)^{(p-1)} \frac{\partial u_{*c}}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

摩擦速度は次式で与える。

$$u_* = \frac{g^{1/2} Q n}{B y^{1/6}} \quad (4)$$

ここに n = Manning の粗度係数, Q = 流量, y = 水深。

式(4)を x に関して微分して、

$$\frac{\partial u_*}{\partial x} = \frac{u_*}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{7n}{6y} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{n}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right) \quad (5)$$

限界摩擦速度は、

$$u_{*c} = \sqrt{a_c [(\sigma/\rho) - 1] g d_s} \quad (6a)$$

ここに a_c は $u_{*c} \cdot d_s / \nu$ のある関数であるが、ここではある常数とする。 ν は動粘性係数である。混合砂に関する Armoring の効果の推定は困難であるが河床低下の問題には非常に重要な一要素である。したがってこの効果を考慮する必要がある。Armoring 効果を考慮した限界摩擦速度は次式で表示されるものと仮定する：

$$u_{*c} = \sqrt{a'_c [(\sigma/\rho) - 1] g d_s} \quad (6b)$$

ここに $a'_c = a_c c_s = a_c \epsilon \sigma_\phi^r$. c_s はある Armoring 係数, ϵ = 常数, r = 無次元指数, σ_ϕ = 河床材料の標準偏差。 σ_ϕ は次式で表示する：

$$\sigma_\phi = \sqrt{\frac{d_{84}}{d_{16}}} \quad (7)$$

縮流部の平衡洗掘水深の研究¹³⁾において $r = 0.7 \sim 1.75$ が得られた。この研究においては $r = 1$ とし、さらに $\sigma_\phi = 1$ のとき $a'_c = a_c$ であるから $\epsilon \cong 1$ である。したがって $a'_c = a_c \sigma_\phi$ となる。Egiazaroff¹⁴⁾ は混合砂に関して次式を提案した：

$$a'_c = 0.1 / \left(\log_{10} 19 \frac{d_{50}}{d_r} \right)^2 \quad (8)$$

ここに d_r は河床の粗さを決定する粒径。式(6b)を x に関して微分し、さらに $\partial a'_c / \partial x$ の項を省略すると、

$$\frac{\partial u_{*c}}{\partial x} = \frac{u_{*c}}{2d_s} \frac{\partial d_s}{\partial x} \quad (9)$$

Manning の粗度係数は次式で与えられる：¹⁵⁾

$$n = c_s d_s^{1/6} \quad (10)$$

ここに c_s = ある常数。式(10)を x に関して微分して、

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{c_s}{6} d_s^{-5/6} \frac{\partial d_s}{\partial x} \quad (11)$$

式(1)は次式のごとくに表示しうる

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - \frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial q_s}{\partial x} - \frac{q_s}{B(1-\lambda)} \frac{\partial B}{\partial x} \quad (12)$$

式(2), (3), (5), (9), (11)を式(12)に代入して

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} = & \frac{\beta}{6(1-\lambda)d_s^p} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2)^{(p-1)} [4pu_*^2 - 7(u_*^2 - u_{*c}^2)] \frac{\partial d_s}{\partial x} \\ & + \frac{7\beta}{6(1-\lambda)y d_s^{(p-1)}} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2)^{(p-1)} [(1+2p)u_*^2 - u_{*c}^2] \frac{\partial y}{\partial x} \\ & + \frac{2p\beta}{(1-\lambda)B d_s^{(p-1)}} u_*^3 (u_*^2 - u_{*c}^2)^{(p-1)} \frac{\partial B}{\partial x} \end{aligned} \quad (13a)$$

$p = 2$ のときは次式のごとくになる：

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\beta}{6(1-\lambda)d_s^2} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2) (u_*^2 + u_{*c}^2) \frac{\partial d_s}{\partial x} + \frac{7\beta}{6(1-\lambda)y d_s} u_* (u_*^2 - u_{*c}^2) \left(5u_*^2 - u_{*c}^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{4\beta}{(1-\lambda)B d_s} u_*^3 (u_*^2 - u_{*c}^2) \frac{\partial B}{\partial x} \quad (13b)$$

実際河川への適用という見地から、つぎの仮定のもとに一層簡単化される：

$$u_* (u_*^2 + u_{*c}^2) \cong 2 u_*^3 \quad \text{そして} \quad (5u_*^2 - u_{*c}^2) \cong 4 u_*^2$$

したがって河床低下に関する基礎方程式は式(13c)のごとくになる：

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{2\beta}{(1-\lambda)d_s} u_*^3 (u_*^2 - u_{*c}^2) \left(\frac{1}{6d_s} \frac{\partial d_s}{\partial x} + \frac{7}{3y} \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{2}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right) \quad (13c)$$

3. 河床低下進行中のある時点における低下量の計算法

河床低下率、 $\partial z / \partial t$ 、はもし水路幅、粒径分布、水面形、河床の縦断形状が既知ならば式(13c)から計算される。 $\partial y / \partial x$ の値は次式から計算する：

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{n^2 Q^2}{B^2 y^{10/3}} \right) / \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g B^2 y^3} \right) \quad (14)$$

ここに α =エネルギー係数、 $\partial z / \partial x$ =河床勾配。最初の $\partial y / \partial x$ の計算は考えている流域の現在の河床勾配を $\partial z / \partial x$ として計算する。河床低下進行中のある時点における低下量の計算法はTinney¹¹⁾により提案された。TinneyはNewton⁷⁾が30ftの実験水路で行なった実験データを使用してこの計算方法を確かめ、実際河川への適用を論じた。この計算方法はつぎのごとくである：最初に既知の河川幅、水面形、縦断河床形状、そして粒径分布を使用して各地点における $\partial z / \partial t$ の値を式(13c)から計算する。つぎに Δt 時間後の新しい河床の位置が次式により計算される：

$$Z_{\xi+1} = Z_{\xi} + (\partial z / \partial t)_{\xi} \Delta t \quad (15)$$

ここに ξ は ξ 番目の算を示す。このようにして得られた新しい河床高を使用して、新しい Δt 時間後の水面形がStandard Step Methodにより計算される。この計算手順が河川のどこでも $u_* = u_{*c}$ になるまで計算されると河床低下が終了した平衡状態における河床形を示すことになる。

4. 河床低下の平衡河床形

河床低下が終了した時の平衡河床は $\partial z / \partial t = 0$ である。したがって式(13c)から

$$u_{*f}^2 = u_{*c,f}^2 = c_s g d_{sf} \quad (16)$$

そして

$$\frac{\partial y_f}{\partial x} = -\frac{3}{7} \left(\frac{y_f}{6 d_{sf}} \frac{\partial d_{sf}}{\partial x} + \frac{2 y_f}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right) \quad (17)$$

ここに $c_s = a_s' [(\sigma/\rho) - 1]$ 、そして添字 f は最終の平衡状態を示している。式(4)と式(16)から

$$y_f = \left(\frac{n_s^2 Q^2}{B c_s d_{sf}} \right)^{3/7} \quad (18)$$

Fig. 1 に示したごとく上流方向に x' 軸をとり河床高に関する式を示すと、

$$z_f = z_0 + \int_0^x \left\{ c_s \left(\frac{d_{sf}}{y_f} \right) + \frac{1}{14} \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_f} \right)^3 \right] \left(\frac{y_f}{d_{sf}} \right) \frac{\partial d_{sf}}{\partial x'} + \frac{1}{7} \left(\frac{y_f}{B} \right) \right\} dx'$$

$$\left[6 + \left(\frac{y_c}{y_t} \right)^3 \right] \frac{\partial B}{\partial x'} \} dx' \quad (19)$$

式(19)から流域を k 個に分割した $\Delta x'_\eta$ の両端断面における河床高の差 $\Delta z_{t\eta}$ は、

$$\Delta z_{t\eta} = c_s \left(\frac{d_{s,t}}{y_t} \right)_m \Delta x'_\eta + \frac{1}{14} \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_t} \right)_m^3 \right] \Delta d_{s,t\eta} + \frac{1}{7} \left(\frac{y_t}{B} \right)_m \left[6 + \left(\frac{y_c}{y_t} \right)_m^3 \right] \Delta B_\eta \quad (20)$$

ここに m は $\Delta x'_\eta$ における平均値を示す。 $\Delta d_{s,t\eta}$ は $\Delta x'_\eta$ の両端断面における $d_{s,t}$ の差、 ΔB_η は $\Delta x'_\eta$ の両端断面における幅の差。 $y_{c,m}^3 = \alpha Q^3 / g B_m^2$ 。ある地点 η における平衡河床高は、

$$z_{t\eta} = z_0 + \sum_{\eta=0}^{\eta} \Delta z_{t\eta} \quad (21)$$

幅が一定でしかも河床の粒径分布が $d_{s,t} = d_{s,t0} e^{-cx'}$ で表わされるような最も簡単な場合を考えると式(17)は $\partial y_t / \partial x' = -c y_t / 14$ となる。この式を積分し、 $x' = 0$ において $y_t = y_{t0}$ であるから

$$y_t = y_{t0} e^{-cx'/14} \quad (22)$$

式(22)を式(19)に代入して積分すると

$$z_t = z_0 + \frac{14}{15} \left(\frac{c_s}{c} \right) \left(\frac{d_{s,t0}}{y_{t0}} \right) (e^{\frac{15c}{14}x'} - 1) + y_{t0} (1 - e^{-\frac{c}{14}x'}) - \frac{y_{t0}}{2} \left(\frac{y_c}{y_{t0}} \right)^3 (e^{\frac{c}{7}x'} - 1) \quad (23)$$

ダム締切後の平衡状態に達した時の粒径分布の推定は非常に重要である。粒径分布の推定は Figs. 2 と 3 のごとくになされるべきだと考えられる。これらの図はモデル的なものであり、支川の流入、Bank Erosion 等を考慮して推定する。

5. 計 算 例

計算例として Middle Loup River (ネブラスカ州) にある Milburn Diversion Dam の下流域の河床低下について示す。計算に必要な資料は文献(16)と(17)から得られた。ダム築造前の粒径分布と築造後の平衡に達した時の仮定した粒径分布を Fig. 4 に示す。流量は 780 cfs, $a'_c = 0.25$, $c_s = 0.413$ である。計算結果は Fig. 5 に示した。最後に Milburn Diversion Dam の資料を入手する際に御援助頂いた USBR の W.M. Borl and, Joe M. Lara, そして種々有益な御討議を頂いた H. W. Shen, C.F. Nordin に謝意を表します。

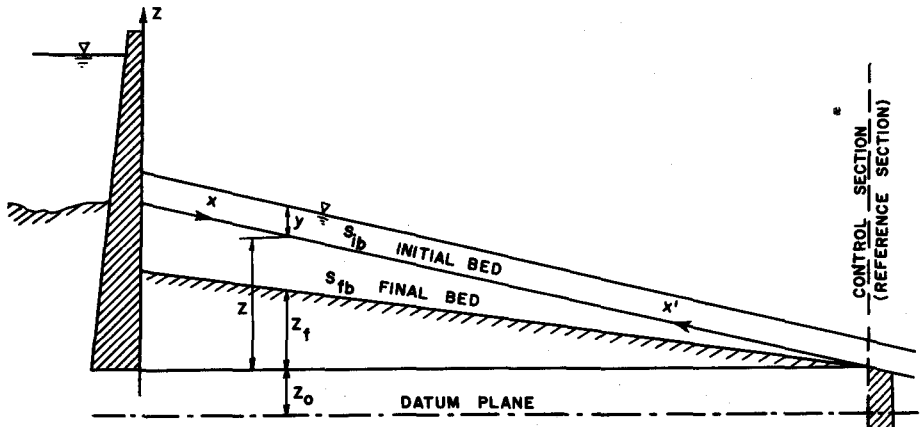


FIG. 1. DEFINITION SKETCH

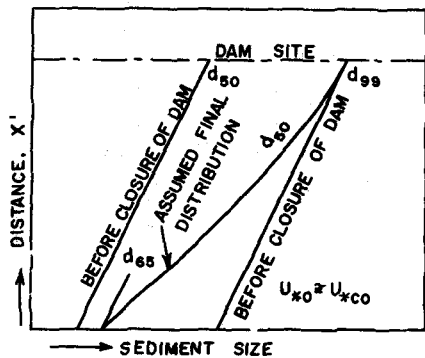


FIG. 2. IDEALIZED ESTIMATION OF SEDIMENT SIZE DISTRIBUTION IN THE STATE OF $U_{*0} \cong U_{*co}$

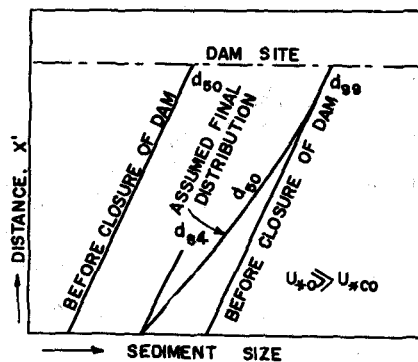


FIG. 3. IDEALIZED ESTIMATION OF SEDIMENT SIZE DISTRIBUTION IN THE STATE OF $U_{*0} \gg U_{*co}$

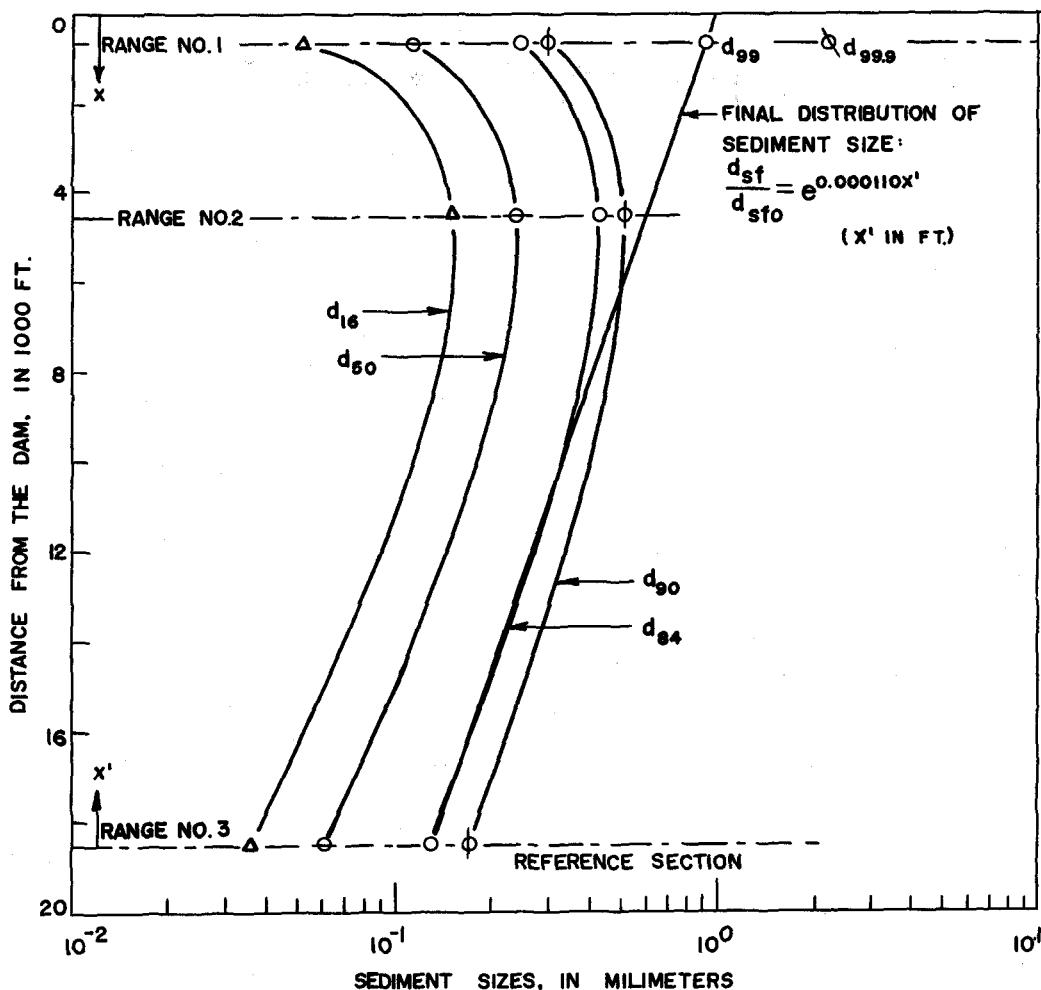


FIG. 4. SEDIMENT SIZE DISTRIBUTIONS

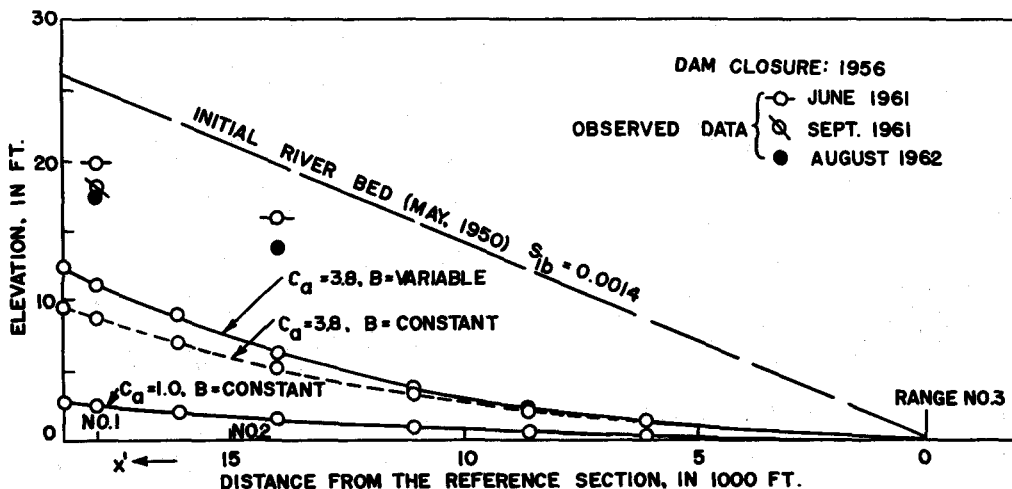


FIG. 5. FINAL EQUILIBRIUM PROFILES

REFERENCES

- 1) Report of "River Control Work and Investigations, Lower Colorado River Basin," U. S. Bureau of Reclamation, Denver, Colo., Region 3, 1950 and 1951.
- 2) Mostafa, M. G.: Riverbed Degradation Below Large Capacity Reservoirs, Proc. ASCE, Vol. 81, Paper No. 788, Sept., 1955, pp. 1-9.
- 3) Einstein, H. A.: Needs in Sedimentation, Proc. ASCE, Vol. 87, No. HY2, Proc. Paper 2756, March, 1961, pp. 1-6.
- 4) Lane, E. W.: Retrogression of Levels in Riverbeds Below Dams, Engineering News-Record, June, 1934, pp. 836-838.
- 5) Harza, L. F.: Continuous Records are needed in the Study of Retrogression, Engineering News-Record, June, 1934, p. 838.
- 6) Shulits, S.: Experience with Bed Degradation Below Dams on European Rivers, Engineering News-Record, June, 1934, pp. 838-839.
- 7) Newton, C. T.: An Experimental Investigation of Bed Degradation in an Open Channel, Trans. Boston Society of Civil Engineers, 1951, pp. 28-60.
- 8) Witzigman, F. S.: Degradation Below Garrison Dam Observations in 1954, U. S. Army Engineer Division, Missouri River, Corps of Engineers, Omaha, Nebraska, April, 1957, 37pp.
- 9) Aksoy, S.: An Analytical Study of the River-Bed Degradation Downstreams of Large Dams, 11th International Congress of IAHR, Report 3.15, Leningrad, 1965, 7 pp.
- 10) Miller, C. R.: Degradation Below Proposed Red Bluff Diversion Dam on Sacramento River, Memorandum, U. S. Bureau of Reclamation, Denver, Colo., October, 1953, 7 pp.
- 11) Tinney, E. R.: Process of Channel Degradation, Journal of Geophysical Research, Vol. 67, No. 4, April, 1962, pp. 1475-1480.
- 12) Rouse, H.: Engineering Hydraulics, John Wiley and Sons, Inc., New York, N. Y., 1949, p. 797.
- 13) Komura, S.: Equilibrium Depth of Scour in Long Constrictions, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 92, No. HY5, Proc. Paper 4898, Sept., 1966, p. 35.
- 14) Eglazarov, I. V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentration, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 91, No. HY4, Proc. Paper 4417, July, 1965, pp. 225-247.
- 15) Chow, V. T.: Open-Channel Hydraulics, MacGraw-Hill Book Co. Inc., New York, N. Y., 1959 p. 206.
- 16) Miller, C. R.: Degradation Study-- Milburn Diversion Dam, Memorandum, Sedimentation Section, U. S. Bureau of Reclamation, Denver, Colo., Sept., 1953, 10 pp.
- 17) Aggradation and Degradation in the Vicinity of Milburn Diversion Dam, Interim Study, Sedimentation Section, U. S. Bureau of Reclamation, Denver, Colo., July, 1963, 14 pp.