

複断面水路における平衡縦断形状について*

建設省土木研究所 正会員 須賀 堯 三

1.はじめに：河川にダム、床固、あるいは水制などの構造物を築造したり、川幅をかえ、あるいは流路を変更するなどの河川工事を実施する場合に、改良後の河床変動を予知することは重要なことである。また、人工砂利採取量の急増や、上流水源地帯におけるダムの築造および砂防工事などになり、河川への土砂供給量が減少している。このような要因により、特に都市付近の河川の河床低下が著しく、用水の取水困難や、河川管理施設および河川工作物に損傷がおこり、河川の正常な機能に悪影響をおよぼしているのが現状である。したがって、河川の機能維持の適正を期するためには、河川に関する十分な調査と、河床変動や平衡河床に関する計算を行なって、将来の安定した河川の形状を設定する必要が生じている。

河川の平衡縦断形状に関する理論としては、静的平衡と動的平衡とに関するものが研究され、かなり進展されているが、これまでの理論はいずれも横断形としては長方形断面を仮定している。これは砂防ダム上流のように河床の横断形がほとんど水平の場合には十分な適用性があり、満足な結果が期待される。しかし、多くの河川では横断形が複雑であり、流速や水深に対して平均値で議論することが精度上好ましくないことがある。このような場合には横断形の特性を考慮することが望ましい。

ここでは、そういった試みのひとつとして、複断面水路をとりあげ、河川の実情に照合して5つの平衡条件を想定し、それぞれの場合について解析した。

2.基礎方程式：複断面水路の平衡河床を考察するにあたり、これまでの理論と同様に、ここでもつぎの6つの方程式から理論を構成する。すなわち、(1)不等流の運動方程式、(2)不等流の連続式、(3)流れの抵抗法則、(4)流砂量公式、(5)限界掃流力公式、(6)流砂の連続式である。ただし、流れは二次元的なものを取扱う。

不等流の運動方程式は、水路の横断形状の影響を考慮する場合、流れ方向にx軸をとれば、

$$\frac{dH}{dx} + \frac{Q^2}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{D}{A^2} \right) + I = 0 \quad (1)$$

が成り立つ。ここに、Hは水位、Qは流量、Aは断面積、Iはエネルギー勾配、gは重力加速度、Dは横断形の影響による補正係数である。この場合、式(1)はつぎの仮定に基づいている。すなわち、(1)流れは近似的に一元のとみなしうることを、(2)したがって、水位およびエネルギー勾配は横断方向に不変、および(3)鉛直方向の流速分布の補正係数 α は全断面を通じて一定としている。このとき式(1)のDは、

$$D = \frac{\alpha}{A} \int_{-B/2}^{B/2} \left(\frac{u}{U} \right)^3 h \, dy \quad (2)$$

によって与えられる。ここに、Bは水路幅、 $U=Q/A$ は横断面の平均流速、yは水路中央からの距離

* 一部は土木学会論文集に投稿中

である。式(2)において流速分布 u は、マンニング式あるいは相当粗度 k_s によって表示される抵抗式によって与えられる。河川の計画では、一般に、マンニング式を適用する場合が多いので、ここでもマンニング式を用いる。その場合、井田^{*}によれば式(2)の D は、

$$D = \alpha \frac{A^2 \int_{-b/2}^{b/2} \frac{h^3}{n^3} dy}{\left[\int_{-b/2}^{b/2} \frac{h^{5/3}}{n} dy \right]^3} \quad (3)$$

となる。ここに、 h は水深であり、水路のそれぞれの平衡条件に基づいて定められる。つぎに、(1)のエネルギー勾配 I に対しては、摩擦によるエネルギー損失以外は考慮しないことにする。水路幅の縦断変化が著しいときには不等流の条件を、また急拡や急縮による損失が大きいときにはそれを別途考慮する必要がある。ここでは水路幅が漸変する場合を取扱い、疑似等流的に考えてマンニング式を適用することにすれば、エネルギー勾配 I は連続の条件 $Q = \int u h dy$ から、

$$I = I_0 \left[\frac{\int_{b_0/2}^{b/2} \frac{h^{5/3}}{n} dy}{\int_{b_0/2}^{b_0/2} \frac{h_0^{5/3}}{n_0} dy} \right]^{-2} \quad (4)$$

となる。ここに、添字 0 は基準点（基準断面）における量を表わす。粗度係数 n は横断面内で変化し、一般に、 y の関数として取扱い。また、低水路と高水敷間のせん断力は無視し、その渦も省略した。

流砂量関数としては、種々の公式があるが、一般に、

$$\frac{q_T}{u_* dm} = a_s \left[\frac{u_*^2 - u_{*c}^2}{\{ (\rho_s/\rho) - 1 \} g dm} \right]^p \quad (5)$$

とおくことができる。ここに、 $q_T = q_b + q_s$ で単位幅あたりの総流砂量（容積単位）、 q_b および q_s はそれぞれ単位幅あたりの掃流砂量および浮遊流砂量、 u_* は摩擦速度、 u_{*c} は限界掃流力に相当する限界摩擦速度、 dm は平均粒径、 ρ_s および ρ は河床材料および水の密度、 a_s および p は定数である。掃流力 τ_0 が十分大きくて、 $u_* \gg u_{*c}$ の場合には式(5)は近似的に、

$$q_T = a_s \{ \{ (\rho_s/\rho) - 1 \} g \}^{-p} dm^{1-p} u_*^{1+2p} \quad (6)$$

となる。式(6)において、掃流砂と浮遊流砂の合計を与える Brown 公式では、 $p=2$ 、 $a_s=10$ であり、掃流砂量のみを与える佐藤・吉川・芦田公式では、 $p=1$ 、 $a_s=0.623(40n)^{-3.5}$ ： $n \leq 0.025$ 、 $a_s=0.623$ ： $n \geq 0.025$ である。

流砂の連続条件は、各断面の全流砂量を Q_T とすれば、動的平衡の状態では $Q_T = \int q_T dy = \text{const.}$ であり、静的平衡の状態では $Q_T = 0$ である。

限界掃流力公式としては、よく用いられる一般式として、

$$u_{*c}^2 = \tau_c / \rho = a_c \{ (\rho_s/\rho) - 1 \} g dm \quad (7)$$

がある。ここに、 τ_c は限界掃流力、 a_c は $u_* dm / \nu$ の値によって決定される常数^{**}、 ν は動粘性係数である。

3. 複断面水路における河床の平衡条件：単断面水路における平衡条件としては、静的平衡と動的平衡があるが、複断面水路ではこの両者のとり方によりつぎの5つの状態が取扱われる。すなわち、

(1) 低水路で動的平衡、かつ高水敷で動的平衡 (2) 断面全体を考慮したとき動的平衡

* 井田至春：土木学会論文集 69 (3-2), 昭和35年

** たとえば〔水理公式集〕参照

- (3) 低水路で動的平衡, かつ高水敷で静的平衡 (4) 低水路で動的平衡, かつ高水敷は固定(与量)
 (5) 低水路で静的平衡, かつ高水敷は固定(与量)

などである。(1)は低水路および高水敷が連続していて、いずれの水路においてもおのおの独立に動的平衡と考えられる場合、(2)は横断面の区別が縦断的に変化するが、砂の動きは連続的に横断面の全流砂量が縦断的に一定で安定する場合である。たとえば、全断面にわたって流砂があり、複断面水路から連続的に単断面水路に変わる場合とか、河川敷内で低水路が蛇行し、高水敷が縦断的に交互に存在する場合などはこれに属する。(4)および(5)は高水敷がかなりしっかりしている場合であり、高水敷に施設があったり、草木が根をおろしている場合はこれに相当する。この他にも、低水路の河床材料の粒径が高水敷のそれに比してかなり大きい場合には、(6)低水路および高水敷とともに静的平衡、(7)低水路で静的平衡かつ高水敷で動的平衡、あるいは(8)および(9)低水路固定かつ高水敷静および動的平衡、などの状態が考えられ、理論的には同様な取りあつかいが許されるが、ここでは省略する。

4. 複断面水路における平衡河床理論式：平衡河床縦断形状に関する式は前述の基礎方程式を連立することによって得られる。まず、式(1)を処理する方法が2通りある。1つは式(1)の第1項と第2項の微分を行なう方法であり、他の1つは積分する方法である。いずれも平衡の条件から定められる水深の係数を用いるが、後者の場合にはあらかじめ積分しておくことができる。式(1)において $H_i = Z_i + h_i$ とすれば、

$$Z_i = Z_0 + h_0 - h_i - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{D}{A^2} - \frac{D_0}{A_0^2} \right) - \int_{x_0}^x I \, dx \quad (8)$$

となる。ここに、 Z は河床高を示す。式(8)の最後の項は x を下流から上流にとるときは符号を逆にしてプラスにする必要がある。式(8)において水深 h が与えられるならば、式(3)および式(4)から D および I が定められ、平衡河床高が求められる。

つぎに、平衡状態における水深 h は各平衡条件ごとに定められる。

(1) 低水路および高水敷でそれぞれ独立に動的平衡の場合 ($Q_{ri} = \text{const}$)：両水路の間で流砂の移動が無視でき、それぞれの水路で独立に動的平衡を考えるとときは、式(6)を用いて $Q_{ri} = \text{const}$ の条件から、 a_s 、 p_s および P が縦断的に変わらないときは、一般に $i = 1, 2, 3, \dots$ として、

$$\left(\frac{h_i}{h_0} \right) = \left(\frac{d_{mi}}{d_{m0i}} \right)^{-\frac{2(1-p)}{1+2p}} \left(\frac{B_i}{B_{0i}} \right)^{-\frac{2}{1+2p}} \left(\frac{I}{I_0} \right)^{-1} \quad (9)$$

が得られる。エネルギー勾配 I に対して式(4)を用いれば、式(9)から平衡時の水深 h_i は、

$$h_1 = M_1^{-\frac{3}{7}} \left[\frac{B_1}{n_1} + \frac{B_2}{n_2} \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{\frac{5}{3}} \right]^{-\frac{6}{7}} \quad (10)$$

$$h_2 = M_2^{-\frac{3}{7}} \left[\frac{B_1}{n_1} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{\frac{5}{3}} + \frac{B_2}{n_2} \right]^{-\frac{6}{7}} \quad (11)$$

となる。ここに、

$$M_1 = \frac{h_{01} \left(\frac{d_{m1}}{d_{m01}} \right)^{-\frac{2(1-p)}{1+2p}} \left(\frac{B_1}{B_{01}} \right)^{-\frac{2}{1+2p}}}{\left(n_{01}^{-1} h_{01}^{\frac{5}{3}} B_{01} + n_{02}^{-1} h_{02}^{\frac{5}{3}} B_{02} \right)^2} \quad (12)$$

$$M_2 = \frac{h_{02} \left(\frac{d_{m2}}{d_{m02}} \right)^{-\frac{2(1-p)}{1+2p}} \left(\frac{B_2}{B_{02}} \right)^{-\frac{2}{1+2p}}}{\left(n_{01}^{-1} h_{01}^{\frac{5}{3}} B_{01} + n_{02}^{-1} h_{02}^{\frac{5}{3}} B_{02} \right)^2} \quad (13)$$

ただし、添字 1 は低水路を、添字 2 は高水数の量を表わす。

(2) $Q_r = \Sigma Q_{ri} = \text{const}$ (Q_{ri} は不問) の場合：各分割水路の流砂量はとわれないが、水路全体の流砂量が縦断的に一定となって安定している場合である。式(6)から、 $\Sigma Q_{Ti} = \text{const}$ の条件を考慮し、I に対して式(4)を用いれば、

$$\frac{\Sigma \frac{d_{mi}^{1-p} h_i^{\frac{1+p}{2}} B_i}{d_{m0j}^{1-p} h_{0j}^{\frac{1+p}{2}} B_{0j}}} = \left[\frac{\Sigma \frac{n_i^{-1} h_i^{\frac{5}{3}} B_i}{n_{0j}^{-1} h_{0j}^{\frac{5}{3}} B_{0j}}} \right]^{1+2p} \quad (14)$$

が得られる。ここに、 $j = 1, 2, 3, \dots$ である。これは $i=1$ のときは h_1 はただちに定められるが、 $i \geq 2$ では h_i の関係を与えないと解が定まらない。高水数を固定するなど、実情に即して定めるべきである。

(3) 低水路で動的平衡、高水数で静的平衡の場合：低水路に対しては式(9)で表わされるが、高水数に対しては限界掃流力公式の式(7)を用いて、

$$\left(\frac{h_i}{h_{0i}} \right) = \left(\frac{a_{ci}}{a_{c0i}} \right) \left(\frac{d_{mi}}{d_{m0i}} \right) \left(\frac{I}{I_0} \right)^{-1} \quad (15)$$

を得る。I に対して式(4)を用い、式(9)で $i=1$ に、式(15)で $i=2$ にして連立させれば解が得られる。この場合、 h_1 および h_2 はそれぞれ式(10)および式(11)で表わされる。ただし、 M_1 に対しては式(12)で表わされるが、 M_2 は式(13)には関係なく、つぎの式(16)を用いる。

$$M_2' = \frac{h_{02} \left(\frac{a_{c2}}{a_{c02}} \right) \left(\frac{d_{m2}}{d_{m02}} \right)}{\left(n_{01}^{-1} h_{01}^{\frac{5}{3}} B_{01} + n_{02}^{-1} h_{02}^{\frac{5}{3}} B_{02} \right)^2} \quad (16)$$

(4) 低水路で動的平衡、高水数固定の場合：高水数の高さを与量として、 Z_2 とすれば、高水数の水深 $h_2 = H - Z_2$ である。したがって、式(9)から、

$$h_1 = M_1 \left[\frac{B_1}{n_1} h_1^{\frac{5}{3}} + \frac{B_2}{n_2} (H - Z_2)^{\frac{5}{3}} \right]^2 \quad (17)$$

である。ここに、 M_1 は式(12)で与えられる。式(17)から h_1 を求めるには、 H を仮定して試算により h_1 の第 1 近似を求め、その値を用いて式(8)から $H (= h_1 + z_1)$ を計算する。この値と仮定した H とを比較し、この両者が一致するまでくり返し計算を行なって解を得る。

(5) 低水路で静的平衡、高水数固定の場合：低水路で限界掃流力の状態は式(15)によって表わされる。したがって、式(4)を用いれば、 h_1 は

$$h_1 = \frac{h_{01} \left(\frac{a_{c1}}{a_{c01}} \right) \left(\frac{d_{m1}}{d_{m01}} \right)}{\left[n_{01}^{-1} h_{01}^{\frac{5}{3}} B_{01} + n_{02}^{-1} h_{02}^{\frac{5}{3}} B_{02} \right]^2} \left[\frac{B_1}{n_1} h_1^{\frac{5}{3}} + \frac{B_2}{n_2} (H - Z_2)^{\frac{5}{3}} \right]^2 \quad (18)$$

である。計算法は(4)の場合と同様である。

基準点は河床変動の少ない、かつできるだけ等流に近い場所を選定すべきである。基準点における水深 h_0 および勾配 I_0 は、粗度係数と補給流砂量あるいは河床材料の粒径から定められる。まず h_0 は、

$$h_{01} = \left[\frac{\sqrt{g} Q}{\left(\frac{u_{*01}}{n_{01}} B_{01} \right) + \left(\frac{u_{*02}}{n_{02}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{u_{*02}}{n_{02}} B_{02} \right)} \right]^{\frac{6}{7}} \quad (19)$$

$$h_{02} = \left(\frac{u_{*02}}{u_{*01}} \right)^2 h_{01} = \left[\frac{\sqrt{g} Q}{\left(\frac{u_{*01}}{u_{*02}} \right)^{\frac{7}{3}} \left(\frac{u_{*01} B_{01}}{n_{01}} \right) + \left(\frac{u_{*02} B_{02}}{n_{02}} \right)} \right]^{\frac{6}{7}} \quad (20)$$

である。これは $u_{*0i} = \sqrt{g h_{0i} I_0}$ とマンニング式から、 $I_0 = \text{const}$ の条件、すなわち $h_{02} = (u_{*02}/u_{*01})^2 h_{01}$ の条件式を用いて求められたものである。式(19)および式(20)において、 u_{*01} および u_{*02} は式(6)あるいは式(7)によって、それぞれの平衡条件に基づいて与えられる。条件(1)の場合は、 u_{*0i} は、 $i=1, 2$ として、

$$u_{*0i} = \left[\frac{Q_{ri}}{a_s \{ (\rho_s/\rho) - 1 \}^{-p} g^{-p} d_{m0i}^{1-p} B_{0i}} \right]^{\frac{1}{1+2p}} \quad (21)$$

により、条件(3)の場合は、 u_{*01} は式(21)より、 u_{*02} は式(7)により与えられる。条件(2)、(4)および(5)の場合は、 h_{02} は与量と考えられ、 h_{01} は式(19)の代りに、次式

$$h_{01}^{\frac{7}{6}} = \frac{\sqrt{g} n_{01} Q}{B_{01} u_{*01}} - \frac{n_{01} B_{02} h_{02}^{\frac{5}{3}}}{n_{02} B_{01} h_{01}^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

によって、たとえばくり返し計算によって求められる。ここで、 u_{*01} は条件(4)の場合は式(21)により、条件(5)の場合は式(7)により与えられる。条件(2)の場合は、くり返し計算により、総流砂量 $Q_r = Q_{r1} + Q_{r2}$ になるように定められなければならない。

基準点におけるエネルギー勾配 I_0 は、マンニング式によれば、すでに求められた h_0 を用いて、

$$I_0 = Q^2 \left(\frac{h_{01}^{\frac{5}{3}} B_{01}}{n_{01}} + \frac{h_{02}^{\frac{5}{3}} B_{02}}{n_{02}} \right)^{-2} \quad (23)$$

によって計算される。

5. 長方形断面水路における平衡河床理論式 : N 個に分割した η の点の河床高 Z_η は、 $Z_\eta = Z_0 + \sum_{\eta=0}^{\eta} \Delta Z_\eta$ と表わされるが、この分割した Δx_η 区間における河床高の差 ΔZ_η は、動的平衡では、

$$\begin{aligned} \Delta Z_\eta = & -I_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^a \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^b \Delta x_\eta - h_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^c \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^d \left[\frac{6}{7} \left(\frac{n_0}{n} \right) \left(\frac{dn}{n_0} \right) + C \left(\frac{B_0}{B} \right) \left(\frac{dB}{B_0} \right) + d \left(\frac{dm_0}{dm} \right) \left(\frac{d dm}{dm_0} \right) \right] \\ & + \frac{h c^3}{h_0^2} \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{12}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{-ac} \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^{-2d} \left[\frac{6}{7} \left(\frac{n_0}{n} \right) \left(\frac{dn}{n_0} \right) + (c+1) \left(\frac{B_0}{B} \right) \left(\frac{dB}{B_0} \right) + d \left(\frac{dm_0}{dm} \right) \left(\frac{d dm}{dm_0} \right) \right] \quad (24) \end{aligned}$$

ここに、添字 m は Δx_η 区間における平均値を示し、 Δdm および ΔB は Δx_η へだてた両端の dm および B のそれぞれの差である。 hc は限界水深で、 $hc^3 = Q^2 / (g B^2)$ 、 a 、 b 、 c および d はそれぞれ、

$$a = \frac{12p-14}{7(1+2p)} \quad b = \frac{20(p-1)}{7(1+2p)} \quad c = \frac{-12p}{7(1+2p)}, \quad d = \frac{6(1-p)}{7(1+2p)} = -\frac{3}{10}b \quad (25)$$

である。また、静的平衡では、

$$\begin{aligned} \Delta Z_\eta = & -I_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{a_c}{a_{c0}} \right)^{\frac{10}{7}} \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^{\frac{10}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{6}{7}} \Delta x_\eta - h_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{a_c}{a_{c0}} \right)^{\frac{3}{7}} \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^{\frac{3}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{3}{7}} \left[\frac{6}{7} \left(\frac{n_0}{n} \right) \left(\frac{dn}{n_0} \right) \right. \\ & \left. - \frac{3}{7} \left(\frac{a_{c0}}{a_c} \right) \left(\frac{da_c}{a_{c0}} \right) - \frac{3}{7} \left(\frac{dm_0}{dm} \right) \left(\frac{d dm}{dm_0} \right) - \frac{6}{7} \left(\frac{B_0}{B} \right) \left(\frac{dB}{B_0} \right) \right] \\ & + \frac{h c^3}{h_0^2} \left(\frac{n}{n_0} \right)^{\frac{12}{7}} \left(\frac{a_c}{a_{c0}} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{dm}{dm_0} \right)^{\frac{6}{7}} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{12}{7}} \left[\frac{6}{7} \left(\frac{n_0}{n} \right) \left(\frac{dn}{n_0} \right) - \frac{3}{7} \left(\frac{a_{c0}}{a_c} \right) \left(\frac{da_c}{a_{c0}} \right) - \frac{3}{7} \left(\frac{dm_0}{dm} \right) \left(\frac{d dm}{dm_0} \right) + \frac{1}{7} \left(\frac{B_0}{B} \right) \left(\frac{dB}{B_0} \right) \right] \quad (26) \end{aligned}$$

と表わされる。ここに da_c は Δx_η へだてた両端の a_c の差である。河川のある区間において、 n 、 dm および

a_c が一定と考えられる場合には、式(24)および式(25)はそれぞれ、土屋義^{*}の求めた式と同様な関係となり、

$$Z = Z_0 - \left[\left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{-12p}{7(1+2p)}} - 1 \right] h_0 - \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{Q}{h_0 B_0} \right)^2 \left[\left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{-(14+4p)}{7(1+2p)}} - 1 \right] - I_0 \int_{x_0}^x \left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{12p-14}{7(1+2p)}} dx \quad (27)$$

$$Z = Z_0 - \left[\left(\frac{B}{B_0} \right)^{-\frac{6}{7}} - 1 \right] h_0 - \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{Q}{h_0 B_0} \right)^2 \left[\left(\frac{B}{B_0} \right)^{-\frac{2}{7}} - 1 \right] - \frac{u_* c^2}{g h_0} \int_{x_0}^x \left(\frac{B}{B_0} \right)^{\frac{6}{7}} dx \quad (28)$$

である。基準点における水深は $h_0 = \left\{ n \sqrt{g} Q / (B u_*) \right\}^{6/7}$ ，ただし u_* は動的平衡のときは式(21)，静的平衡のときは式(7)により与えられる。基準点における勾配は $I_0 = n^2 Q^2 / (B^2 h_0^{10/3})$ により求められる。

6. 理論適用上の問題点：河川の平衡河床を一層厳密に論ずるには、基礎方程式としてこのほかに、(1)平衡時の補給土砂量とその粒度分布、(2)平衡時の河床材料の粒径の縦・横断分布（細粒化に関する方程式）、(3)流量ハイドログラフや洪水頻度などの水文量（支配流量）などに関する関数関係は不可欠である。現在ではこれらの方程式が解決されていないところから、平衡河床の存在についての疑問も生じるわけである。しかし、河川の変化は局所的なものは非常に早い、ある程度安定に近づいている河川においては全体的な河床の変動は、河床材料の大きさや水の出方などにもよるが、一般にそう早くはないので、10年か20年程度のオーダーであれば、ある程度現状河川の諸量に基づいて推定することができるであろう。その場合、計算に先だって、つぎの諸点については十分に検討されなければならない。すなわち、(1)基準点および基準点の平衡河床高の決定については、長年にわたる十分な資料に基づいてなされなければならない。(2)基準点における h_0 および I_0 は、平衡河床を検討するうえで最も重要な要素の一つである。これらは、動的平衡の場合はその区間を支配する補給砂量と粗度係数とによって、また静的平衡の場合は平均粒径の分布と粗度係数とによって決められる。(3)河床材料の粒度分布は、河川の低水路および高水敷について求められなければならない。河床材料は支配流量が流れていたときに河床面であったと考えられるところから採取されなければならない。(4)粗度係数は影響するところが小さくないので、低水路および高水敷について、十分な資料に基づいて決定されなければならない。(5)補給砂量は、平衡状態と考えられる区間があればその区間を通過する流砂量としてもよいが、一般には対象区間の上流を含めた数多くの点における計算値の平均とするのがよいと考えられる。この場合、流砂関数は完全なものではないので、このようにして求められた $Q_r \sim Q$ の関係は、掃流砂および浮遊流砂の実測によってさらに検討が加えられることが望ましい。(6)人工砂利採取、上流におけるダム建設および砂防工事などによる土砂の減少には十分留意する必要がある。(7)支配流量は、何種類かの流量について行ない、その内容として、流量確率、洪水波形の特性および流域面積などについて検討し、河床材料との関連についても留意すべきである。(8)埋れないせきがあって、せきが固定される場合には補給砂量が規制されることになる。(9)河口部とか大河川に合流する支川のように下流端水位に変動がある場合には、その変動量によっては問題が複雑となる。河口部では潮位変動のほか、河口砂州や塩水クサビにも留意する必要がある。(10)横断形状および平面特性の考慮も今後の問題である。(11)動的平衡の場合は、適当な区間ごとに n_i および d_{mi} を縦断的に一定とするのが実用的である。この場合は式が簡単になる（省略）。

7. おわりに： k_s に基づく式と他の横断形状に関する式は省略し、実用的な複断面の場合に限った。

* 土屋義人：京大防災研年報5号 昭和37年