

移動床形態の区分とくに砂礫堆の形成限界について

東京大学生産技研 正会員 井口 昌平
同 正会員 鮎川 登

1. ま え が き

移動床水路に水が流れると、流水と水路床構成物質との相互作用により、水路床に流れの状態と水路床構成物質の特性に応じたある特定な形態が形成される。たとえば、実験水路で水深を一定に保ちこう配を増加させてゆくと、移動床形態は plane bed(without motion)→ ripples and dunes → transition (flat bed)→ antidunes と変化する。これらの形態は二次元形的であるが、水路幅にくらべ水深が浅い場合には三次元形状の砂礫堆 (alternating bars) が形成される。このような移動床形態と流れの抵抗および流送土砂量とは密接な関係があり、河道の計画あるいは河川の流れの解析にとって移動床形態に関する知識は重要である。

現在までに移動床形態の区分法がいくつか提案されているが、これらはすべて二次元形状の移動床形態だけを対象としている。著者は木下博士の砂礫堆の形成限界に関する実験に基づいて三次元形状の砂礫堆の形成限界を明らかにしようと試みたが、従来の移動床形態の区分法によっては明確にすることができなかった。これは木下博士の実験がおもに幅 13.2 cm というきわめて小さな水路で行なわれたためであると考え、水路の規模を考慮に入れた移動床の区分法を導くことを試みた。そして、規模の異なったふたつの水路が模型と原型の関係にあると考え、ひずみ模型の相似律の概念に基づいて水路の規模を考慮に入れた新しい移動床形態の区分法を得た。

2. 砂礫河川の河床形態—砂礫堆—

著者がここでとくにとりあげた砂礫堆は図-1に示すように平面的な拡がりをもつ三次元の形状であるが、縦断面は二次元形状の dunes と同様に上流側がゆるく、下流側がきついこう配をもつ三角形状をなし、下流に向かって移動する。砂礫堆が形成されている水路では深部が左右岸交互に現われ、流れは蛇行する。

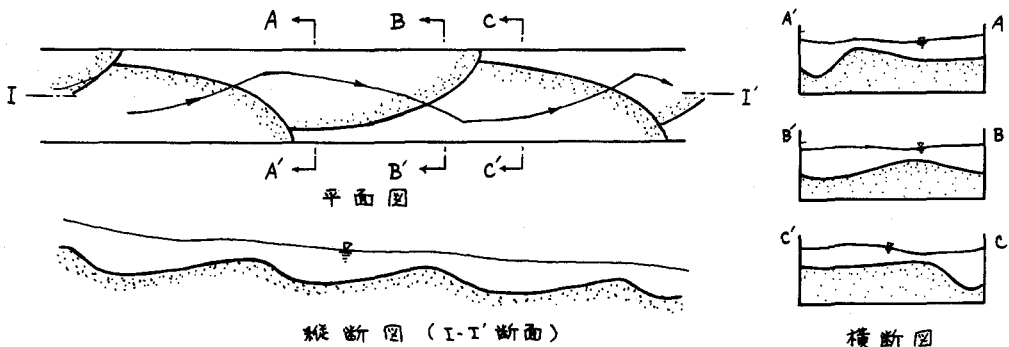


図-1 砂礫堆の形状

このような砂礫堆が河床が砂礫で構成されている直線河道で多く見られることは、ライン河などの河床測量に基づいて、1900年ごろにすでにEngelsやJasmund などによって指摘されている。EngelsやBlasius は実験水路において砂礫堆を形成させている。砂礫堆が比較的こう配の急な水深の非常に浅い流れで形成されるという特殊性によって、移動床の研究が実験水路でなされるようになってからは限界掃流力を求めるShieldsの実験のように広範囲にわたる実験においてわずかに記述されているにすぎず、ほとんどの実験では砂礫堆の存在は見過されてきた。

1953 年ごろから木下博士は日本の数多くの河川で砂礫堆が形成されていることを観察し、実験水路で砂礫堆を形成させ、その形成限界や移動特性について研究を行なっている。また、木下博士は砂礫堆と河道の蛇行を結びつけ、蛇行現象の解明を試みている。

ソ連においてもこのような河床形態に着目し、河川観測や実験によって研究がすすめられている。

最近になって、網状流の実験や模型実験などで砂礫堆の形成が見られたとの報告が二・三なされている。また、アメリカでもEinstein and Shen は砂礫堆の形成機構を明らかにしようとしている。

このように砂礫堆は実際の河川で数多く見られる河床形態であって、河川の現象を解明するためには砂礫堆の諸特性を知ることが必要である。著者は砂礫堆に関する研究の第一歩として砂礫堆の形成限界を明らかにすることを試みた。

3. 次 元 解 析

流水と水路床構成物質との相互作用により種々の移動床形態が形成されたが、その形成機構については理論的解析はまだなされていない。そこで、ここでは次元解析によって移動床形態の形成に重要な影響をもつと考えられる無次元量を導く。

移動床水路における現象は流水と水路床構成物質の特性を表示する変数によって表わされる。

$$f_1(h, B, u, I, \sigma, d, w, \rho_s, \rho_f, \mu, g) = 0 \quad (1)$$

ここで、 h : 水深、 B : 水路幅、 u : 流速、 I : こう配、 σ , d , w , ρ_s : それぞれ水路床構成物質の粒度分布の標準偏差、代表粒径、沈降速度、密度、 ρ_f : 流水の密度、 μ : 流水の粘性係数、 g : 重力の加速度である。 h , u , ρ_f を反復変数として π 定理を適用し、摩擦速度 $u_* = \sqrt{ghI}$ を導入すると式(1)はつぎのようになる。

$$f_2\left(\frac{h}{B}, I, \frac{\sigma}{h}, \frac{h}{d}, \frac{u_*^2}{(\rho_s/\rho_f - 1)gd}, \frac{u_*d}{\nu}, \frac{u}{\sqrt{gh}}, -\frac{u_*}{w}\right) = 0 \quad (2)$$

4. 従来の移動床形態の区分法

式(2)の無次元量あるいはこれらの無次元量を組み合わせてできる無次元量のうちふたつをパラメータとして選び、これらにより移動床形態の区分を行なう方法がAlbertson, Simons and Richardson (u_*w/u_*d), Bogardi ($gd/u_*^2 - d$), Garde and Albertson ($\tau_* - F_r$), 杉尾博士 ($I - \tau_*$), Garde and Ranga Raju ($I/(\rho_s/\rho_f - 1) - R/d$) などによって提案されている。これらはすべて二次元の移動床形態を区分するものであるが、これらに幅 13.2 cm という非常に小さい水路における三次元形状の砂礫堆の形成限界に関する木下博士の実験データをプロットすると、こう配およびフルード数がきわめて大きいところ、水深が非常に小さいところにプロットされる。その一例を図-2に示す。これによると、砂礫堆の形成限界は $Fr > 1.2$ と与えられるが、実際河川では Fr

ルード数が1以下で砂礫堆が形成されている。また、こう配をパラメータとする場合は木下博士の実験データによると、 $I > 1/120$ でないと砂礫堆は形成されないが、実際河川ではこう配がもっと緩い場合にも形成されている。このように従来の移動床形態の区分法によっては規模が非常に異なる水路の移動床形態を区分することができない。これは従来の区分法が規模の異なるふたつの水路が幾何学的に相似な関係にあると考え、式(2)の無次元量をそのままの形で用いているためであると考えられる。

5. 新しい移動床形態の区分法

Simons and Richardsonによると、移動床形態の区分を与えるフルード数 $Fr = u/\sqrt{gh}$ は水路の大きさによって異なる。たとえば、幅が8 ft の水路では dunes は $0.3 > Fr < 0.6$ の場合に形成されるが、河川では $Fr \ll 0.3$ の場合にも形成される。また、Reynoldsは「砂床上を流れるふたつ

の河川が同じ河床形態である場合でも、小河川と大河川の垂直縮尺はひずまされていて、小河川は大河川よりこう配がきつく、河幅に比し水深が大きい」ことを指摘している。このように規模が異なる移動床水路の場合には式(2)のフルード数 $u/\sqrt{gh}$ やこう配 I は共通の無次元量ではなくなる。そこで、式(2)の無次元量を水路の規模について修正することが必要になる。すなわち、規模が異なるふたつの移動床水路がひずみ模型の関係にあると考え、ひずみ模型の場合の無次元量を導く。

式(2)の無次元量のうち、フルード数 $Fr = u/\sqrt{gh}$ は移動床の現象のように重力の作用による現象の場合に重要になる無次元量であり、 $\tau_* = u_*^2 / (\rho_s / \rho_f - 1)gd$ は流水の掃流力と水路床構成物質の抵抗抗との比を表わす無次元量であって、限界掃流力や掃流土砂量を表示するパラメータである。移動床形態の形成にはこれらふたつの無次元量が重要な影響をおよぼすものと考えられる。そこで、これらふたつの無次元量を水路の規模について修正し、移動床形態を区分することを試みる。

τ_* が水路床構成物質の運動を規定するものと考え、模型と原型とで τ_* を共通にするものとする。いま、小水路が大水路の模型になっていると考え、水平縮尺を $1 : x$ 、垂直縮尺を $1 : y$ とし、そのようにすれば、

$$\frac{u_{*1}^2}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_1 - 1 \right\} gd_1} \div \frac{u_{*2}^2}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_2 - 1 \right\} gd_2} = \frac{h_1 I_1}{h_2 I_2} \frac{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_2 - 1 \right\} gd_2}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_1 - 1 \right\} gd_1} = \frac{x}{y^2} \frac{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_2 - 1 \right\} d_2}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_1 - 1 \right\} d_1} = 1 \quad (3)$$

したがって、

$$y^2 = \frac{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_2 - 1 \right\} d_2}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)_1 - 1 \right\} d_1} x \quad (4)$$

とすることになる。ここで、添字1は小水路、添字2は大水路における量を表わす。

フルード数はつぎのように変形することができる。

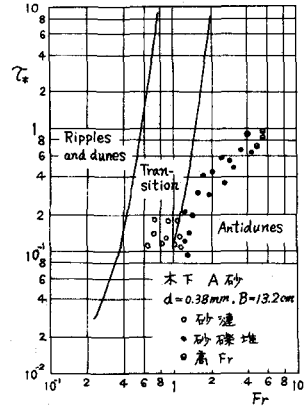


図-2 τ_* と Fr の関係による移動床形態の区分

$$Fr = \frac{u}{u_*} \sqrt{\frac{I}{f}} = \sqrt{\frac{8I}{f}} \quad (5)$$

ここで、 f は河床の流れに対する抵抗係数である。したがって、フルード数の縮尺は

$$\frac{Fr_1}{Fr_2} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

となる。抵抗係数 f は流れおよび水路床形態の関数であると考えられるが、その関数型はいまだ与えられていない。しかし、 τ_* が等しく水路床形態が同じ区分に属する場合は $f_1 = f_2$ であると仮定すると、式(6)はつぎのようになる。

$$\frac{Fr_1}{Fr_2} = \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} \right)_1 - 1 \right\} d_1}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} \right)_2 - 1 \right\} d_2} x \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$x = B_2/B_1$ として式(7)を書き換えると、つぎのような水路の規模について修正されたフルード数 Fr^* が得られる。

$$Fr^* = \frac{Fr}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right) \frac{d}{B} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

τ_* と Fr^* との関係を実験データを用いてプロットすると図-3のようになる。

フルード数の代りにフルード数と式(5)によって関係づけられるこう配をパラメータとして用いるとつぎのようになる。こう配の縮尺は次式で与えられる。

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{x}{y} = \left[\frac{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} \right)_1 - 1 \right\} d_1}{\left\{ \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} \right)_2 - 1 \right\} d_2} x \right] \quad (9)$$

$x = B_2/B_1$ として式(9)を書き換えると、水路の規模について修正されたこう配 I^* が導かれる。

$$I^* = \frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right) \frac{d}{B} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

τ_* と I^* との関係を実験データを用いてプロットすると図-4のようになる。図-4は杉尾博士の τ_* と I による移動床形態の区分と同じような境界線を示している。

図-3, 図-4にプロットした実

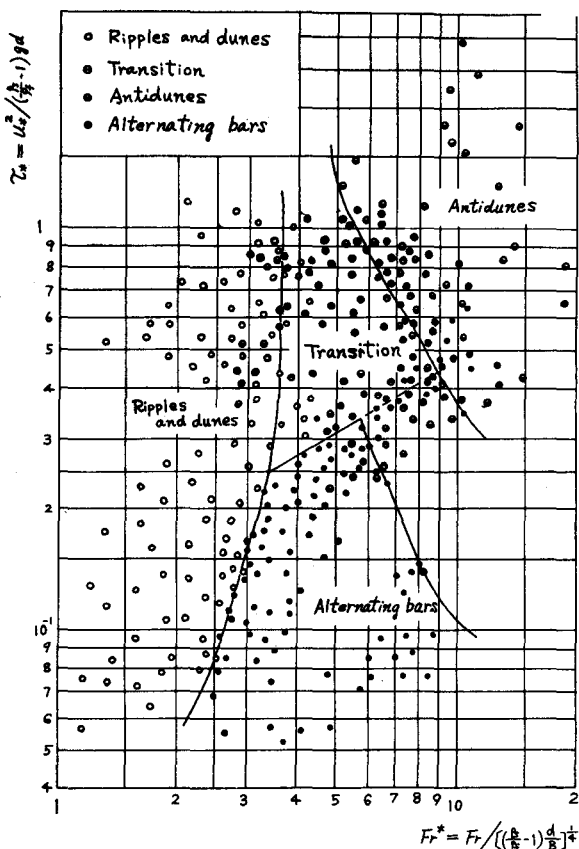


図-3 τ_* と Fr^* の関係による移動床形態の区分

験データは幅13.2~380cmの水路で得られたものである(表-1)。(なお、木下博士の実験の高FrはAntidunesとしてプロットし、線状带状跳水および?はプロットしてない。)

なお、参考のために河川の観測データ(表-2)を τ^*-F^* criterionおよび τ^*-I^* criterionによりプロットするとそれぞれ図-5、図-6のようになり、河川の観測データが実験水路における実験データと同じ範囲にプロットされることがわかる。河川の流れは不定流であり、河床は混合砂礫で構成されているので、河床形態を予測するためには、河床形態に対する支配流量および混合砂礫の代表粒径を決定する方法を得ることが必要である。

6. 砂礫堆の形成限界

τ^*-F^* criterionおよび τ^*-I^* criterionによって、ripples and dunes, transition, antidunes など二次元形状の移動床形態と関連して三次元形状の砂礫堆の形成領域が明らかにされた。 τ^*-I^* criterion

表-2 使用した河川データ

河川名	流量 m ³ /s	河幅 m	勾配 ×10 ⁻⁴	粒径 mm
1. Missouri	4,100	915	1.69	0.18
2. Missouri	870	256	1.67	0.28
3. Big Sioux	240	56	1.89	0.32
4. Salinas	1,200	625	11.6	0.40
5. Nile	10,900	700	0.74	0.25
6. 熊川	13	10	122	25.0
7. 滝沢川	4	7	43.4	10.0
8. 江戸川	800	80	2.50	0.40
9. 大淀川	1,530	214	15.9	30.0
10. 白川	275	68	2.70	0.30
11. 白川	19	61	5.40	0.30
12. 遠賀川	268	140	7.30	2.50

表-1 使用した実験データ

実験者	水路幅(cm)	粒径(mm)	河床形態*
木下(砂)	9, 13.2 19.5, 30	0.38, 0.77	R, Al, An
		1.24, 1.70	
		2.20, 3.75	
(石炭)	19.5	1.24, 1.70	Al
		0.31, 0.38	
		0.51, 0.79	
Gilbert	7, 13.4 20.1, 30.5 40.3, 59.8	1.71, 3.17	R, T, An
Simons & Richardson	24.4	0.28, 0.45	R, T, An
安芸	10.0	0.22, 0.70	R, T
Tsubaki et al	80, 200 380	1.03, 1.26	R
		1.46, 2.28	
Brooks	26.6	0.10, 0.16	R, T
Barton & Lin	12.2	0.18	R, T
Vanoni & Brooks	8.5	0.14	R, T
Nomicos	26.6	0.14, 0.15	R, T
井口 鮎川 吉野	15, 31	0.45, 2.33	Al
		3.55	

* R=Ripples and dunes, T=Transition
Al=Alternating bars, Ar=Antidunes

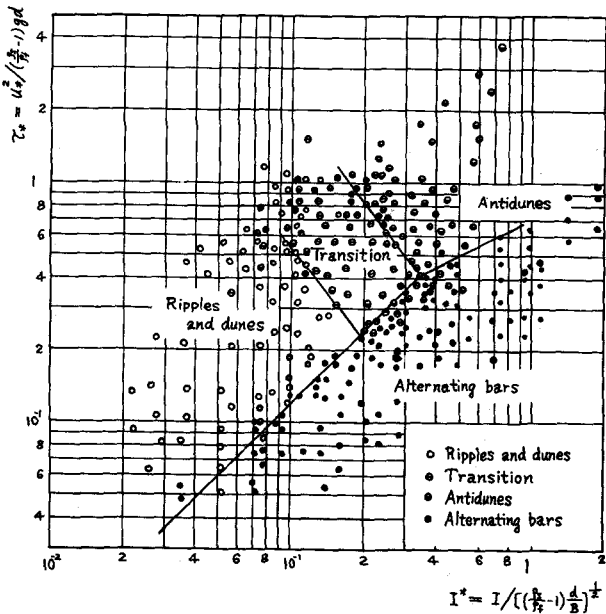


図-4 τ^* と I^* の関係による移動床形態の区分

(図-4)によると、砂礫堆は掃流力が小さい場合に形成される。すなわち、同一こう配の場合、水深が小さく掃流力が小さいときは砂礫堆が形成されるが、水深が大きくなり、掃流力が増すと、こう配に応じて、ripples and dunes, transition, antidunes が形成される。 τ^*-I^* criterion によると砂礫堆の形成限界はつぎのように与えられる。

(1) ripples and dunes, transition との境界、すなわち、 $I^* < 0.34$ のとき

$$\tau^* < 1.2 I^* \tag{11}$$

あるいは

$$\frac{h}{B} < 1.2 \left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) \frac{d}{B} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

(2) antidunes との境界、すなわち、 $I^* > 0.34$ のとき、 $\tau^* < 0.83 I^{\frac{3}{4}}$ (13)

あるいは、

$$\frac{h}{B} < 0.83 I^{\frac{1}{4}} \left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) \frac{d}{B} \right]^{\frac{3}{4}} \tag{14}$$

砂礫堆は掃流力が小さい領域で形成され、砂礫堆と ripples and dunes, transition, あるいは antidunes との境界は式(12)あるいは式(14)のように h/B の値で規定される。木下博士は幅が 13.2, 19.5, 30 cm の実験水路における実験結果から砂礫堆の形成限界を与える criteria のひとつとして $h/B < 1/10$ を与えている。式(12)で、 $B = 30 \text{ cm}$, $d = 1.24 \text{ mm}$, $\rho_s/\rho_f = 2.65$ とすると、 $h/B < 1/10$ となり、木下博士の場合と一致する。 h/B criterion は式(12), 式(14)とそれぞれ同値の式(11), 式(13)からわかるように、掃流力 τ^* とこう配 I^* との関係を示すものである。

7. ま と め

ひずみ模型の相似律の概念に基づいて規模の異なる水路の場合に適用し得る移動床形態区分 τ^*-Fr^* および τ^*-I^* criterion を導いた。これらにより従来扱われていた ripples and dunes, transition, antidunes など二次元形状の移動床形態と関連して、三次元形状の移動床形態である砂礫堆の形成限界を明らかにすることができた。

最後に、砂礫堆に関する貴重な実験資料を使用させていただいた自由学園の木下良作博士に感謝します。資料整理を手伝ってくれた当研究室中野虎彦君に感謝します。

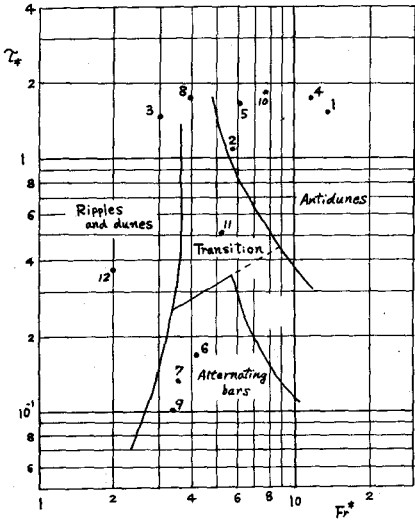


図-5 τ^*-Fr^* による河川資料のプロット

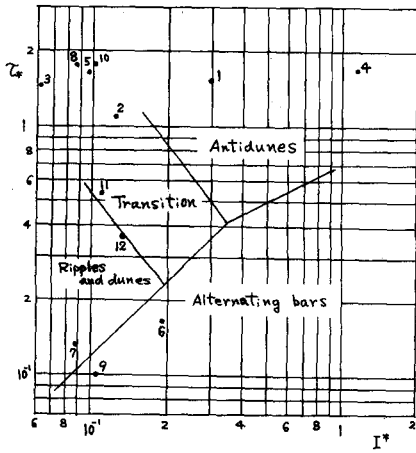


図-6 τ^*-I^* による河川資料のプロット