

Sand Wave のスペクトル特性について

京都大学防災研究所 正会員 芦田 和 男

京都大学防災研究所 正会員 田 中 祐一朗

1. ま え が き

Sand Waves は移動床水路において、水流が限界掃流力を越えるようになると、ほとんど常に河床面上に形式されるもので、その形状および伝播の様相は極めて複雑である。こうした Sand Waves の発生のために、流砂機構、移動床水路の抵抗法則などの実用的な諸問題の解明はいよいよ困難となり、これらの問題を解決するためにも、まず Sand Waves のメカニズムを明確に把握しなければならぬ。こうした現状から Sand Waves に関して種々の研究が行なわれ、興味ある特性が明らかにされてきたが、領域区分の定量的評価さえまだ明確でなく、そのメカニズムが十分解明されたとは云い難い。これは現象に対する我々の知識、とくに定量的な意味での知識が貧困なことに原因があるものと思われる。そこで著者らは現象の定量的な諸特性を明らかにし、その機構を解明するいとぐちを得ることを目的として一連の研究を進めて来た。従来は現象の周期性に着目した取扱いが多くなされてきたが、今一つの重要な性質としてその不規則性を考慮する必要がある。そこで Sand Waves の諸特性を Stochastic な立場から今一度検討すべく、著者らは数年来超音波を用いた測定器の開発など、その基礎的な段階での努力を重ねてきた。

本研究はこれまでに行なわれた若干の実験結果から、Sand Waves に関する二・三のスペクトル特性を明らかにすることができたので、ここに御報告して大方の御批判を得たい。

2. 実験装置およびその方法

Sand Waves には、Plane bed, Ripples, Dunes, Flat bed, Standing waves, および Anti-dunes などの種類があり、水理学的にそれぞれ性質が異なっていることが知られている。したがって Sand Waves のスペクトル特性を実験的に調べるにはこれらの全ての領域にわたって実験を行なう必要がある。しかし現在までに行なった実験は表-1 の通りであって、ごく一部に限られている。

表-1 実 験 条 件

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	B-1	B-2	B-3	B-4	C-1	C-2
流量 $Q(\ell/sec)$	30	15	40	11	50	10	20	30	45	20	10
水路巾 $B(cm)$	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
こう配 i	1/400	1/600	1/400	1/400	1/310	1/100	1/110	1/120	1/100	1/800	1/800
流砂量 $Q_s(kg/min)$	0.86	1.32	2.42	0.14	3.27	2.34	5.66	11.50	20.89	0.36	0.12
水深 $h(cm)$	11.64	7.31	12.33	5.69	13.89	3.06	4.54	5.65	7.00	8.37	4.82
摩擦速度 U_*R (cm/s)	4.37	3.03	4.49	3.36	5.30	5.17	6.01	6.72	7.32	2.82	2.20
Froude 数 F	0.48	0.43	0.59	0.52	0.62	1.20	1.33	1.48	1.55	0.52	0.61
河床形態	D	D	D	D	D	T	T	F	F	D	R

実験に用いた水路は断面 $50 \times 50 \text{ cm}$ 、長さ約 18 m の両面ガラス張りのもので、こう配は $0 \sim 1/50$ の範囲で可変である。使用した砂は網ふるいにより上下をカットしたほぼ均一な粒径の川砂で、その平均粒径は 0.732 mm である。実験中こう配が変化しないように、上流端において一定量の乾燥砂を補給した。しかし給砂量と実際の流砂量を一致させることは難しく、こう配が変化する場合も生じたため、実験中適当に水面形および河床形状を測定し、この変化が止まり、Sand Wavesが十分に発達して平衡状態が達成されたと思われるまで通水を継続した。その後河床を乱さないように水を止め、音響測深器¹⁾を用いて、水路の中心線沿いに 5 cm の間隔で河床形状を測定した。上流端での給砂の影響域および下流端での段落ち流れの影響域を考慮すると、有効長は 10 m 内外で、統計的な解析を行なうには資料が十分でない。そこで以後 20 分間隔で通水を中断して上と同様の測定を数回行ないこれを継ぎ足して資料とした。この際周期成分に及ぼす継ぎ足しの影響が問題となる。これについては十分ではないが、各測定値およびその標準偏差を比較することにより、長周期のものを問題にしない限り影響は少ないと考えた。実験 A-1 の場合は上述の河床の距離的变化のほか、一定点における河床の時間的变化をも測定した。実験 C は時間的变化のみを測定した。なお通水中の総流砂量を下流端にて貯溜し、実験後これを計量することにより平均流砂量を求めた。

3. 実験結果とその考察

行なった実験は表-1に示すようにRippleからTransitionの領域にわたるものであるが、現在までに整理された資料はその一部である。表-2にそれらの資料についての二・三の統計量をまとめて示す。この表において、Nは資料の総数を、Mはスペクトルを計算する際のずらし数を、 $F \cdot D$ はその結果に対する自由度を示し、またNは資料の中に含まれるSand Wavesの数を、 $\bar{L}$ はその平均波

表-2 統計的諸量

長を、 L' はスペクトルに現われる卓越波長を示し、 σ は全資料の平均値が0となるように変換した場合の標準偏差を示す。

	N	M	F.D	N'	$\bar{L}(\text{cm})$	$\bar{L}'(\text{cm})$	$\sigma(\text{cm})$
A-1	907	90	19	50	93	90	1.59
A-2	824	82	19	63	70	90	0.98
A-4	698	69	19	-	-	98	0.44
A-5	800	80	19	43	89	93	1.50

1) 自己相関係数およびパワースペクトル

図-1および2に結果の一例として実験 A-5 の自己相関係数とパワースペクトルを示す。スペクトルの計算はTukeyの方法²⁾によって行ない、計算には京大電子計算機2号(KDC-II)を用いた。なお計算の際のwindowとしてはhunningを用いた。

最近、C.F. Nordin & J. H. Algart は Dunes の領域における Sand Waves のスペクトル解析についての研究³⁾を発表し、図-1, 2と同様の形の自己相関係数およびパワースペクトルを得ている。そしてこれを二次のマルコフ過程であるとしてモ

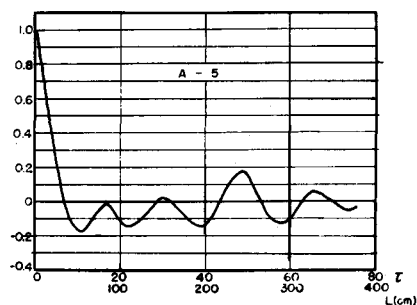


図-1 A-5の自己相関係数

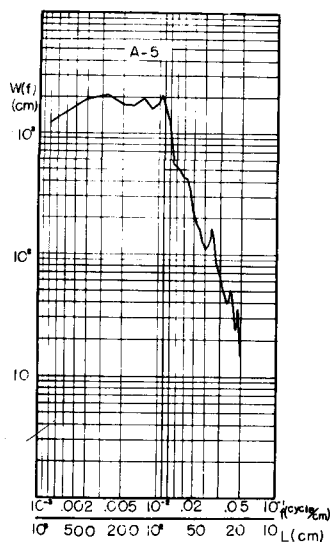


図-2 A-5のパワースペクトル

デルを考えて解析している。しかし、図-1に見られるように周期成分はわずかに減衰しているが、減衰係数は小さく、かなり顕著な周期性が認められる。又海洋における海流のような大規模な渦についてのR. V. Ozmidovの研究⁴⁾では、このような小さい減衰係数を有する周期成分を持つ相関関数に対して、次式で示すような形を仮定し、エネルギー分布に関するKolmogorovの $-5/3$ 乗則を適

$$R(\tau) = Ae^{-\alpha\tau} \cos \beta\tau + r(\tau) \quad (1)$$

用して、係数 A 、 α 、 β を決めている。ここに $r(\tau)$ はrandom成分に対する相関関数である。これは現象を周期成分とrandom成分とに分離して考えようとするもので、きわめて興味あるものである。しかし、著者らの場合図-2に見られるように、高周波部分ではスペクトルは f^{-3} 則とも云うべき形をしており、又流量が増加するにつれて、相関係数の形はさらに複雑になり、(1)式のように現象を二つの成分に分離することには成功しなかった。

図-2に見られる今一つの顕著な特長は $L=93\text{cm}$ のピークを境に、左右の様子が著しく異なることである。これは他のAの実験ケースについても全く同様のことが得られており、またNordinらの結果にも同様のものが見られる。これはRipplesのスペクトル¹⁾において鋭いピークが得られていたことと対比すると興味深く、Dunesの場合は卓越したピークがぼけることは、それだけrandom性の強いことを意味するものと考えられる。このように各regimeでのスペクトルを調べることにより領域区分についての定量的な評価をなす可能性があるものと思われるが、現在ではこれについて明確な結論を得るまでには至っていない。表-2に見られるようにAの各ケース共、卓越波長は90cm前後でほぼ等しいが、これも水路巾などによって、そのscaleが規定されるものかどうかは更に巾の変化した場合の資料を集積してみなければ明らかでない。

ii) 伝播速度

実験A-1の場合の波長スペクトルを図-3に、また周期スペクトルを図-4に示す。この場合計算の自由度が19であるため、有意性に関するTukeyの検討⁵⁾により、各ピークが95%の信頼度で有意であるためには、山と谷の値の比が2.2以上でなければならない。

RipplesやDunesのようにcrestを通過する流砂はほとんど全てその前面に堆積する場合の伝播速度は波高を H とすると次式によって与えられる。

$$\omega = q_B / H \quad (2)$$

また波長 L と周期 T の比 L/T は一種のSand Waveの伝播

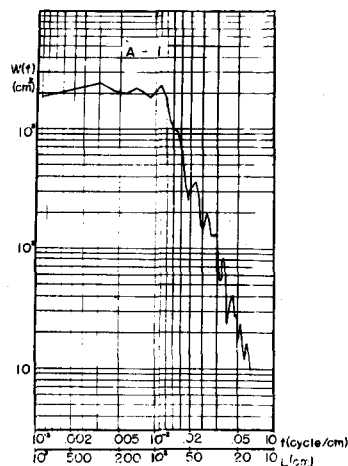


図-3 A-1の距離スペクトル

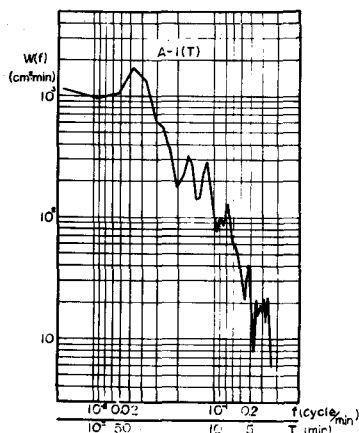


図-4 A-1の時間スペクトル

速度を与えるものと思われる。いま図-3, 4において読み取られる, 長越波長90 cm, 卓越周期4.7分という値を用い, 波高は平均波高Hを用いて(2)式から q_B を計算すると, 計算値と実際の流砂量とは5%しか相違しない。そこでこの両者は完全に対応しているものとする。その他は図-3, 4において有意と見られる各ピークの現われる間隔がほぼ等しいことから, これらの各ピークがそれぞれ相対応しているものとして, その値を読み取り, これを両対数上にプロットしたものが図-5である。 L と T は両対数上で直線的な関係にあり, 実験式として次式を得る。

$$L = 3.65 T^{1.5} \quad (3)$$

上式を伝播速度 ω について書き直すと, 一般に C を常数として,

$$\omega = C L^{-1/2} \quad (4)$$

となる。これはSand Wavesの伝播速度はそのscaleによって異なることを示すものである。実際, 水路内では大きなSand Waveの後に発生した小さいものの方が伝播速度が大きく, 両者はやがて一つに合体するという現象が観察される。また統計的に各種のscaleのものが混在していることから, 一度合体したものから又小規模なものが分離しなければならない。(4)式はこのように発生と消滅を繰り返しながら伝播して行くSand Wavesの機構をよく説明しており, 極めて興味深い。

Ⅲ) 波長および波高の分布

いま波長を測定値を連ねる線が平均値を横切る点の間隔と定義し, また波高を上流側の山とそのすぐ隣の谷との高低差と定義して, 実験AおよびCの場合の波長および波高の分布を調べ, これを累加百分率の形で示したものが図-6と7である。これらの図では波長および波高はそれぞれ平均値で割って無次元化してある。資料の数が少ないために十分とは云えないが, 図に見られるように両者ともLayleigh分布にかなり良く一致している。したがって λ および η の確率密度関係はそれぞれ次のように与えられる。

$$P(\lambda) = \frac{\pi}{2} \lambda \exp\left(-\frac{\pi}{4} \lambda^2\right) \quad (5)$$

$$P(\eta) = \frac{\pi}{2} \eta \exp\left(-\frac{\pi}{4} \eta^2\right) \quad (6)$$

(6)式を用いて, 波高が m より大きいものの平均値は次式で与えられる。

$$\eta_m = \frac{\int_m^\infty \eta \cdot p(\eta) d\eta}{\int_m^\infty p(\eta) d\eta} \quad (7)$$

例えば, 波浪での有義波高に相当する $\eta_{1/3}$ は(7)式の分母を $1/3$ と置くことによって求められ, $\eta_{1/3} = 1.597$ となる。この値は実測の

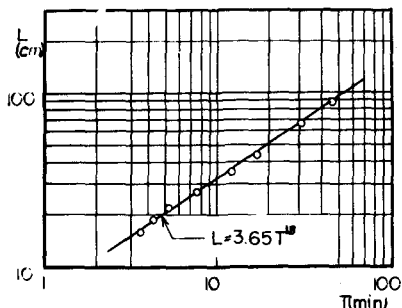


図-5 L と T との関係

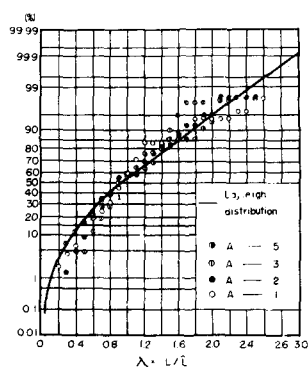


図-6 波長の累加分布

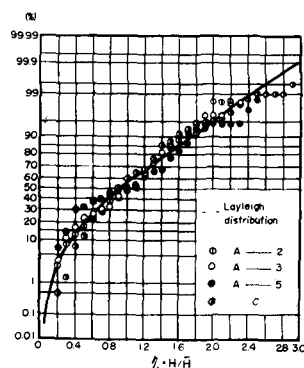


図-7 波高の累加分布

平均値 1.61 および波浪での値 1.57 と良く一致している。

しかし、Ripples のような規則的なものは当然このような分布はしないものと考えられるから、以上のことは Dunes の特長の一つであると思われる。波高や波長が Layleigh 分布することは波浪の場合にはすでに Longuett-Higgins⁶⁾らによって認められている。このように Dune は海洋の波浪と多くの類似点を有する。

図-8 に $H_{1/3}$ と σ の関係が示してある。両者の間には Nordin らが指摘したように次の関係があることが分る。

$$H_{1/3} = 3 \sigma \tag{8}$$

前の $\gamma_{1/3}$ の値と(8)式より平均波高 $\bar{H}$ は、

$$\bar{H} = 1.88 \sigma \tag{9}$$

となる。これは以前に $\bar{H} = 2 \sigma$ としたものとほぼ一致している。

IV) 相当粗度

前述のように、標準偏差 σ は波高に関する成分をよく代表していることが分る。また普通用いられる 10 m 程度の実験水路では、資料の数の少ないことから波高 H については統計的に信頼度の高い資料を得ることは難しいが、それに比べ σ はかなりの信頼度で求めることができる。これは前述の継ぎ足しの影響を調べる際にも確かめられている。

以上のことから、 σ と次式で求められる相当粗度 k_s との関係を調べたものが図-9 である。

$$\frac{U}{U_{*c}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \tag{10}$$

ここに R は径深、 U_{*c} は径深に対する摩擦速度である。もちろん、水流に対する Sand Waves の抵抗は波高だけでなく、その spacing および流線が剥離するか否かという点でその形状などに密接に関係するはずであるから、 σ だけで表示できるものではないが、図-9 に見られるように、Dunes の資料に関する限り、 k_s は σ でかなり良く表示できるようである。

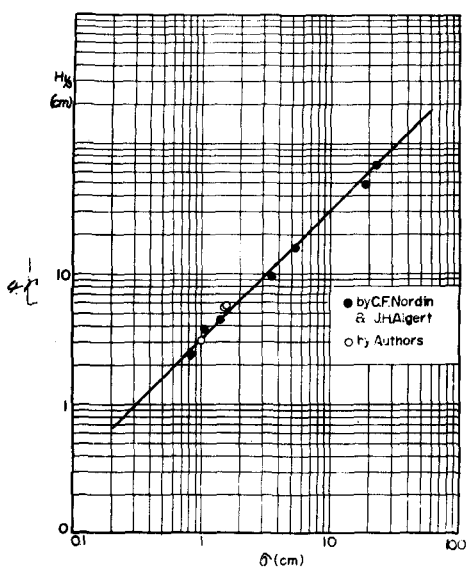


図-8 $H_{1/3}$ と σ の関係

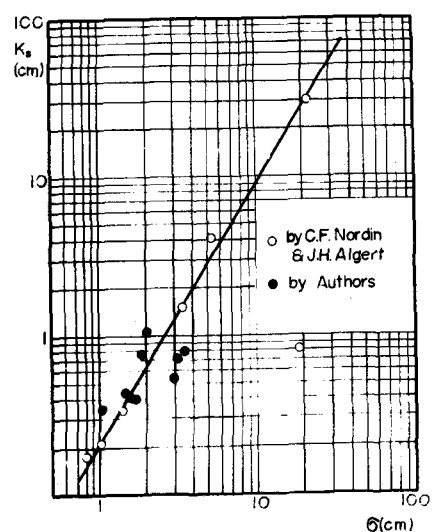


図-9 k_s と σ の関係

4. む す び

以上本研究は Sand Waves のスペクトル特性に関する研究の第一段階として、実験的に若干の検討を行ない二・三の興味ある結果を得た。以下にそれらを要約して示す。

(1) Ripples でのスペクトルは鋭いピークを有するが、Dunesでのそれはピークがぼけて比較的フラットの形をするようになる。これはそれだけ Dunes が random 性に富むことを示している。このように各領域でのスペクトルを調べることにより、従来定量的にあまり明確でなかった領域区分について、定量的な評価を与える可能性を示すものと思われるが、今後に残された問題は多い。

(2) Sand Waves の伝播速度はその scale によって異なり、 ω は波長 L の $-\frac{1}{2}$ 乗に比例する。これは Sand Waves が発生と消滅を繰り返しながら伝播して行く機構をよく説明しており興味深い。

(3) Dunes の波長と波高は共に近似的に Layleigh 分布をする。

(4) Sand Waves における有義波高は $H\frac{1}{3} = 3\sigma$ の関係があり、また平均波高は $F = 1.88\sigma$ の関係にある。このように標準偏差 σ は波高の成分をよく代表する。

(5) Dunes は海洋での波浪と多くの類似点を有する。

(6) Dunes に関する限り、相当粗度 k_s と σ は両対数紙上でほぼ直線的な関係にある。

以上のように Sand Waves についてのスペクトル特性を調べることにより、種々の性質が明らかとなる。しかしこれらのものと水理量との結びつきなど、今後に残された問題は多いが、これらを一ずつ解決して行くことにより現象の全ぼうを明らかにすることができるのではないかと考えている。

なお本研究はその一部に昭和41年度文部省科学研究費（各個研究）の補助を受けたことを附記して関係各位に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 矢野勝正・芦田和男・田中祐一郎：砂漣に関する実験的研究（第一報），京大防災研究所年報，第8号，昭和40年3月
芦田和男・田中祐一郎：砂漣に関する実験的研究(2)，京大防災研究所年報，第9号，昭和41年3月
- 2) R. B. Blackman & J. W. Tukey: The measurement of power spectra, Dover Publications Inc.
- 3) C. F. Nordin & J. H. Alpert: Spectral analysis of sand waves, Proceedings of A.S.C.E., HY-5, 1966.
- 4) R. V. Ozmidov: Energy distribution between oceanic motions of different scales, Izv. Atmospheric and Oceanic Physics Science, Vol. 1, No. 4, 1965.
- 5) J. W. Tukey: The sampling theory of power spectrum estimate, Symposium on Application of Autocorrelation Analysis to Physical Problems, Wood Hole, Massachusetts, 1949.
- 6) M. S. Longuet-Higgins: On the statistical distribution of the heights of sea waves, Jour. Mar. Res., Vol. 11, No. 3, 1952.