

掃流砂の運動機構と流砂量

東京大学工学部 正 会 員 嶋 祐 之

東京大学大学院 学生会員 早 川 典 生

1. まえがき

この研究は、実験室における浅い滑面開水路流れに、比較的粗い砂を堆積を許さない限界量まで供給し、写真撮影により砂粒子の平均運動を観測し、流砂量について考察したものである。

掃流形式によって輸送される砂粒子の運動は、理論的な取り扱いがきわめて困難であって、Kalinske のきわめて簡単な解析とか、Einstein による抽象化されたモデルによって従来取り扱われてきた。近年、S.Yalin¹⁾ によりモデル化された形で跳躍する粒子の運動が解かれ、その後、北海道大学の岸博士、福岡氏により砂粒子のミクロな動きの研究が進められている。ここでは、砂粒子の平均速度と動いている粒子数を観測し、掃流砂量を検討しようとするものである。

滑面開水路流れにおける掃流砂量と抵抗法則は、すでに石原博士ら²⁾の詳細な実験が報告されており、最近ではスイスの Pedrolì³⁾のきわめて大きな粒径(1.1mm~11.1mm)の砂による実験報告等がある。石原博士らは滑面用水路流れにおける流砂量は、移動床流れよりも一般に大きいこと、そのはずれ方は、粒径の大きいほど、勾配の緩やかなほど大きいことを示した。本研究では、その現象を考察しようとするものである。

2. 実験装置および実験の概要

実験は幅 30 cm、長さ 1.2 m のラワン材可変勾配水路で行なわれた。上流端に電磁励振型給砂装置を設置し、流れに砂を供給した。使用した砂は A 砂、B 砂、C 砂の 3 種であり、平均粒径はおおの $d_{m_A} = 0.556 \text{ mm}$, $d_{m_B} = 0.835 \text{ mm}$, $d_{m_C} = 2.395 \text{ mm}$ である。その粒度加積曲線は図-1 のようであって、一様に近い分布を有している。

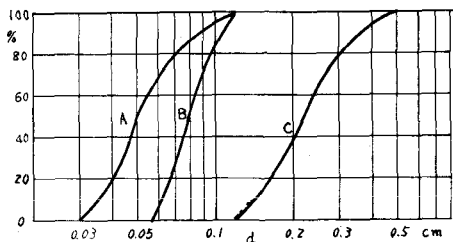


図-1 粒度加積曲線

実験は、水路勾配を $S = 1/50, 1/100, 1/200, 1/400$ の 4 種、流量を最大 7 l/s 程度まで、3~4 通り変えて合計 32 例行なわれた。測定は水深、流量、流砂量について行なわれた。B 砂、C 砂においては砂粒子追跡測定として水路上部から写真撮影を実施し、可能な限り、砂粒子平均速度の肉眼による実測を行ない、さらに砂粒子平均速度の測定と、粒子の流況観察のため、8mm film の高速度撮影 (64コマ/sec) を実施した。

3. 砂粒子速度と砂粒子数

(1) 粒子速度： 掃流砂粒子の運動形式には大きく分けて、滑動または転動と、跳躍の 2 種類あるとされている。粗面では転動と跳躍の区別は観察しにくい、滑面水路では、転動を観察することができる。滑面水路における砂粒子の運動は、転動と跳躍が混在しており、肉眼による観察だけではどちらの運動形式が支配的であるかを判定するのは困難である。さらに、ある地点に存在する粒子が、どちらの運動形式をとるかは一つの偶然場に支配される。すなわち注意深く観察して見れば、ある瞬

間に流下方向に帯状の乱れた小部分が発生して、粒子は激しくまき上げられ、つぎの瞬間には帯状の乱れた部分は隣の地域に去って、旧地域では粒子は静かに移動しているかのように見える。したがって肉眼による判定は著しく信頼性を欠いている。

図-2は行なわれたすべての実験結果を限界掃流力を与える図にplotしたものである。この図より、最も粗いC砂については、岩垣博士の限界掃流力の曲線よりはるか下、土屋博士の与えた滑面水路床の下流端における洗掘限界よりも小さい掃流力で動いている。滑面水路の流れに供給された砂粒子の移動開始時の掃流力は報告された例が少ない。Maione³⁾がPedroliの多くの実験を解析して得た流砂量0を示すせん断力を、 τ_{*c} に換算すると $\tau_{*c}=0.0076$ である。ただし適用範囲は $d > 1 \text{ mm}$ である。

岩垣博士⁴⁾、土屋博士⁵⁾の解析は、とも
に転動開始の条件を示しているかのようであり、その意味でも τ_{*c} の小さい値に対しては粒子の大部分は転動の運動形式をとり、さらに τ_{*c} が大きくなった時に跳躍が大勢を決定するものと思われる。

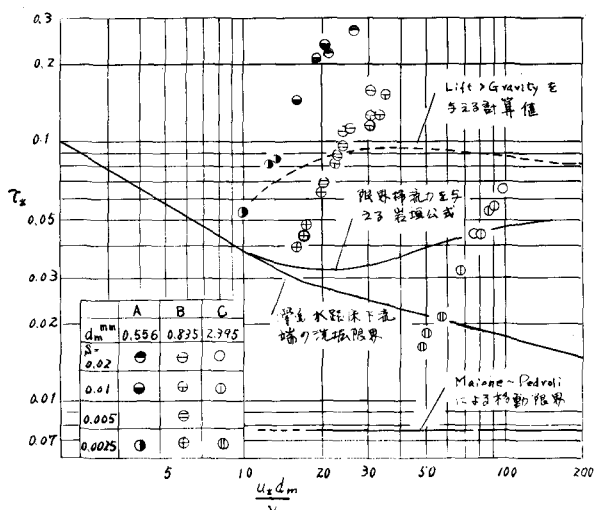


図-2 $\tau_{*} - U_{*} \quad dm / \nu$

図-3は、高速度撮影によって観測された砂粒子の速度の頻度分布の一例である。測定される粒子の選び方は、まったく任意であったので、分布の型を特に意義づけるわけにはいかないが、相当にバラついているのが認められる。

つぎに粒子の平均速度を考える。転動する粒子について、粒子を球と考え、乱れ成分を無視すると、流体抵抗 D は

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D (U_1 - U_g)^2 \frac{\pi}{4} d^2$$

$$C_D = C_D \left(\frac{U_1 - U_g}{\nu} d \right) \quad (1)$$

ここで、 U_g は粒子の速度、 U_1 は代表流速である。Pedroliは U_1 として $0 < y < d$ の平均流速を用いたが、岩垣博士、土屋博士はshear flowにおける流体抵抗のとりあつかい方が明らかでないとして、 $U_1 = U (y = d)$ とした。ここでは後者の考え方とすることにする。

$U_* d / \nu > 6.83$ の時、力のつりあいより

$$\frac{1}{2} \rho C_D (U_1 - U_g)^2 \frac{\pi}{4} d^2 = (\delta - \rho) g \frac{\pi}{6} d^3 \tan \varphi. \quad (2)$$

ただし、 $\tan \varphi$ は転動の摩擦係数とする。これより、

$$U_1 - U_g = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{1}{C_D} \{ (\delta / \rho) - 1 \} g d \tan \varphi} \quad (3)$$

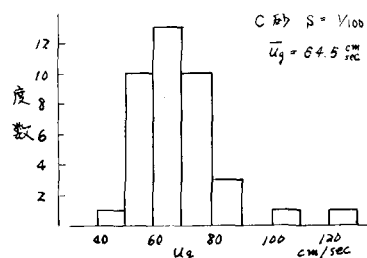


図-3 粒子速度頻度分布

この式の右边は、 $U_g=0$ の時の U_1 の値であり、粒子の移動限界流速である ($\tan \phi$ がここでは転動の摩擦係数なので、移動開始時の流速とは異なるように思われる)。この値を U_c とおくと、

$$U_g=U_1-U_c \tag{4}$$

この式はKalinske が掃流砂公式を導いたものと同形である。しかし彼の与えた乱れの強さ $\delta/U_1=0.25$ は大き過ぎるし、現在一般に認められている $\delta/U_1 \cong 0.10$ (たとえば日野博士⁶⁾, 1963 年京大の報告⁷⁾ など) 程度では、式(4)を平均流に対して成り立っていると考えてよい。

流速分布として滑面の対数法則を与えると、

$$\frac{U}{U_*}=5.50+5.75 \log \frac{U_* y}{\nu} \tag{5}$$

よって

$$\frac{\overline{U}_g}{U_*}=5.5+5.75 \log \frac{U_* d}{\nu_*}-\frac{U_{*c}}{U_*}\left\{5.5+5.75 \log \frac{U_{*c} d}{\nu}\right\} \tag{6}$$

砂粒子が転動を続けるならば、その平均速度は、式(6)で与えられるであろう。また跳躍をなすようであるなら

$$\frac{\overline{U}_g}{U_*}>5.5+5.75 \log \frac{U_* d}{\nu} \tag{7}$$

の値をとるだろう。跳躍する粒子の速度はここでは扱わない。式(6)について以下に調べるが、対数則(5)はこういった流れでは底付近で特に変わることが、石原博士らによって指摘されている。その点は考慮されていないから、式(6)はきわめて粗い近似であることを念頭におくべきである。

$U_* d / \nu < 6.83$ の時、粒子はいわゆる層流底層中に埋没するが、最近では底層の中は層流ではなく強い乱れが存在することがわかっている。したがってこの時、粒子はただちに乱れによってまきあげられてしまうであろう。ここでは、このように細かい粒子に関しては扱わない。

図-4 には砂粒子平均速度が砂粒の Re 数に対して、plot されている。算定は写真で算えた砂粒子数に、実測した一個あたりの重量を乗じた値で、供給流砂量を除いたものとした。この方法によれば比較的簡単に平均速度を求めることができる。欠点としては断面内の粒子の散らばりを考慮していないこと、速度の分布は分らないこと、などである。

現在までに得られたデータは少ないが、それでも図-4 により若干の考察を加えられる。図中の実線は、式(6)を $U_{*c} d / \nu$ をパラメーターとして描いてある。

○砂については、 $U_{*c} d / \nu=30$ の曲線によくのっている。すなわち○砂は全実験を通して、転動していたのである。パラメーターの値については、図-2 において、 $U_{*c} d / \nu=30$ の線と、○砂の点群を連ねた直線との交点を探せば、Maione-Pedroli の移動限界によく一致する。このことから○砂のデータに関する限り、① Maione-Pedroli の移動限界は、その適用範囲内で ($d>1.1 \text{ mm}$) 妥当なものであること、② 移動する粒子速度は式(6)で表わしうる、ことが言えそうである。もちろんさらに実験データを数多くそろえなければ、以上の見解を簡単に承認するわけにはいかないだろう。

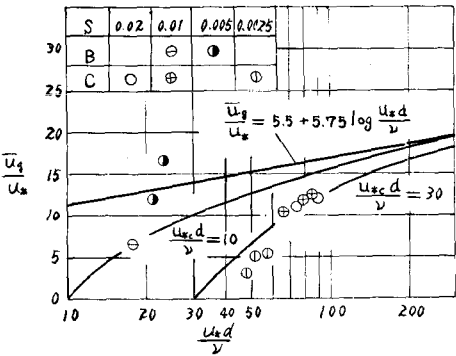


図-4 粒子平均速度

B砂についてはデータが3個しかないのですが、これによって確かなことは何もいえない。もしこの3個のデータが正しいものであるとすると、1個は式(7)の条件を満たして完全に跳躍が支配的な運動形式である。このことから多くの実験値をとれば、実験的に跳躍限界を知ることができるものと思われる。ここではさらに参考として、跳躍限界の理論的取り扱いについて一言触れておきたい。すでに述べたように転動から跳躍への遷移は連続的なものと思われるので、その限界を一般に定義づけるのは困難である。したがって式(7)は、跳躍限界の一つの解釈と見なされる。理論的な解釈としては、例えば、土屋博士と同じような取り扱いをして、揚力が重力に打ち克った時を跳躍限界とすると一応の計算ができる。図-2の破線はその計算結果である(ただし、乱れの強さ一定、底層の影響無視という若干の計算上の簡略化を施した)。B砂の跳躍限界と見られる値 $U_*cd/\nu = 22$ は図-2の破線とよく一致する。この跳躍限界は将来さらに明らかにするつもりである。

(2) 動いている粒子数： 単位面積当り掃流されている砂粒子数も、観測された例は少ない。S・Yalin は粗面水路に対して、次元解析的な考察の下に次式を導いた。

$$P \propto \frac{\tau_* - \tau_{*cr}}{\tau_{*cr}} = \frac{\tau_*}{\tau_{*cr}} - 1 \quad (8)$$

ここで P は、水路床の単位面積当りの粒子の占める部分の面積であり、粒子の水路床単位面積当りの個数を N_g とすると、 $P = \frac{\pi}{4} d^2 N_g$ で与えられる無次元量である。本節では写真撮影による実測値からこの関数形を検討しようとするものである。

図-5は測定用の写真の一例である。左岸側壁がガラス板なので照明灯をあてている。写真上の白線は測定用に引いた10cm間隔の線である。

図-5の実験より観測された2cmごとの横断方向粒子数分布は図-6のようである。観測の方法は同地点の3枚のフィルムの流下方向30cm当りに存在する粒子数を算えた。図で左岸に粒子の数が少ないのは、右岸より平均2mm程度水路底が高くなっているからである。普通によくいわれるように、側壁付近では流砂量は著しく少ない。その原因は粒子速度よりは、粒子数分布のひずみにあるようである。

これらのデータから得た P と τ_* を plot したのが図-7である。図から式(8)で表わされる直線関係は存在するようであるが、比例定数は砂によって異なりそうである。すなわち、式(8)の比例定数にさらに他の無次元量の影響を考えねばならないであろう。ここでは実験データの不足のため、これ以上の追求はしない。

左岸 右岸

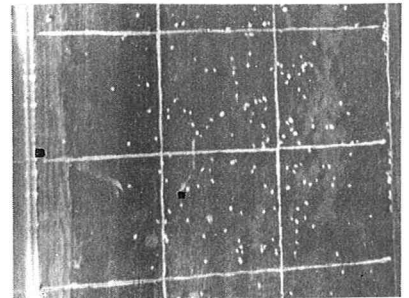


図-5 測定写真

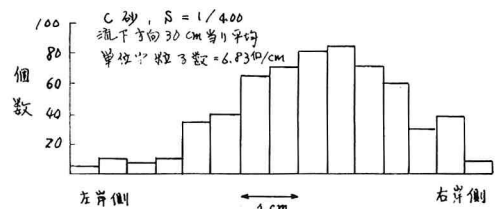


図-6 横断方向粒子数分布

Kalinske は、掃流砂関数を導く際に $P = 0.35$ と与えたが、図-7 によれば、われわれの実験にはあまりにも過大な値である。

4. 流砂量

供給する流砂量を測定して得た値から計算した無次元化した掃流砂量 q_{B*} と、無次元化した掃流の $\tau_* = U_*^2 / \{(\delta/\rho) - 1\} g d_m$ とを plot したのが図-8 である。図-8 には石原博士ら³⁾の場合と同様に

$$\text{Kalinske 公式} \quad q_{B*} = 7.3 P \theta (\tau_c / \tau \theta) \quad (9)$$

$$\text{および Brown 公式} \quad q_{B*} = 10 \tau_*^2 \quad (10)$$

を与えた。

図-8 の結果は、石原博士らの実験結果とよく合致している。すなわち石原博士らによれば、粒径が大きいほど勾配が小さい (U_* が小さい) ほど、移動床流砂量より大きな流砂量を得る。粒径の小さい、勾配の大きい流れでは移動床の場合とよく一致する。以上のことは本実験でも同様である。

滑面水路の流れにおける流砂量が、粗面または移動床水路と比べて大きな値を示す、最大の原因は、滑面では摩擦が少なく、したがって限界掃流力が著しく小さいことである。そして与えられた τ_* に対して滑面の場合の方が流砂量が大きく出るのであるがその差異は前述した通り、粒径の大きなものほど、勾配の緩やかなものほどすなわち τ_* の小さいほど、大きい。このことは掃流量のうちでも転動する粒子が最も増えているのではないと思われる。一般に転動砂、跳躍砂、浮遊砂のうち、この順で摩擦の影響が減じ、乱れの影響が大きくなる、と直観的に考えられる。一方で滑面水路の流れと粗面水路の流れで乱れの内部構造に本質的に大きな差異があるとは考えられない。したがって滑面になったことで最も影響を受けるのは転動砂であろうと考えられる。

上述した推定は本実験によっても間接的に裏付けを得ることができる。図-8 によれば、移動床流れと最もはずれる傾向を示すのは C 砂であるが、図-4 から、C 砂の実験は転動の傾向を示している。

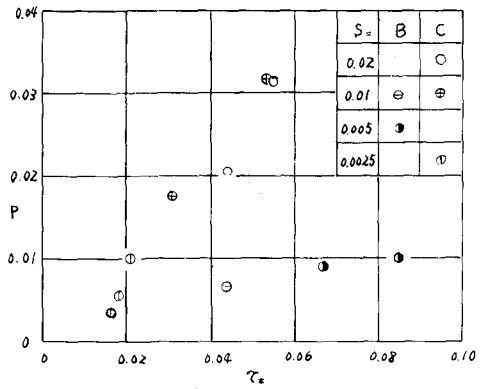


図-7 粒子密度

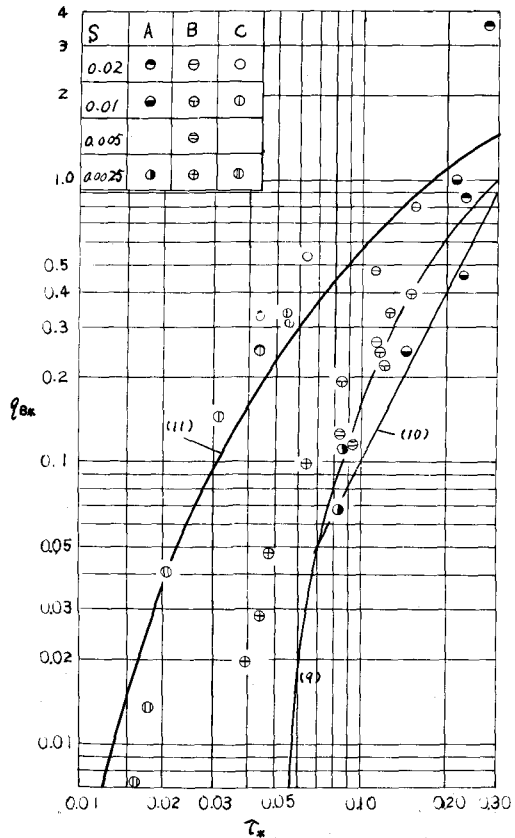


図-8 掃流砂量

比較的豊富なデータの得られているC砂について流砂量公式を作ってみよう。砂粒子の平均速度は式(6)で表わされたものとする。限界を示す $U_{*c} dm/\nu$ は、図-4から30とし、図-2から τ_{*c} は、Maione-Pedroliの値に一致して、 $\tau_{*c}=0.0076$ とする。この τ_{*c} を用いて P の実験曲線を図-4からつぎのように得る。 $P=0.67(\tau_*-\tau_{*c})$

$q_B=(2/3)PdU_g$ であるから、

$$q_{B*}=0.444(\tau_*-0.0076)\left\{5.5+5.75\log\frac{U_*dm}{\nu}-420\left(\frac{U_*dm}{\nu}\right)^{-1}\right\} \quad (11)$$

式(11)は図-8に与えられている。もちろん、この式は一般的な流砂量を与えるものでは決していない。この方法で一般的な公式を見出すためには、 P の一般的な形の決定と、 $\bar{U}_g$ をさらに調べる必要があるであろう。

5. あとがき

U_* の比較的小さい滑面固定床開水路について、平均粒子速度と平均粒子密度を測定し、粒子の運動形式について考察した。この時の流砂量は石原博士らの指摘されたように τ_* の小さいところで大きいことを示した。

測定法は、多数粒子を同時に解析できる点で優れているが、まだ改善の余地がある。この測定法では大流砂量の実験は困難であると思われる。

理論的考察は非常に primitive なものであって、たとえば転動する粒子の速度が、式(6)で表わされるというのも疑点はある。

この実験は現在継続中であり、データを数多くそろえることによりさらに問題を追求して発表したいと考えている。

実験、計算にご協力をいただいた本学学生川出淳平君に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Yalin, S. : An Expression for Bed Load Transportation, Proc. A S C E, Vol.89, HY3, May 1963
- 2) Ishihara, T., Iwagaki, Y., and Sueishi, T. : On the effect of bed-load movement in thin sheet flow, Proc. 3rd Japan National Congress for Applied Mechanics 1953, 265~269 (1954)
- 3) Maione, U. : Trasporto di materiale solido in canali a fondo fisso e liscio, L' Energia Elettrica, N.11, 1964
- 4) 岩垣雄一： 限界掃流力に関する基礎的研究，土木学会論文集41号，昭31.12
- 5) 土屋義人： 滑面水路床の下流端における洗掘限界，土木学会論文集80号，昭37.4
- 6) Hino, M. : The Structure and Diffusion Coefficient of Turbulent Shear Flows, Sept, 1961
- 7) 石原藤次郎・岩佐義朗・村本嘉明・今本博健： 乱れ計測に関する一手法について：才8回水理講演会講演集，1963