

貯水地堆砂量の推計についての試案

大阪大学工学部 正 会 員 室 田 明

大阪大学大学院 学生会員 端 野 道 夫

1. ま え が き 調整機能をもつ貯水池では堆砂による容量減少が問題となるが、その量的予測は従来、年平均値といった平均操作にもとづいて、二、三の経験式が提案されてきた。たとえば、地貌（起伏量・高度）と年間平均堆砂量との相関を地質等をParameterとして算出した経験式、あるいはさらに簡単に、単位流域面積当りの年間流出土砂量の概略値が各水系ごとに慣用されてきた。

しかし、特に北陸諸河川のような急流河川ではしばしば一回の大出水によって大量の堆砂が行なわれることから見ても、年平均量による連続した堆砂の進行といった考え方では、こうした偶発事象としての堆砂過程を正しく表現することができない。堆砂現象をあくまでも確率過程として取扱うべき手法が望ましい。

本論文では、以上のような見解にもとづき、堆砂の確率評価を行なうべく堆砂現象がMarkoff過程にあるものと仮定し、堆砂が全くない時（築造時）から満砂に至る過渡状態における推移確率（transition probability）、および十分な年月が経過した後、満砂状態の付近で増減する、いわゆる定常確率分布を求めて、各stageの生起確率を定める方法を提案する。

通常、こうした確率計算の過程においては連続条件のみが主要な現象規定として考慮されるのであるが、筆者等は、特にservice functionの設定に当って（非常に粗い近似ではあるが）、運動方程式をも導入しうるのではないかと考え、3・2項においてそのような試みを示す。貯水池内での堆砂の運動機構が解明されれば、近似の程度を更に前進せしめうるだろう。

2. Markoff 過程 ζ は 0, 1, 2, ..., k なる時系列の離散値をとる確率変量とする。任意の $t \geq 1$, $t \geq 2$ なる自然数, およびあらゆる可能な k の列, $a, b \cdots r, s$ に対して、次の関係が成り立つものとする。

$$P(\zeta_t = s \mid \{\zeta_{t-1} = r\} \cdot \bigcap \cdots \bigcap \{\zeta_1 = a\}) = P(\zeta_t = s \mid \zeta_{t-1} = r) \quad (1)$$

$$P(\zeta_t = s \mid \zeta_{t-1} = r) = P(\zeta'_t = s \mid \zeta'_{t-1} = r) \quad (2)$$

ここに $P(\zeta_t = s \mid \{\zeta_{t-1} = r\})$ は時刻 $(t-1)$ において $\zeta_{t-1} = r$ であるとき、単位時間後に $\zeta_t = s$ なる値をとる条件付確率の意味である。

式(1)および式(2)の二つの条件式を満足する確率過程を、Markoff 過程という。すなわち、式(1)で示されるように時刻 t における ζ_t の状態はすぐ前の時刻の状態にのみ関係し、しかも式(2)で示されるごとくこの関係は時刻 t による ないということがその特性である。これらの関係を書きなおせば、次のごとくである。

$$P_t(s) = \sum_{r=0}^k p_{rs} P_{t-1}(r) \quad \text{for } r=0, 1, \dots, k \quad (3)$$

ただし、 $P_t(s)$, $P_{t-1}(r)$: 時刻 t , $(t-1)$ においてそれぞれ、 $\zeta_t = s$, $\zeta_{t-1} = r$ なる値をとる確率

p_{rs} : 時刻 $(t-1)$ においては $\zeta_{t-1} = r$ であるとき、単位時間後に $\zeta_t = s$ となる推移確率式(3)中の推移確率の行列

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{0l} & \cdots & p_{0k} \\ p_{10} & & & \\ \vdots & & & \\ p_{k0} & & & p_{kk} \end{pmatrix} \quad (4)$$

を推移行列という。すなわち、式(8)は簡単に次のように表わされる。

$$P_t = P \cdot P_{t-1} \quad (5)$$

時刻 $(t-1)$ と $(t-2)$, …… , 時刻 1 と 0 との間にも式(5)が成立するから

$$P_t = P^t \cdot P_0 \quad (6)$$

すなわち、初期確率分布 P_0 、推移行列 P が与えられると時刻 t における確率分布 P_t が決まる。そして、どのような状態から出発しても何回かの後にはかならず他の任意の状態に到達しうる Markoff 過程をエルゴード的であるというが、このような過程においては t が十分経過したのちには、 P_t は初期確率分布 P_0 に関係せずに、定常確率分布 P に収束することがわかっている。この P は

$$P = p \cdot p \quad (7)$$

を解けばよいことが証明されている。

3. 堆砂量への応用 出水時の堆砂変動は出水前の堆砂面状態（堆砂面勾配、堆砂組成）で規定されるものと仮定し、堆砂現象が Markoff 過程にのせうるものとする。なおこのときの単位時間は年間の周期（季節）変動をさけるため慣例のごとく 1 年とする。

推移行列 P すなわち推移確率 p_{ij} を決定すれば、過渡状態の推移行列 P^t 、さらには定常状態の定常確率分布 P を求めることができる。

さて、 P を決定するための準備として、まず貯水池への流入土砂量を確率処理し、つづいて流出に関する Service function を設定する。

3.1 流入土砂量 貯水池への流入土砂量は、連続条件からして、山腹崩壊（あるいは側岸浸蝕）などによる生産土砂量から（溪間および河道）、貯留量を差し引いたものである。そこでまず山腹崩壊量を確率評価し、この山腹崩壊量より溪間貯留量を減じた、いわゆる実質崩壊生産量と、Einstein 公式などより得られる流送可能土砂量を比較検討し、貯水池に到達する流入土砂量を確率的に推算する。この推算過程では、実際問題としてきわめて困難な課題が多く、今後の研究に待たねばならない。

貯水池への流入土砂量が、主として山腹崩壊量で規定される急流河川において、その山腹崩壊の主たる原因が豪雨によると仮定すれば、年最大降雨量の確率分布がほぼ対数正規分布をとることから考えて、流入土砂量の分布も（その原因である雨の分布と同じく）対数正規的であるとされる。

いま流入土砂量 g_t を次のように対数正規化しうるものとする。

$$\xi_r = k \cdot \log g_r, \\ k = 1 / \{ \sqrt{2} \operatorname{str}(\log g_r) \}, \quad \operatorname{str}(\log g_r) = \left[\sum_{i=1}^N \{ \log g_i - \log g_0 \}^2 / N \right]^{1/2}$$

$$\xi_0 = k \log g_0 = k \sum_{i=1}^N (\log g_i) / N, \delta = str(\xi) = k str(\log g_i) = k \sigma_0$$

さて、輸送現象といった連続的な現象について Markoff Chain のおののについて推移確率を求めるためには、連続変数 g_i を不連続離散変数 G_i で表現し、かつ次のような関係をもたせねばならない。

$$b_r + (i + \frac{1}{2})a \leq g_i \leq b_r^+ + (i + \frac{1}{2})a \text{ のとき } G_i = b_r + ia \quad (8)$$

ただし、 i ; 整数、 b_i ; 流出土砂量で、 $g_r = b_r + (i + \frac{1}{2})a$, $g_i = b_i + (i - \frac{1}{2})a$ を満足する b_i の値を、それぞれ b_r^+ , b_r^- とする。 a ; 流入土砂量 G_r と流出土砂量 b_i との差を表わす単位量で、ここでは計算精度に応じて g_0 の何分の一といった形で与える。

ここに採用する不連続量 G_i の分布は連続量 g_i の分布と等価でなければならぬから、両者は統計的諸特性、すなわち平均値のまわりの r 次の積率が互いに等しくなければならない。しかし moment を求める計算はきわめて面倒なので別の近似法で求める。

すなわち、 $G_i = b_r + ia$ の a が十分小さい場合には、 G_i が式(8)なる値をとる確率 p_i は次のごとく表わすことができるものとする。

$$p_i = \int_{b_r + (i - \frac{1}{2})a}^{b_r^+ + (i + \frac{1}{2})a} \frac{1}{\sqrt{2\sigma_0}} e^{-\frac{(x - g_0)^2}{2\sigma_0^2}} dx = \int_{\frac{1}{k} \log \frac{b_r + (i - \frac{1}{2})a}{g_0}}^{\frac{1}{k} \log \frac{b_r^+ + (i + \frac{1}{2})a}{g_0}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi \left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r^+ + (i + \frac{1}{2})a}{g_0} \right) - \Phi \left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r + (i - \frac{1}{2})a}{g_0} \right) \quad (9)$$

$$\text{ただし } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

3.2 Service function 貯水池からの流出土砂量は、流入土砂量、堆砂貯留量、流量、排砂方式、流入および貯留土砂の粒度組成、などに関係があると思われる。

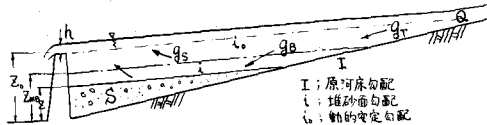


図-2 貯水池堆砂現象の model

いま出水時の土砂輸送が図-2のごとくであるとする。すなわち、流入流量 Q によって貯水池上流から土砂量 g_r が流入し、この流入土砂量 g_r は浮遊砂量 g_s と掃流砂量 g_B とよりなる。貯水池に入った土砂は貯水池内の浮遊砂を輸送する能力 M_S 、掃流砂を輸送する能力 M_B に応じて輸送される。流入土砂量が能力を上まわると堆積が起り、流入土砂量が能力よりも少ないときは、貯水池内堆砂面の洗掘が行なわれ、その洗掘されうる既存堆砂量は浮遊形式の S_{es} 、掃流形式の S_{es} とに分けうるものとする。そして貯水池内を輸送される土砂の何割かが dam 越流天端から下流へ排出される。この場合、考える単位時間として一年を取っているから、堆砂面はほぼ平行に変動し、堆砂面勾配は動的安定勾配にほぼ等しいものとする。図-2において z ; ダム位置での堆砂高、 z ; ダムの越流天端までの高さ、 Z_{mB} ; 掃流砂の越流流出が始まる深さ ($Z_{mB} \leq z_0$)、 h ; 流量 Q の越流水深、 S ; 堆砂量 ($= m S_{Fall}$)、である。

このような model によって流出土砂量 b に関し、次式がえられる。

$$\left. \begin{aligned} b_B &= Z_1(Z, h) \cdot g_B + Z_2(Z, h) \cdot (M_B - g_B) \\ b_S &= Z_3(Z, h) \cdot g_S + Z_4(Z, h) \cdot (M_S - g_S) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに添字 B , S はおのの掃流、浮遊を示し、 g ; 流入土砂量、 b ; 流出土砂量、 M ; 貯水池内での輸送能力、 $Z(z, h), \dots, Z_4(z, h)$; おのの z, h の関数で無次元の係数、である。

堆砂の流出機構についてほとんどわかっていない現在、関数 $Z_1 \dots Z_4$ を的確に定めるべき何等の根拠もない。が、ただ既往の堆砂資料によればダム直上流面では越流天端よりかなり低い位置に堆砂面があるのが一般的な傾向であることから想像して、貯水池内の掃流砂といえども越流面より低い堆砂面からでも（たとえば大規模渦動等によって）越流流出することが可能なように思われる。それで最も簡単に関数 $Z_1 \dots Z_4$ は次のようにおきうるものとする。

$$\left. \begin{aligned} Z \geq Z_{mB} \text{ のとき} \quad & \begin{aligned} Z_1(z_1, h) &= C_1 h / (z_0 + h - z), & Z_2(z_1, h) &= C_2 h / (z_0 + h - z) \\ Z_3(z_1, h) &= C_3 & Z_4(z_1, h) &= C_4 \end{aligned} \\ Z < Z_{mB} \text{ のとき} \quad & \begin{aligned} Z_1(z_1, h) &= Z_2(z_1, h) = 0 \\ Z_3(z_1, h) &= C_3 h / (z_{mB} + h - z) & Z_4(z, h) &= C_4 h / (z_{mB} + h - z) \end{aligned} \end{aligned} \right\} \begin{matrix} (11) \\ (12) \end{matrix}$$

ここに、 $C_1 \dots C_4$; 流入土砂、堆砂の粒度構成や貯水池内での掃流砂量が流出を始める限界の堆砂高 z_{mB} などによって決まる係数。

(A) $0 \leq S < m_B S_{Full}$ の場合

掃流砂が流出し始める堆砂量 $m_B S_{Full}$ よりも堆砂量が小さいときの流出部分は浮遊砂のみである。

i) $M_s - g_s \leq S_{es}$, すなわち浮遊砂輸送可能量 M_s が流入浮遊砂量 g_s と堆砂面から pick-up される浮遊砂量 S_{es} との和より大きくないとき

$$b_s = \{ C_3 h / (z_{mB} + h - z) \} \cdot g_s + \{ C_4 h / (Z_{mB} + h - z) \} M_s - g_s \quad (13)$$

ii) $M_s - g_s \geq S_{es}$ のとき

$$b_s = \{ C_3 h / (Z_{mB} + h - z) \} \cdot g_s + \{ C_4 h / (z_{mB} + h - z) \} \cdot S_{es} \quad (14)$$

(B) $m_B S_{Full} \leq S \leq S_{Full}$ の場合

このとき始めて流出土砂として掃流砂量に加わる。

B・1 浮遊砂に関して

i) $M_s - g_s \leq S_{es}$ のとき $b_s = C_3 g_s + C_4 (M_s - g_s)$ (15)

ii) $M_s - g_s \geq S_{es}$ のとき $b_s = C_3 g_s + C_4 S_{es}$ (16)

(以上浮遊砂については $M_s - g_s \leq 0$ の場合は考えないことにする。)

B・2 掃流砂に関して

i) $M_B - g_B \leq 0$, すなわち貯水池内の掃流砂輸送能力 M_B が流入掃流砂量 g_B より下まわるとき $b_B = \{ C_1 h / (z_0 + h - z) \} \cdot M_B$ (17)

ii) $0 \leq M_B - g_B \leq S_{eB}$ のとき $b_B = \{ C_1 h / (z_0 + h - z) \} \cdot g_B + \{ C_2 h / (z_0 + h - z) \} \cdot (M_B - g_B)$ (18)

iii) $S_{eB} \leq M_B - g_B$ $b_B = \{ C_1 h / (z_0 + h - z) \} \cdot g_B + \{ C_2 h / (z_0 + h - z) \} \cdot S_{eB}$ (19)

このようにして種々の Case での流出状態が規定されれば、最後に、目的の推移確率 p_{rs} は次のごとく求められる。

ある単位年のはじめの状態 $S_{t-1} = ra$ から、その年のおわりの状態 $S_t = sa$ に推移するとすれば、

$$\text{連続方程式} : S_t = S_{t-1} + G_t - b_t \quad (20)$$

$$\text{より} \quad G_t = b_t + (s - r)a, \text{ すなわち} \quad b_t^- + (s - r - 1/2)a \leq g_t \leq b_t^+ + (s - r + 1/2)a \quad (21)$$

ところが $S_{i-1} = ra$ から $S_i = sa$ に推移するときの Service function から g_T と b_T との関係式が一つ定まる。したがって、式(20)の $g_T = b_T + (s-r+\frac{1}{2})a$ とそのときの Service function より g_T^+ , b_T^+ , また $g_T = b_T + (s-r-\frac{1}{2})a$ とそのときの Service function とからは g_T^- , b_T^- が得られる。そうすれば式(9)より式(20)が起りうる確率 $P(s-r)$ は

$$P(s-r) = \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_T^+ + (s-r+\frac{1}{2})a}{g_0}\right) - \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_T^- + (s-r-\frac{1}{2})a}{g_0}\right) = \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{g_T^+}{g_0}\right) - \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{g_T^-}{g_0}\right) \quad (22)$$

である。結局、このときの推移確率 P_{rs} は $P(s-r)$ ということになる。

4. 数値例 以上の理論を黒部川中流部の小屋平貯水池に適用した数値計算を示す。

a. 流入土砂量 g_T 平均値 $g_0 = 316370 \text{ m}^3/\text{year}$, 標準偏差 $\sigma_0 = 0.3250$, $\xi_0 = 11,9668$, $\sigma = 0.7071$ であり, $\xi_T = k \log g_T$ の $k = 2.1757$ である。 $g_B : g_s = 8 : 2$ とする。また $G_T = b_T + ia$ において $a = 10^{-5} \cdot g_0$ とする。このとき G_T と g_T との平均値, 分散などの相対誤差は 1% よりはるかに小さい。

b. 貯水池内での掃流砂輸送能力 M_B 年間の土砂流入は, その年度のかなりの規模の出水によって行なわれるから, g_T と同じ生起確率をもつ, 年間の有効流量の合計したものを, 輸送能力に対応する流量と考えるべきである。しかし, この地点では年間の流量資料が不備のため, 次のように概略値を与えるにとどめる。掃流砂の平均粒径を 3.0 cm とし, 貯水池は長方形断面で, その幅は 60 m とする。粗度係数 $n = 0.05$, 原河床勾配 $I = \frac{1}{40}$ とすれば限界掃流量 $Q_c = 22 \text{ m}^3/\text{sec}$ となる。流量頻度曲線においてこの限界流量を越えた流量について, 頻度の重みをつけた平均値: $Q = 57.8 \text{ m}^3/\text{sec}$ を年間に集計した流出量を採用する。そうすれば, 掃流砂公式, たとえば, shields 公式によって,

$$M_B = 14,199,000 (30.24 - 30\sqrt{m}) \quad \text{m}^3/\text{year} \quad (23)$$

c. 浮遊砂輸送能力 M_s 流量頻度曲線の平均流量 $Q = 42.63 \text{ m}^3/\text{sec}$ の 1.5% に当る浮遊砂量が年間連続して輸送されうると仮定して,

$$M_s = 2,008,500 \quad \text{m}^3/\text{year} \quad (24)$$

d. 堆砂面洗掘量の内, 浮遊による部分 S_{es} , および掃流による部分 S_{eB} これは堆砂面積と粒度構成とに関係すると思われるが, いま

$$S_{es} = 175,000\sqrt{m}, \quad S_{eB} = 1,590,000\sqrt{m} \quad \text{m}^3/\text{year} \quad (25)$$

とおいて見る。なおこの際 $S_{es} : S_{eB} = 1 : 9$ とした。

e. Service function $mB = 0.6$ として

(A) $0 \leq S \leq 0.6 S_{Full}$ の場合

i) $g_s \geq 2,008,500 - 175,000\sqrt{m}$ のとき $C_3 = C_4 = Z/Z_{mB} = \sqrt{m}/mB$ ($m \leq 0.6$), と仮定して $b_s = C_4 h / (Z_{mB} + h - Z) = 19,447,000 \sqrt{m} / (23.99 - 30\sqrt{m})$ (26)

ii) $g_s \leq 2,008,500 - 175,000\sqrt{m}$ のとき

$$b_s = \{C_3 h / (Z_{mB} + h - Z)\} \cdot g_s + \{(C_4 h / (Z_{mB} + h - Z)) \cdot S_{es} = 0.968\sqrt{m} (g_s + 175,000\sqrt{m}) / (23.99 - 30\sqrt{m}) \quad (27)$$

(B) $0.6 S_{Full} \leq S \leq S_{Full}$ の場合

B-1 浮遊砂に関して $C_3 = C_4 = 1$ と仮定して

i) $g_s \geq 2,008,500 - 175,000\sqrt{m}$ のとき $b_s = C_3 g_s + C_4 (M_s - g_s) = 2,008,500$ (28)

ii) $g_s \leq 2,008,500 - 175,000\sqrt{m}$ のとき $b_s = C_3 g_s + C_4 S_{es} = g_s + 175,000\sqrt{m}$ (29)

B・2 掃流砂に関して, $C_3 \div C_4 = (Z - Z_{mB}) / (Z_0 - Z_{mB}) = (\sqrt{m} - \sqrt{m_B}) / (1 - \sqrt{m_B}) = 3.44$ と仮定して

i) $g_B \geq 14,199,000 \cdot (30.24 - 30\sqrt{m})$ のとき

$$b_B = \{C_1 h / (z_0 + h - Z)\} M_B = \{0.58(4.44\sqrt{m} - 3.44) / (30.58 - 30\sqrt{m})\} \times 14,199,000(30.24 - 30\sqrt{m}) \quad (30)$$

ii) $14,199,000(30.24 - 30\sqrt{m}) - 15,900,000\sqrt{m} \leq g_B \leq 14,199,000(30.24 - 30\sqrt{m})$ のとき

$$b_B = \{C_1 h / (z_0 + h - Z)\} \cdot g_B + \{C_2 h / (z_0 + h - Z)\} (M_B - g_B) = \{0.58(4.44\sqrt{m} - 3.44) / (30.58 - 30\sqrt{m})\} \times 14,199,000(30.24 - 30\sqrt{m}) \quad (31)$$

iii) $g_B \leq 14,199,000(30.24 - 30\sqrt{m}) - 15,900,000\sqrt{m}$ のとき

$$b_B = \{C_1 h / (z_0 + h - Z)\} \cdot g_B + \{C_4 h / (z_0 + h - Z)\} \cdot S_{eB} = \{0.58(4.44\sqrt{m} - 3.44) / (30.58 - 30\sqrt{m})\} (g_B + 15,900,000\sqrt{m}) \quad (32)$$

f 推移確率 堆砂量 $S (=m S_{Full})$ を表-1 ごとく 10 の状態に分け 表-1

ることにする。 $S_{Full} = 2,160,000 m^3 = 682,745 a$ とする。

いま, 一例として状態 $\zeta(0.725)$ から $\zeta(0.925)$ への推移確率を求めて

みる。 $\zeta(0.925)$ の領域は図-3 に示す通りである。したがって $\zeta(0.725)$

の代表値として $S = 0.725 \times S_{Full} = 494,990 a = 156,600$ とする。式(22)よりこのと

きの推移確率は, $r = 494,990$ として,

$$\begin{aligned} \sum_{s=614470}^{s=648607} p_{rs} &= \sum_{s=614470}^{s=648607} \left\{ \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r^+ + (s-r+\frac{1}{2})a}{g_0}\right) - \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r^- + (s-r-\frac{1}{2})a}{g_0}\right) \right\} \\ &= \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r^+ + 153,617.5a}{g_0}\right) - \Phi\left(\frac{k}{\sigma} \log \frac{b_r^- + 119,479.5a}{g_0}\right) \quad (33) \end{aligned}$$

ここに b_r^+ , b_r^- はそれぞれ

$$g_r = b_r + 153,617.5a, \quad g_r = b_r + 119,479.5a \quad (34)$$

を満足する b_r の値である。一方 Service function

は, 浮流砂に関して式(20), 掃流砂に関して式(22)である

として, $S = 494,990a$ と $S = 648,607.5a$ とに対する

Service function の中間的な関数

を採り, $b_r = 0.374g_r + 492,367$ (35)

$S = 494,990a$ と $S = 614,469.5a$ とに対

しては,

$$b_r = 0.304g_r + 350,477 \quad (36)$$

したがって b_r^+ , b_r^- はそれぞれ, 式(34)

の前式と式(35), 式(36)の後式と式(36)を連

立することによって得られる。これらの

値は Service function の条件を

満足している。よって, 式(22)より ζ

(0.725) より $\zeta(0.925)$ への推移確率

は, 0.0385 となる。

このようにして得られた推移行列

が表-2 である。そしてこの定常確

率は表-2 (i) の最右列のごとくであ

る。表-2 (ii), (iii) は前例において

それぞれ,

$$\begin{cases} S_{eB} = 795,000\sqrt{m} \\ S_{eB} = 87,500\sqrt{m} \end{cases} \quad \begin{cases} S_{eB} = 230,400\sqrt{m} \\ S_{eB} = 57,600\sqrt{m} \end{cases}$$

とし, 他は同様にして得たものである。

$m S_{Full}$	State
$0 \leq m < 0.60$	$\zeta(<0.60)$
$0.60 \leq m < 0.65$	$\zeta(0.625)$
$0.65 \leq m < 0.70$	$\zeta(0.675)$
$0.70 \leq m < 0.75$	$\zeta(0.725)$
$0.75 \leq m < 0.80$	$\zeta(0.775)$
$0.80 \leq m < 0.85$	$\zeta(0.825)$
$0.85 \leq m < 0.90$	$\zeta(0.875)$
$0.90 \leq m < 0.95$	$\zeta(0.925)$
$0.95 \leq m < 1.00$	$\zeta(0.975)$
$m = 1.00$	$\zeta(1.000)$

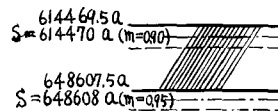


表-2 推移行列と定常確率

	$\zeta(<0.6)$	$\zeta(0.625)$	$\zeta(0.675)$	$\zeta(0.725)$	$\zeta(0.775)$	$\zeta(0.825)$	$\zeta(0.875)$	$\zeta(0.925)$	$\zeta(0.975)$	$\zeta(1.000)$	P
$\zeta(<0.6)$	.9195	.9801	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.625)$	.0265	.3196	.1376	.0012	.0006	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0248
$\zeta(0.675)$	.0175	.2480	.3282	.2486	.0214	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.1016
$\zeta(0.725)$	.0121	.1301	.2309	.3196	.3329	.1371	.0291	.0047	.4360	.0003	.2263
$\zeta(0.775)$	.0078	.0773	.1343	.1956	.2965	.3765	.3545	.4006	.3161	.0202	.2712
$\zeta(0.825)$	.0045	.0528	.0790	.1132	.1743	.2500	.3232	.3124	.1427	.0096	.1789
$\zeta(0.875)$	.0045	.0331	.0476	.0658	.0980	.1366	.1751	.1763	.0631	.0041	.0998
$\zeta(0.925)$	.0035	.022	.0232	.0365	.0648	.0725	.0869	.0821	.0268	.0014	.0538
$\zeta(0.975)$	.0020	.0098	.0129	.0182	.0217	.0262	.0298	.0247	.0058	.0001	.0202
$\zeta(1.000)$	.0001	.0002	.0003	.0003	.0004	.0010	.0003	.0002	.0003	.0000	.0006

	$\zeta(<0.6)$	$\zeta(0.625)$	$\zeta(0.675)$	$\zeta(0.725)$	$\zeta(0.775)$	$\zeta(0.825)$	$\zeta(0.875)$	$\zeta(0.925)$	$\zeta(0.975)$	$\zeta(1.000)$	P
$\zeta(<0.6)$	.9046	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.625)$	.0208	.1918	.0017	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.675)$	.0204	.3013	.3303	.0124	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.725)$	.0141	.2060	.3025	.2913	.0379	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0023
$\zeta(0.775)$	.0091	.1237	.1967	.2929	.3343	.1083	.0000	.0000	.0000	.0000	.0430
$\zeta(0.825)$	.0076	.0755	.1186	.1825	.2877	.3780	.2659	.0906	.1828	.5019	.2482
$\zeta(0.875)$	.0054	.0479	.0629	.1107	.1752	.2700	.3879	.4728	.5094	.1553	.3790
$\zeta(0.925)$	.0045	.0326	.0577	.0688	.0958	.1594	.2336	.2978	.2937	.0430	.2219
$\zeta(0.975)$	.0031	.0201	.0183	.0288	.0568	.0804	.1064	.1368	.0775	.0083	.1014
$\zeta(1.000)$	.0004	.0009	.0013	.0016	.0023	.0029	.0032	.0024	.0006	.0001	.0037

	$\zeta(<0.6)$	$\zeta(0.625)$	$\zeta(0.675)$	$\zeta(0.725)$	$\zeta(0.775)$	$\zeta(0.825)$	$\zeta(0.875)$	$\zeta(0.925)$	$\zeta(0.975)$	$\zeta(1.000)$	P
$\zeta(<0.6)$	.8987	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.625)$	.0322	.1148	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.675)$	.0214	.3022	.1305	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.725)$	.0147	.2270	.3091	.1582	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.775)$	.0095	.1406	.2247	.3188	.1859	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
$\zeta(0.825)$	.0085	.0846	.1421	.2228	.3273	.2375	.0046	.0000	.0000	.0001	.0001
$\zeta(0.875)$	.0058	.0556	.0843	.1381	.2258	.3648	.3281	.0476	.0000	.0000	.0320
$\zeta(0.925)$	.0046	.0393	.0593	.0907	.1459	.2162	.3769	.4968	.4056	.0664	.4303
$\zeta(0.975)$	.0044	.0309	.0454	.0688	.1044	.1646	.2653	.4234	.5837	.3324	.4958
$\zeta(1.000)$	.0004	.0020	.0046	.0088	.0107	.0186	.0251	.0322	.0127	.0002	.0216