(C－2)　開水路の非定常拡散について

東京大学工学部　嶋　裕之
○　同　椎貝博美

1. 概　説

開水路における拡散現象は，たとえ重力の影響を考えに入れないとしても，乱流の影響が複雑であるためにとりあつかいが困難なものの一つである。今溶質の量が比較的多くて溶液の密度も場所的，時間的に変化するような拡散現象については，乱れ自体も等方性として取りあつかうことが困難となり，さらに重力場の影響，密度勾配等の影響が大きくなるためにその取扱かいは一層困難となる。

しかしながら現実にはこのような問題を工学的に取り扱かわなくてはならない場合が生じてくる。一例をあげれば河口の水理現象がそうである。一般に河口は淡水と塩水の接触地点であるために，塩水楔，あるいは淡水と塩水の混合が非定常的に生ずるわけであるが，その拡散については，乱れ，あるいは混合の強さによって次の三種の拡散形状に分類することができるのはよく知られている。

このうち弱混合はいわゆる塩水楔といわれるものであって，密度のより大きな塩水が淡水の下をくぐって河道内へ進入する現象である。

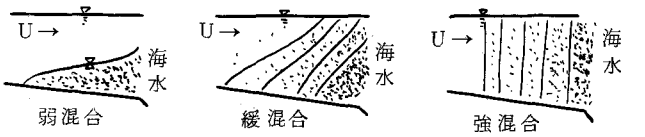


図1　混合の三態

しかし，実際の河川においては，河口における拡散の状態はこのようにはっきりと分類できるものではない。一つの河をとりあげてみても，ある条件下においては混合，あるいは乱れがそれほど発達せず弱混合又は塩水楔が形成されていたものが，条件が変化すれば，緩混合，あるいは強混合の状態に移行することがある。この場合，弱混合の状態にあった河川が他の状態に移行する機構は，直接には河道内の乱れが増加して，拡散係数が増大する為であると考えられるが，更に考えを進めてみれば，乱れの発生機構自体が問題となる。河口における乱れの発生機構については，いろいろのものが考えられるが，例えば潮位差（潮位の最大値と最小値の差）の変化などが重要な原因の一つと考えられることはすでに嶋が発表している。[1)]

このように拡散係数の変化迄を考えにいれるとき，河川内の拡散状況を記述することは非常に困難な問題であるが，その機構自体についても色々と推定に頼る点が少なくない。他方，このような問題を模型実験によって再現することも困難である。なぜならば模型においてはレイノルズ数を増加させることがかなり困難であり，従って完全に発達した乱れがなかなか得られないためである。又，乱れを作り得たとしてもこれを実在の現象と相似であるようにコントロールすることは不可能に近い。

筆者らはエネルギーを外部より模型水路内に与えエネルギーのdissipation を増大させることに

よってみかけの拡散を促進させることによって強混合，あるいは緩混合を任意に再現し得る方法を考えた。外部から与えるエネルギーとしては超音波を使用してみた。超音波を水中に放射することによって水中に与える乱れがはたして自然の乱れと相似になるかどうかということについてはいろいろと問題がある。例えば，超音波による乱れは水中の溶存空気の影響を受けるという点などである。しかし実験結果から判断すると，一応見かけ上は自然河川の強混合又は緩混合の状態を容易に再現することが可能であり，又混合の強さも容易に変化させられる点などはこの方法の優れている点であろう。いずれにしても全く新しい方法であるため，今後の研究に待つ点が多い。

2. 実験装置について

超音波発生装置を水路底に設置して実験に用いた水路は巾１５㎝，長さ３ｍの可変勾配水路である。超音波を与えることなしにこの水路を用いて河口の状態を作ってみると，Reynolds 数が高々，3,000 程度にしか増加させられない為に常に弱混合の状態が作られてしまい，塩水楔に関する現象しか研究できない。この流れに超音波を水底から放射させると人工的な乱れを与えることになる。これが自然の乱れ，即ち平均流からエネルギーを貰う乱れと相似な結果を細部にまで与えるかどうかということについては，乱れのスペクトルを測定しなくては結論が下せない。ここでは見かけの拡散状況，および乱れの強さの時間的変化に主眼をおいて研究を進めている。

超音波はチタン酸バリウム，ジルコン酸鉛など半導体の振動子に高周波電圧を与えれば容易に発生することができる。超音波の周波数があまり高いと水中へエネルギーを放出することなく空中へ逃げてしまうのでロスが大きく，あまり低い周波数のものはエネルギーが小さくて十分な拡散を生じさせるには非常に多くの電力を必要とし，かつ水面変動が激しくなるのであまり適当ではない。この点を考慮して種々予備実験の結果３０KC 前後が一番能率が良かったので，市販の大出力の発振器と合わせて２９KC に周波数を択んだ。

振動子の外寸法は３０㎝×１０㎝×１２㎝ の箱型のもので，外側はすべてステンレススチールでおおってある。これに接続した発振器は，海上電機製の ４３２１型であって，出力１５０W，周波数２９KC のものである。

振動子はとりあえず３個を水路底に図２のようにとりつけた。従ってほぼ１ｍの長さにわたって，超音波を水路底より水中に与えることができる。発振器はすべて別個にしてあるので，超音波の強さは別々にコントロールすることができる。

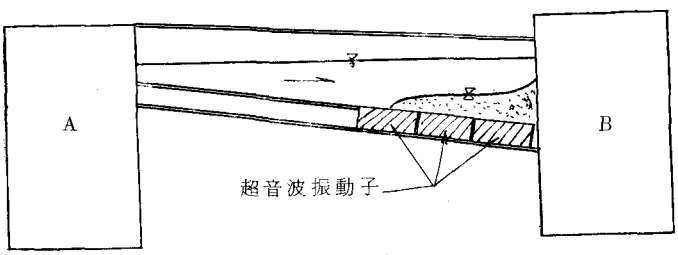
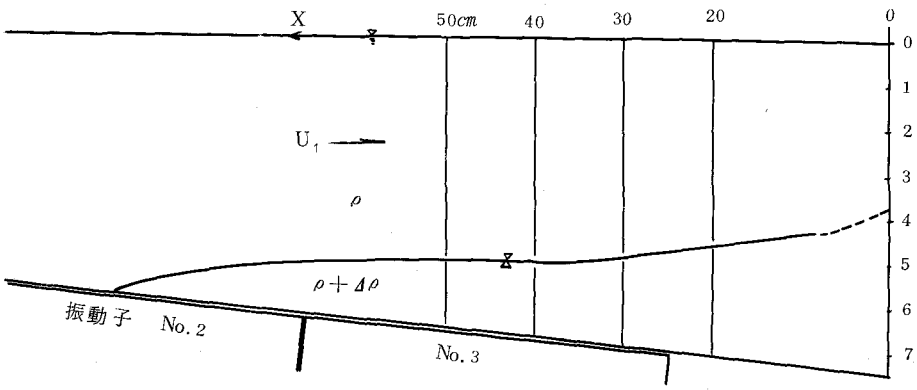


図２　水路略図

実験の方法としては，例えば水槽Bに塩水を入れておき，水槽Aより淡水を流下させて水路内に塩水楔を形成させ，次いで超音波を発生させて乱れを与え，小型電極によって塩分濃度の変化を測定し塩水の拡散状況を調べることができる。周期的に超音波を与えれば弱混合から緩混合，あるいは強混合に移行し再び塩水楔が形成される様子を観測することができる。

3. 実験結果および考察

まず一つの例をあげよう。図3は乱れを与えないときの塩水楔の形状を示す。この塩水楔の形状が記述できることはすでに筆者らが発表した通りである。[2)]

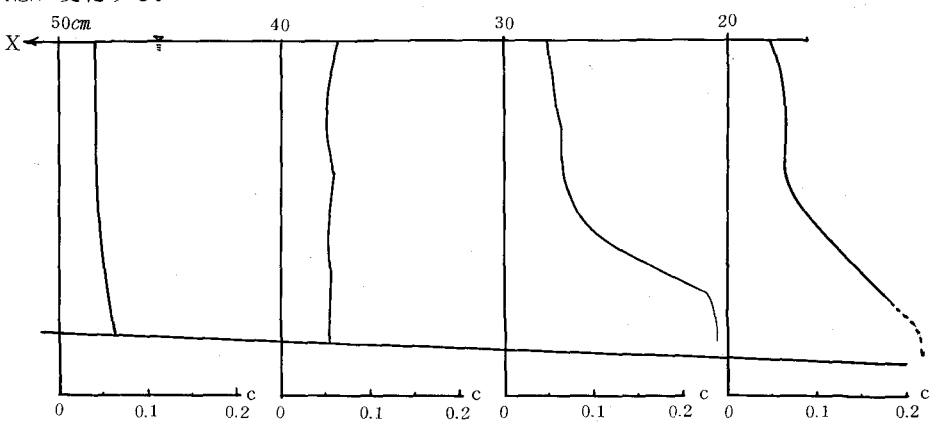


Run A1

$\Delta\rho/\rho = 1.002$
$q = 9.55\,cc/cm\,s.$
$h_{c1} = 3.6cm$

図3　乱れを与えない場合の状態

このような流れに対して，超音波を発生させて乱れを水路底から水中に与えると図4のような濃度分布の状態に変化する。



Run A1

図4　乱れを与えた後の濃度分布

模型の河口より５０cm，４０cm の距離にある断面においては鉛直方向の濃度勾配がほとんどないのに対して，河口に近い所の断面では鉛直方向の濃度勾配（従って密度勾配）が存在し，しかも変曲点が現われているのは注目すべきことである。この理由は後に述べる。

図６には水路について等濃度曲線を書きいれたものであるが，やはり河口より４０cm 附近に拡散状況の大きく変化しているとみられる地点があることがわかる。図中の塩分濃度は重量％であらわされているが，c＝0.0１という等濃度曲線は乱れが発生した後でも一種の塩水楔とみなすことができよう。この線より河口に近い所では塩水の進入は塩水楔型であり，これより上流では拡散型である。図３と比較してみれば，乱れの発生後は塩水楔はずっと下流に押し下げられ，ほぼ緩混合型，あるいは場所によっては強混合型の河川に移って行くのがわかる。この結果は現実の河川において観測されている現象と定性的には一致していることであって，この点についてはこの人工乱れは自然の乱れとある程度相似性のあることが推定される。図６以下には他の実験結果をいくつか図示するが，やはり Run １と同様の傾向を有していることがわかる。

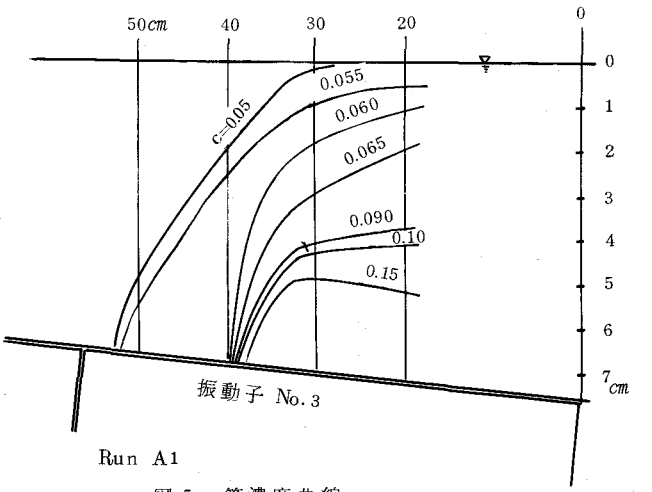


図５　等濃度曲線

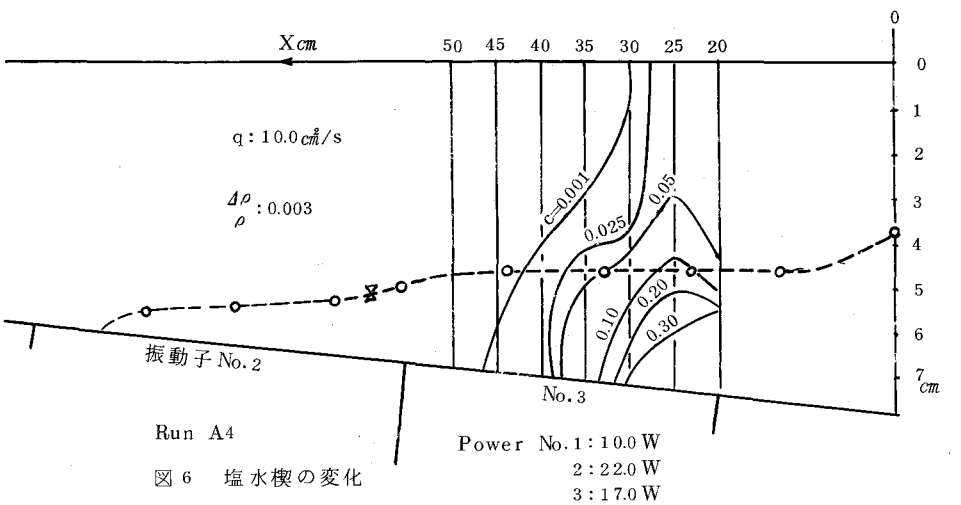
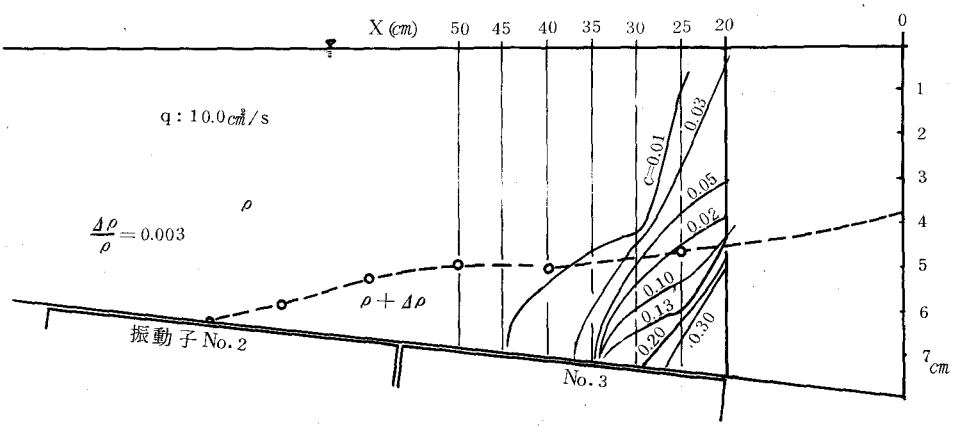


図６　塩水楔の変化



Run A5

Power No. 1 : 14.0 W
2 : 12.0 W
3 : 13.0 W

図 7　塩水楔の変化

次に現象について多少の考察を行なってみる。まず，基礎方程式として次の二つの連続の方程式を用いる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \Delta \cdot (c\overline{V}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \Delta \cdot (\rho\overline{V}) = 0 \tag{2}$$

ここに　c：濃度，ρ：密度，$\overline{V}$：速度ベクトル　であり，x 軸は水路底にそって上流側に，y 軸は鉛直上方にとる。又河床勾配はそれほど大きくないものとする。式(1)，(2)はそれぞれ独立なものかどうかはまだわからないが，ρ と c とを結びつける第 3 の式として半経験，半理論的に濃度の小さい場合として，

$$\rho = \rho_0 \ (1 + \alpha c) \tag{3}$$

とおくことができる。ここに ρ_0 は $c=0$ のときの密度，α は定数である。$\rho_0 \alpha c$ は ρ に比べてかなり小さく，海水でも 2.5 % 程度である。(3)を(2)に代入すると，

$$\alpha\rho_0 \frac{\partial c}{\partial t} + \Delta \cdot [\rho_0 (1+\alpha c)\overline{V}] = \alpha\rho_0 [\frac{\partial c}{\partial t} + \Delta \cdot (c \cdot \overline{V})] + \rho_0 \Delta \cdot \overline{V} = 0 \tag{4}$$

を得るが，(1)を用いると第 1 項は 0 となるから，　$\Delta \cdot \overline{V} = 0$　を得る。これは非圧縮性流体をとり扱かっているので当然のようでもあるが，いきなり用いるのにはやや問題があるように思われるのでこのように導出した。これから(1)式は

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \overline{V} \cdot \Delta c = 0 \qquad (\Delta c = \mathrm{grad}\ c) \tag{5}$$

を得る。$\overline{V}$，c 等に時間的な変動が含まれているときにはよく行なわれている線型化，すなわち，平均値と変動部分にわけ，変動部分には 1 をつけてあらわすと，次頁の式(6)を得る。ただし，$E_x = -\frac{\partial \overline{c^1 u^1}}{\alpha x} / \frac{\partial^2 \overline{c}}{\alpha x^2}$，等で定義された乱流拡散係数を用いてある。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{V}\cdot\Delta c = E_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \qquad (\bar{V},\ c\ \text{はすべて平均値をあらわす}) \tag{6}$$

これは良く用いられる拡散の方程式に他ならないが，これより次のようなことがわかる。

まず，乱れがなく，準定常的で $\partial c/\partial t$ の項が無視できる場合には $\bar{V}\cdot\Delta c = 0$ となり，これは流線と等濃度曲線とが平行であることを示す。このような例は塩水楔であって，境界面は一種の等濃度曲線であるから，流線が境界面に平行であるとの仮定は妥当である。

次にやはり準定常的ではあるが，乱れのある場合を考えよう。今，流れが等濃度曲線にそうような場合があったと考えれば，その等濃度曲線（$C(x, y) = a$ とする）上では $\bar{V}\cdot\Delta c = 0$ であるから，

$$\frac{\partial c}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \tag{7}$$

を得る。これは適当な境界条件の下に解くことができるが，今簡単の為に左辺および右辺の第一項が一般に小さいような場を考える。すると $c = a$ の曲線上では

$$E_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = 0 \qquad \left(\text{又は}\ \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} = 0\right) \tag{8}$$

がみたされなくてはならない。ゆえに十分条件として，$c = a$ は鉛直濃度勾配の変曲点をつらねた線であることがわかる。従ってこのような等濃度曲線は境界面と全く同様の働きをしていることがわかる。この意味で，例えば図3において変曲点をつらねた線，即ち $C = 0.10$ の線はこのような曲線に相当する。これは濃度が連線分布をしていても勾配の最大となる面ではやはり流れを規制してしまい塩水楔が定義され得ることになろう。現実の河川においてもし鉛直濃度勾配が測定できれば塩水楔が形成されているかどうか，又いかなる濃度曲線を塩水楔とするかについて重要な判定資料が得られることになる。

厳密には(7)式を解けば一層精密な線果が得られるし，又，$\bar{V} = 0$ でも(7)式が得られるから(7)式は又速度がゼロになる点をもあらわすので注意を要する。

4. 結　　語

超音波を用いて人工の乱れを作り，実際の河川現象に相似させようという試みはこれまでのべてきたように有効な手法であるように思われるので，ひきつづき研究を進める予定である。又これは他の応用面，例えば移動床，港湾模型についても乱れを増加させる意味で有効であると思われるので，種々の方面より検討を加えたいと思っている。

本研究は文部省科学研究費「気液混合流についての研究」の援助を受けた。深い謝意を表する次第である。

5. 参考文献

1. 嶋祐之：長良川の塩水楔の消長について，第19回年次学術講演会，1964
2. 嶋，椎貝，玉川：河床勾配のある場合の塩水楔について，　同上