

## (A-1) 段波の遷移過程に関する実験的研究

大阪大学工学部 室 田 明

大阪大学大学院 渡 辺 泰 清

1. まえがき 不安定な有限振幅の理想段波は、その進行につれて波の分散が起り終極的には分散素波が一連のクノイド波となるような安定状態に到達することはすでに Keulegan 等によって指摘され、構成素波の波高分布については古く Favre の実験的研究がある。ただし段波から安定波群への遷移過程に注目した研究は未だなされていないようである。筆者等はいかねて段波の分散変形に寄与する要因が波動方程式中の非線型項の分散効果であるとの仮説のもとに若干の計算を試みつつあるがそれに先立ちまづこういった遷移過程の実態を詳細かつ正確に把握する必要がありそのために以下に報告するような実験を行ったものである。ここに報告するのは静水上の段波変形であるが、本研究は河川をさかのぼる高潮あるいは津波の水理特性を解明すべき一連の研究の第一段階であって、平均流と波動との干渉については次の段階で検討する予定である。ただ流れにのった段波の built-up または減衰についての Stoker の提案<sup>1)</sup>は極めて注目すべきものとするのでまずその方法による解析を示す。

1) J.J. Stoker : Water Waves. pp.505

### 2. 波先 (forerunner) の立ち上りによる段波の built up と減衰

$$\text{運動方程式} \quad 2c c_x + v_t + v \cdot v_x - g(s - s_f) = 0 \quad (1)$$

$$\text{連続方程式} \quad c \cdot v_x + 2v \cdot v_x + 2c_t = 0 \quad (2)$$

$$\text{ただし} \quad c = \sqrt{gy} \quad s_f = n^2 v |v| / R^{\frac{4}{3}}$$

平均流の流速を  $x$  方向に  $v_0$  とし、 $\xi = x$ ,  $\tau = (v_0 + c_0)t - x$  ( $c_0 = \sqrt{gy_0}$ ) とおけば (1), (2) は

$$2c(c_\xi - c_\tau) + v(v_\xi - v_\tau) + (v_0 + c_0)v_t - g(s - s_f) = 0 \quad (3)$$

$$2v(c_\xi - c_\tau) + c(v_\xi - v_\tau) + 2(v_0 + c_0)c_\tau = 0 \quad (4)$$

$$v \equiv v_0 + v_1(\xi)\tau + v_2(\xi)\tau^2 + \dots, \quad c \equiv c_0 + c_1(\xi)\tau + c_2(\xi)\tau^2 + \dots \quad (5)$$

の如く、 $v$  および  $c$  を  $\tau$  について展開し、これを (3), (4) に代入し  $\tau^2$  項までとって整理すれば

$$c_0(-2c_1 + v_1) + \{2c_0(\frac{dc_1}{d\xi} - 2c_2) - 2c_1^2 + v_0\frac{dv_1}{d\xi} - v_1^2 + 2c_0v_2\}\tau + \{2c_0\frac{dc_2}{d\xi} + 2c_1\frac{dc_1}{d\xi} - 4c_2c_1 + v_0\frac{dv_2}{d\xi} + v_1\frac{dv_1}{d\xi} - 3v_2v_1 - 6c_0c_3 - 3v_0v_3 + 3(v_0 + c_0)v_3\}\tau^2 - g(s - s_f) = 0 \quad (6)$$

$$c_0(-v_1 + 2c_1) + \{2v_0\frac{dc_1}{d\xi} - 3v_1c_1 + c_0(\frac{dv_1}{d\xi} - 2v_2) + 4c_0c_2\}\tau + \{2v_0\frac{dc_2}{d\xi} + 2v_1\frac{dc_1}{d\xi} - 5v_1c_2 - 4v_2c_1 + c_0\frac{dv_2}{d\xi} + c_1\frac{dv_1}{d\xi} - 6v_0c_3 - 3v_0c_3 - 3c_0v_3 + 6(v_0 + c_0)c_3\}\tau^2 = 0 \quad (7)$$

$$\text{矩形断面水路で} \quad s_f = n^2 g^{\frac{4}{3}} v |v| \left\{ \frac{1}{c^2} + \frac{2}{gB} \right\}^{\frac{4}{3}}, \quad s = n^2 g^{\frac{4}{3}} v_0^2 \left\{ \frac{1}{c_0^2} + \frac{2}{gB} \right\}^{\frac{4}{3}} \quad (8)$$

(3) と (5) から

$$g(s - s_f) = -gs \left\{ (A + 2\frac{v_1}{v_0})\tau + (B + 2\frac{v_1}{v_0}A + 2\frac{v_2}{v_0} + (\frac{v_1}{v_0})^2)\tau^2 + \dots \right\} \quad (9)$$

ただし

$$A = -\frac{8}{3} \frac{c_1/c_0}{1+(c_0^2/gB)}, \quad B + 2 \frac{v_1}{v_0} A + 2 \frac{v_2}{v_0} + \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 = -\frac{8c_2}{3kc_0} + 2 \frac{v_2}{v_1} + \dots, \quad k = 1 + \frac{2c_0^2}{gB}$$

(9)を(6),(7)に代入し、かつ(6),(7)が $\tau$ の如何にかかわらず成立することから、 $\tau$ の1次項係数より

$$2(v_0 + c_0) \frac{dc_1}{d\xi} - 6c_1^2 + 2c_0v_2 - 4c_0c_2 + 4gsc_1 \left(\frac{1}{v_0} - \frac{2}{3c_0} - \frac{1}{k}\right) = 0 \quad 00$$

$$2(v_0 + c_0) \frac{dc_1}{d\xi} - 6c_1^2 - 2c_0v_2 + 4c_0c_2 = 0 \quad 01$$

$$00 + 01 \rightarrow (v_0 + c_0) \frac{dc_1}{d\xi} - 3c_1^2 + c_1gs \left(\frac{1}{v_0} - \frac{2}{3c_0} - \frac{1}{k}\right) = 0 \quad 02$$

$$\left(\frac{\partial c}{\partial \tau}\right)_{\tau=0} = \frac{g}{2\sqrt{gy(\xi, 0)}} \left(\frac{\partial y}{\partial \tau}\right)_{\tau=0} = c_1(\xi) \quad \text{なる条件のもとで02の解は次の如くである。}$$

$$c_1(\xi) = 1/\left(\frac{\alpha}{\beta} + Ke^{\beta\xi}\right), \quad \text{ただし } \frac{\alpha}{\beta} = 3/gs \left(\frac{1}{v_0} - \frac{2}{3c_0} - \frac{1}{k}\right), \quad K = \left\{ \frac{2c_0}{g} (v_0 + c_0) / \left(\frac{\partial y}{\partial \tau}\right)_{\xi=\tau=0} \right\} - \frac{\alpha}{\beta} \quad 04$$

$$\text{波先の波面が平均流水面となす角を } \theta(\xi) \text{ とすれば } \tan \theta = \left(\frac{\partial y}{\partial \tau}\right)_{\tau=0}^{\xi, \tau} = \frac{2c_0}{g} c_1(\xi),$$

$$\frac{d\theta}{d\xi} = -\frac{2c_0}{g} \frac{1}{(1+2c_0c_1/g)^2} \frac{K\beta}{\left(\frac{\alpha}{\beta} + Ke^{\beta\xi}\right)^2} e^{\beta\xi} \quad 05$$

$$\text{ただし, } K\beta = \frac{1}{v_0 + c_0} \left\{ 2c_0(v_0 + c_0) \frac{s}{\left(\frac{\partial y}{\partial \tau}\right)_{\xi=\tau=0}} \cdot \left(\frac{1}{v_0} - \frac{2}{3c_0} - \frac{1}{k}\right) - 3 \right\} \quad 06$$

すなわち、06によれば  $\left(\frac{\partial y}{\partial \tau}\right)_{\xi=\tau=0} > \frac{2}{3} c_0(v_0 + c_0) \left(\frac{1}{v_0} - \frac{2}{3c_0}\right)s$  のとき  $d\theta/d\xi > 0$  となり波先が次第に立ち上って Surge の built-up がおこなわれ、初期水面上昇速度が上の限界より小さければ波先波面勾配は進行につれてゆるやかになり Surge にはならない。水平床勾配  $s=0$ 、すなわち  $v_0=0$  では常に built-up の方向に進む。なお、(6),(7)により $\tau^2$ 項まで考慮して00,01に対応した式を用いれば波先波面の曲率についての criteria が得られる。その詳細な計算は改めて報告する。

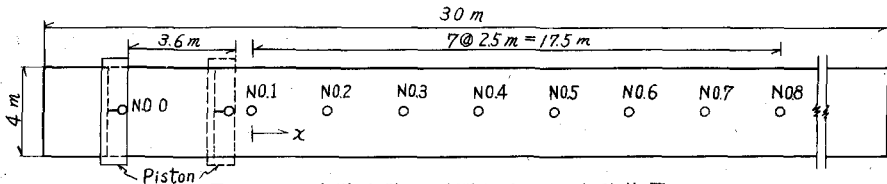


Fig. 1 実験水路の平面および波高計位置

### 3. 実験装置および計測 実験水路は Fig. 1 に示す如く、

30m+4m+0.5m の鋼製水平床水槽で、同図に示す位置に $\#1 \sim \#8$ の8基のリレー式波高計をおく。wave generator はピストン型で $\#0$ 波高計はpiston plateの直前面にあってピストンと共に移動する。ピストン急停止による negative wave が先行する positive surge を乱さぬためには piston stroke が大きいことが望ましく、水路有効長から stroke を 3.6m と設計した。ピストン速度は 10~60cm/sec の範囲で無段に変速しうる。前節の解析からピストン始動時の速度変化が重要であって、その実測例を Fig. 2 に示す。

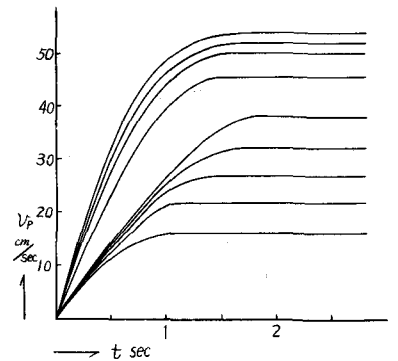


Fig. 2 ピストン速度の変化

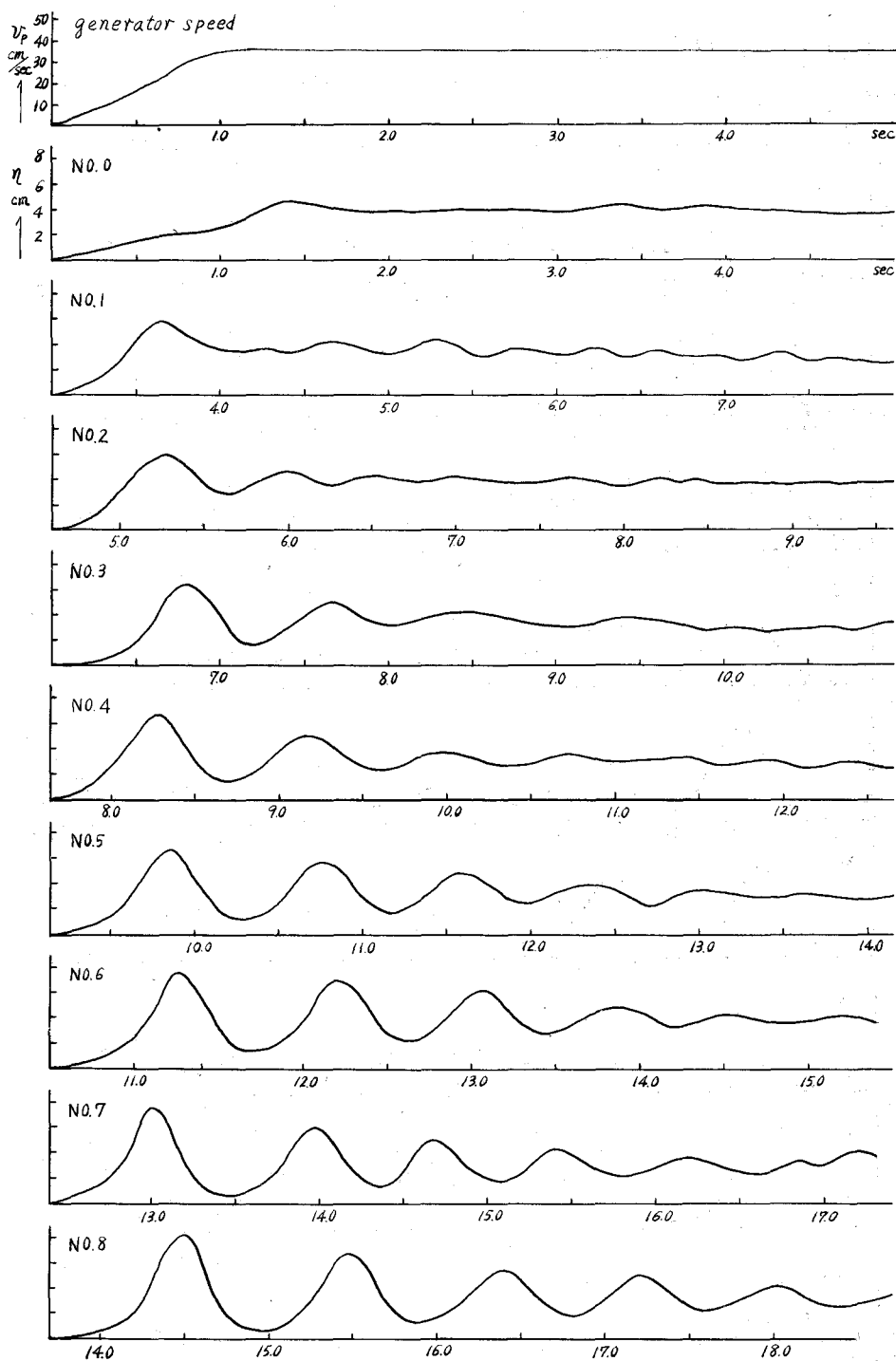


Fig. 3 波形記録の一例 (碎波しない場合)

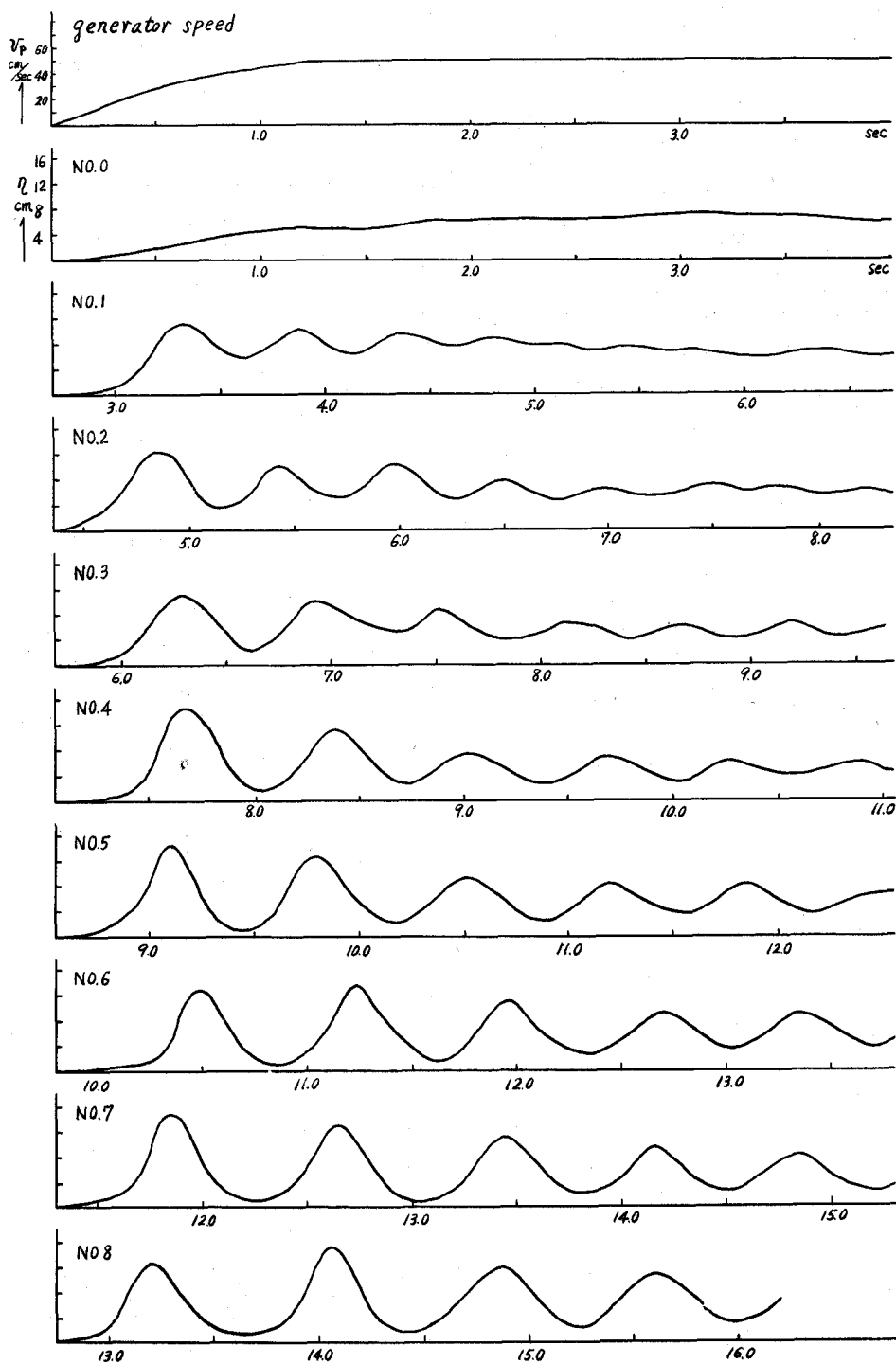


Fig. 4 波形記録の一例(砕波する場合)

4. 実験結果とその検討 実験水路の範囲内で分散波第1波が砕波するものと、しないものがある。おのおのの観測波形の代表例を Fig.3 および 4 に示す。これらによって段波分散の遷移過程が明瞭に理解されるが注目すべきことは波の分散が極めて短い進行距離の内にすでに発生し波状分散波が現われるがこれら分散素波はなかなか安定終極状態に到達しない。

Fig.6 に第1波波高  $\eta_1$  と平均波高  $\eta_0$  との比を相対平均波高  $\eta_0/H_0$  によって整理した結果を示す。

$\eta_0/H_0 = 0.275$  が Favre のいう安定限界で安定範囲内では  $\eta_1/\eta_0 \approx 1.5$  と認められる。不安定領域で  $\eta_1/H_0$  が砕波限界に達すると break する。図によればわれわれの場合、Munk の値： $\eta_{1b}/H_0 = 0.78$  よりやや小さい値で砕けるが如くである。

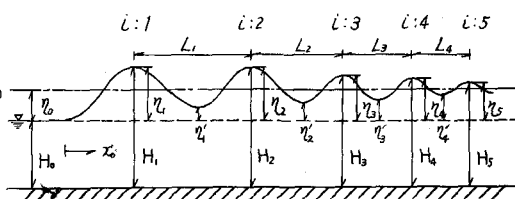


Fig. 5 記号の説明

分散波の波高分布を Fig.7 に示す。破波しないものについてその分布は相対波高にほぼ無関係に図示範囲内にちらばるがその平均傾向を鎖線で表示する。砕波するものについて実験値の散乱はさらに大きい。注目すべきことは砕波後の遷移過程ではむしろ第2波波高が(一時的に)最大になりうることであって、これは第1波が砕波すると同時に砕波主体が2次段波の型で rush して過渡的に後続第2波が分散波第1波のような形態をとるためである。このことは Fig.8 によって明確に認められよう。砕波すべき波は砕波点 B.P. まで急な波高増大があるが、B.P. を越えてからむしろ急にその波高を減少する。これに反し、砕波しないものについては波高増大がきわめてゆるやかでおそらくこのまま安定状態に入っていくものと考えられる。

Fig.9 に伝播速度の理論値との比較を示す。実測値との一致は極めてよく、このことから逆に平均波高  $\eta_0$  は進行につれて変化しないことが判る。

Fig.10, 11 に分散波の crest および trough を結ぶ線の整理を示す。crest 包絡線については予想通り、ほぼ  $\exp.(-ax_0)$  の型となり、 $a$  はほとんど相対波高のみの一次関数の如くである。(Fig.12)

分散波の波長分布については波高のそれ程系統的な傾向は認められない。(Fig.13) ただ  $\eta_0/H_0$  が大きい程、後続波の波長は大きく enlarge される如くである。

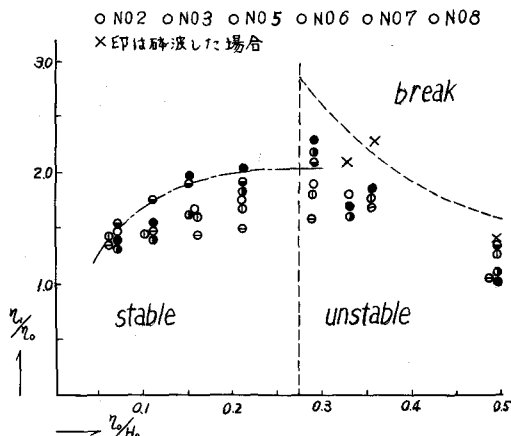


Fig. 6 第1波波高と相対波高との関係

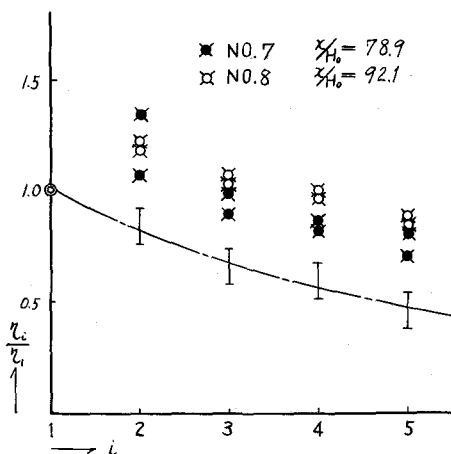


Fig. 7 分散波の波高分布

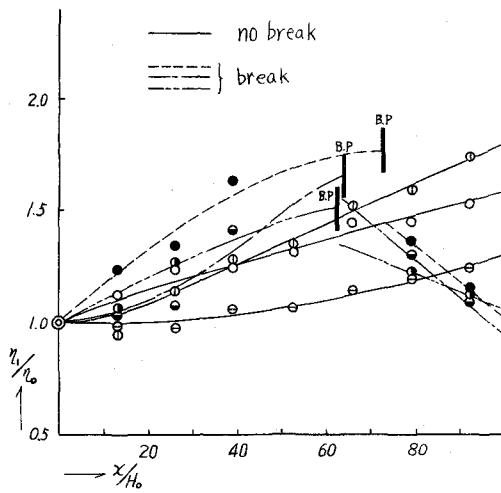


Fig. 8 進行に伴う波高の変化

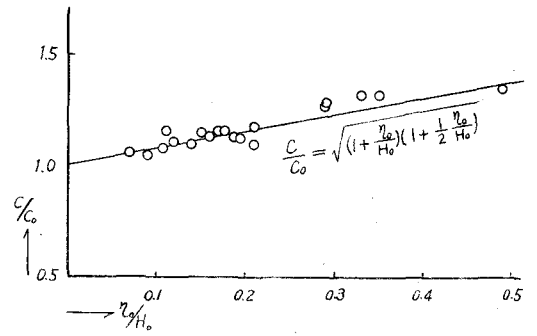


Fig. 9 散波伝播速度の理論値との比較

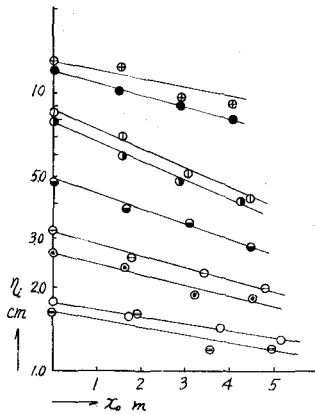


Fig. 10 crest 包絡線

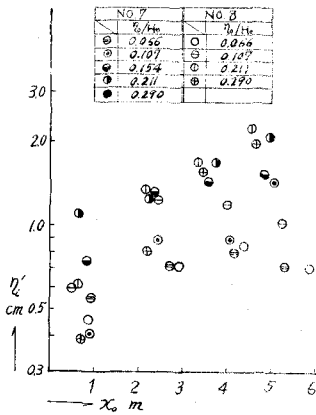


Fig. 11 trough 包絡線

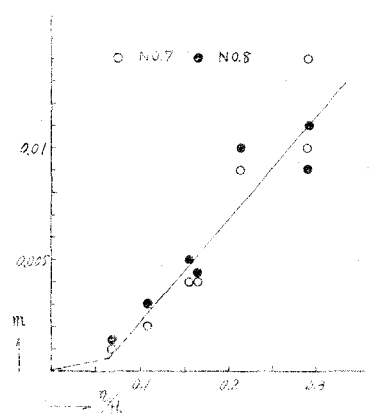


Fig. 12 crest 包絡線と相対波高の関係

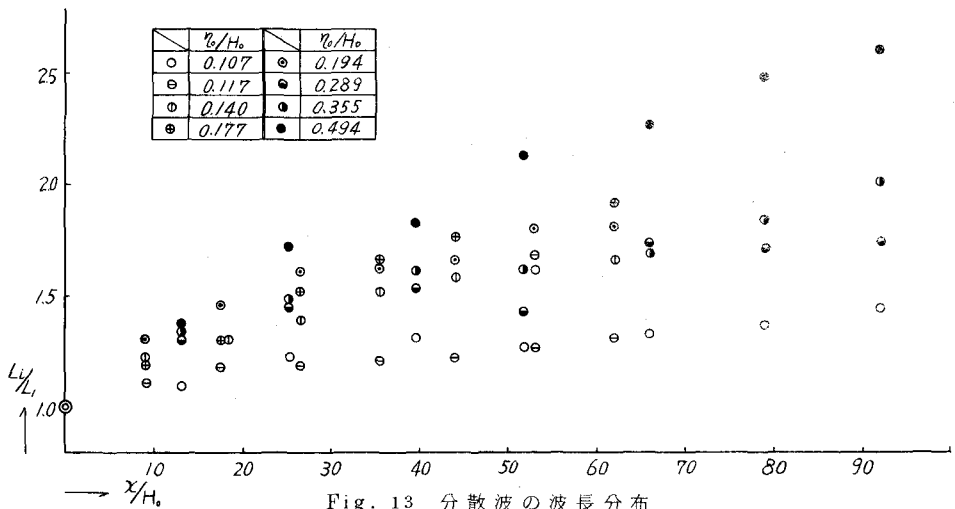


Fig. 13 分散波の波長分布