（B－7）　流速測定用フリュームについて

京都大学工学部　岩佐義朗
同　上田　治

1. 流量測定法におけるフリュームの役割とその定義

開水路の流れに対する流量測定法としては、実験室の段階から現場における大規模なものに至るすべてのものを含めて、一般に幾何学的方法、流速一面積法、容量法、エネルギー的あるいは運動量的方法、ひずみ法、熱電法、化学的方法、アイソトープ法などが挙げられる。このような分類によればエネルギー的あるいは運動量的方法とは水理解析法におけるエネルギーあるいは運動量的原理を利用するものであって、実用上はさらにフリューム法、各種のせき法および屈曲部における水頭差を利用する方法に細分される。エネルギー的．運動量的方法は、河川流量などの大流量の測定はむずかしいが、実験室からかんがい水路に至る小・中程度の流量測定に適し、広く利用されている。とくにフリュームによる方法は、せきによるものに較べて損失水頭が小さく、また沈殿物の影響を少なくしうるから、上下水道やかんがいなどの分野において有効とされている。

流量測定が行なわれる開水路の流れは等流か不等流である。流れが流量測定を行なう範囲のすべての流量に対して常に等流であれば、Chézyあるいは Manningなどの平均流速公式が流れの力学的関係の解を表わすから、流量と水深とは与えられた水路に対して一義的に決定される。上に示した幾何学的方法とはこのことを述べたものである。しかし実際には、このような理想的な等流状態は実現されないから、不等流の水理学を応用した流量測定法を用いなければならない。流れが不等流であればその水理学的特性は場所の関数であり、流れの力学的関係は連続方程式およびエネルギー方程式あるいは運動量方程式の二個によって表現されるから、流れの水理学的要素を明らかにするためには水深あるいは平均流速に関する2個の値を知らなければならない。普通には、水深測定の方が容易でかつ精度も高いから、2点における水深を測定し、水理学的関係を媒介として流量を推定する方法がとられ、これが上述のエネルギー的・運動量的流量測定法の原理である。ところが、流れが一方向的であれば、水理学における一次元解析法が応用され、とくに測定すべき範囲の全流量にわたって流れに支配断面が生ずれば、その位置で流量と水深とは一義的に関係づけられるから、一点における水深測定によって流量が求められることになる。こうした原理によるものがせきあるいはフリュームにおける流量測定である。

フリュームという言葉はきわめて広い意味に用いられ、またその定義も各国において統一されていないようである。いわゆるフリューム内の流れには支配断面が生ずることもあれば、生じないこともある。これらを明確にするために、前者がとくに限界流フリュームと呼ばれることもある。一方、フリュームと各種のせき、とくに広頂ぜきあるいはさらにせき長の長いせきとの相違も現在のところきわめて不明確である。したがってここでは、フリュームとは流量測定のために断面形状、底こう配といった水路の特性の変化部をもち、そこを流れる流れは漸変流であって、流量のいかんにかかわらず

常に支配断面があらわれて常流より射流へとせん移し、任意の１点における水深測定によって流量を推定しうるような調節構造物であると定義しよう。すなわち、この定義によれば、フリュームは普通にいわれる限界流フリュームに外ならない。

2. フリュームの具備すべき要件

以上に示したフリュームの定義とその流量測定法における役割から、フリュームが流量測定に応用されるために具備すべき条件を示すとつぎのように表わされる。

(1) 流れの力学的機構がなるべく完全なしかも簡潔な数学的関係式によって表わされるような幾何学的形状をもっていること。

従来における多くの実例のように、フリュームの機能を単に経験的に評価する場合は別として、流量測定法におけるフリュームの役割を完全に理解するためには、その測定原理に表現されている現象が忠実にフリューム内であらわれている方がより好ましい。この流れは開水路水理学における一次元解析法におけるエネルギーあるいは運動量方程式によって取り扱われるから、それらの基本式が誘導されるに用いられた多くの仮定ができるだけ満足されるような水路形状とする必要がある。

(2) 測定すべき流量の範囲全体にわたって常に支配断面が生ずるとともに、流れには顕著なせん移現象を生ぜしめるようなものであること。

上述のように、フリュームを一点における水深測定によって流量を推定しうる水理構造物であると定義すれば、必要とする測定流量の範囲全体において常に支配断面が生じるようにフリュームの構造を考えなければならない。またこの要件が満足されても、支配断面による常流から射流への流れのせん移が顕著でなければ流量の変動による影響が支配断面近傍の水理学的特性に及ぼされ、測定精度にひびくことになる。こうした点で、Parshall フリュームはすばらしい性能を示すが、その流量測定法における原理は一次元水理解析法では評価しえない欠点がある。

(3) フリュームの長さが実用上あまり長くならないようにすること。

以上に示した水理学的諸要件を満足するものであっても、測定すべき流量の範囲にわたって支配断面の位置が広汎に移動すればフリュームは長くなり実用上の見地から好ましくない。このためには、すべての流量に対して支配断面の位置がなるべく移動しないようにしなければならない。

(4) その他付加的な条件として、これが工学的な流量計として利用されるためには、流下土砂の沈殿・推積を生ぜしめないような構造とすること、製作が容易でありまたしたがって製作費が低廉なこと、水深計測点付近の水面がなるべく静穏であることなどの諸点が考慮されなければならない。

3. フリュームの水理学的分類

フリューム内の流れが漸変流であり、またフリュームが流量測定に対する機能を果すことから、支配断面における条件として、x を流下方向の距離とすれば、つぎの諸関係がえられる。

$$\mathrm{Sin}\,\theta_c(1+h_ck_c)=\frac{Q^2}{A_c^2}\left\{\frac{1}{C_c^2R_c}-\frac{\alpha}{gA_c}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_c\right\}\cdots\cdots(1)$$

および

$$\cos\theta_c = \frac{\alpha Q^2}{gA_c^3}\left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_c \quad \cdots\cdots (2)$$

ここに、Q：流量、A：流水断面積、h：水深、R：径深、C：Chézyの係数、θ：水路底こう配、k：水路底の曲率半径、α：Coriolis のエネルギー係数、g：重力の加速度、および添字のcは支配断面における値を示している。

あるいは、(1)式を(2)式でわって、$\tan\theta_c = i_c$ とおくと

$$i_c\,(1+h_c k_c) = \left\{\frac{gA_c}{\alpha C_c^2 R_c} - \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_c\right\} \Big/ \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_c \quad \cdots\cdots (3)$$

がえられる。ここで、すでに述べた関係よりi、kおよびAは連続関数でなければならない。また、特異点の理論によれば、支配断面は鞍形点でなければならないことである。

(3)式は一点水深計測による流量測定のための必要条件であるが、この式から見られるように、水路底こう配、断面形状および粗度によって支配断面における水理学的諸条件が変化する。ところが粗度が場所的に変化するようなフリュームは実用上あまり好ましくないから、(3)式を参考としてつぎのような三種のフリュームに分類される。

(1) 底こう配のみが変化するフリューム

水路の断面形状は一定で底こう配だけが変化するフリュームでは、(3)式は

$$i_c\,(1+h_c k_c) = \left(\frac{gA_c}{\alpha C_c^2 R_c}\right) \Big/ \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_c \quad \cdots\cdots (4)$$

と簡単化される，実用上，この種のフリュームは考案されていないが，同じような機能を示すものとしては曲率の小さい越流頂が挙げられる。

(2) 水路断面形状のみが変化するフリューム

(1)とは逆に、水路の断面形状のみが変化するものである。この実例としては Balloffet のモデルがあるが、必要条件式は(3)式より

$$i_c\left\{\frac{gA_c}{\alpha C_c^2 R_c} - \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_c\right\} \Big/ \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_c \quad \cdots\cdots (5)$$

と表わされる。

(3) 水路底こう配および断面形状がともに変化するフリューム

この場合には、必要条件式は(3)式そのものである。この種のフリュームの実例には多くのモデルがあり、Parshall, Inglis, de Marchi のものは広く知られている。しかし(3)式からもわかるように、その変数が多く、最も好ましい機能をもつフリュームの理論的設計は困難であり、従来におけるモデルはすべて経験的にえられたものであると推察される。

以上は、フリュームがその流量測定に対する水理学的機能を果すために具備すべき支配断面における条件より，フリュームを分類したものであるが，以下においてはこれらのそれぞれについて若干考察をすすめた結果を示し参考に供したいと思う。

4. 流量測定用フリューム

流量測定用フリュームが実用に供せられる場合、これまでに示した水理学的条件の外に実用上の見地から提起される水理学的諸問題についても解決を図らなければならない。たとえばParshallフリュームなどのように経験的にえられた現存の流量測定用フリュームのモデルを考えるとき、これらは理論上無数に近いと考えられるモデルのなかで最も好ましいものか、あるいはそれに近いか、また改良するとすればどういう点を行なうべきかという問題があろう。一方、新しくモデルを開発するに当ってこの種の問題として最も計測の行ないやすいものとして、支配断面の位置が外的要素である流量の値のいかんにかかわらず一定となるものがあるか否か、フリューム内の流れを常に等流状態にしうるものがあるか否か、もしこれらの条件が満足されなければ水深計測点と水理学的諸特性の一義的に決定される支配断面の位置との相互関係が容易に確立されるものがあるかないかはどといった諸点が挙げられよう。しかもこれらの諸条件にはいずれもモデルとして製作されかつ実用的になりうるという工学的要素が加味されなければならない。

(1) 底こう配のみが変化するフリューム

この種のフリュームでは底こう配が増加するものか減少するものが考えられる。これらのうち、特異点の理論によって計算をすすめればわかるように、前者は(4)式の条件が満足されれば常に支配断面となるが、後者の場合にはさらに条件が付加されるから問題は複雑となる。したがつて、ここでは底こう配が増加するフリューム、すなわち $k > 0$ としよう。

底こう配のみが変化するフリュームのもつ必要条件は(4)式だけであるから、この条件を満足するものは無数にあるものと考えられる。これらのなかでどれが最も好ましいものであるかはなかなかむずかしいが、(4)式より明らかなように、その左辺は水路底にそってとった流下距離および流量によって決定される限界水深の関数であるのに対し、右辺は限界水深のみによって決定される。したがって、流量の値に関係なく一定の点で限界水深がおこることは考えられない。

つぎに、支配断面を通る水面形曲線が流量のいかんにかかわらず常に（擬似）等流水深曲線となるものを考えよう。もしこの曲線があれば流れは常に常流である等流から支配断面を通過して射流である等流に変化するから、水深はどの点で測定してもあらかじめ水深と流量との理論的関係がもとめられる。この場合、特異点の理論より（あるいは水面形曲線の不定形に関するHospitalの法則を用いてもよい）、支配断面では

$$h_c \sin\theta_c \left(\frac{dk}{dx}\right)_c + h_c \cos\theta_c k_c^2 + \cos\theta_c \cdot k_c = 0 \quad \cdots\cdots(6)$$

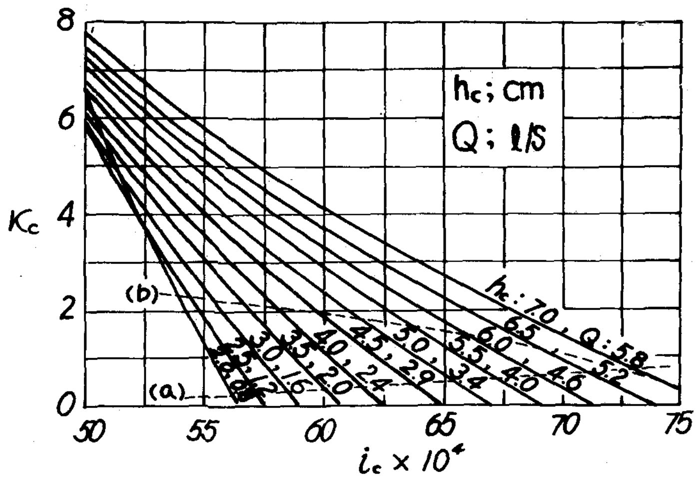
であるから、$k > 0$ に対して

$$\sin\theta_c \ (1+h_c \cdot K_c) = K(h_c) \quad \cdots\cdots(7)$$

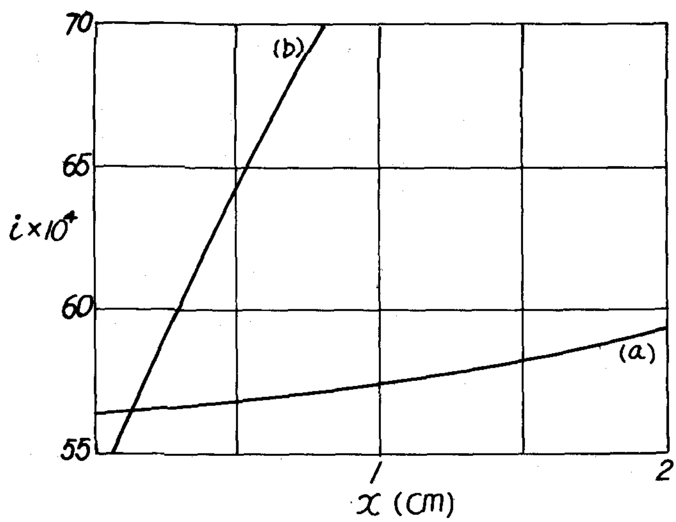
ところが、(7)式をみればわかるように、水路底こう配がゆるやかで $\cos\theta_c \approx 1$ と考えられるときは上式の解は(4)式と全く同一になることがわかり、必要条件を満足するモデルを作れば、このモデル内の流れの水面形曲線は常に等流曲線となることになる。こうしたフリュームの例として、水路断面形状が長方形（巾 − 0.1 m）で、$n - 0.01$、$\alpha - 1.00$、$g - 9.8$ m/sec^2 という場合の i_c と K_c との関係を図示したものが図−1である。もちろん、$K_c > 0$ という条件を前提としているから、必要条件式(4)に

よってh_cに対応するi_cが定められることはいうまでもない。

実際の幾何学的形状をもとめるためには、図－1のi_cとK_cとの関係よりi_cとxとの関係を求めればよい。この場合、K_cは一定でないという仮定が(6)式に入っているから、K_cは変らなければならない。図－1における(a)－，(b)－曲線を任意にi_cとK_cとをとったとき、この条件に対応する水路床こう配と流下距離との関係を示したものが図－2である。これからみてもわかるように、理論的には少し底こう配を変化させることによって流量測定用フリュームが作られることになる。この種のモデルの妥当性については近くモデルを製作して、実験的に理論および実際の妥当性を検討してみたいと考えている。



図－1　i_cとK_cとの関係（水路幅＝0.1 m、n＝0.01）



図－2　水路底こう配の変化

(2) 水路断面形状のみが変化するフリューム

支配断面があらわれるときの必要条件は(5)式であるが、この式において流量の値にかかわらず常に同じ点に支配断面を生ぜしめるためには試算的に解を求めなければならない。しかも、これが支配断面であるかないかは特異点の理論によって確かめなければならないから、実際上この種のモデルを作ることは不可能に近い。

一方、(1)と同様に流量の値いかんに関せず常に水面形曲線が擬似等流曲線と一致させるためには、

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_c + \frac{2r_c(1+b)-a}{a}\cdot\frac{1}{A_c}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_c^2 + \frac{2\{a+r_c(1+b)\}}{a}i_c\,\frac{1}{A_c}\left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)_c\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_c = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

を満足させればよい。ここに、aおよびbは平均流速公式を$v^a=(1/\beta)\,R^{(1+b)}\sin\theta$と表わしたときの係数であり、たとえばManning 公式では$a=2$，$b=(1/3)$である。また$r_c=1-R_c\,(ds/dA)_c-s_c\,(dR/dA)_c$であり、明らかに$x$および$h$の関数である。

上式で示すような任意の断面形状をもつフリュームに対し考察をすすめることは一般に面倒である

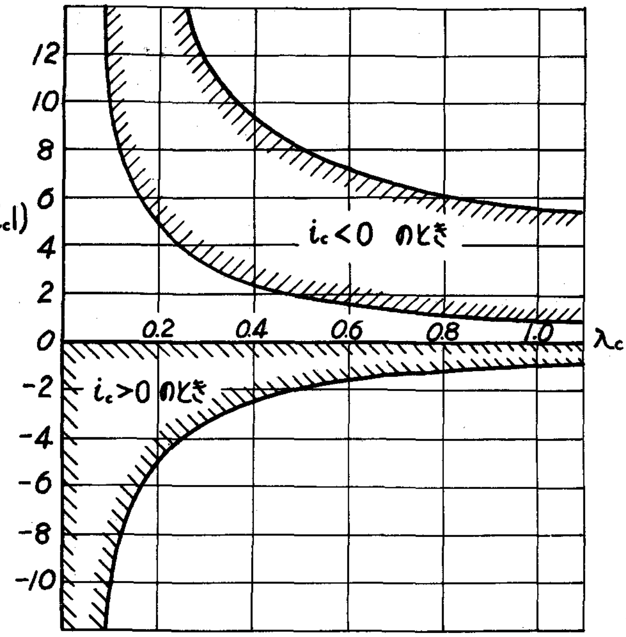
から、最も普通に取り扱われる長方形断面水路として問題を簡単にすると、(8)式は簡単に

$$\left(\frac{dm}{d\lambda}\right)_c + \left\{ \frac{1}{\lambda_c} - \frac{8}{3(1+2\lambda_c)} \right\} m_c = \frac{2(3+10\lambda_c)}{3\lambda_c^2(1+2\lambda_c)}\, i_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

となる。ここに、$m=(db/dx)$、$\lambda=(h/b)$、bは水路幅であり、添字のcは特異点における値を示している。一方、特異点における存在条件および、これが支配断面でなければならないことから、

$$i_c + m_c\lambda_c > 0 \ ,$$

$$0 > \left(\frac{m}{i}\right)_c > -\frac{5+6\lambda_c}{2\lambda_c}$$



図－3 m_c と λ_c の関係

がえられる。このことは、水路幅の変化率と底こう配との間には拡がるときは逆こう配、狭まるときは正こう配でなければならないことを示している。図－3はi_cをパラメーターとしたm_cとλ_cとの間の関係を示したものである。

また、(9)式は積分されるから、図－3に示した領域における適当な値のm_cとλ_cとを与えると積分常数が決定され、λ_cの値の変化に対応してm_cの挙動が決定される。このようにして最終的にフリュームの幅に関する幾何学的形状が求められるが、これらの組み合わせは無数にあるからなかなか好ましいものがえられるかどうかは決定されない。なおここで用いた仮定によれば幅が一様に変化するものでは水面形曲線と擬似等流水深曲線とは一致しないことがわかる。

(3)　底こう配および断面形状が変化するフリューム

この種のフリュームはParshall, Inglis, de Marchiなどのモデルにみられるように最も一般的でかつ普通に用いられるものである。しかしすでに示したようにこのモデル内を流れる流れの水理学的特性を支配する要素の数が多く、これらを統一的に組み合わせることはなかなかむずかしく、むしろある種のモデルを経験的に作り、それを基準として改良して行った方が好ましいようにも思われる。

以上はフリュームによる流量測定法の水理学的理論とフリューム設計法について若干考察した結果を示したが、これらの詳細は目下検討中であり、それらの特徴が解明され次第報告するつもりである。
最後に本研究を遂行するに当りたえず御懇切な指導を賜わった石原教授に厚く感謝の意を表する。