

京都大学工学部	石 原 藤次郎
同	岩 佐 義 朗
同	村 本 嘉 雄
京都大学大学院	今 本 博 健

1. 緒 言

乱れを測定する方法としては、従来より各種の方法が提案されているが、水流における乱れを測定することは、空気の流れにおける乱れを測定する場合に比し、さらに多くの難点が残されており、現在においても、まだ決定的な方法は確立されていないといえよう。

一般に、開水路流れにおける乱れを測定する方法には、よく知られているものとして、つぎの方法が考えられる。すなわち

- 1) 粒子あるいは色素注入による方法
- 2) 熱線式流速計による方法
- 3) 熱膜式流速計による方法
- 4) 電磁誘導式流速計による方法
- 5) 総圧管式流速計による方法

などであるが、開水路流れにおける乱れを微視的に完全に把握するためには、今後の計測器の発展に待つべきものが多い。

本研究では、従来、実河川の流速測定などに使用されてきた回転式流速計の原理に着目し、流速計の回転速度の変動から乱れを測定せんとしたものであって、室内実験とともに、実河川における測定をも併せて行ない、回転式流速計による乱れ測定の可能性について明らかにする。

2. 回転式流速計による乱れ計測の原理

流速 u と、流速計の単位時間当りの回転数 n との間には、一般に、 u がきわめて小さくないかぎりつぎの関係式が成り立つ。

$$u = an + b \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 a および b は、流速計固有の定数である。従来においては、(1)式は、 u が定常的あるいは平均的である場合に用いられてきたが、いま、 u が非定常である場合においても成立すると仮定すると、 n は流速計の回転速度に対応するから、 n の変動を測定すれば、乱れが算定されるはずである。

しかしながら、回転速度 n の変動を測定することはきわめて困難であるから、本研究では、ある時間間隔での間に回転する回転数の変動、あるいは、8回転するに要する時間の変動から近似的に回転速度の変動を求めることとし、このようにして求められた近似的回転速度の変動から、乱れを算定しようとした。

1) ある時間間隔 τ の間に回転する回転数の変動より乱れを求める方法

回転速度 n を、ある時間間隔 τ の間に回転する回転数より求める場合、求められた回転速度は、この時間間隔における平均回転速度と考えられるから、本来の回転速度と区別するため、添字 τ をつけて表わすことにする。いま、(1)式において、 u および n を時間的平均値 $\bar{u}$ 、 $\bar{n}$ と、変動分 u' 、 n' とにわけると、それぞれの間には、

$$\bar{u} = a\bar{n} + b \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u' = an' \quad \dots\dots\dots (3)$$

という関係が成り立つ。したがって、 $n\tau$ を基礎として乱れを求める場合においても同様に、

$$\bar{u}_\tau = a\bar{n}_\tau + b \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u'_\tau = an'_\tau \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\bar{u}'_\tau = a\bar{n}'_\tau \quad \dots\dots\dots (6)$$

となり、これらの式を用いることにより乱れを算定できる。

II) 8 回転するに要する時間の変動より乱れを求める方法

8 回転するに要する時間を t_8 とすると、時間間隔 t_8 の間における平均回転速度 n_{t8} は、

$$n_{t8} = \frac{8}{t_8} \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表わされる。いま、 t_8 を平均値 $\bar{t}_8$ とそれからの変動分 t'_8 とにわけ、(1)式における n の代りに、 n_{t8} を用いると、

$$u_{t8} = an_{t8} + b = a \cdot \frac{8}{\bar{t}_8 + t'_8} + b \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで、 $\bar{t}_8 \gg t'_8$ と考え、(8)式の右辺を級数に展開すると、

$$u_{t8} = \frac{a8}{\bar{t}_8} \left[1 - \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right) + \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^2 - \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^3 + \dots\dots \right] + b \quad \dots\dots\dots (9)$$

となるから、結局、 u_{t8} および u'_{t8} はつぎのようになる。すなわち、

$$\bar{u}_{t8} = \frac{a8}{\bar{t}_8} \left[1 + \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^2 + \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^4 + \dots\dots \right] + b \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$u'_{t8} = \frac{a8}{\bar{t}_8} \left[- \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right) - \left\{ \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^2 - \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^3 \right\} - \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^4 - \left\{ \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^4 - \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right)^5 \right\} - \dots \right] \dots\dots (11)$$

(10) 式および(11)式において、[] 内の 2 次以上の項を省略することにより、次式がえられる。

$$\bar{u}_{t8} \approx \frac{a8}{\bar{t}_8} + b \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$u'_{t8} \approx - \frac{a8}{\bar{t}_8} \left(\frac{t'_8}{\bar{t}_8} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

したがって、 t_8 の変動をもとにして(12)式および(13)式より乱れを計算する場合、計算上の誤差は避けることができない。このような計算過程における誤差を避けるためには、(7)式を用いて t_8 から

n_{ts} を算定し、 n_{ts} をもととして(1)の場合と同様の手法によって計算すればよい。ただし、(1)の場合と異なり、 $\bar{n}_{ts}$ 、 $\overline{n_{ts}^2}$ を計算する場合、時間的重みを考慮してつぎのように計算する必要がある。

すなわち、いま、 N 個の n_{ts} の測定値から計算する場合、 $\sum_{i=1}^N n_{ts} = T$ とおくと、時間的重みは t_{ts}/T で表されるから、

$$\bar{n}_{ts} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_{ts}}{T} \cdot n_{ts} \right) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_{ts}}{T} \cdot \frac{S}{v_{ts}} \right) = \frac{SN}{T} \dots\dots\dots (14)$$

$$\overline{n_{ts}^2} = n_{ts}^2 - \bar{n}_{ts}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_{ts}}{T} \cdot n_{ts}^2 \right) - \bar{n}_{ts}^2 = \bar{n}_{ts} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_{ts} - \bar{n}_{ts} \right) \dots\dots\dots (15)$$

によつて、 $\bar{n}_{ts}$ 、 $\overline{n_{ts}^2}$ を計算しなければならない。

3. 測定時間スケールの影響

前節において述べた方法によつて乱れを算定する場合、計算の基礎となる回転速度として、 τ 時間あるいは、 t_{ts} 時間ごとの平均回転速度を用いているため、算定される乱れは時間間隔で τ あるいは t_{ts} によつて大きな影響をうける。たとえば、 u' を近似的に求める u_r は、

$$u_r' = an_r' = \frac{a}{\tau} \int_0^\tau n' dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u' dt \dots\dots\dots (16)$$

となっているため、 τ が大きくなるにつれ、 $u_r' \rightarrow 0$ となる。このように、 $\overline{u'^2}$ を算定する場合においても τ (これを「測定時間スケール」と名づける) は、大きな役割を果たしている。

$\overline{u_r'^2}$ との関係はつぎのように表わすことができる。(16)式によつて、

$$\overline{u_r'^2} = \left(\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u' dt \right) \left(\frac{1}{\tau} \int_0^\tau u' dt \right) = \frac{2u'^2}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^t R(\xi) d\xi dt \dots\dots\dots (17)$$

$$\text{ここに、} R(\xi) = \frac{u_t' u_t' - \xi}{\overline{u'^2}} \dots\dots\dots (18)$$

(17)式によつて、 $\overline{u_r'^2}$ と $\overline{u'^2}$ との関係は相関関数 $R(\xi)$ の関数形が与えられると明らかになるが、 $R(\xi)$ の関数形は現在まだ与えられるに至っていない。しかしながら、 ξ が 0 に近いとき、 $R(\xi) \approx 1$ 、 ξ の大きいとき、 $R(\xi) \approx 0$ であるから、(17)式より、

$$\tau : \text{小,} \quad \overline{u_r'^2} \approx \overline{u'^2} \dots\dots\dots (19)$$

$$\tau : \text{大,} \quad \overline{u_r'^2} \sim \tau^{-1} \dots\dots\dots (20)$$

となることがわかる。

いま、相関関数 $R(\xi)$ として、

$$R(\xi) = e^{-K\xi} \dots\dots\dots (21)$$

という関数形を用いることにすると、 $\overline{u_r'^2}$ と $\overline{u'^2}$ との間にはつぎの関係が成立する。

$$\frac{\overline{u_r'^2}}{\overline{u'^2}} = \frac{2}{\tau^2} [K\tau - (1 - e^{-K\tau})] \dots\dots\dots (22)$$

すなわち、 $\overline{u_r'^2}/\overline{u'^2}$ は、 K および τ の関数となる。図-1に K をパラメーターとして、 $\overline{u_r'^2}/\overline{u'^2}$ と τ との関係を示す。図-1から、(19)式の $\approx \overline{u'^2}$ とみなせる τ の領域は K によつて変化することがわかる。

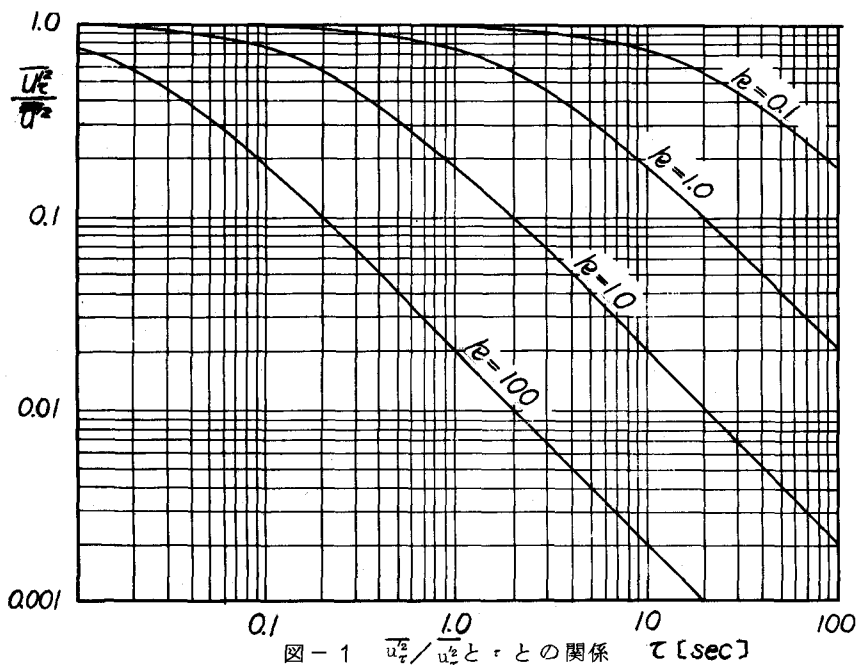


図-1 $\frac{u_r^2}{u_0^2}$ と t との関係

また、 $t = 0$ および $t = t_1$ における u_r^2 の値を、それぞれ $\bar{u}_{r0}^2$ 、 $\bar{u}_{r1}^2$ とすると、(22)式によって、

$$\frac{\bar{u}_{r1}^2}{\bar{u}_{r0}^2} = \frac{r_0^2 (k r_1 - (1 - e^{-k r_1}))}{r_1^2 (k r_0 - (1 - e^{-k r_0}))} \dots\dots\dots (23)$$

であるから、(23)式によって k が決定され、このようにして決定された k をふたたび (22)式に用いることによって、 $\bar{u}_{r0}^2$ から $\bar{u}^2$ を求めることが可能となる。

4. 実験装置および実験方法

京都大学工学研究所 水理実験室において用いた翼型回転式流速計は、翼の外径約 10mm で、回転数測定時の機械的摩擦を少なくするため、回転極ならびに固定極として白金極を用いている¹⁾ (図-2)。

これをひずみ計およびペン書きオツシロ

または電磁オツシロに接続し、回転に伴

なり二つの極間の抵抗の変化によって回

転数を測定できるようになっている。実

験水路は、長さ 10m、巾 25cm、深さ

35cm、水路底こう配 1/500 のビニール樹

脂製滑面直線水路である。

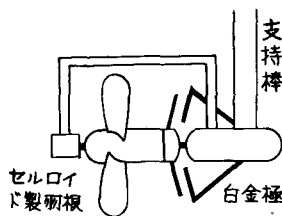


図-2

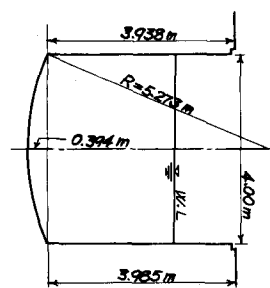


図-3

また、現場測定は、京都市水道局 疏水事務所 四ノ宮測水所において、ブライス電気式流速計を用いて行なった。測定箇所付近は、コンクリート張の直線水路となっており、水路底こう配は約 1/2000 である。その横断面図は、図-3に示す通りである。

乱れの測定に先立ち、(1)式の a および b を、数種の $\bar{u}$ および $\bar{u}$ の測定値から、最小自乗法によって決定し、ついで、水路中央部における鉛直方向の乱れ強さの分布を測定した。

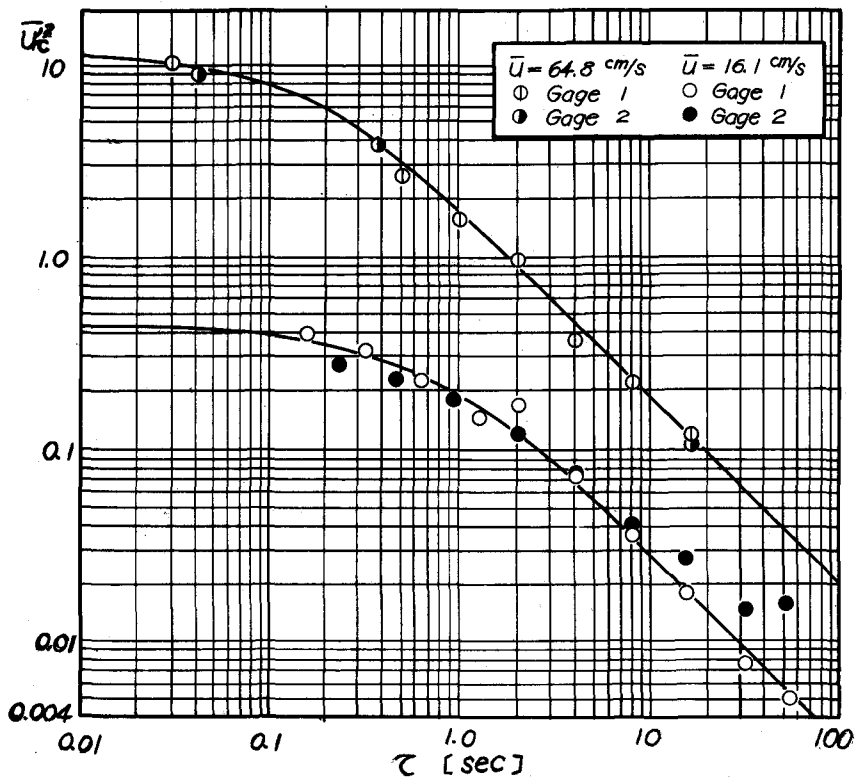


図-4 測定時間スケール τ の影響

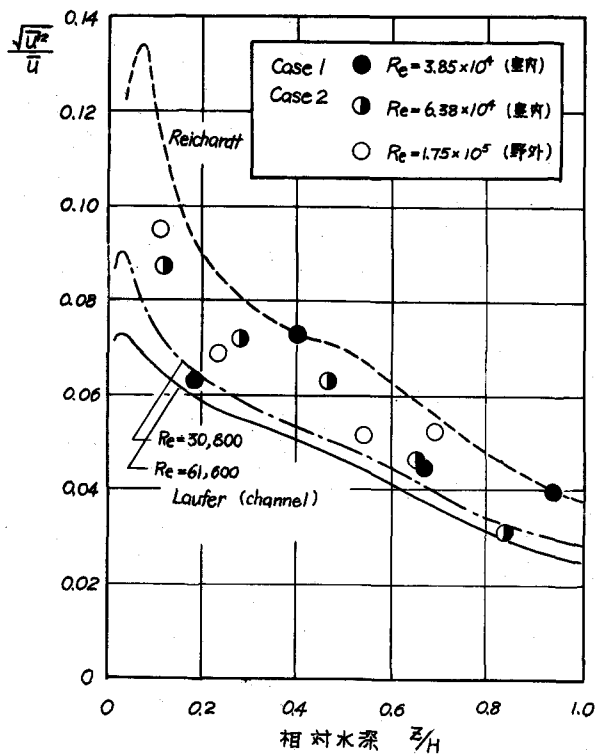


図-5 乱れの強さと相対水深との関係

5. 実験結果および考察

乱れ測定における測定時間スケールの影響を明らかにするため、図-4に τ と $\overline{u_z^2}$ との関係の一例を示した。この図において、 $\overline{u_z^2}$ は τ が小さくなるにつれ一定値に近付き、 τ が大きくなると τ^{-1} に比例する傾向が見られ、(17)式を実証しているものといえよう。Jozef Průcházka²⁾は、実験的研究により、 $\overline{u_z^2} \sim \tau^{-1}$ になると推定しているが、これは彼の実験が τ の大きな領域についてのみ行なわれたためである。また、図-1に示されるように、 $\overline{u_z^2}$ と k との関係から、 k が小さくなるにしたがって、 $\overline{u_z^2} \approx \overline{u^2}$ とみなせる τ の領域は大きくなるが、このことは、渦の寿命時間を t_0 とすると、 k と t_0 との間に $k \sim t_0^{-1}$ という関係があることを示しているものと考えられる。

本研究で行なった室内実験ならびに現場における実測によると、 k は大体1~5程度の大きさであるが、このような乱流においては、 $\tau = 0.1 \text{ sec}$ で測定した $\overline{u_z^2}$ は $\overline{u^2}$ に対し誤差15%以内である。

(23)式によって決定される k を用いて、 $\overline{u_z^2}$ から $\overline{u^2}$ を推定し、乱れの強さ $\overline{u^2}/\bar{u}$ と相対水深 z/H との関係を図-5に示す。図-5によると、本実験結果は相当ばらついてはいるが、室内実験、現場実測とも、従来の測定結果^{3),4)}とほぼ一致しており、回転式流速計による乱れ計測の妥当性を示している。

6. 結 言

流速計が乱れに完全に追従する場合、 τ を小さくすることにより、 u_z を u' の近似値として用いることができるが、一般に、流速計自体の慣性のため、流速の変動と回転速度の変動との間には、時間的遅れあるいは平均化が生ずるものと考えられる。したがって、回転式流速計は、乱れのスペクトル分布などの測定に対しては不適当であるが、乱れに関する特性量のうち、 u' などの巨視的な量の測定に関しては、 τ という測定時間スケールでみた場合の追従性が満足されておれば、第3節の方法を用いることにより、十分使用できるものといえよう。

回転式流速計を乱れ計測用として用いる場合、流速計はつぎの条件を満足する必要がある。

- 1) 小型で慣性が小さいこと。
- 2) 流速変動に対する回転速度の変動が大きいこと。
- 3) u と n との関係は、 u の広い領域にわたって直線的であること。

その他、流速計の回転は、一方向の流れのみによって、決定されるものが望ましい。

最後に、本研究を遂行するにあたり、現場実測に協力下さった京都市水道局疏水事務所の方々、ならびに実験、資料整理に当たってくれた大学院学生、山本彌四郎君に謝意を表する。

参考文献

- 1) 栗谷陽一、風車型流速計の特性について、九大応力研研報、第16号、昭36
- 2) Jozef Průcházka, The Effect of Turbulence on Current Meter, IAHR - 9th Conv. 1961.
- 3) J. Laufer, The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, NACA, Rep. 1174, 1954.
- 4) H. Reichardt, Messungen Turbulenter Schwankungen, Naturwiss, 26, 404, 1938.