

電力中央研究所 技術研究所 千 秋 信 一
同 同 是 枝 忍

1. 概 要

河川の一貫開発にともなう出力の増強ならびに水の有効な利用を目指して、発電所の増設改造や新設工事が各所に行なわれつつあるが、これに関連して複雑な水理系の種々の問題が提起される。ここに述べる問題もその一つの例で、水理系でむすばれた2つの発電所を自動制御する操作条件をコンピューターによって解析し、あわせて模型水路系にコンピューターをオンラインに結合して実験した例を述べる。

A 発電所（出力11万kW）の運転にともなう使用水量（最大46 m^3/sec ）は放水庭から無圧連絡水路を経て連絡水槽に達し、これより圧力導水路、サージタンクを経て、下流のB発電所（出力8万kW）の水車へと導かれる。無圧連絡水路は内径4.6mの標準馬蹄形断面で全長1287.8m、圧力導水路は内径3.9mの標準馬蹄形断面で全長4980.8mである。このように、水路系で直接むすばれた2つの発電所を合理的に運用しようとする場合、連絡水槽が地下構造物であることからその容量が制限されて、この連絡水槽もしくはサージタンクなどの水理構造物に支障をきたすおそれがあり、その対策として連絡水槽水位を一定に保つようにB発電所の水車ガバナーを動作せしめる制御方式をとることとして、その制御条件を検討することになった。制御方式としてはPI調整器（比例+積分動作装置）を用い、連絡水槽の越流せき天端標高を平衡水位として、連絡水槽水位のこの平衡水位からの偏差を検出してPI動作装置にかけ、制御量に応じてB発電所の水車ガバナーを開閉することとした。

2. 基本式

水理系ならびに制御系の方程式をかゝげれば以下のようなになる。たゞし記号は次の通りである。

（図-1の水理系略図参照）

Q_1 : 上流 A 発電所の使用水量 (m^3/sec)	Q_{su} : 連絡水槽越流せき越流量 (m^3/sec)
Q'_1 : 連絡水路より連絡水槽への流入量 (m^3/sec)	Q_u : サージタンクライザー越流量 (＃)
Q : 圧力導水路内の流量（図中の矢印の方向を正とする） (m^3/sec)	Q_r : サージタンクライザー流出入量 (＃)
	Q_p : サージタンクポート通過流量 (＃)
Q_2 : 下流 B 発電所の使用水量 (m^3/sec)	

H_0 : 連絡水槽水位 (m)	}	平衡水位（越流せき天端標高）を基準として上昇方向を正とする。
H_r : サージタンクライザー水位 (m)		
H_t : サージタンク水槽水位 (m)		

L : 圧力導水路の長さ (m)

F_s : 連絡水槽水平断面面積 (m^2)

f : 圧力導水路の断面積 (m^2)

α : 圧力導水路の損失係数 (sec^2/m)

F_r : サージタンクライザー水平断面積 (m^2)

F_t : サージタンク水槽水平断面積 (m^2)

導水路内の流れの運動方程式 :

$$\frac{L}{gf} \frac{dQ}{dt} + \frac{\alpha}{f^2} Q|Q| = -H_r + H_s \quad \dots\dots\dots (1)$$

連絡水槽における連続方程式 :

$$F_s \frac{dH_s}{dt} = Q'_1 - Q - Q_{su} \quad \dots\dots\dots (2)$$

たゞし $H_s < 0$ のとき $Q_{su} = 0$
 $H_s > 0$ のとき $Q_{su} = CBH_s^{5/2} \quad \dots\dots\dots (3)$

こゝに、 B : 越流ぜき長、 C : 越流係数

差動型サージタンクにおける連続方程式 :

$$Q = Q_r + Q_p + Q_s \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$F_r \frac{dH_r}{dt} = Q_r - Q_u \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$F_t \frac{dH_t}{dt} = Q_p + Q_u \quad \dots\dots\dots (6)$$

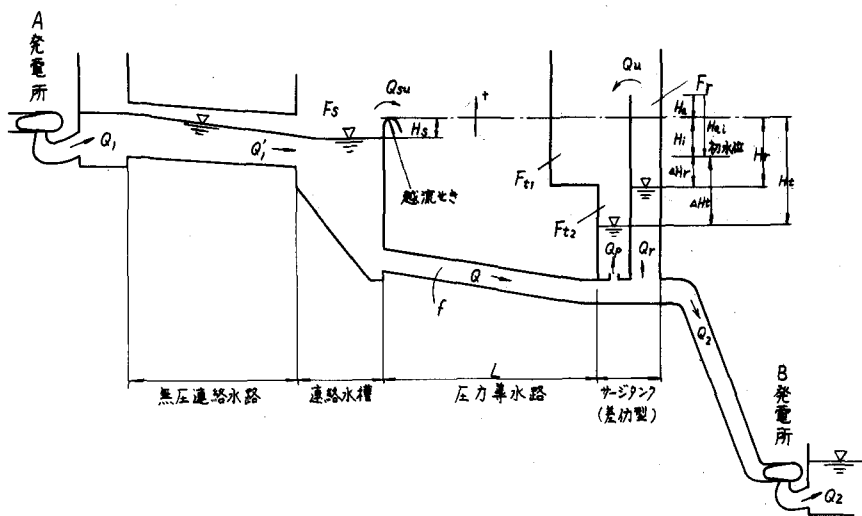
たゞし $Q_p = \pm \tau |H_r - H_t|^{1/2} \quad \dots\dots\dots (7)$

$Q_u = \delta (H_r - H_a)^{3/2}$, または $-\delta (H_t - H_a)^{3/2}$ など $\dots\dots\dots (8)$

こゝに、 τ : ポートの流量係数、 δ : ライザーの越流係数、

H_a : ライザー越流天端高

図 - 1 水理系 記号説明図



無圧連絡水路内の流れは、1次おくれとむだ時間を複合した伝達系によって近似する。すなわち、

$$T_1 \frac{dq_1'(t)}{dt} + q_1'(t) = q_1(t - \tau_1) \dots\dots\dots (9)$$

こゝに、 T_1 : 時定数 (sec), τ_1 : むだ時間 (sec)

$q_1(t - \tau_1)$: q_1 が時間 $(t - \tau_1)$ の関数であることを示す。

次に、制御装置としては、次の2つを併用する。

水位調整制御装置 (PI 調整器):

$$G_2' = \alpha H_0 + \frac{1}{\beta} \int H_0 dt \dots\dots\dots (10)$$

こゝに、 G_2' : 水位調整制御装置の指令によるB発電所水車のガバナー開度制御量

H_0 : 連絡水槽水位の平衡水位からの偏倚検出量 (m)

α : 比例調整の係数 (開度 / m), β : 積分調整の係数 (m.sec/開度)

水車ガバナー連動制御装置:

$$T_2 \frac{dG_2(t)}{dt} + G_2(t) = G_1(t - \tau_2) \dots\dots\dots (11)$$

$$Q_2 = K_2 G_2 \dots\dots\dots (12)$$

こゝに、 G_1 : A 発電所水車ガバナー開度、時間 $(t - \tau_2)$ の関数

G_2 : ガバナー連動制御装置の指令によるB発電所水車のガバナー開度制御量、
時間 t の関数、

T_2 : 時定数 (sec), τ_2 : むだ時間 (sec)

K_1 : ガバナー開度と水車流量との間の変換係数 (m/sec)

(ガバナー全開時 $G_1 = 1$ のときの水車流量を Q_{10} とすれば、 $K_1 = Q_{10}$)

さいごに、下流側B発電所の水車ガバナー動作の方程式は、

$$T_g \frac{dG_2}{dt} + G_2 = G_2' + G_2' \dots\dots\dots (13)$$

$$Q_2 = K_2 G_2 \dots\dots\dots (14)$$

こゝに、 G_2 : B 発電所水車ガバナーの開度

T_g : ガバナー動作の時定数 (sec)

K_2 : ガバナー開度と水車流量との間の変換係数 (m/sec)

(ガバナー全開時 $G_2 = 1$ のときの水車流量を Q_{20} とすれば、 $K_2 = Q_{20}$)

3. 解析の経過

連接する2発電所の水位調整運転の場合、下流側B発電所の操作は中間の水理系を介して常に上流側A発電所の操作状況に依存するものであるから、以下の解析においては、すべてこの事実を前提としている。

当初の計画においては、連絡水槽の水位偏倚量に比例してB発電所の流量を制御する方式のみが考えられており、かつ、B発電所のサージタンクの型式も現地の地形に適合した水室型が設計されてい

た。しかし、制御回路の安定条件の検討の結果、比例制御のみでは連絡水槽水位の平衡と制御回路の安定が得られないことがわかり、(10)式で与えられるとき比例・積分制御方式を採用することとした。こゝで、水位調整制御装置のみの場合について制御回路の安定条件を吟味し、その解析結果を勘考して2, 3の制御条件についてデジタル・コンピューター（三菱 MELCOM-1101）による数値計算を試み、のちに行うべきアナログ・コンピューターによる計算の際の検証データを求めた。このデジタル・コンピューターによる計算の結果、所期の制御目的を達成するためには水位調整制御装置のみでは不十分で、A, B両発電所の水車ガバナー連動制御装置（前記(11)式）を併用する必要があること、およびB発電所の水室型サージタンクの型式を改めて安定性のよい差動型に変更すべきであることが判明した。

こゝにおいて、さきに提示した水理系および制御系の基本方程式(1)式ないし(14)式にもとづき、差動型サージタンクを含む水理系と水位調整制御および水車ガバナー連動制御を併用した制御系とから構成される制御回路について、各種の操作条件に対する計算をアナログ・コンピューター（三菱 EA-21）を用いて実施し、各種制御量の最適値を決定するとともに、制御運転時の水理系の過渡現象の実態を明らかにし、水理構造物の設計の妥当性を検証した。

アナログ・コンピューターによる計算に当っては、A発電所放水庭から連絡水槽までの無圧連絡水路内の流れを前記(9)式で示すごとく1次おくれとむだ時間を複合した伝達系によって近似したが、水位調整制御にもとづく連絡水槽水位の昇降はこの区間の水路内の開水流にはるかに複雑な現象を誘起し、連絡水槽への流入量 Q_1 の値も単純に(9)式で与えられる値とは相異なる筈である。それ故、最終的には、模型実験によってこれらの水理現象を考慮に入れて問題を解明することとし、さきの(1)式ないし(9)式で与えられる水理系は力学的相似律を満たした実験装置によって模型化し、(10)式(11)式および(13)式で与えられる制御系および水車ガバナー動作部分はトランジスタ・アナログコンピューター（三菱 MELCOM EA-7402）によって模擬せしめる方式を採用し、水理模型とアナログ・コンピューターとの結合による実験を実施した。

4. 式の変換とブロック線図

2節に示した一連の方程式を解析するために各式に変換を施してブロック線図で表わすことにする。時間 t の関数である各量を、計算の初期値（添字 i を付けたもの）と初期値からの変化分（ Δ を付けたもの）とを用いて表わし、さらに各量の基準値（添字 0 を付けたもの）に対する比值を小文字で示す。すなわち、(1)式を変換すると、

$$\frac{L}{gf} \frac{d(Q_1 + \Delta Q_1)}{dt} + \frac{\alpha}{f^2} (Q_1 + \Delta Q_1) |Q_1 + \Delta Q_1| = -(H_{r1} + \Delta H_r) + (H_{s1} + \Delta H_s)$$

初期条件として定常状態（この場合は平衡状態）を選べば、 $-(H_{r1} - H_{s1}) = (\alpha/f^2) Q_1^2$ であるから、

$$\frac{L}{gf} \frac{d(\Delta Q_1)}{dt} + \frac{\alpha}{f^2} \{ (Q_1 + \Delta Q_1) |Q_1 + \Delta Q_1| - Q_1^2 \} = -\Delta H_r + \Delta H_s$$

$\Delta Q/Q_0 = q$, $\Delta H_r/H_0 = h_r$, $\Delta H_s/H_0 = h_s$ とし、かつ $LQ_0/gfH_0 = T_v$, $\alpha Q^2/f^2 H_0 = K_\alpha$

とおけば、

$$T_v \frac{dq}{dt} + K_\alpha \{ (q_1 + q) |q_1 + q| - q_1^2 \} = -h_r + h_s \dots\dots\dots (1')$$

以下同様にして、

$$T_s (dh_s/dt) = q'_1 - q - q_{su} \dots\dots\dots(2')$$

$$Q_{su} = K_o h_s^{3/2} \dots\dots\dots(3')$$

$$Q = q_r + q_p + q_s \dots\dots\dots(4')$$

$$T_r (dh_r/dt) = q_r - q_u \dots\dots\dots(5')$$

$$T_t (dh_t/dt) = q_p + q_u \dots\dots\dots(6')$$

$$Q_p = \pm K_p |h_r - h_t|^{1/2} \dots\dots\dots(7')$$

$$Q_u = K_u (h_r - h_{ai})^{1/2}, -K_u (h_t - h_{ai})^{1/2} \text{ など} \dots\dots\dots(8')$$

ただし、実際の計算には(8)式の代りに線形に変換した次式を用いた。

$$q_u = K_u (h_r - h_{ai}), -K_u (h_t - h_{ai}) \text{ および } K_u (h_r - h_t) \dots\dots\dots(8'')$$

(1')式ないし(8'')式に用いた常数および時定数は次の通りである。

$$T_v = \frac{L}{gf} \frac{Q_o}{H_o}, \quad T_s = \frac{F_s H_o}{Q_o}, \quad T_r = \frac{F_r H_o}{Q_o}, \quad T_t = \frac{F_t H_o}{Q_o}, \quad K_a = \frac{\alpha Q_o^2}{f^2 H_o}, \quad K_c = \frac{CBH_o^{3/2}}{Q_o}, \quad K_p = \frac{r H_o^{1/2}}{Q_o}, \quad K_u = \frac{\delta H_o^{1/2}}{Q_o}, \quad K'_u = \frac{\delta' H_o}{Q_o},$$

次に、 $Q_1 = Q_2 = Q_0$ のときの G_1, G_2 をガイドベーン開度の基準値にとり、それぞれ G_{10}, G_{20} とすれば、 $Q_0 = K_1 G_{10} = K_2 G_{20}$ であるから、 $q_1 = 4Q_1/Q_0 = K_1 4G_1/K_1 G_{10} = g_1$ 、同様に $q_2 = 4Q_2/Q_0 = g_2$ となり、 g はすべて q として表わし得る。よって、

$$T_1 (dq'_1(t)/dt) + q'_1(t) = q_1(t - \tau_1) \dots\dots\dots(9')$$

$$q'_s = q'_s = Ah_s + (1/B) \int h_s dt \dots\dots\dots(10')$$

$$T_2 (dq'_2(t)/dt) + q'_2(t) = q_2(t - \tau_2) \dots\dots\dots(11')$$

$$T_g (dq_2/dt) + q_2 = q'_2 + q'_2 \dots\dots\dots(13')$$

(9')式ないし(13')式中の常数および

時定数のうち、

図-2 水理系と制御系を結合したブロック線図

$$A = \frac{\alpha H_o}{Q_{20}} = \frac{\alpha H_o Q_{20}}{Q_o},$$

$$B = \frac{\beta Q_{20}}{H_o} = \frac{\beta Q_o}{H_o Q_{20}} \quad (\text{sec})$$

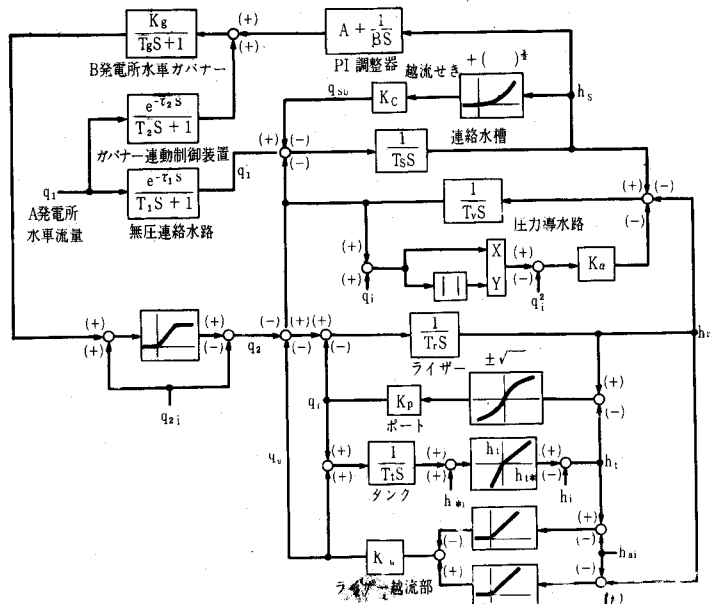
で、その他は実際の現象に相当する時定数および制御条件として設定する時定数ならびに常数として、

$$T_g = 7 \text{ sec}, \quad T_1 = 60 \sim 120 \text{ sec},$$

$$T_s = 0 \sim 120 \text{ sec}, \quad \tau_1 = 120 \sim 180 \text{ sec},$$

$$\text{sec}, \quad \tau_2 = 0 \sim 160 \text{ sec}$$

以上の諸式をラプラス変換して伝達関数を求め、非線形部分の伝達要素を加えてブロック線図を作成すれば、図-2となる。



5. アナログ・コンピュータによる計算上の問題点

こゝで用いるアナログ・コンピュータとは、電子管あるいはトランジスタ式低速度形アナログ・コンピュータのことであるが、前記のようなブロック線図に示される現象を解析する場合には非常に有用である。ブロック線図が作成できれば、その各要素に従がってアナコンで計算を行なうことができるが、これを実際の回路に移す場合に、2, 3 注意すべきことがある。

水理関係の現象を解析する場合は非線形の現象を取扱うことが非常に多い。したがって、線形に変換して理論的解析を行なう場合と、実際の現象をできるだけ正しく算定するシミュレーターとして利用するために非線形部を多用する場合とで、区別した方がよいと思われる。後者の立場からは、各量の基準値をたとえば $Q_0 = 100 \text{ m}^3/\text{sec}$, $H_0 = 5.0 \text{ m}$ などのように計算上便利な値にとり、量の換算を簡単にし、半ば計数式に解を判読できるようにした方がよい。それによって非線形部の動作位置を簡単に知ることでもある。

また、基準値は、それによって回路の中の増幅器がオーバーロードすることのないよう十分余裕を考えて決めなければならない。また場合によっては、回路中の変化量がアンバランスにならないよう、部分的に基準値の変換を行なう。

非線形部の設定は比值によって行なわなければならないから、その換算には誤りのないように注意を要する。

増幅器の数は回路の組み方によって減らすことができるから、できるだけ少なくして計算精度を高めるようにしなければならない。アナログ型はデジタル型にくらべて計算精度の点では劣るが、ここにかけたような問題で、諸特性を検討する場合には利用価値が大であるので、両者併用することが最も有効であると考えられる。

6. アナログ・コンピュータによる計算結果

アナログ・コンピュータによる計算は、次に示すような各量の値の種々の組合わせに対して実施し、B発電所のサージタンク水槽水位 H_t 、ライザー水位 H_r 、連絡水槽水位 H_s 、連絡水槽流入量 Q'_1 、導水路流入量 Q 、B発電所水車流量 Q_2 の、制御経過に伴う時間的变化を算出した。

計 算 条 件

	A 発電所水車流量		連絡水路		水位調整制御装置		ガバナー連動制御装置		B 発電所水車 動作時定数
	流 量 $Q_1 (\text{m}^3/\text{s})$	変化時間 $t (\text{sec})$	時定数 $T_1 (\text{sec})$	むだ時間 $\tau_1 (\text{sec})$	比例ゲイン A	時定数 B(sec)	時定数 $T_2 (\text{sec})$	むだ時間 $\tau_2 (\text{sec})$	
負 荷	4.6 → 2.3	0, 30, 60,	60, 90	120, 160,	4, 8, 12, 20, 40,	10, 40, 80,	0, 30, 60, 120,	0, 160	7, 20
減 少	4.6 → 2.2	120, 180,							
負 荷	2.3 → 4.6	0, 30, 60,	90	160	8	10, 40, 80,	60, 120,	0, 160	7
増 加		120, 240, 480,							
律動負 荷(正 弦形)	4.0 ± 0.6 3.4 ± 0.12 3.4 ± 0.6 2.9 ± 0.17 2.9 ± 0.12 2.9 ± 0.6	周期(sec) 90, 420, 720, 900, 1200, 2400,	90	160	8	40	60	0	7

図-3 アナログ・コンピューターによる計算結果の一例

($T_1=90\text{sec}$, $\tau_1=160\text{sec}$, $T_g=7\text{sec}$)

(a) $Q_1=46 \rightarrow 23 \text{ m}^3/\text{s}$, $A=$ $T_2=120^\circ$, $\tau_2=160^\circ$ $B=40^\circ$

(b) $Q_1=46 \rightarrow 23 \text{ m}^3/\text{s}$, $A=8$, $B=40^\circ$

(c) $Q_1=46 \rightarrow 23 \text{ m}^3/\text{s}$, $T_2=60^\circ$, $\tau_2=0$ $A=8$

(d) $Q_3=46 \rightarrow 9.2 \text{ m}^3/\text{s}$, $T_2=60^\circ$, $\tau_2=0$ $A=8$, $B=40^\circ$

(e) $Q_3=23 \rightarrow 46 \text{ m}^3/\text{s}$, $A=8$, $B=40^\circ$

(f) $Q_3=23 \rightarrow 46 \text{ m}^3/\text{s}$, $T_2=60^\circ$, $\tau_2=0$ $A=8$, $B=40^\circ$

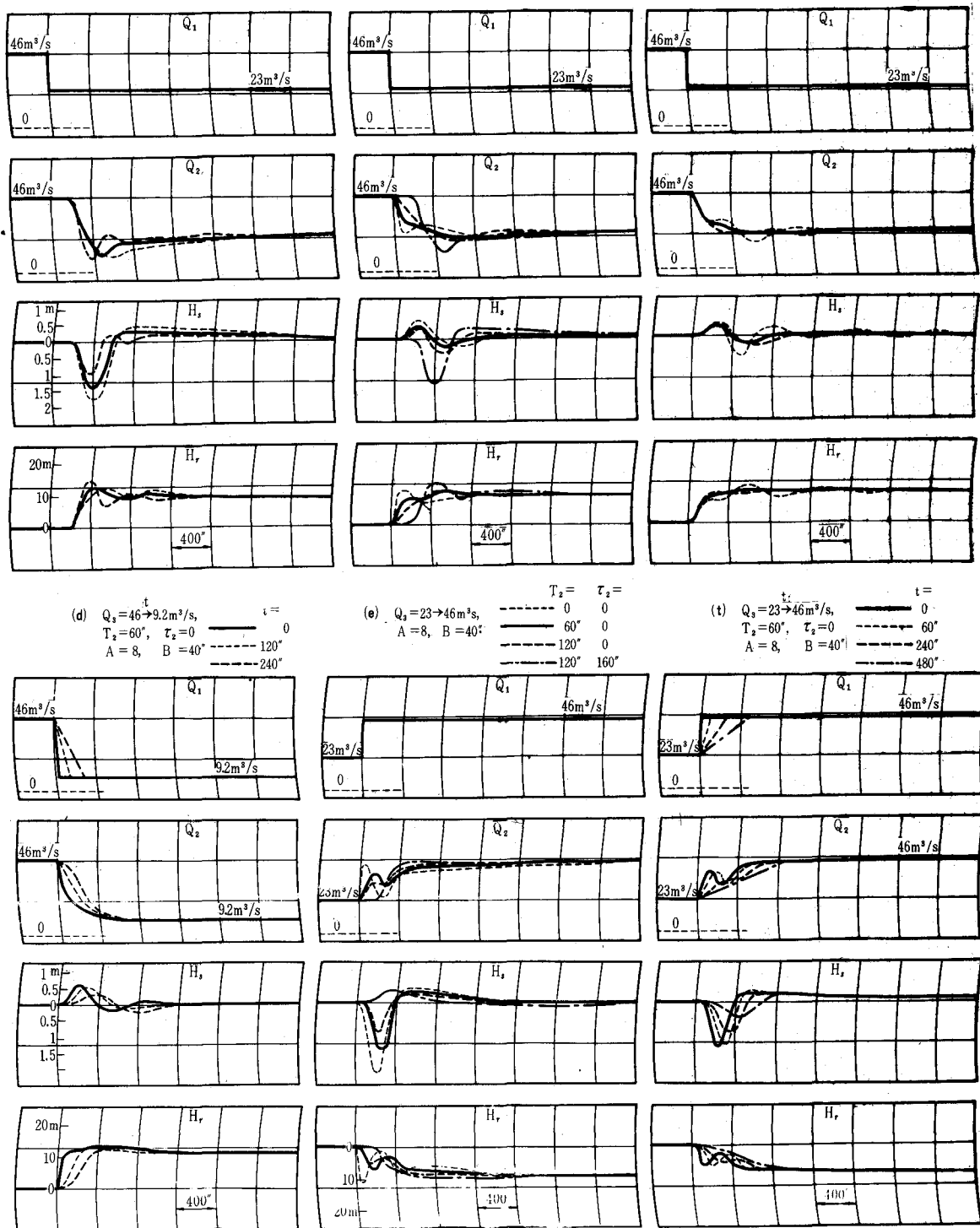


図-3 は計算結果の代表例を比較図示したものである。

図-3 (a)は、A 発電所が $46 \text{ m}^3/\text{sec}$ から $23 \text{ m}^3/\text{sec}$ へ瞬間的に負荷減少した場合における、水位調整器の比例ゲイン A の値の制御経過におよぼす影響を示している。A = 8 が最も妥当な値であると判断される。

図-3 (b)は、水車ガバナー連動制御装置の時定数およびむだ時間の影響を示し、むだ時間 $\tau_2 = 0$ とすることが制御経過を著しく安定させ、また時定数 $T_2 = 60 \text{ sec}$ に選定するのが最も妥当であると思われる。

図-3 (c)は、上の判断にもとづき、 $T_2 = 60 \text{ sec}$ 、 $\tau_2 = 0$ 、 $A = 8$ とした場合について、水位調整器の時定数 B の値の影響を示している。B = 10 sec では制御経過が目立って不安定であるが、B = 40 sec ないし 80 sec にとれば、同程度に安定した制御経過が得られる。

図-3 (d)は、以上の結果から選定した最適条件について、A 発電所の使用水量を $46 \text{ m}^3/\text{sec}$ から $92 \text{ m}^3/\text{sec}$ へ減少せしめた場合の制御経過を示す。全負荷から $1/5$ 負荷への急減に対しても十分適正な制御が行なわれる可能性を立証している。

図-3 (e)は、A 発電所の負荷を半負荷から全負荷へ ($23 \text{ m}^3/\text{sec}$ から $46 \text{ m}^3/\text{sec}$ へ) 瞬間増加した場合の制御経過を示す。負荷減少に対しては最適であると判断された条件 (特に $\tau_2 = 0$) がこの場合には適当でなく、負荷急増に対してはむしろ τ_2 の値を長くとる方が制御経過を安定せしめるのに効果的であることがわかる。しかし、図-3 (f)に示すように、半負荷から全負荷へ負荷を増加せしめる時間がある程度考慮すれば、負荷減少に対する最適条件下でも十分安定性のある制御経過が得られる。

7. 模型実験

実験装置のうち、水理系の部分は力学的相似律を満たした歪縮尺模型とし、制御系および水車ガバナー動作装置の部分はトランジスタ・アナログ・コンピューターを使用して、両者をオンラインに結合した。水理模型の縮尺および寸法を以下に示す。

水路長	無圧部： $1/72$ (17.9 m)	水平面積：	$1/2592$
	有圧部： $1/57$ (87.2 m)	鉛直高 (水深、落差)：	$1/36$
水路断面一次量	無圧部： $1/36$ (径12.8 cm)	流量：	$1/7776$
	有圧部： $1/32$ (径12.5 cm)	時間：	$1/12$

また、トランジスタ・アナログに計算せしめる部分のブロック線図は図-4 に示す通りである。図-5 の写真は模型サージタンクおよびトランジスタ・アナログの設置状況である。

図 - 4

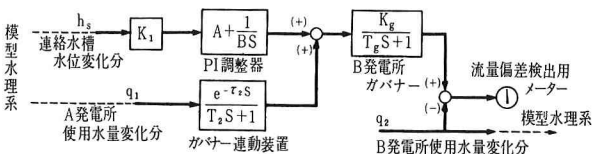


図 - 5

