

(C-4) “空気混入流の開始条件に関するスペクトル理論的考察”

電力中央研究所 日 野 幹 雄

1:ダム余水吐等の急勾配水路の高速水流が自然に空気を混入して、白く泡立つ流れを“Self-aerated flow”とよんでいる。この現象の発生の一の原因は、水路底面から発達する乱流境界が自由表面に達することである。図1は、中部電力・畑薙才一ダムで本年7月に行われた放水実験の記録写真である〔電研 安芸周一研究担当撮影〕。放水流量は、左から順に、ほぼ200t、500t、1000t程度と推定される。したがって、水流と空気との相対速度は右の写真ほど大きくなっているが、空気混入の開始域はずつと下流に移動している。このことから、水流と空気との相対速度は、才一次的要因でないことが推定される。流量の増加と共に、水深は増大し、したがって乱流境界層が自由表面に達する迄の距離は下流に移動している。この様な点について、詳細に実験と模型実験とを比較検討して、空気混入流の開始域と乱流境界層が自由表面に達する位置とが一致することを明らかにしたのは、H.G. Hickox (1945)である。これ以後、開水路における境界層の発達については、数多くの研究がなされている。

しかしながら、境界層が自由表面に達することは、空気混入流開始のための必要な条件であつても十分条件ではないことは、ダムの模型実験や普通の開水路流で空気混入の起らないことから明らかである。空気混入の他の条件については、Favelの実験式、日野(1960, 1961), Govinda Rao (1961)の理論的研究がある。本論文は、先に発表した論文の延長として、乱れのスペクトル理論的考察から、理論の精密化を計ろうとするものである。しかしながら、空気混入流の開始条件についての実測・実験は、あまりに少くまた不十分であるので、ここで述べる理論も、一つの解釈を与える

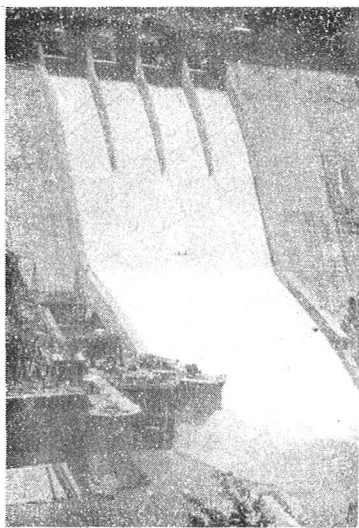


図 - 1. a

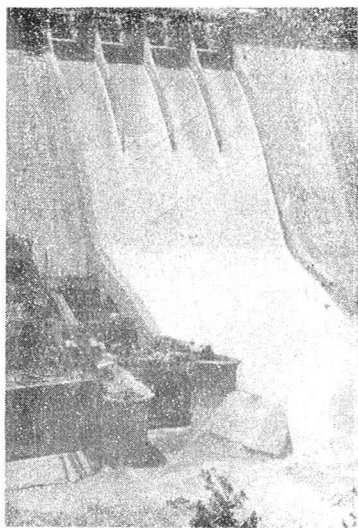


図 - 1. b

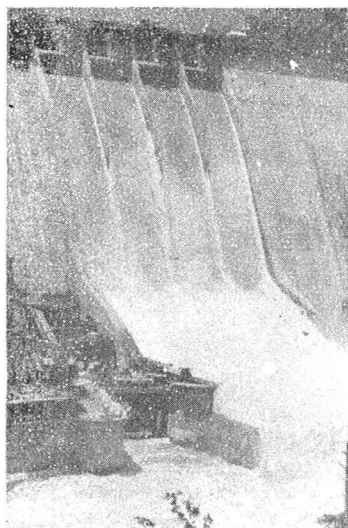


図 - 1. c

〔電研安芸周一氏撮影〕

だけで、それを裏付ける実験は、今後の研究に俟たなければならないものである。

2: 乱流は、数多くの種々の周数波の渦から成立っている。乱れの数値成分の時間平均 $\overline{u^2}$ に対する周波数 f と $f + df$ の間の成分の貢献を $\overline{u^2} F(f) df$ として、 $F(f)$ は乱れのスペクトル曲線を表わしている。大きな渦は、主にエネルギーを包蔵しており、これは流れの特有な要素に大きく支配される。すなわち、低周波数域では、 $F(f)$ は次の関数形で与えられる。

$$F(f) = \frac{4 \frac{L_x}{U}}{1 + (2\pi \frac{L_x}{U} f)^2} \quad (1)$$

ここに、 L_x は平均の渦径であり、相対水深 γ/h の関係である。 U は流れの各点における時間平均流速である。(波数 R は $R = 2\pi f/U$ である。)

渦の周波数が高くなるにつれて、スペクトル関数は主流に附随する特性をなくし、いわゆる Kolmogoroff の局所的等方性をもつに到る。この様な概念は、W. Heisenberg (1948) によつても論じられており、これによれば、スペクトルの $-5/3$ 則として表わされる。この局所的等方性の領域では、スペクトルは、平均流の速度とか平均渦径ではなく、エネルギー逸散率 E と動粘性係数 ν に関係し、この二つの量から作られる長さを

$$\lambda_0 = (\nu^3/E)^{1/4} \quad (2)$$

あるいは、波数を

$$R_0 = (E/\nu^3)^{1/4} \quad (2a)$$

として表わされ、粘性の影響の少ない inertial subrange では $F(k)$ は、

$$F(R) = K E \frac{2}{3} k^{-5/3} \quad (L \gg R > k_0) \quad (3)$$

と表わされる。

更に高周波域の dissipation subrange 又は viscous subrange は、W. Heisenberg の -7 乗則や L. S. G. Kovasznay (1948) の理論の適用範囲となる。

3: さて、今 λ_1 の径をもつ渦を考えよう。この渦の中には $\lambda_n \leq \lambda_1$ である種々の径の渦が含まれており、この λ_n なる渦の全体に対する帰寄は

$$\frac{1}{\overline{u^2}} \int_{\lambda_n}^{\infty} F\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\left(\frac{1}{\lambda}\right) \quad (4)$$

である。

したがって、 λ_0 なる渦はこれを包蔵して運動する径 λ_1 の渦塊に対して、平均的には $\pm \sqrt{\frac{1}{\overline{u^2}} \int_{\lambda_n}^{\infty} F\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\lambda}$ の速度で相対的に運動している。

もつとも、 λ_n の渦のもの乱れの強さは、

$$\alpha \left\{ \frac{1}{\overline{u^2}} \int_{\lambda_n}^{\infty} F\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right\} + \alpha \left\{ \frac{1}{\overline{u^2}} \int_{\lambda_n}^{\infty} F\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\left(\frac{1}{\lambda}\right) \right\} \quad (5)$$

$$= \alpha \frac{1}{\overline{u^2}}$$

であつて、絶対的な運動速度やエネルギーについては、大きな energy containing eddy であろうと、より小さな eddy であろうと特に区別する必要はない。

所で、今 λ_1 なる自由表面に近い渦塊が、表面に向つて運動したと考える。その渦塊全体がたまたま表面を飛び出るのに充分のエネルギーをもっていないとしても、その中に包蔵されるある渦塊が、重力と表面張力の影響に打ち勝つて空气中に放出される事は起りうる。

空気混入流の開始の定義は、明確ではなく V. Michels and M. Lovely (1953) は "searified flow" とか "emulsified flow" とかの区別を与えている。ここでは、論旨をはつきりさせるために、ともかくも水沫が自由表面上にわずかも飛び出ている "Scarified flow" について考える。この場合には、渦塊の運動は簡単にエネルギー方程式で論じて良いであろう。

ある λ_1 の渦塊が自由表面に迄運動して来て、そこで運動エネルギー不足のために空気に飛び出ることが出来なかつたが、その中に存在した λ_n の元塊がたまたまそれ自身は充分の運動エネルギーをもっていたとする。この可能な平均の運動エネルギーは

$$E = \rho \frac{4}{3} \pi \lambda_n^3 \cdot \frac{1}{2g} \overline{u^2} \int_{\lambda_n}^{\infty} F\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\left(\frac{1}{\lambda}\right) \quad (6)$$

であり、重力に打勝つて空気中に出るための仕事は

$$G = \alpha \cdot \rho \frac{4}{3} \pi \lambda_n^3 g \cdot H \quad (7)$$

であり、("Scarified flow" では $H = \lambda_n$)、表面張力に対してなす仕事は、

$$S = \beta \cdot 4 \pi \lambda_n^2 \cdot T \quad (8)$$

である。したがつて

$$M = E - G - S \quad (9)$$

で定義される関数 M が零または正であれば "Soarified flow" が発生することになる。

左図は、その説明図であり、 λ_n が大きければ主に重力の作用をうけて、飛び出す最大水沫の径が定まり、 λ_n が小さければ表面張力に支配されて飛び出しうる最小水沫径が定まることになる。(6)式のエネルギー・スペクトル $E\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ は、渦径 λ_n の大きさによつて才2節で説明した関数形のいずれかを用いれば良い。

4: 以上の議論は空気混入が水流内部のエネルギーによつて発生するとの見方に立つている。しかし、水流と空気との相対速度を発生原因として考えることも出来る。乱流境界層が自由表面に達すると、それ迄は鏡の様に滑らかであつた表面が不安定になり不規則な凹凸をなしたり、時には Roll wave が発生する様になる。この際に、空気との相対速度が大きいと、空気が水流の山の一部をもぎ取り、その時さらに表面を乱し、もぎ取られた水塊が再び水面に落下して、空気を連行したり、小

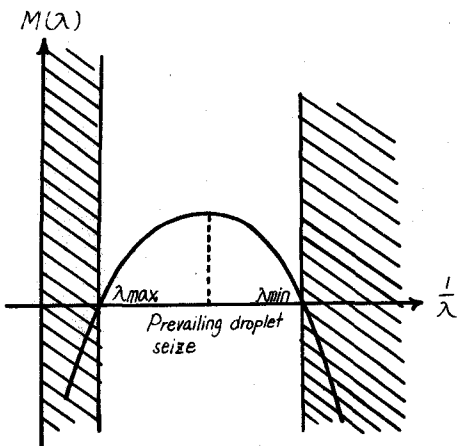


図 - 2

な水沫をはねあげたりするであろう。しかしながら、空気混入現象が持続的に行われ、かつ充分高く水沫をはね飛ばすには、やはり水流自身が充分のエネルギーを持つていなくてはならないのではないかと著者は考えている。

いずれにしても、理論の展開に先立つて基礎的実験や観測を推めなくてはならないと思われる。

参 考 文 献

- Govinda Rao, N.S. and Rajaratnam, N.: "On the inception of air-entrainment in open channel flows" Proc. IX IAHR (1961)
- Hickox, G.H.: "Air entrainment on spillway faces" Civil Engineering 15 [12] (1945)
- Hino, M.: "On the mechanism of self-aerated flow on steep slope channels....Applications of the statistical theory of turbulence" Proc. IX IAHR (1961)
- "開水路の乱流構造" 学位論文 (1960)
- Michels, V. and Lovely, M.: "Some Prototype observations of air entrained flow." Proc. Minnesota International Hydraulic Convention IAHR (1953)