（B－2） 水面形計算法におけるコンピューターの利用

京都大学工学部　　岩 佐 義 朗

1. はしがき

水面形計算法の基礎は定常流の水理学的理論そのものであるから，計算法は定常流理論の水工学的諸問題に対する応用例に外ならない。しかし，計算された水面形状は与えられた各種の条件に対する流れの挙動を示すものであるから，河道計画あるいは水理構造物の設計に当つて，この計算は欠くべからざるものである。

水面形計算法は大別して，解析的方法，数値計算法および図式計算法にわけられる。ところが，われわれの取り扱う問題では，水路は一様でないのが通例である。したがつて，解析的方法はも早適用されなくなり，数値計算法あるいは図式計算法が極めて有力な解析手段となる。

コンピューターによる水面形計算法は数値計算における手法上の一手段であるが，基礎理論の表現法よりみても数値計算法にはいくつかの方法がある。とくに，一様でない水路における計算法は，その基礎式として水面形方程式といわれる関係式を用いなければならない。しかし，水路形状の変化が緩やかで流れに遷移現象があらわれないときには，直接逐次計算法（Direct Step Mothod）あるいは水面形状を水位として表わす標準逐次計算法（ Standard Step Method ）が極めて有効に利用されることはいうまでもない。

この研究は、以上に示した諸方法のなかで、直接逐次計算法による水面形計算をKDC−1 電子計算機を用いて行なつたものを示し、今後行なう各種の方法との比較検討に必要な資料を得ようとしたものである。ここに示したKDC−1 電子計算機とは、京都大学工学部に設置されているプログラム内蔵型の京都大学デイジタル電子計算機オ1 号の略称であつて、参考のためその概要を示すとつぎのようである。

形　式：プログラム内蔵型１０進電子計算機

回路方式：トランジスタおよびダイオードを使用した同期制御方式

記憶装置：中速磁気ドラム　４２００語、磁気コア　５０語、
磁気テープ　１台当り約３５万語

語の形式：数値語　固定小数点　符号１桁、絶対値１１桁：移動小数点　符号１桁、
絶対値９桁、　指数部２桁
命令語　操作部３桁　　アドレス部４桁　　インデックス部２桁　ブレークポイント部１桁

アドレス方式：１ 1/2 アドレス方式

演算時間：

	加減算	乗　算	除　算
固定小数点	0.5ms	5.8ms	6.5ms
移動小数点	1.3ms	5.2ms	5.8ms

消費電力：本体　1.5 kw

2. プログラミング

(1) 基礎式と数値解法の計画　　河床にそい下流の方向にx軸をとり、比エネルギーをH_0とすれば、われわれの取り扱う1次元的な漸変流のエネルギー式は、

$$\frac{dH_0}{dx} = S_0 - S_f \ , \qquad H_0 = h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} \qquad (1)$$

によつて表わされる。ここに、S_0は河床勾配 S_fは$n^2Q^2/R^{4/3}A^2$という摩擦勾配である。

この式を変形して階差式に書きなおすと、

$$\triangle x_{(i)} = \frac{\triangle H_0}{S_0 - S_f} = \frac{H_{0(i-1)} - H_{0(i)}}{\frac{1}{2}\{S_{0(i-1)} + S_{0(i)}\} - \frac{1}{2}\{S_{f(i-1)} + S_{f(i)}\}} \qquad (2)$$

である。測点(i−1)および測点(i)における水路特性、測点(i−1)における水深が既知のとき、測点(i)における水深を仮定すれば(2)式より$\triangle x_i$が計算される。この値があらかじめ与えられた両測点間の距離$\triangle x^g_{(i)}$に等しければ、仮定水準は正しいはずである。このような操作を計算すべき全区間にわたつて繰り返し行なえば水面形が計算される。これが一様でない水路における直接逐次計算法である。したがつて、各区間における計算は、仮定水深を用いて計算した測点間隔が与えられた測定間隔と所要の精度で一致するまで、水深を仮定しなおすという繰り返し計算である。

(2) 計算方法　　いま簡単のため水路断面が長方形であるとすると、水面形を計算する全区間内の各測点における水路幅b、河床勾配S_0、測点間隔$\triangle x^g$、粗度係数nおよびCoriolisのエネルギー補正係数αはあらかじめ与えられる。水面形計算はもともと初期値問題であるから、測点(0)における水深$h_{(0)}$は計算すべき各種の条件によつて定められなければならない。またしたがつて、測点(0)では$H_{0(0)}$および$S_{f(0)}$も計算によつて求められる。

以下、この計算において行なつた方法をのべるとつぎのようである。

オ1段階　いま測点が(0)−(N)とすると、まずindex register C(J)に最後番号としてN−1をセットする。

オ2段階　測点(i)における水深$h_{(i)}$のオ1次近似値としてはその前の計算で求めた測点(i−1)における水深$h_{(i-1)}$を用いる。いまこれをh_aとすると、h_aに対して(2)式より$\triangle x_a$を求め、あらかじめ与えられている測点間隔$\triangle x^g_{(i)}$との差$f_a = \triangle x^g_{(i)} - \triangle x_a$を計算する。若し　$f_a = 0$であれば、h_aが求める水深であるから計算は終了し、$h_a \to h_{(i)}$とおき所定のstorage locationに記憶させ、つぎの測点における計算に移る。C(J)＝0であれば全区間の計算は終了したことになる。ところが、$f \neq 0$であれば、つぎの段階に示すiterationを行なう。

オ3段階　$h_{(i)}$のオ2次近似値として$h_c = h_a + \delta$をとり、オ2段階と同様にして$f_c = \triangle x^g_{(i)} - \triangle x_c$を求める。$f_a = 0$であれば、この水深が求めるものであり、C(J)≠0のときつぎの測点へ移る。また、$f_c \neq 0$ならば以下の段階へと進める。なお、δは任意に与えられるが、ここでは、10cm、5cm、1cm、0 5cmとしている。

オ4段階　$f_c \neq 0$であれば、まず$f_a \times f_c$の符号を検討する。いま$f_a \times f_c < 0$であれば、求める水深はh_aとh_cとの間にあると考えられるから、逆補間法によつて計算を進める。

オ5段階　$f_a \times f_c > 0$であれば、求める水深$h_{(i)}$はh_aとh_cとの間にはないが、そのいずれの側

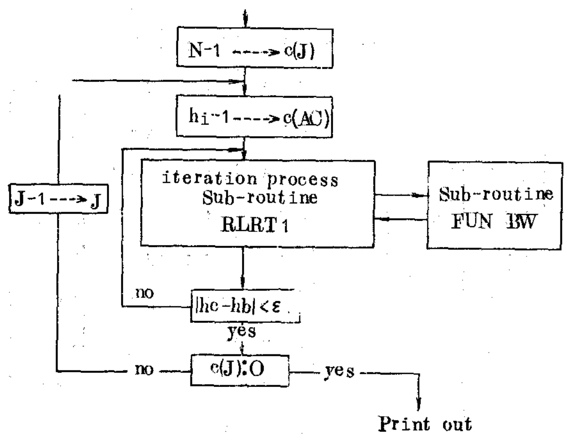
にあるかを検討する。

才6段階　いまh_c の方に近ければ、才3段階に戻つて計算を進める。

才7段階　逆にh_a の方に近ければ、$h_c \rightarrow h_a$ ，$f_c \rightarrow f_a$ の置換を行ない、$f_c = h_a - \delta$ として計算を進めることになる。この計算を行なうときは才3段階の計算を行なつているから、少なくとも一度は無駄な計算を進めることになる。

(3) プログラム　プログラムはiterationを行なうsubroutine(RLRT1)、$f = \partial x^g - \partial x(i)$ を(1)および(2)式から求めるsubroutine(FUNBW)およびmain routineとから成り立つている。いまそのブロック図を示すと図－1のようである。

図－1　ブロック図



計算結果の印刷は全区間の計算が終了してから行なうようにしてあるので、測点の数がきわめて多くなるような長い区間の計算では、計算機のmemoryが不足する恐れがあるが、以上に示したsubroutineおよびmain routineでは約300語使用しているから、計算に必要な入力データ($\triangle x_{(i)}$ 水路幅$b_{(i)}$ 河床勾配$s_{0(i)}$)、および$s_{f(i)}$ 水深$h_{(i)}$，水頭$H_{0(i)}$を考えに入れると、この計算機で行ないうる水面形計算の測点数は(4200－300)×$\frac{1}{6}$＝650個所である。

3.　計算例

以上に示したプログラムを用いて、直接逐次計算法による水面形計算を行なつた。一様でない水路

測点番号	てい加距離	水路巾	限界水深	測点番号	てい加距離	水路巾	限界水深	測点番号	てい加距離	水路巾	限界水深
0	0m	88.0m	2.44m	11	1100m	78.5m	2.63m	22	2200m	109.5m	2.11
1	100	90.0	2.40	12	1200	96.8	2.29	23	2300	116.8	2.02
2	200	91.6	2.37	13	1300	92.5	2.36	24	2400	105.0	2.17
3	300	95.0	2.32	14	1400	90.0	2.40	25	2500	98.7	2.26
4	400	100.0	2.24	15	1500	85.7	2.48	26	2600	95.8	2.30
5	500	103.8	2.18	16	1600	80.0	2.60	27	2700	103.5	2.19
6	600	95.3	2.31	17	1700	75.0	2.71	28	2800	112.0	2.08
7	700	90.0	2.40	18	1800	88.0	2.44	29	2900	115.5	2.03
8	800	85.3	2.49	19	1900	98.0	2.27	30	3000	115.5	2.03
9	900	80.0	2.60	20	2000	100.0	2.24				
10	1000	75.0	2.71	21	2100	104.7	2.17				

水　面　形　計　算　表

$Q=1000m^3/sec,\ n=0.025(m-sec).\ \alpha=1.10$

	KDC－1による計算						数値計算		(dh/dx)を用いた数値計算			
	初期値						初期値		初期値			
	2.50m	3.00m	3.50m	4.00m	4.50m	5.00m	3.00m	5.00m	2.50m	3.00m	4.00m	5.00m
30	2.50m	3.00m	3.50m	4.00m	4.50m	5.00m	3.00m	5.00m	2.50m	3.00m	4.00m	5.00m
29	2.71	3.04	3.47	3.94	4.43	4.92	3.04	4.92	2.79	3.04	3.94	4.92
28	2.78	3.04	3.43	3.87	4.35	4.83	3.04	4.83	2.84	3.04	3.87	4.83
27	2.77	2.98	Halt	3.77	4.24	4.72	2.98	4.72	2.81	2.97	3.76	4.72
26	2.79	2.95		3.67	4.13	4.61	2.95	4.61	2.81	2.91	3.66	4.61
25	3.07	3.15		3.70	4.11	4.57	3.15	4.57	3.22	3.21	3.70	4.57
24	3.24	3.29		3.74	4.11	4.54	3.29	4.54	3.39	3.39	3.77	4.55
23	3.36	Halt		3.78	4.12	4.52	3.41	4.52	3.53	3.52	3.84	4.54
22	3.29			3.69	4.03	4.42	3.33	4.42	3.45	3.44	3.75	4.44
21	3.25			3.70	3.95	4.33	3.29	4.33	3.39	3.38	3.68	4.35
20	3.23			3.57	3.87	4.25	3.26	4.25	3.35	3.34	3.61	4.24
19	3.25			3.59	3.83	4.18	3.28	4.19	3.35	3.34	3.58	4.17
18	3.14			3.46	3.69	4.05	3.16	4.05	3.23	3.23	3.46	4.04
17	2.79			3.18	3.44	3.82	2.82	3.83	3.01	3.00	3.25	3.86
16	3.56			3.60	3.72	3.98	3.57	3.99	4.36	4.38	3.90	4.06
15	3.75			3.77	3.86	Halt	3.74	4.08	4.42	4.44	4.04	4.17
14	3.82			3.85	3.87		3.82	4.11	4.43	4.45	4.09	4.20
13	3.85			3.89	3.89		3.84	4.11	4.41	4.43	4.09	4.19
12	3.88			3.90	3.92		3.87	4.11	4.40	4.41	4.11	4.20
11	3.59			3.93	Halt		3.59	3.85	4.21	4.22	3.90	4.00
10	3.59			3.88			3.59	3.82	4.14	4.16	3.86	3.95
9	3.82			4.03			3.81	3.97	4.27	4.28	4.06	4.12
8	3.93			4.03			3.93	4.06	4.34	4.35	4.16	4.21
7	3.99			4.08			3.99	4.10	4.36	4.37	4.20	
6	4.02			4.10			4.02	4.13	4.37	4.38	4.23	
5	4.06			4.12			4.05	4.15		4.39	4.26	
4	3.98			4.05			3.98	4.08			4.18	
3	3.91			3.97			3.90	4.00			4.09	
2	3.85			3.91			3.85	3.93			4.02	
1	3.82			3.88			3.82	3.90			3.98	
0	3.80			3.85			3.79	3.87			3.94	

の例として、表示したような巾のみが変化する長方形断面水路を考えた。各測点間の距離は１００mである。河床勾配および粗度係数の値は任意に与えることができるが、この計算ではいずれも一定とし、それぞれ S_o=0.001 および n=0.025(m−sec) である。

流量を１０００m^3/sec流したとき、測点（３０）において各種の水位に対する水面形計算を行なつた結果が表示した水面形計算表である。ここに、流れは常流であるから、下流の方向より計算を進めました。したがつてドラムと測点番号の順序は逆である。表において、KDC−1 による計算とは、上述のプログラムによつて進めた電子計算機による数値を、数値計算とは、直接逐次計算法を trial に行なつたものの結果を、また（db/dx）を用いた数値計算とは、(1)式の代りに水面形方程式を用いるとともに（db/dx）の値として相隣る測点間の水路巾差を測点間隔で除したものをとつて数値計算した結果を表示したものである。

KDC−1による結果のうち、初期値が2.50mおよび4.00mの場合計算が円滑に行なわれ、それ以外の初期値では表にHaltと示したように、計算は中止されている。この原因については現在確かめている途中であるが、逆補間法による計算過程で答が出てこないためと思われる。この過程のプログラムについても十分な検討を行なわなければならない。

また、電子計算機による計算法とは直接関係はないが、計算表より明らかなように、直接逐次計算法による結果と（db/dx）を用いた数値計算結果とは相当違つている区間がある。勿論、ここで行なつたような簡単な（db/dx）を用いて行なえば、正しい水面形状がえられていないことは種々の初期値に対する計算結果からみて明らかであるが、少なくとも計算機に持ち込む以前において与えられた問題を十分吟味し、いかなる方法で解析を進めるべきかを検討する必要がある。

4. 結　　論

この研究は、一様でない水路における水面形計算法をKDC−1電子計算機によつて直接逐次計算法を用いて取り扱うことについて述べた。勿論、現在の段階では十分に解析しておらず、その後種々の条件について解析を進めているが、とりあえず現在までの結果で明らかにされた点を述べるとつぎのようである。

(1) KDC−1電子計算機を用いて直接逐次計算法による水面形計算を行なえば、約６５０個所の水位が計算される。

(2) 例として示した計算例では所要時間は約２０〜３０分であり、平均して２５分であつた。

(3) プログラムについても十分考慮しなければ計算が条件により円滑に進まないことがある。

(4) 計算機を使用する過程以前に、われわれは問題を処理する方法について十分吟味しなければならないことが例によりわかつた。

なお、本計算機の使用料は、大学における設備のためきわめて安く、１時間当り１５００円である。

本研究を遂行するに当り、絶えず御懇切な指導と助言を賜わつた石原藤次郎教授に感謝の意を表わすとともに、プログラミングならびに計算に労力を惜まれなかつた大学院学生　会田　正君にも謝意を示します。