

(5) 砂運の発生とその発達過程について

神大 正員 松梨順三郎

1. まえがき 移動床をもった開水路および閉水路において、砂運が如何なる機構のもとに発生するか、一度発生した砂運がどのような発達過程を経て平衡状態に到達するかなどについて若干の研究結果を得たので、その大要を發表します。

2. 砂移動平面河床の状態における水流の抵抗法則 砂は移動を開始しているが、砂運がまだ発生していない現象過程、それをここでは砂移動平面河床の状態と呼ぶことにする。この状態における流れの抵抗法則については明日の学会において發表するが、その結果のみを要約するとつぎのようになる。まず開水路水流について、 $U_{*0}d/\nu < 50$ の場合には、

$$\left. \begin{aligned} U_{m0}/U_{*0} &= 6.25 + 5.75 \log R/k_s \\ \log k_s/d &= (32.05 + 0.2 \log U_{*0}d/\nu - 1.4\sqrt{R})/5.75 + 2.99 \log \psi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

であり、 $U_{*0}d/\nu > 50$ の場合には式(1)の第一式と、

$$\log k_s/d = (8.95 - 1.80\sqrt{R})/5.75 + \log \psi \quad (2)$$

で与えられる。つぎに閉水路水流については $U_{*0}d/\nu < 50$ の場合、

$$\left. \begin{aligned} U_{m0}/U_{*0} &= 6.48 + 5.75 \log R/k_s \\ \log k_s/d &= 2.54 + 1.89 \log \psi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で与えられる。しかし砂運の発生が顕著にあらわれる範囲は $U_{*0}d/\nu < 10$ であるので、ここではこの範囲における現象のみに着目して論ずることにする。関係式 $\log \psi = 2 \log U_{*0}d/\nu - 2 \log R_*$ であらわされる量 R_* は砂の大きさをあらわすと考えられるが、上述の範囲をこの量で示すと $R_* < 30$ となる。そこでここで述べる砂移動平面河床の状態における水流の抵抗法則は式(1)および(3)で与えられることになる。

3. 砂運の発生とその発達過程 説明の都合上、本節では閉水路水流から論ずる。

(a) 閉水路水流 砂運が発生するための必要条件は、35年度の関西支部の学会で發表したように、微小振動法による理論によると、

$$\partial [U_{*0}^2 + \{1 + 2(0.7 - \tau_0)/B\} U_{*0}^2] / \partial U_{m0} < 0 \quad (4)$$

で与えられる。式(3)を(4)に代入して、この場合の条件式を求めると、

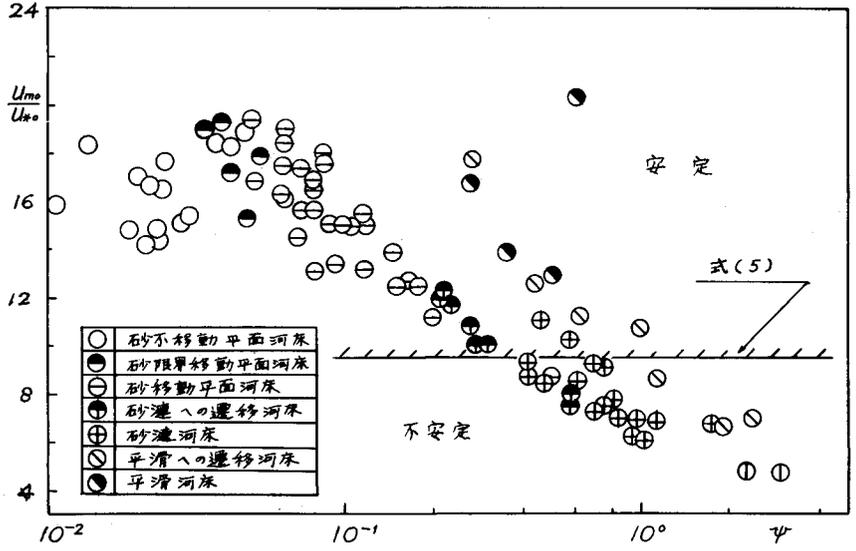
$$U_{m0}/U_{*0} < 9.45 \quad (5)$$

となる。実験砂 I ($d_{50} = 0.015 \text{ cm}$) による移動床をもった閉水路水流において、流量 Q を段階的に増加し、一つの流量に対して流れが平衡状態に達した後につきの流量に移る方法を適用した場合の実験資料を、 U_{m0}/U_{*0} と ψ とによつて示すと図-(1)のようになる。この図に示されているように砂移動平面河床の状態では常に $U_{m0}/U_{*0} > 9.45$ であり、その現象段階が進むと U_{m0}/U_{*0} は漸次減少し、砂運の発生限界ではほぼ $U_{m0}/U_{*0} \approx 9.45$ となる。そして砂運が発生した状態では $U_{m0}/U_{*0} < 9.45$ となることがわかる。

与えられた境界特性に対して砂運の発生限界を与える流量を Q_{cr} とすると、砂運の生成過程には二つの異なつた場合がある。第一は $Q < Q_{cr}$ で上流端より発生する局部洗掘の流下に

図-(1) U_{mo}/U_{*o} と ψ との関係

よって漸次水路全域が砂運でおおわれる状態になり、それがさらに発達して平衡状態に到達する場合であり、第二は $Q > Q_{cr}$ で通水と同時に水路全域が微小波高の砂運でおおわれ、それが漸次発達して平衡状態に到達する場合である。一定流量 Q に対して流れが時間の経過とともにどのように変化するかについて考



察しよう。通水開始の時刻を時間 t の起算とし、砂運の波動特性をあらわす $\lambda_0/R, \Delta H/R, \omega_s/\omega$ が $U_{mo}t/d$ の増加に対してどのように変化するかを考察すると、これらはそれぞれ、 $R/S' = 4.0 \times 10^2, L/R = 285$ の場合、

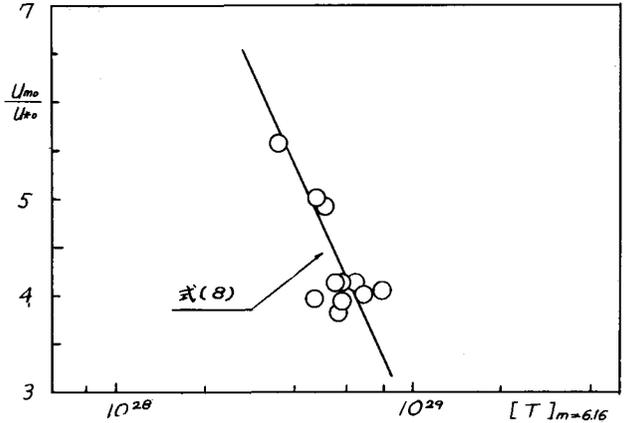
図-(2) U_{mo}/U_{*o} と $[T]_{m=6.16}$ との関係

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0/R &= -788 + 32 \log(U_{mo}R/\nu)^{5.2} (U_{mo}t/d) \\ \Delta H/R &= -358 + 12.2 \log(U_{mo}R/\nu)^{6.39} (U_{mo}t/d) \\ \omega_s/\omega &= -6.84 + 0.22 \log(U_{mo}R/\nu)^{6.9} (U_{mo}t/d) \end{aligned} \right\} (6)$$

となる。そこで

$$T = (U_{mo}R/\nu)^m (U_{mo}t/d) \quad (7)$$

で表わされる無次元量がこの現象過程に対して重要な役割を果たしていると考えられる。(6)式で示された m の平均値をとると $m=6.16$ となるが、 $[T]_{m=6.16}$ の増加による $U_{mo}/U_{*o}, \psi$ の変化を示すとそれぞれ図-



(2), (3) のようになる。資料は少ないが一定の傾向が認められ、直線性を仮定し、 $Q > Q_{cr}$ の資料を重視すると、それぞれ

図-(3) ψ と $[T]_{m=6.16}$ との関係

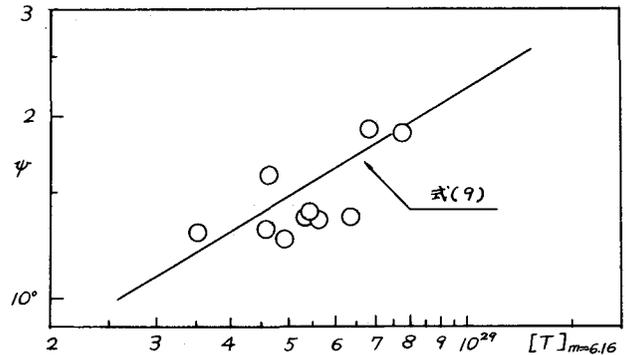
$$U_{mo}/U_{*o} = 197.2 - 6.7 \log [T]_{m=6.16} \quad (8)$$

$$\log \psi = -16.76 + 0.5 \log [T]_{m=6.16} \quad (9)$$

となる。両式から $[T]_{m=6.16}$ を消去すると、

$$U_{mo}/U_{*o} = 6.80 - 11.35 \log \psi \quad (10)$$

が得られる。ここで得られた発達過程に関する結果は、本来の意味での砂運の発達過程、すなわち $Q > Q_{cr}$ の状態のみで得られた資料による結果と比較すると、一般にはそ



の性質を異にして

いると思われるが、現象の類似性を考慮するとき、この場合にも式(7)であらわされる無次元量 ψ が重要な役割をもつておろうことを期待することが出来る。そこで一応砂運の発達過程を規定する関係式として式(9)、(10)を一般化した、

$$\log \psi = \alpha_1 + \beta_1 \log [T]_{m=6.16} \quad (9)$$

$$U_{mo}/U_{*o} = \alpha_2 + \beta_2 \log \psi \quad (10)$$

を提案する。図-4は開水路における以上の解析結果を総括したものである。図における曲線(11)は固定粗面上の水流の抵抗法則、 $U_{mo}/U_{*o} = 3.48 + 5.75 \log U_{*o} R/\mu$ を表わし、曲線(3)は式(3)を示す。また曲線(5)は砂運の発生限界をあらわすと3の式(5)をあらわす。おのおのの曲線はそれぞれの現象段階を対象として得られたものであり、水路高さ $D=7\%$ 、粒径 $d_{50} = 0.015 \text{ cm}$ とした場合に、 U_{*o}^2 の増大によつて U_{mo} 、および U_{mo}/U_{*o} がどのように変化するかをあらわす。記号 a は限界掃流力の状態をあらわし、砂移動平面河床の状態とその現象段階が進むと U_{*o}^2 の増大とともに U_{mo} は増加するが、 U_{mo}/U_{*o} は反対に減少してくる。記号 b_1 は式(5)で示される砂運の発生限界をあらわし、曲線 $U_{mo} \leftrightarrow U_{*o}^2$ の上ではそれに対応した点 b_2 で砂運が発生することになる。点 b の近傍において式(4)の左辺がどのように変化するかを考えてみよう。この極限状態では左辺第二項は省略され、その付号特性は主として $\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo}$ の付号に支配される。しかして図-4から明らかであるように、

$$\left[\frac{\partial U_{*o}^2}{\partial U_{mo}} \right] (U_{mo}/U_{*o} - 9.45) \rightarrow \pm 0 \quad \text{---} \rightarrow \pm \infty \quad (\text{付号同順}) \quad (12)$$

であり、砂移動平面河床の現象段階が進むと $\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo}$ は正の値で漸次増大し、 $\partial U_{*o}^2 / \partial U_{mo} \rightarrow \infty$ において砂運が生成されることがわかる。一度砂運が生成されると、その流量に対して流れが釣合の状態に到達するまで流れの平均的水理諸量は時間的に急激に変化する。しかしてこの非定常現象における U_{mo}/U_{*o} 、 ψ の関係は式(10)で与えられる。

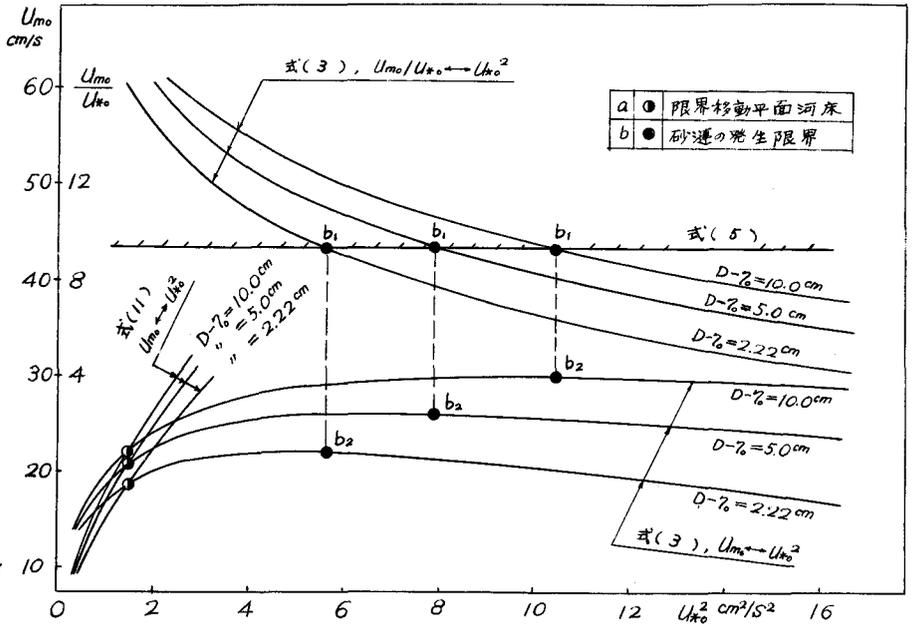
(b) 開水路水流 砂運が発生するための必要条件は、

$$\partial \{ U_{*o}^2/h_o + 2U_{*o}^2/B \} / \partial U_{mo} < 0 \quad (13)$$

であり、式(1)を(13)に代入すると、この場合の条件式は、

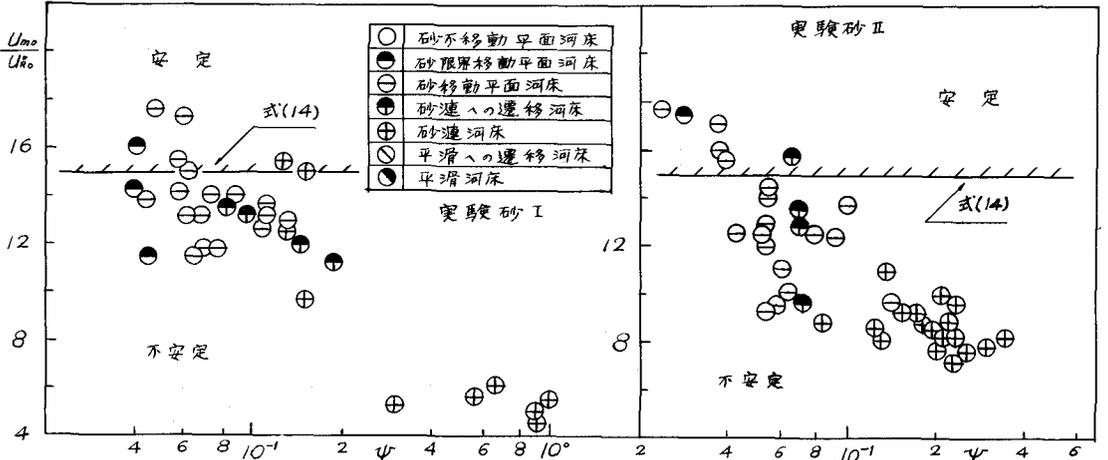
$$U_{mo}/U_{*o} < 15 \quad (14)$$

図-4) U_{*o} の増加に対する U_{mo} 、 U_{mo}/U_{*o} の変化



となる。実験砂 I, II ($d_{50}=0.033\text{mm}$) を用い, (a) の場合と同様の実験方法によつて得た資料を, $U_{mo}/U_{\beta 0}$, ψ によつて示すと図-(5) のようになる。これから砂移動、平面河床の状態では $U_{mo}/U_{\beta 0}$

図-(5) $U_{mo}/U_{\beta 0}$ と ψ との関係



>15 であり, 砂運の発生した状態では $U_{mo}/U_{\beta 0} < 15$ となることがわかる。一度砂運が発生した後, 平均的水理諸量が時間的にどのように変化するかを検討した結果, (a) と同様に (7) 式の T が重要であることがわかった。またこの場合にも (9'), (10) 式と同様の関係式が成立することを確かめることができた。図-(6) は (a) と同様に上述の解析結果を総括したものである。曲線(16)は固定面上の流れの抵抗法則, $U_{mo}/U_{\beta 0} = Ar - 2.5 + 5.75 \log R/d$ (ただし $\bar{r} \leq 0.89$ では $Ar = 9.3$ であり, $\bar{r} > 0.89$ では $Ar = 9.0 - 5.75 \log \bar{r} + 1.2 (\log \bar{r})^2$ とする) であらわされる。また曲線(1)は式(1)を示し, 曲線(14)は砂運の発生限界をあらわすと $\psi = 3$ の式(14)を示す。記 a, b, b_2 は図-(4)と同様で

図-(6) $U_{\beta 0}^2$ の増加に対する U_{mo} , $U_{mo}/U_{\beta 0}$ の変化

あり, 砂運の発生限界は, $U_{\beta 0}$ を U_{mo} , cm/s h_0 の函数とみると, (a) と同様に,

$$\left[\frac{\partial U_{\beta 0}^2}{\partial U_{mo}} \right]_{(U_{mo}/U_{\beta 0} - 15) \rightarrow \pm 0} \rightarrow \pm \infty$$

であるが, U_{mo} , S_0 の函数とみると, 砂運の発生限界点 $(U_{mo}/U_{\beta 0} - 15) \rightarrow \pm 0$ において $\partial U_{\beta 0}^2 / \partial U_{mo}$ は有限確定の負の値をとることがわかる。

