

(1) 混合砂の流砂機構に関する考察

京都大学防災研究所 正員 岩垣 雄一
同 上 正員 土屋 義人
西松建設土木設計部 正員 西平 福宏

1. 結 言

実際の河川あるいは移動床の実験水路における土砂粒子の運動を把握するためには、流水のもつ水理学的な諸特性の流砂現象に及ぼす効果を力学的に解明する必要がある。そのためには、流水と砂粒子との間の力学的な関係を明確にするとともに、砂粒子の物理的な諸特性を明らかにしなければならない。とくに実在の砂礫はすべて混合砂礫であることから、混合特性の流砂現象に及ぼす効果をなにかの方法によって明確にする必要がある。しかしながら、このような砂粒子の運動は極めて複雑であるために、混合砂の流砂機構はもうろんのこと、一様砂に関するものでさえ明確にされていない。

従来流砂に関する研究は *du Boys* 以来数多くの研究がなされ、*Kalinske* あるいは *Einstein* らによってそれぞれ独自の理論的考察が進められ、実測値との比較検討も行なわれてきた。*Laursen* は経験的な関係を導入し次元解析的に実際の河川や水路における実測値を用いて検討しているが、力学的機構に基づいていないのでとくに多くの問題点を残しているようである。また最近 *Pantélopulos* は混合砂の流砂に関する実験を行なうとともに、*Kalinske* の流砂理論に基づいて若干の理論的考察を進めたが、その取扱ひにおいては多くの疑問点があり、混合砂の流砂量を求める方法は確立されていないといつてよい。

一方前述したように流砂の機構を解明するためには、流水のもつ水理学的な諸特性の流砂現象に及ぼす効果や流砂の運動に関する基礎資料を必要とするわけであるが、従来流砂量そのものについては実験および実測値が数多く行なわれてきたのに反して、流砂理論の進展に役立つ基礎的な研究は極めて少なく、ほとんどなされていないといつてよいであろう。したがって今後このような基礎的研究を進めなければならないことはいうまでもないが、ある一つの考察のもとに実際の流砂に関する測定値と比較検討することも極めて重要なことといえよう。こうしたことから、この研究においては *Pantélopulos* と同様な手法によって混合砂の流砂機構を考察し、従来の二、三の実験結果と比較検討した結果について述べるつもりである。

2. 混合砂の流砂機構に関する理論的考察

混合砂の流砂機構を解明することは極めてむずかしいので、ここでは *Kalinske* の流砂理論に基づいて *Pantélopulos* と同様な取扱ひ方によるが、なるべく不明瞭な仮定をできるだけさけるために行なつた基礎実験について述べ、ついで流砂機構を考察することにする。

(1) 混合砂の二、三の特性：ここでは以下の流砂機構の考察に必要な単位面積当りの露出砂粒数とその分布について考察する。図-1は一様砂礫の場合の単位面積当りの露出数

$\bar{N}_u$ と粒径との関係を示したものであって、若干のばらつきを示しているのは砂粒の形状の効果や測定上の困難性によるものと考えられるが、図中に示した関係によってあらわされるようである。また図-2 は露出数に及ぼす混合特性を検討した結果である。この場合混合砂の粒度分布は対数正規分布に従うようにし、中央粒径を5種類変えて測定した。この結果によれば、上述した砂粒の形状や測定上の問題があるにもかかわらず、ほぼ一つの関係であらわされ、 σ_g の値が大きくなると露出数は増加することを示している。

つぎに混合砂の場合の露出数の分布について考察してみよう。いま重量百分率であらわした混合砂の粒度分布を $f(d)$ とし、露出砂粒数の分布を $f(d)$ とすればつぎの関係が成立する。

$$f(d) = A f(d) / d^2 \quad (1)$$

ここに、 A は単位体積重量に関する定数である。一例として、粒度分布 $f(d)$ が対数正規分布に従う場合には、(1) 式に基づく簡単な計算の結果 $f(d)$ もまた $f(d)$ と同じ標準偏差をもち、中央粒径の大きさが

$$d_{50} / d'_{50} = e^{2\sigma_d^2} \quad (2)$$

であらわされるだけ小さい値をもつ対数正規分布に従うことがわかる。ここに d_{50} および d'_{50} はそれぞれ分布 $f(d)$ および $f(d)$ の中央値であり、また σ_d は $f(d)$ の標準偏差である。図-3 は(2)式における σ_d の代りに σ_g を用いて計算した結果である。図-4 は対数正規分布に従う混合砂について、露出数の分布を測定した結果の一例であって、図中には以上述べた結論に基づいて理論直線を示したが、実験値とはよく一致していることがわかる。

(2) 混合砂の流砂量に関する考察：すでに述べたように、流砂の機構は極めて複雑であることから、ここではこうした研究の第一歩として、水路床面が平滑な場合のみを対象とする。Kalinske の流砂理論

と以上述べた混合砂の特性とに基づいて混合砂の流砂量を推定する方法を考察するに、まず一様砂礫の場合の流砂量公式を必要とするので、混合砂の流砂量を考察するときに都合がよいように適当にかまかえて簡単に述べればつぎのとおりである。

いま流砂の数が水路床面上に露出している砂粒数 $\bar{N}_u$ に比例するものとし、さらに砂粒

図-1 一様砂礫の場合の単位面積当たりの露出数

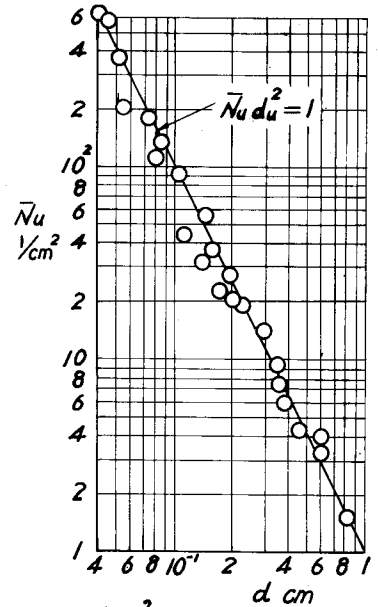


図-2 $\bar{N} d_{50}^2$ と σ_g との関係

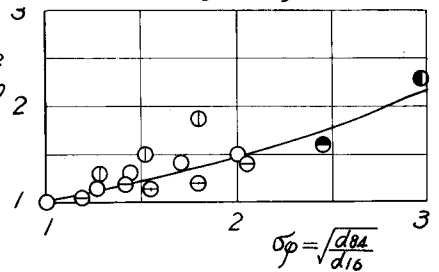
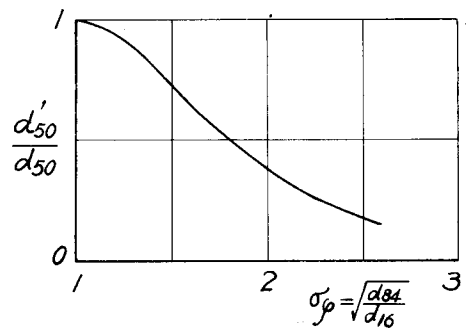


図-3 d'_{50}/d_{50} と σ_g との関係



の平均速度を $\bar{u}_g$ とすれば流砂量 q_B は

$$q_B = \alpha \beta \left(\frac{\pi}{6} \right) d^3 \bar{u}_g \bar{N}_u \quad (3)$$

とあらわされる。ここに、 α および β はそれぞれ砂粒を球と仮定したための係数および $\bar{N}_u$ に対する比例定数である。

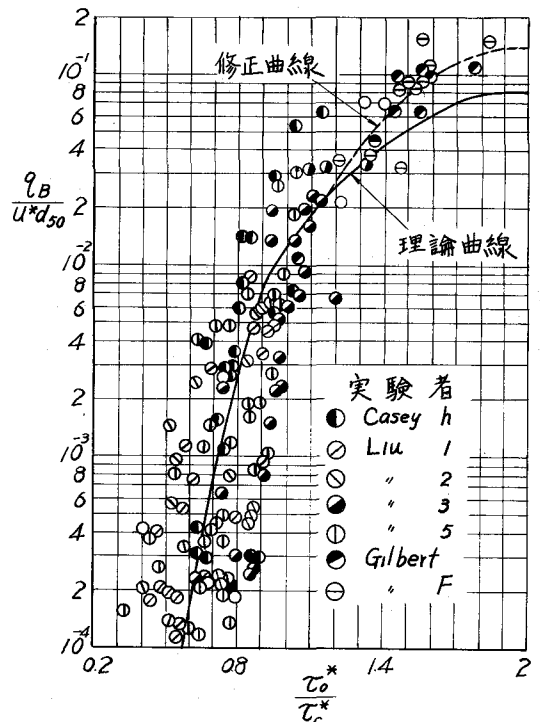
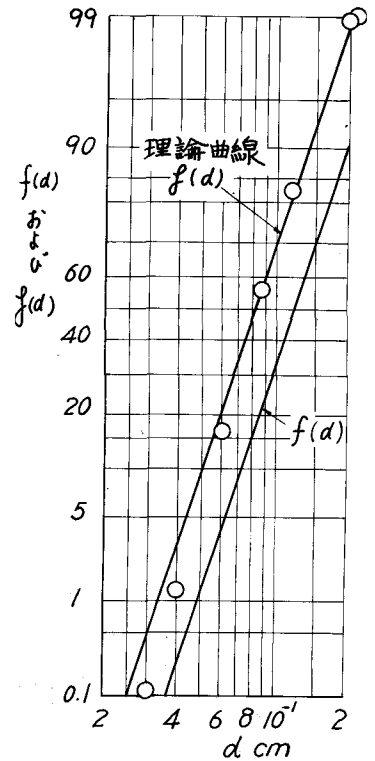
(3)式中の $\bar{u}_g$ を見積るにあたり、Kalinske は砂粒の瞬間速度 u_g が $(u - u_c)$ (ここに、 u および u_c はそれぞれ砂粒の近傍における流速および砂粒が動きはじめするのに必要な流速) に比例するとし、さらに u と時間的平均流速 $\bar{u}$ との差が Gauss 分布とするものとして理論を展開して、結局

$$\bar{u}_g / u^* = \psi \left\{ \tau_c^* / \tau_o^*, \frac{\sqrt{u - u^*}}{\bar{u}} \right\} \quad (4)$$

とあらわされる関係を見出した。ここに、 $\tau_o^* = u^{*2} / (0.045 - 1)gd$, $\tau_c^* = u_c^{*2} / (0.045 - 1)gd$, u^* および u_c^* : 摩擦速度および限界摩擦速度, g : 重力の加速度, であり、また右辺カッコ内第2項は乱れの強さであらわす。(4)式の関係を(3)式に代入すれば、一様砂礫の場合の流砂量をあらわすものとして次式がえられる。

$$\frac{q_B}{u^* d} = \frac{\pi}{6} \alpha \beta \bar{N}_u d^2 \psi \left\{ \tau_c^* / \tau_o^*, \frac{\sqrt{u - u^*}}{\bar{u}} \right\} \quad (5)$$

Kalinske は(5)式に相当した関係を多くの実験値に対して適用し定数の値を定めながら、砂粒の速度が $(u - u_c)$ に比例するという仮定には本質的な問題点があることはいうまでもなく、むしろある限られた範囲に対して近似的に成立すべきことやまた一方こうしたことから前述したように、平滑河床の場合に限って適用させることは有意義であらう。さらに Kalinske は限界掃流力の公式として White のものを用いたが、ここでは著者の一人岩垣の公式を適用する。このようにして、従来の二、三の実験者による実験値を整理して理論曲線と比較した結果が図-5である。この図によれば、(5)式に基づく理論結果は限界掃流力を越えて流砂の運動がはげしくなるともはや適合しなくなることがわかる。図中にはこうしたことから修正曲線を示したが、これらの曲線であらわされる流砂量の関係をつ



ごのようにあらわす。

$$\frac{q_b}{U^* d} = \bar{U}_n \left(\tau_0^* / \tau_{cn}^* \right) \quad (6)$$

つぎに以上と同様な手法によって混合砂の流砂量の推定法を考察すればつぎのようである。まず(3)式に基づいて流砂量をあらわすことにするが、この場合すべて線型的な加算が可能であるものとするれば、粒径 d_n なる砂粒の流砂量は

$$\Delta q_b(d_n) = \frac{\pi}{6} (\alpha\beta)_n \bar{N}_u d_n^3 \bar{U}_g(d_n) \Delta d_n \quad (7)$$

であらわされるであろう。混合砂の粒度分布 $f(d)$ が連続関数であるものとして、(7)式から全流砂量 q_b を求めればつぎのようになる。

$$\frac{q_b}{U^* d_{50}} = \frac{\pi}{6} (\alpha\beta)_n \bar{N}_u d_{50}^2 \int_{d_{min}}^{d_{max}} \left(\frac{d_n}{d_{50}} \right)^3 \frac{\bar{U}_g(d_n)}{U^*} f(d_n) dd_n \quad (8)$$

上式によって流砂量を計算するためには、混合砂中における各砂粒子の速度 $\bar{U}_g(d_n)$ を求める必要があるが、その方法は全く明らかでないことからここでは(4)式の関係が前述した仮定のもとに全面的に適用できるものとしよう。そうすることによって(8)式は結局つぎのようにならわすことができる。

$$\frac{q_b}{U^* d_{50}} = \frac{(\alpha\beta)_n}{(\alpha\beta)} \frac{\bar{N}}{\bar{N}_u} \frac{d_{50}^2}{d_n^2} \int_{d_{min}}^{d_{max}} \left(\frac{d_n}{d_{50}} \right)^3 f(d_n) \bar{U}_n \left(\frac{\tau_0^*}{\tau_{cn}^*} \right) dd_n \quad (9)$$

実際に適用する場合には、上式中右辺最初の係数はその性格が明らかでないことおよび砂粒の形状があまり相違しなければ、 $(\alpha\beta)_n = (\alpha\beta)$ と考えてよいであろう。また第2の係数は図-2に示した結果から σ_g の関数としてあらわされる。したがって(9)式に基づけば、もしなにかの方法によって混合砂面上における各砂粒子の限界掃流力 τ_{cn}^* の値が推定される場合には、流砂量を計算することが出来る。以上の考察から明らかなように、このような取扱によれば、混合砂の流砂量を推定するためには、各砂粒子の限界掃流力が極めて重要な要素であることがわかる。しかしながら混合砂における各砂粒子の限界掃流力に関する研究は Pantélopoulos が一例のみ実験的に検討した以外には、直接そうした場合の関係を見出そうとしたものはほとんどないので、ここでは限界掃流力に関する従来の研究成果と Pantélopoulos の結果などを参

図-6 限界掃流力と σ_g

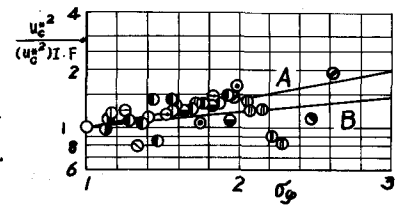


図-7 実験値と理論値との比較(1)

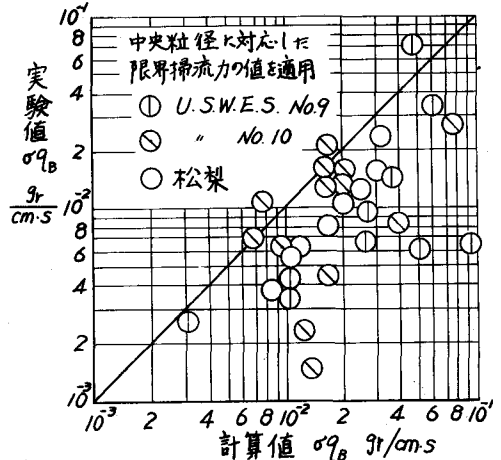
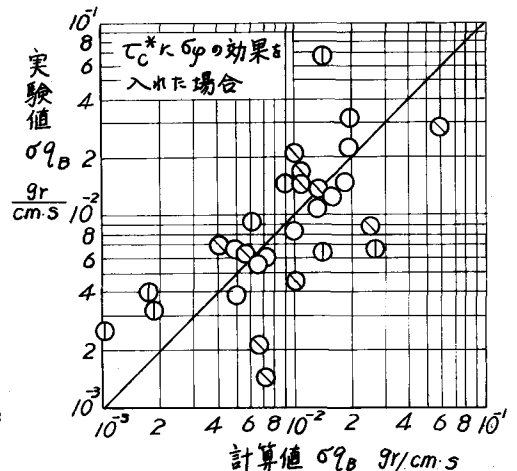


図-8 実験値と理論値との比較(2)



考にして帰納的に考察した結果について述べる。実際に(9)式に基づいて実験値と比較検討するために用いた混合砂の特性を一括して表-1に示す。また図-6は著者の一人土屋が示した混合砂の限界掃流力に及ぼす混合特性の効果である。図中 $(U_c^{*2})_{I.F.}$ は中央粒径を用いて計算される岩垣公式の値を示す。

表-1 計算に用いた資料

実験者	d_{50} cm	σ_p	σ/p	$(U_c^{*2})_{I.F.} \frac{cm^2}{s^2}$
U.S.W.E.S. 9	0.386	1.51	2.65	29.5
" 10	0.093	1.37	"	5.0
松 梨	0.077	1.39	"	4.1

図-7は(9)式において $T_{cn}^* = (T_c^*)_{I.F.}$ とした結果であり、また図-8は T_{cn}^* として図-6の曲線Aで示される関係を用いて計算した結果である。この両者を較べて混合特性の効果が極めて大きいことがわかるであろう。図-5からも明らかなように、実験値は極めて散乱していることから、むしろ図-8の結果はかなり一致しているといえよう。つぎに限界掃流力 T_{cn}^* が一定値ではなく

$$T_{cn}^*/T_c^* = (d_n/d_{50})^m \quad (10)$$

によって与えられるものとして、係数 m の値と流砂の粒度分布とについて考察してみよう。この場合 d_{50} に対応した T_{cn}^* の値は混合砂の静止摩擦角を測定して図-6に示した直線Aを修正した直線Bの関係を適用した。図-10の上図は(10)式において $m=0$ としたものであつて図-8に対応したものである。図-10の下図は $m=0.5$ とした場合であり、また図-9には水路床砂の粒度分布とともに、 m の値の変化による流砂の粒度分布を示したが、これらの結果に基づけば、 $m=0$ より若干大きい値をとるように思われる。

以上 Kalinske の流砂理論から出発して混合砂の流砂量を推定する方法について述べたが、このような考察のもとには混合砂中のおのおのの砂粒子の限界掃流力が極めて問題になることがわかる。著者らは今後流砂現象に関する詳細な実験を行なつて、緒言において述べたような基礎資料をえて流砂理論の確立に努力してまいりたいと考えている。最後にこの研究が昭和35年度文部省試験研究費による研究成果の一部であることを付記して謝意を表す。

図-9 流砂の粒度分布

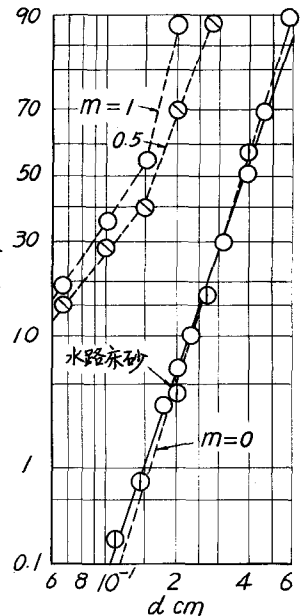


図-10 実験値と理論値との比較(3)

