

中央大学 工博 林 泰 造
中央大学 服部昌太郎

§ 1 緒言 サージタンクサージングの計算について、従来わが国においては、Runge の方法等による数値積分の方法がとられてきた。一方諸外国にはこの問題につき図式解法を用いているところも多い。

図式解法として現在最も多く用いられているものはつぎの 4 つである。

- (1) Calame-Gaden の半図式解法
- (2) Escande の半図式解法
- (3) Schoklitsch の図式解法
- (4) Bouvard-Molbert の図式解法

本報においては、改めて数値積分の方法とこれら図式解法との比較検討を行い、実用計算としてはそれぞれがどのような特徴をもつかということにつき研究を行う。

§ 2 Runge の方法と Schoklitsch の方法

(a) Runge の方法 説明と簡単化のために単動サージタンクをとる。運動の方程式と連続の方程式はそれぞれ

$$F \frac{dz}{dt} = fV - Q_t \quad (1)$$

$$\frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = -Z \mp P \mp R \quad (2)$$

両式を差分の形で書けば、

$$\Delta z = \frac{fV - Q_t}{F} \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta v = \frac{-Z \mp P \mp R}{l/g} \Delta t \quad (4)$$

$t = t_1$ における z および v の値を知って $t = t_1 + \Delta t$ における値を求めるために、(3)、(4) を用いて $t = t_2 = t_1 + \Delta t$ における値

を求める。— $t-z$ 平面および $t-v$ 平面上での積分 (図-1)。

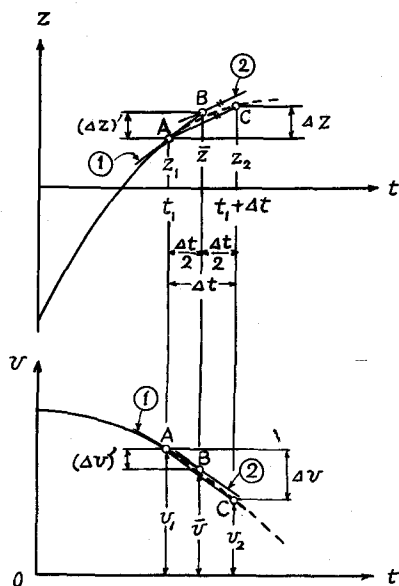


図-1 Runge の方法

(b) Schoklitsch の方法 (1) と (2) とを差分の形でつぎのように書直す。

$$F \Delta z = Q \Delta t - Q_t \Delta t \quad (5)$$

$$\Delta Q = -\frac{gf}{l} \Delta t \cdot (z \pm kQ^2) \quad (6)$$

Δt を一定にとるときには、 $(gf/l) \Delta t$ は常数であるから、(6) により ΔQ と $z \pm kQ^2$ との関係は勾配を $(gf/l) \Delta t$ とする直線関係にあることに着目して考えられた巧妙な図式計算の方法である。 $t = t_1$ における諸量に添字 1 を、また $t = t_1 + \Delta t$ における諸量に添字 2 を附せば、(6) から近似的に

$$\Delta Q = -\frac{gf}{l} \Delta t \cdot (z_2 \pm kQ_1^2) \quad (7)$$

とすれば、 $t=t_2$ における状態点 B を定めるべき直線は、 P_1 点 (A 点に対応し $P-R$ 水頭放物線上の点) より発するものである。

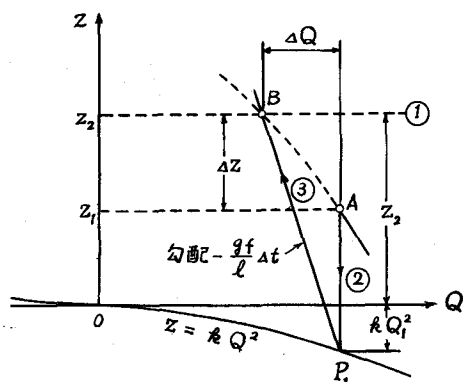


図-2 Schoklitsch の図式解法

* ことがわかる。図-3は(5)と(6)を
 **
 このようにして図式に解く操作を示す。

差動サージタニフの場合の基本式は、はじめに簡単のためにライザーの非越流時に
ついては、

$$\frac{l}{g} \frac{dv}{dt} = -Z_r \mp k v^2 \quad (8)$$

$$F_r \frac{dz_r}{dt} = fV - Q_t - Q_M \quad (9)$$

$$F \frac{dz_M}{dt} = Q_M = \gamma \sqrt{z_r \sim z_M} \quad (10)$$

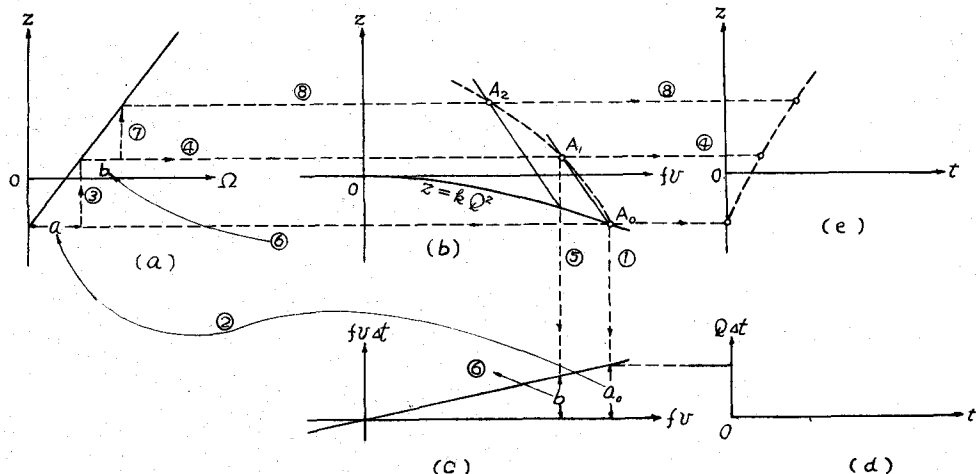
したがって、差分の形に書き直すと

$$F_r \Delta z_r = \dot{f} v \Delta t - Q_f \Delta t - Q_M \Delta t \quad (11)$$

$$F \cdot \Delta Z_M = Q_M \Delta t \quad (12)$$

$$\Delta Q = -\frac{gf}{\rho} \Delta t \cdot (z_r \pm kQ^2) \quad (13)$$

図-4 は (11) ~ (13) による解の作図の方法を示す. $t=t_i$ における点 A より発し,



図一三 単動または制水ロサージタニクの図式解法

図示の長さ a, b, c を a', b', c' へ移し、矢印のように作図をすすめることによって $t = t_i - \Delta t$ における変位 A_{i+1} を求めることができる。こゝに a, b, c の長さは、明らかに、

$$a = f v \Delta t - Q_t \Delta t$$

$$b = z_r - z_M$$

$$c = Q_M \Delta t$$

である。ライザー越流時には $t=t_i$ におけ

る実 B_2 より発し、長さ α , β , r を長さ α , β , r' へ移して作図をす。ゆへ B_{2H} を求めることは前と同じである。図-5 は差動サージタニクの場合の計算例を示す。

副水槽がある場合（図一6）には，基本

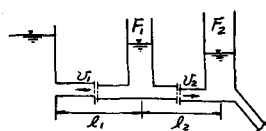


図-6 副水槽を有する場合の系の諸記号

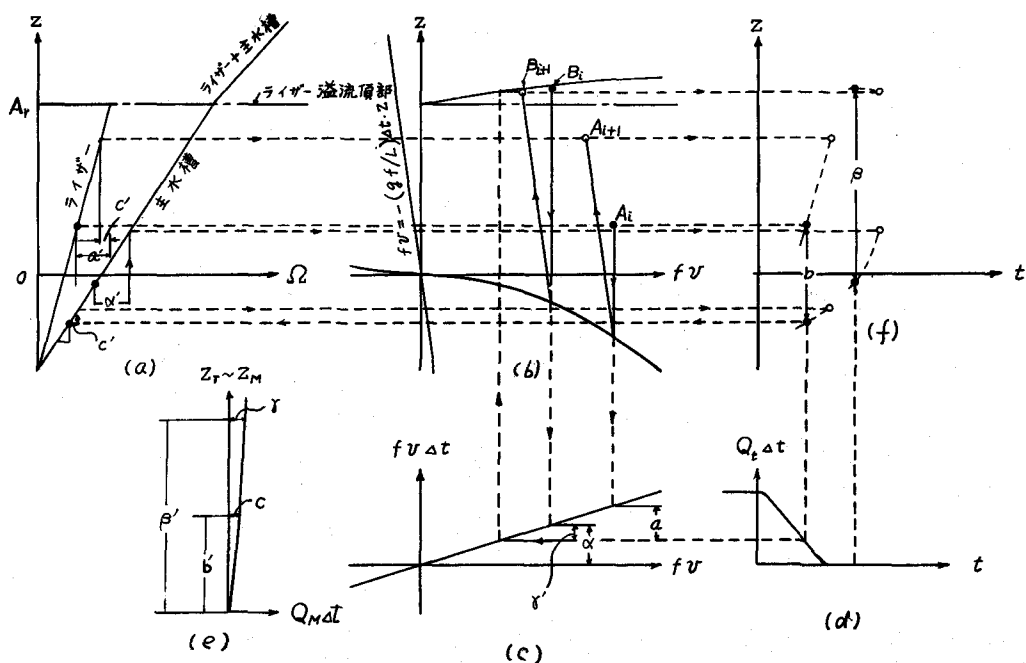


図-4 差動サージタンクの図式解法

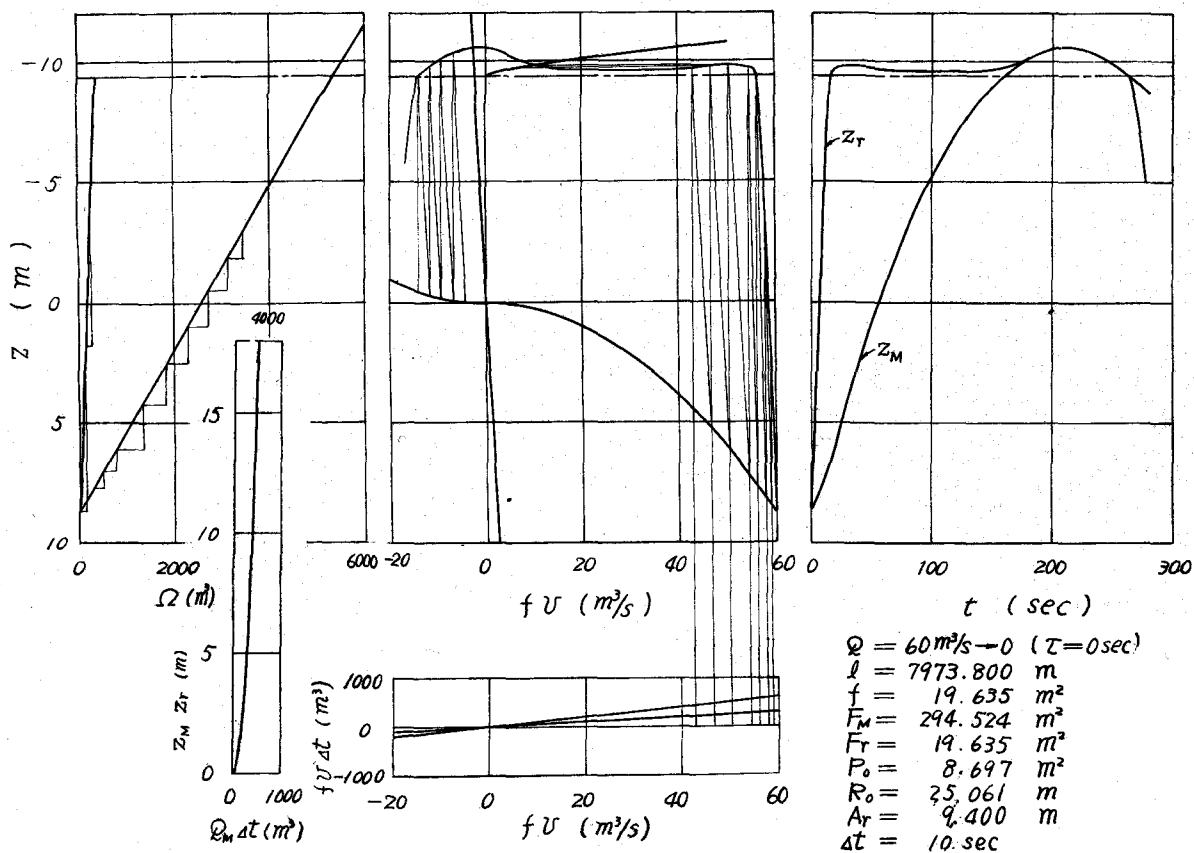


図-5 差動サージタンク計算例

式は

$$\frac{l_1}{g} \frac{dv_1}{dt} = -(z_1 \pm c_1 v_1^2) \quad (14)$$

$$\frac{l_2}{g} \frac{dv_2}{dt} = -(z_2 - z_1 \pm c_2 v_2^2) \quad (15)$$

$$F_1 \frac{dz_1}{dt} = f_1 v_1 - f_2 v_2 \quad (16)$$

$$F_2 \frac{dz_2}{dt} = f_2 v_2 - Q_t \quad (17)$$

これを差分の形にかけば

$$\Delta Q_1 = -\frac{gf}{l_1} \Delta t \cdot (z_1 \pm c_1 Q_1^2) \quad (18)$$

$$\Delta Q_2 = -\frac{gf}{l_2} \Delta t \cdot (z_2 \pm c_2 Q_2^2 - z_1) \quad (19)$$

$$F_1 \Delta z_1 = Q_1 \Delta t - Q_2 \Delta t \quad (20)$$

$$F_2 \Delta z_2 = Q_2 \Delta t - Q_t \Delta t \quad (21)$$

図-7 はこれによる図式解法を示す。

$t = t_i$ における臭 A_i および B_i より発して、
 a, b, c を a', b', c' に移し、矢印のよ

うに作図をす、めて $t = t_i + \Delta t$ における臭

A_{i+1} および B_{i+1} を求める。こゝに

$$e = Q_1$$

$$a = Q_2$$

$$\text{したがって } b = Q_1 - Q_2$$

$$c = z_1$$

$$\text{特性斜線 } B_i B_{i+1} : -\frac{gf}{l_2} \Delta t \cdot (z_2 \pm c_2 Q_2^2 - z_1)$$

の図示

である。図-8 は計算例を示す。

§3 Bouvard-Molbert の方法

Schoklitsch の方法における勾配 (gf/l) $\cdot \Delta t$ の特性斜線群の代りに一つの図表 (図-9, (e)) を用意する臭が異なる。こゝに

$$H_a = z \pm cv^2 : \text{加速度水頭} \quad (22)$$

である。作図を番号矢印のようにす、めてゆく。
 $t = \Delta t$ における臭 A_1 を求めるために $t = \Delta t/2$ における臭 $A_{1/2}$ を補助的に求めてゆく臭については Runge の方法と全く

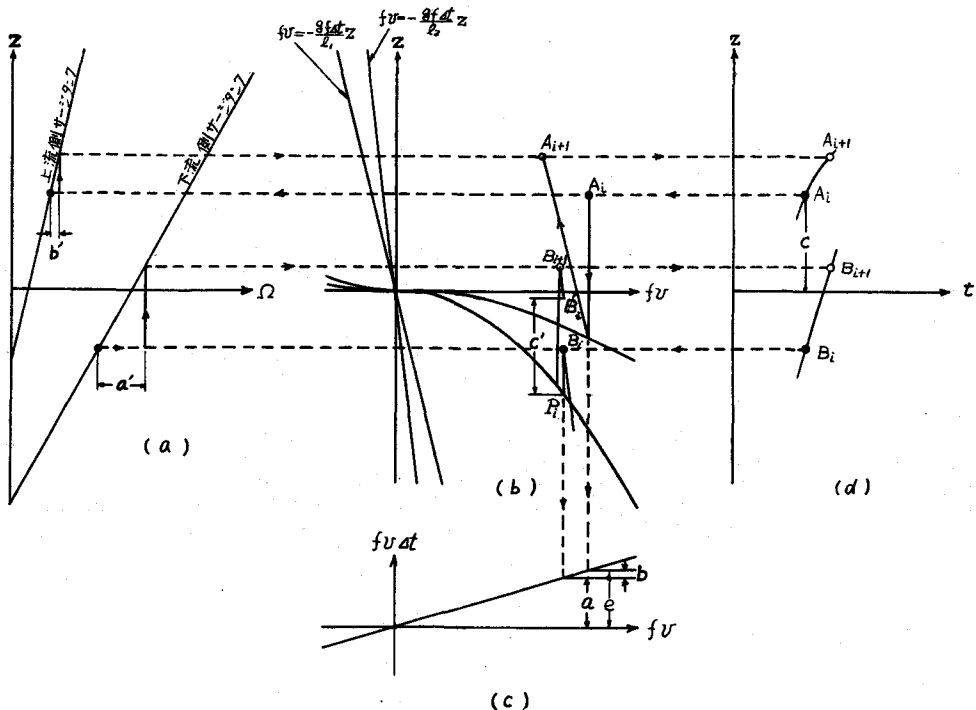
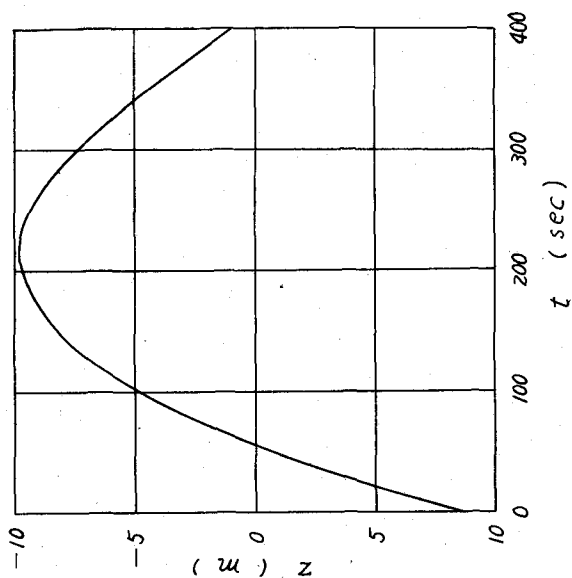


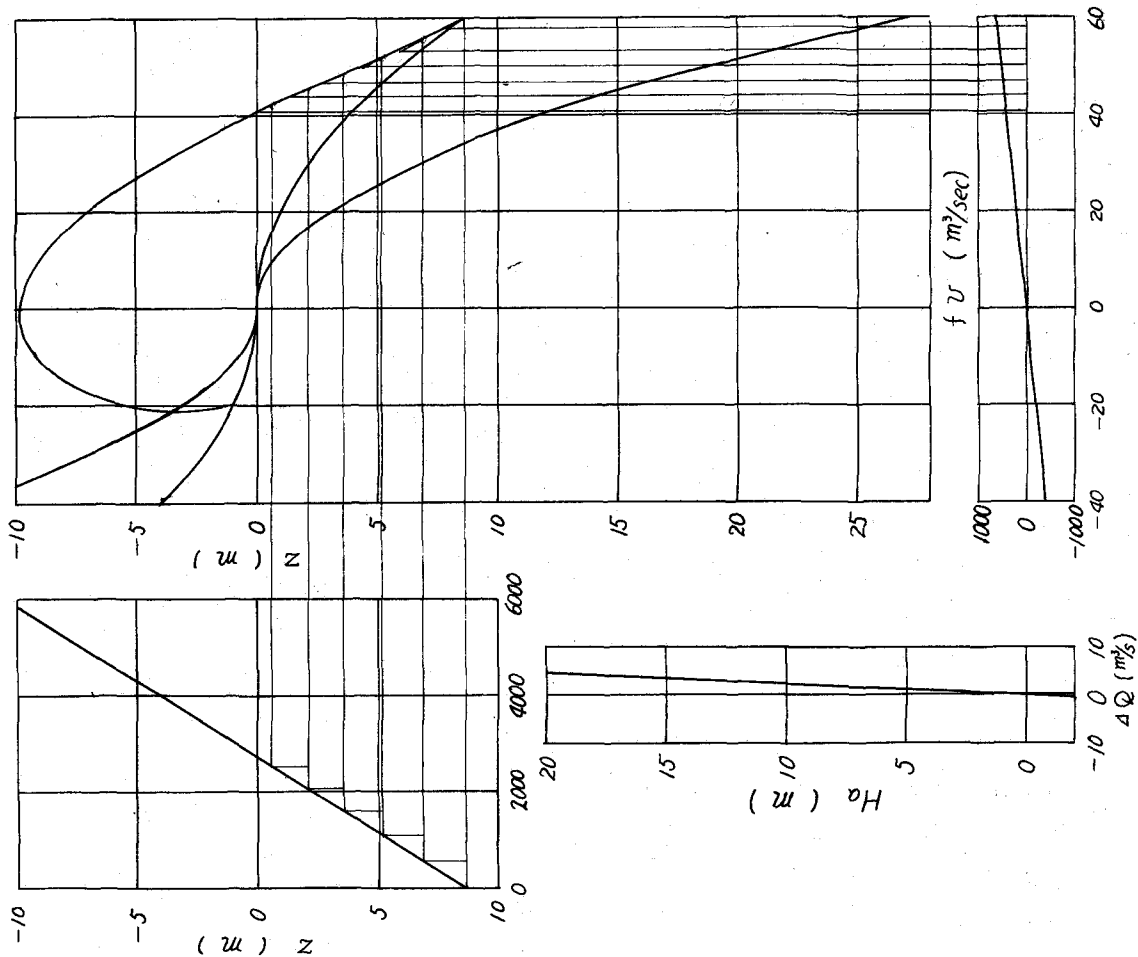
図-7 副水槽を有する系の図式解法

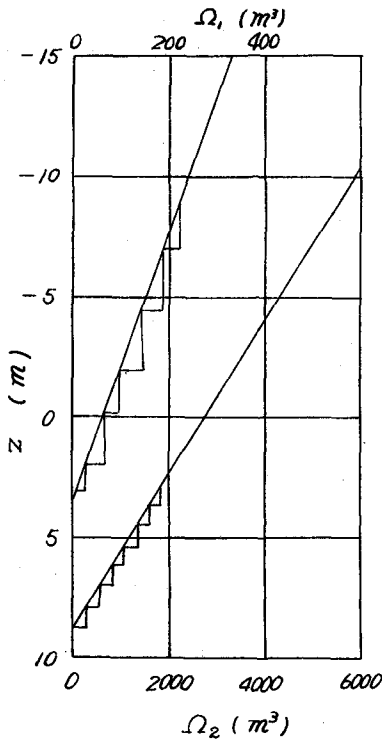


$$Q = 60 \text{ m}^3/\text{sec} \rightarrow 0 \quad (\tau = 0 \text{ sec})$$

$$\begin{aligned} l &= 7973.800 \text{ m} \\ f &= 19.635 \text{ m}^2 \\ F &= 314.159 \text{ m}^2 \\ F_p &= 3.204 \text{ m}^2 \\ R_o &= 18.635 \text{ m} \\ P_o &= 8.697 \text{ m} \\ \Delta t &= 10 \text{ sec} \end{aligned}$$

図-10 Bouvard Molbert の方法による
計算例 (制水口型, 急速断)





$$Q = 60 \text{ m}^3/\text{sec} - 0 \quad (\tau = 0 \text{ sec})$$

$$l_1 = 3200.000 \text{ m}$$

$$f_1 = 19.635 \text{ m}^2$$

$$F_1 = 18.100 \text{ m}^2$$

$$P_{10} = 3.468 \text{ m}^2$$

$$l_2 = 4773.800 \text{ m}$$

$$f_2 = 19.635 \text{ m}^2$$

$$F_2 = 314.159 \text{ m}^2$$

$$R_0 = 18.635 \text{ m}$$

$$P_{20} = 5.229 \text{ m}$$

$$\Delta t = 10 \text{ sec}$$

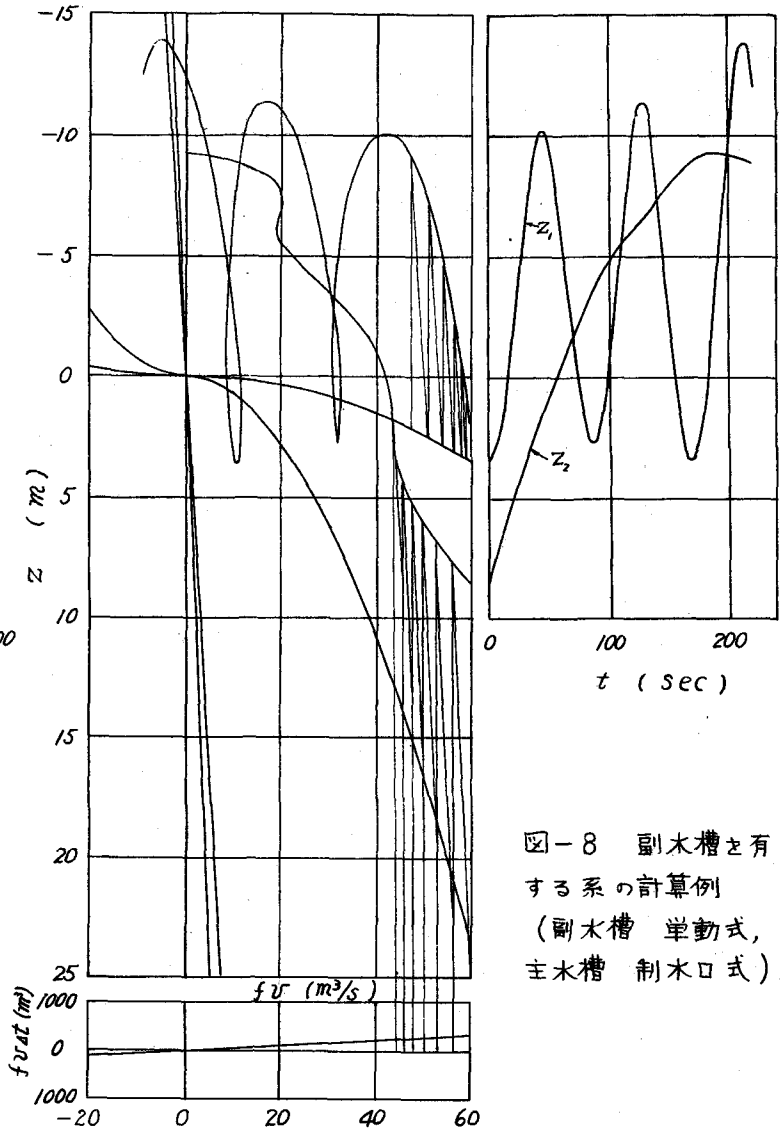


図-8 副木槽を有する系の計算例
(副木槽 単動式, 主木槽 制木口式)

原理的に同一であって、Runge の方法が $t-z$ 平面上での積分を行うものであるのに対して、B-M の方法は $z-Q$ 平面上での積分を行うものであるだけである。しかしそのことによって、図式に解を機械的にすゝめてゆくことができることになる。図-10 は B-M の方法によ

る計算例を示す。

§4 Calame-Gaden の方法および Escande の方法

ウエーザージタンク内の流速の比值とすれば、初めの突 A_0 (急座断の場合には図-11) から、円弧群の作図だけで解を求めてゆくことがで

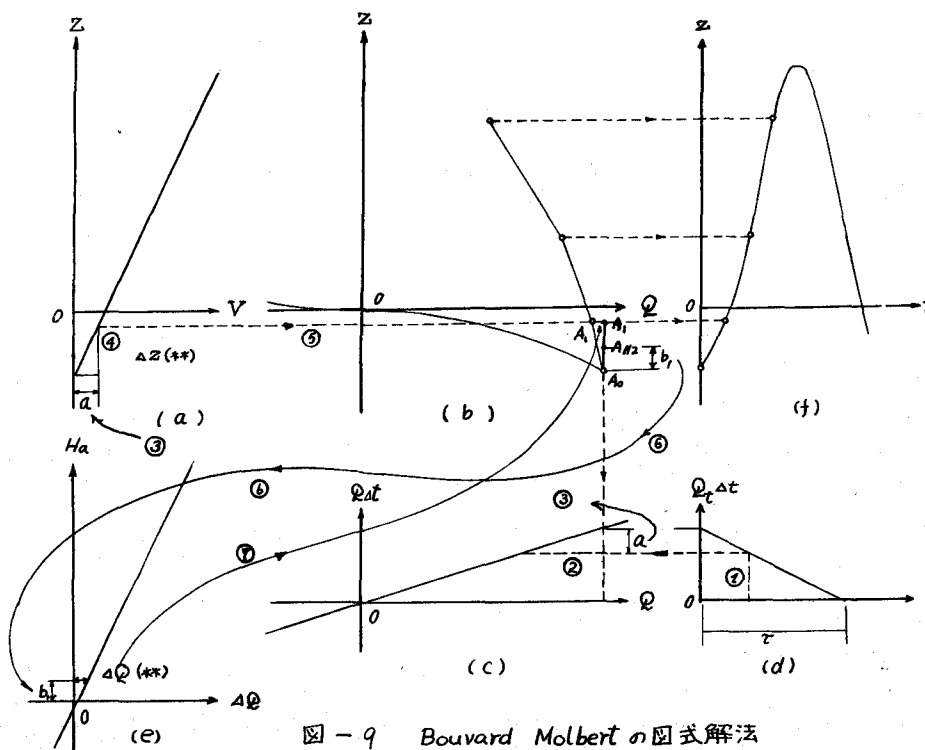


図-9 Bouvard Molbert の図式解法

は比較にならない
程少くなる。

(ii) 精度 数値
積分法 (N) にお
いては、有効数値
と何桁でもとって
計算することがで
きるが、G におい
ては使用する方眼
紙が与える数値の
精度の範囲内に抑
えられ、有効数字
4 桁程度の精度の
ものとなる。

(iii) 計算上の
誤り N において
は不注意による誤

きる。図
-12 は使
用水量直
線的増加
の場合に
ついての
C-G の
方法によ
る計算例
である。

りを起しやすいので、実際には計算を 2 通
りしなければその結果についての確信がも
てないはずである。G においては、諸計算
例の示すように、すべての計算の操作が 1
枚の図上にのり、その平行線的な関係から、
不注意な誤りは直ちに発見しうるので、計
算上の誤りということについての精神的な
負担は著しく軽くなる。

(iv) 図式解法における時間間隔 Δt は
つぎの程度にとればよいとされている。

Schoklitsch の方法 単動サージタンク

上昇サージニングの場合を例にとると、
最上昇水位の時間を T_1 とすると

$$\Delta t = (T_1/20) \sim (T_1/40)$$

Bouvard-Molbert の方法 サージタンク

の周期によるが大体 $\Delta t = 5 \text{ sec}$

または $10 \sim 20 \text{ sec}$

Calame-Gaden の方法 $\Delta t \sim T_1/10$

(V) 3 種類の図式解法 3 つの図式解法
と比較すると、瞬間閉塞または瞬間開放の

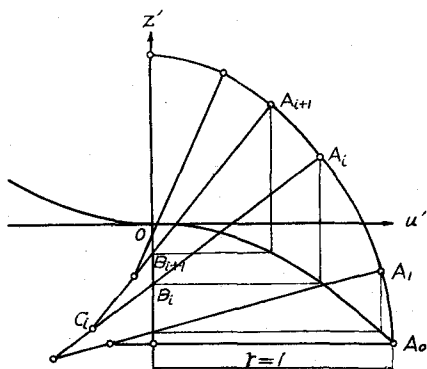


図-11 Calame-Gaden の図式解法

漸増期間
中 ($\theta' < \theta$) は表-1 のような数値計算を
必要とするので、C-G の方法は屢々半図
式解法といわれる。

Escande は無次元化しない量で同様の
図式解法を行っている。

§5 数値積分法と図式解法との比較

(i) 計算の手間 図式解法 (G) によ
る方が遙かに迅速であり、精神的な疲労度

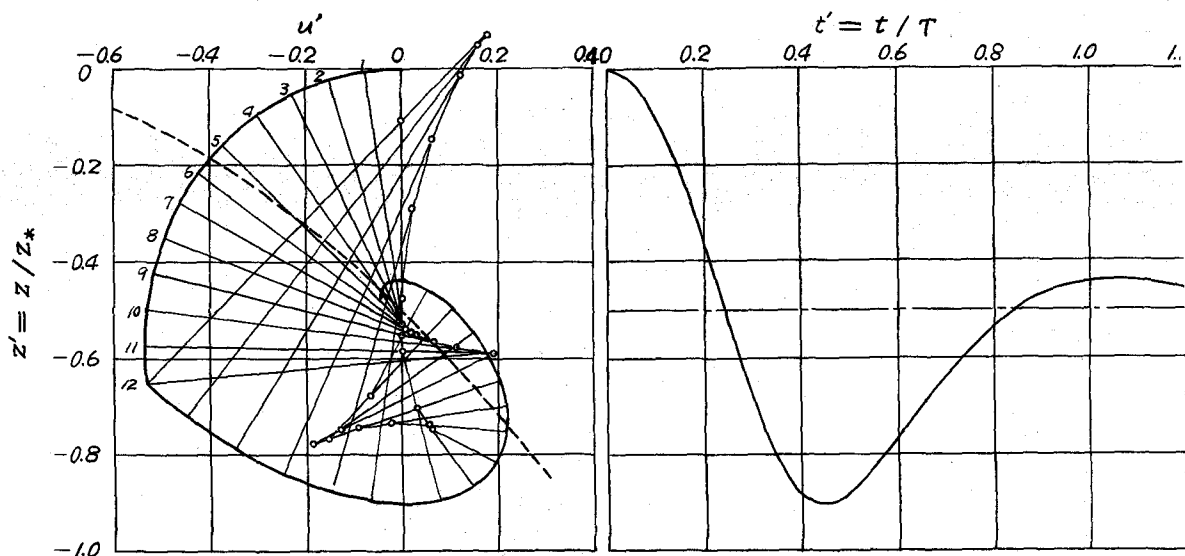


図-12 Colame Gaden の方法による計算例 (制水口式, 使用水量直線的増加の場合)
($\rho_0/z_* = 0.5$, $\theta = t/T = 0.3$ の場合)

表-1 $t' < \theta = 0.5$ の間の図式解法に附随する数値計算

No.	z'	az' $-z'_m - z'_i$	u'	u_m $u'_i + u'_m$ 2	$\Delta t'$ $-\frac{1}{2\theta} \frac{\Delta z'}{u_m}$	t' $t'_i + \Delta t'$	t'/θ	w' $u'_i \frac{t'}{\theta}$	w^2	$\rho = \rho_0 w^2$	ρ $\rho_0 \frac{1}{2\theta}$
0	0	-0.0055	0	-0.0375	0.0233	0	0	0	0	0	0.530
1	-0.0055	-0.075	-0.075	-0.1125	0.0226	0.0233	0.0777	0.0027	0	0	0.530
2	-0.0245	-0.160	-0.150	-0.1875	0.0242	0.0459	0.1530	0.0030	0	0	0.530
3	-0.0500	-0.285	-0.225	-0.263	0.0261	0.0701	0.234	0.009	0	0	0.530
4	-0.0790	-0.430	-0.300	-0.338	0.0272	0.0962	0.321	0.021	0.0004	0	0.530
5	-0.155	-0.62	-0.375	-0.400	0.0277	0.1258	0.419	0.044	0.002	0.001	0.531
6	-0.212	-0.83	-0.425	-0.465	0.0225	0.1681	0.494	0.069	0.0048	0.002	0.532
7	-0.275	-1.075	-0.465	-0.483	0.0287	0.1706	0.588	0.103	0.0106	0.005	0.535
8	-0.350	-1.275	-0.500	-0.512	0.0293	0.1953	0.651	0.157	0.0228	0.011	0.541
9	-0.425	-1.425	-0.523	-0.530	0.0225	0.2186	0.729	0.246	0.0426	0.021	0.551
10	-0.500	-1.60	-0.536	-0.539	0.0221	0.2411	0.804	0.268	0.0718	0.036	0.566
11	-0.575	-1.775	-0.542	-0.541	0.0220	0.2632	0.877	0.335	0.1122	0.056	0.586
12	-0.650	-1.950	-0.540			0.2853	0.951				

場合には Colame-Gaden の方法が最も迅速である。しかし、この方法においては、閉塞器の作動方式が瞬間的でない場合には数値計算を併用しなければならず、また、閉塞器の作動終了の瞬間における Q_t -時間曲線 (Q_t は水車使用水量) の曲率の不連続に対応して $u'-z'$ 平面上のグラフが急

に折れ曲るということが1つの欠点である。Schoklitsch の方法および Bouvard-Molbert の方法は、閉塞器のいかなる作動方式の場合にも使用しうるものであり、またほとんどすべてのサージタンクの形式の場合にも使用しうるものである。この両者と比較すると、Schoklitsch の方法は、形式上水撃作用の特性直線法に似ており、直観的な理解と与えやすいという点で特に優れた方式である。しかし、この作図の基礎となる式 (7) は1つ

の近似式であるから、近似を用いない Bouvard-Molbert の方法の方が、精度の点では勝っている。

(VI) デジタル計算機使用の場合 Schoklitsch の方法が最も適している。Runge の方法 (図-1) と Schoklitsch の方法 (図-8) を比較すると、前者はどのつど勾配の変ってゆく直線と鉛直線との交点を求める方法であるが、後者は一定勾配 ($S = -(g/l) \Delta t$) の直線と水平直線との交点を求める方法であり、数値計算上の変数が1個減じたと同じことに当たっているからである。