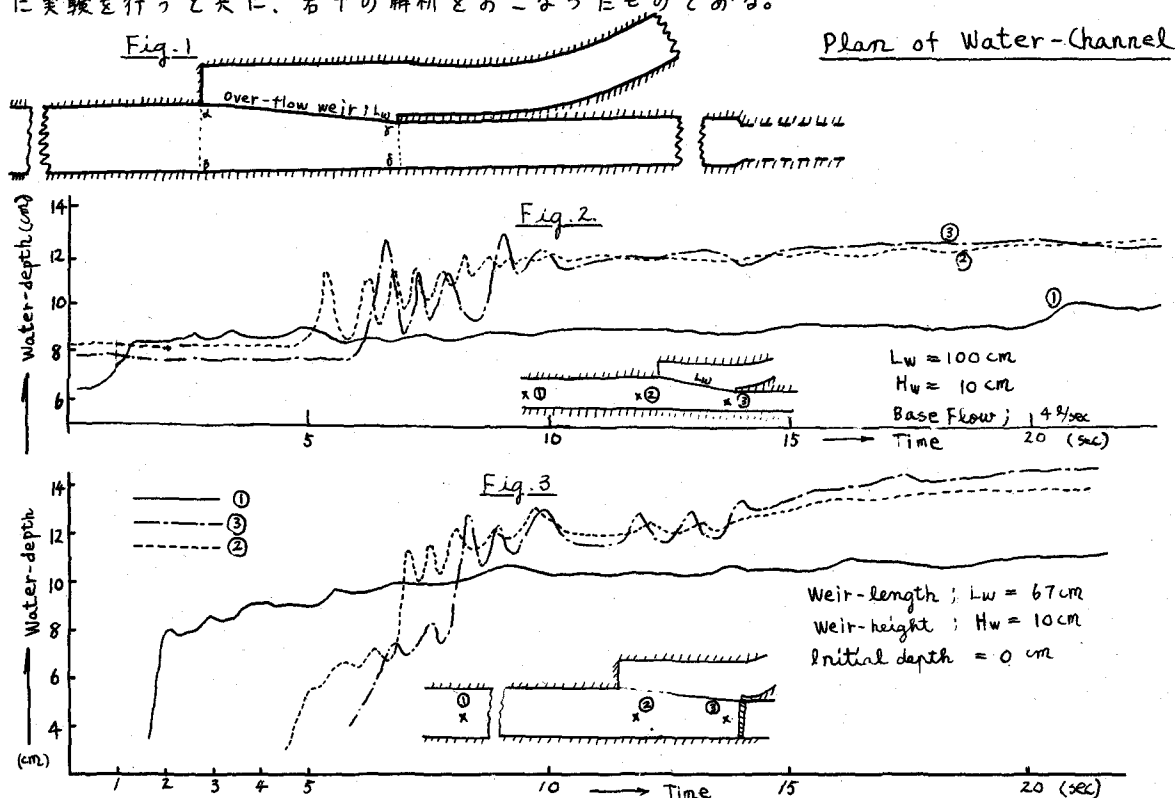


# 15 流積急変部における段波変形について

大阪大学工学部 正員 室 田 明  
大阪大学大学院 正員 〇 和 田 明

51. 概要 ; 水路巾が急変する開水路に、単一理想段波を送ったとき、流積急変部で、かなり複雑な波動が観察される。たとえば、我々が図1に示すような分岐部に横溢流堰をもつ分岐水路についてこのような実験を行った際の観測例を示せば図2,3の如くである。かゝる断面変化による二次波の発生が段波減衰にかなり顕著に寄与するのではないかと、いう予想のもとに、水路途中に単純な断面変化部を設け、このような副次波動について詳細に実験を行うと共に、若干の解析をおこなったものである。



以上の実験結果を検討すると図1の如く溢流堰を一边とする水路部分 $\alpha$ と $\beta$ と $\delta$ の水容積が大なる程振動が大きく現われ、又非周期的の入射波が分岐を通過後極めて明瞭な周期波に移行しているようである。この原因として(1)図1の如く $\alpha$ からPulse(入射サージ)が与えられ、そのく形水域の固有振動周期に対するResponse(通過サージ)が生じるものか、又は(2)相対波高の減少によって波状段波に移行する等の原因が考えられる。以上のような現象を基本的に確認する為、等直線水路の途中に水路中の急変部を設け、この断面変化部のサージの挙動を実験的に検討する。

## §2 ; 断面急変部での反射率及び通過率

1. 水路途中に図4の如き流横急変部のある場合、サージが断面Iを進行してきて境界面に入射すると、その一部は反射され、又一部は断面IIへと通過進行する。今境界面を  $x=0$  にとり、又入射波方向を  $x$  の正方向にとり、図4の記号を使用する。境界面で次の二つの条件から、入射波  $F_1(t-x/c_1)$  と反射波  $f_1(t+x/c_1)$  及び通過波  $\phi_2(t-x/c_2)$  の関係が得られる。

(1) 境界面の両側での圧力が等しい。

(2)  $x=0$  の断面で質量保存則が成立する。

条件(1)から、
$$F_1(t) + f_1(t) = \phi_2(t) \quad (2.1)$$

条件(2)から、
$$\frac{A_1}{c_1} \{ F_1(t) - f_1(t) \} = \frac{A_2}{c_2} \phi_2(t) \quad (2.2)$$

(2.1), (2.2) より 
$$\frac{f}{F} = \frac{A_1 c_1 - A_2 c_2}{A_1 c_1 + A_2 c_2}, \quad \frac{\phi}{F} = \frac{2 A_1 c_1}{A_1 c_1 + A_2 c_2} \quad (2.3)$$

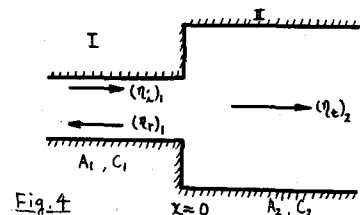


Fig. 4  
Transmission and reflection  
of a surge.

2. 次に図5の如く部分的に三つの断面急変部がある時、I断面を進行してきたサージが、II断面を通過してIII断面へと進行する場合について考える。入射波  $F_1(t-x/c_1)$  が断面I, IIの境界面に到達するとエネルギーの一部は反射され、残りのものはII断面へと移行していく。断面IIを通過すると、この通過波の一部は  $x=l$  で反射され、 $x=0$  に戻り再びここで部分的に反射が生じ、以下断面IIではこの波の往復運動がおこなわれる。この過程が繰返され断面IIでの移り変りが充分おこなわれた後には、状態は定常に達する。この時、Iへ反射される波は、 $(\eta_r)_1 = f_1(t+x/c_1)$ 、又断面IIでの

通過波及び反射波は、それぞれ

$$(\eta_t)_2 = \phi_2(t-x/c_2), \quad (\eta_r)_2 = f_2(t+x/c_2)$$

III断面へ移行していく波は  $(\eta_t)_3 = \phi_3(t-x/c_3)$  で表わされるものとする。

サージ追跡の場合、初期値を parameter  $t_0$  で表わし、初期条件として

$$\text{at } t = t_0, \quad x = x_0 \quad \eta_{\max} = \eta_0(t_0)$$

移行波の同一位相を追跡するならば

$x=0$ ,  $t=t_0^*$  で最大水位  $\eta^*$  として、 $x=l$  で時刻  $t^*$  すなわち  $t^* = t_0^* + l/c_2$  に、その水位が  $\eta^*$  になるものとする。従つて  $x=0$  及び  $x=l$  の両断面で、前述の二つの境界条件を適用すると、入射波と通過波との関係は、次式の如くである。

$$\left( \frac{A_1}{c_1} + \frac{A_2}{c_2} \right) F_1(t_0) + \left( \frac{A_2}{c_2} - \frac{A_1}{c_1} \right) f_1(t_0) = \left( \frac{A_2}{c_2} + \frac{A_3}{c_3} \right) \phi_3(t_0 + \frac{l}{c_2}) \quad (2.4)$$

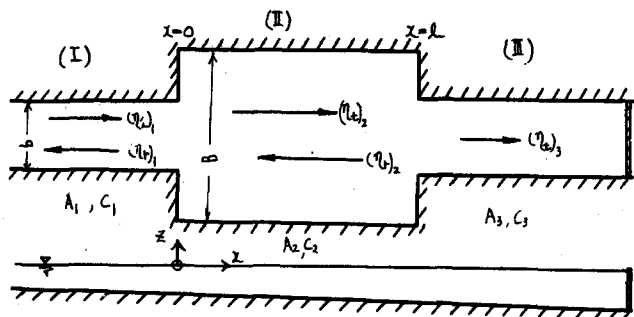
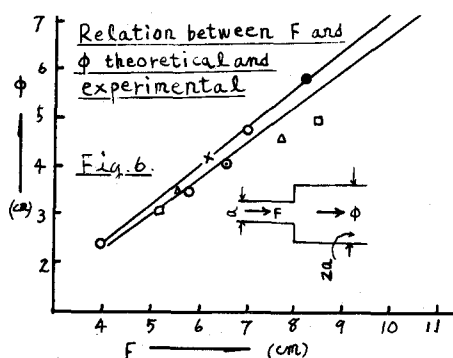


Fig. 5  
Transmission of a surge across  
two boundaries.

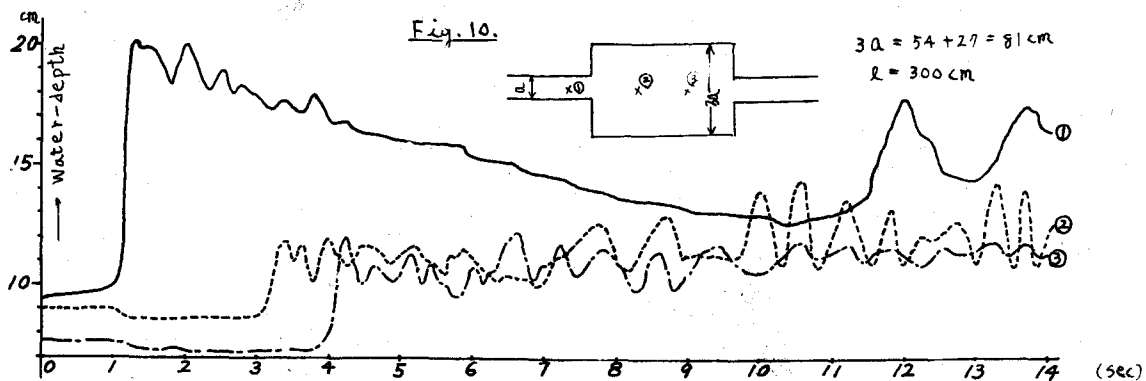
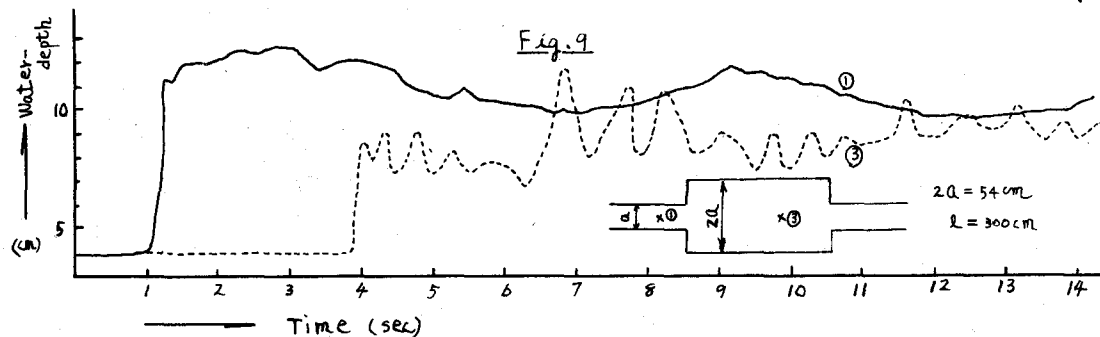
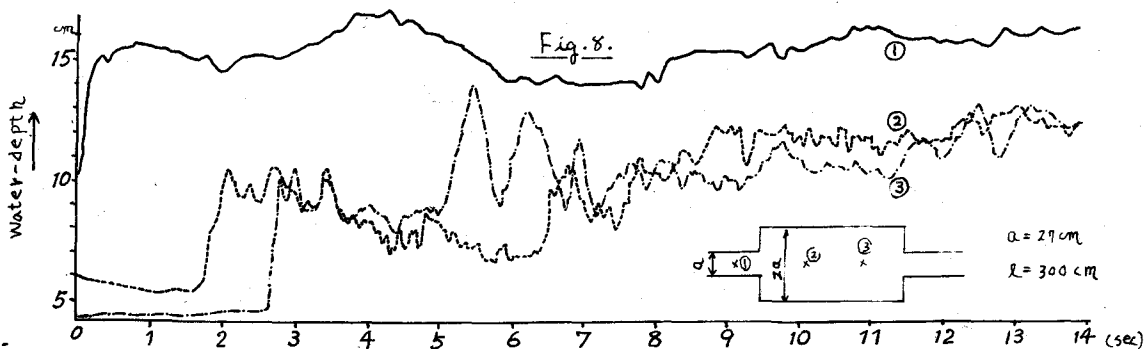
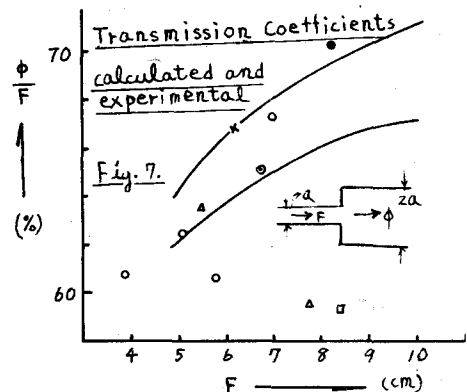
ここで、巾27cm、長さ40mの斉正直線水路の途中に、水路巾(54cm又は81cm)、長さ(150cm又は300cm)の急拡部変断面を設置し、図8, 9, 10に示す如き位置に波高計を設置せしめ、サージ到達前の初期水深を7~11cmの範囲で変化させて、任意の波高を有するサージを、境界面  $x=0$  に入射させる。図6, 7は、 $F$  と  $\phi$ 、及び  $F$  と  $\phi/F$  の計算値及び実験値が示されている。これによれば、移行サージの同一位相を追跡するならば、(2.3)式はかなり妥当であることを示す。

図8, 9, 10の①の波形で入射してから、夏の反射波が明確に表われている。これは、(2.3)式から明らかなように  $A_1 < A_2$  なる故、 $f/F$  は負値となる。その後の正の反射波は、 $x=l$  で、エネルギーの一部が戻されたものである。



初期水深:  $H_0$

X .....  $H_0 = 6$  cm  
 $\Delta$  ..... = 7 "  
 $\bullet$  ..... = 8 "  
 $\circ$  ..... = 9 "  
 $\odot$  ..... = 10 "  
 $\square$  ..... = 11 "



### 8.3 変断面拡巾部分におけるサージの挙動

拡巾部分を、一種の振動系と見做した場合、この系に外力  $F(t)$  が  $t \geq 0$  で例えば、周期函数として与えられている場合、方程式の解はある時間の後には、 $F(t)$  と同じ周期をもつ周期函数で表わされているとしてよい。しかし、そのような定常状態に達する以前の運動は初期条件に関連して複雑な様相を呈する、いわゆる“過渡現象”の状態であるので、こゝでは、一般外力 (Pulse) に対する拡巾部分での力学系の応答 (Response) を求めればよい訳である。今、図5の記号を使用し、 $u, v$  を  $x, y$  方向の流速、変位とし、 $\eta$  を静止水面  $z=0$  よりの上昇、 $t$  を時間、 $p$  を水中での圧力、 $\rho$  を密度とする時、運動方程式及び連続条件式は、次の如く表わされる。

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - 2k \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (3.1), \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{b(x) \cdot h(x)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b(x) \cdot h(x) \frac{\partial \xi}{\partial t} \right\} \right\} dz \quad (3.2)$$

尚運動が緩慢で  $p$  は静水圧に等しいと見做すと、上式より、 $\eta$  に関する基礎方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + 2k \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b(x) \cdot h(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\} \quad (3.3)$$

(3.3) を解く為に

$$\frac{d}{dx} \left\{ b(x) \cdot h(x) \frac{d\eta_n(x)}{dx} \right\} + \frac{\lambda_n^2}{g} b(x) \cdot h(x) \eta_n(x) = 0$$

なる Sturm-Liouville の方程式を満足し、

$\int_0^a b(x) \cdot h(x) dx = 1$  の如く定められた  $\eta_n(x)$  と  $\lambda_n$  とを求める。(3.3) の解  $\eta$  は、 $\eta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \cdot \eta_n(x)$  の形に展開されるものとし、境界条件として、 $\eta = \eta^*(t)$ 、 $x=a$  で  $\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$ 、又初期条件として、 $t=0$  で  $\eta = \partial \eta / \partial t = 0$  を満足する解とすれば、Stokes の方法により、

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} g \cdot b(0) h(0) \frac{v'(0)}{g^2} \cdot \eta_n(x) \left[ 1 - e^{-kt} \left( \cos q_n t + \frac{n}{q_n} \sin q_n t \right) \right] \quad \text{where, } q_n^2 = \lambda_n^2 - k^2 \quad (3.4)$$

こゝで、 $k$  は、水平方向の速度に比例した運動抵抗があると仮定した場合の減衰係数で、観測波形記録から、この  $k$  を決定することが可能である。今一例として図8の場合について考察すれば、この時の減衰係数は、 $k \approx 0.71 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$  であり、かなり、急激な減衰振動であることが認められる。水位上昇  $\eta$  を計算するに当って、拡巾部分には、一般に横振動と縦振動とが存在するが、この場合、縦方向の進行波及び逆行波の影響が主になっており、この際縦振動と見做して、差支えないと思われ。又観測波形記録からも容易に推察されるように、拡巾部分の両端が閉塞してゐない為、一次の振動が発生しにくいものと思われ。図12は、観測波形記録と計算値との比較が示されている。又拡巾部分で両端が閉塞してゐると仮定した時の、各水深に対応する拡巾部分 ( $l=30 \text{ (m)}$ ) の固有振動周期が図示されている。 Fig. 12. Comparison between

