

(1) まえがき 降雨流出のラジヨナル式における到達時間は、式の構成の理論から考へて、流域最上流端の雨水の影響が流域下流端にあらわゆる伝播時間を示すもので、この値は降雨特性、流域特性により異なることが考へられる。本報は中央に一本の河道とそれの両側は一様な斜面とをもつ模型矩形流域における、降雨及び流域特性と到達時間及びその時刻の流量との間の関係を求めたものである。すなわち図-1(a)のような自然河川と図-1(b)のように模型化し、斜面は一様とし、河道は上下流を通じて勾配、粗度、断面形が同じとする。これに流域全体として一様に、時間的には①一定強度の降雨、②増加三角形分布、③減少三角形分布及び④二等辺三角形分布の有効降雨があつた場合、流域最上流端Aに降つた降雨始めの雨水が降雨を集めながら斜面abを伝播し、河道端bに打出し、次にbから両側より打出す斜面流出量を集めながら河道を伝播し、河道下流端Cに到達するまでの時間(到達時間)とその時刻の流量を求め、これらの関係式を導いた。

(2) 斜面流出の基礎式

(a) 斜面流出の基礎方程式 時刻 t において、斜面の上流端からの距離 x における水深を h 、河道にその単位中当りの流量を q 、有効降雨強度(以下単に降雨強度とする)を r とする。運動方程式としては、近似的にManning式が成立するとして、その斜面の粗度係数を N 、斜面勾配を I とすれば、河道にその単位中当りの斜面の流水の方程式は

$$\begin{cases} \text{連続方程式} & \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \\ \text{運動方程式} & q = \frac{\sqrt{r}}{N} h^{5/3} \end{cases} \quad \text{----- (1)}$$

(b) 斜面流出の無次元化及び特性曲線表示

(1),(2)式より問題をとくことになるが、現象の一般化のため、次の無次元化を行う。

$$Y_0 = \alpha r, \quad x_0/\frac{B}{2} = \xi, \quad t/T_0 = \alpha^{-2/3} \tau, \quad q/q_0 = \alpha \varphi, \quad h/h_0 = \alpha^{2/3} \eta \quad \text{----- (3)}$$

こゝに Y_0 は標準雨量強度、 α は定数、 $B/2$ は河道片側の斜面長、 T_0 は Y_0 の降雨が流域に降り続くとし、斜面上流端の雨水の影響が斜面下流端に伝播する時間、 q_0 は Y_0 の降雨が降り続いて、斜面の流水が定常に達した時の斜面下流端の流量、これは降雨 Y_0 の開始後 T_0 時間後に生ずる。 h_0 はその時の斜面下流端の水深である。こゝように定義すれば、

$$q_0 = \frac{B}{2} Y_0 \quad \text{----- (4)} \quad h_0 = \left(\frac{q_0}{\sqrt{r}/N} \right)^{3/5} = \left(\frac{B/2 \cdot N}{\sqrt{r}} \right)^{3/5} = T_0 Y_0 \quad \text{----- (5)}$$

$$\therefore T_0 = \left(\frac{B/2 \cdot N}{\sqrt{r}} \right)^{3/5} / Y_0 \quad \text{----- (6)}$$

$$\text{以上を(1),(2)に代入すれば,} \quad \begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 1 \\ \varphi = \eta^{5/3} \end{cases} \quad \text{----- (7)}$$

$$(5) \text{と(7)式に入れれば,} \quad \frac{\partial \eta}{\partial \tau} + \frac{5}{3} \eta^{2/3} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = 0 \quad \text{----- (8)}$$

$$\text{これを特性曲線表示すれば,} \quad \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{5}{3} \eta^{2/3} \text{ 上にて} \quad \text{----- (10)} \quad \frac{d\eta}{d\tau} = 0 \quad \text{----- (11)}$$

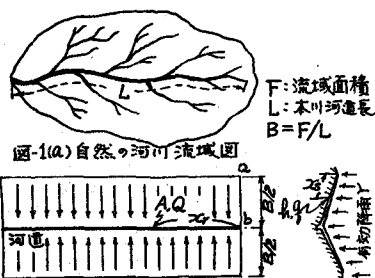


図-1(a)自然河川流域図 図-1(b)矩形模型流域図及び斜面流出図

(10), (11)式によつて斜面の距離～時間平面において、降雨を集めて下流に伝播してゆく状況を示す特性曲線と、この特性曲線上の水深、流量を求めることとできる。

(C) 斜面の特性曲線式及びその線上の流量、水深をあらわす式

図2の左側部に、降雨 γ を集めながら斜面を流下する z ～平面の特性曲線を示している。 $z=0$ が斜面上流端、 $z=1$ が斜面下流端をあらわす。また特性曲線の右側に斜面下流端の流量 q の曲線が示されている。時刻 t_a で斜面上流端を出発する特性曲線(図2の②曲線)を考えると、 $t=t_a$ で $z=0$ とすれば、(11)式より

$$z = \int_{t_a}^t \gamma d\tau \quad \text{---(12)}$$

$$\text{したがって } q = \gamma^{2/3} = \left(\int_{t_a}^t \gamma d\tau \right)^{2/3} \quad \text{---(13)}$$

この q を(10)式に入れ、 $t=t_a$ で $z=0$ とすれば、 t_a を出発する特性曲線式は

$$z = \frac{5}{3} \int_{t_a}^t \left(\int_{t_a}^{\tau} \gamma d\tau \right)^{2/3} d\tau \quad \text{---(14)}$$

(14)式に斜面下流端の条件 $z=1$ を入れて、 t

を求めれば、これは t_a で斜面上流端を出発した特性曲線が斜面下流端に達する時刻であり、この到達時刻を(13)式に入れれば、その時刻の斜面下流端の流量をうる。すなわち q の曲線が求められる。また図の t_a 及び q_a は降雨始めの雨水の影響が斜面下流端に達する時刻及びその時刻の斜面下流端流量で、上式において、 $t_a=0$ として求められる。

(3) 河道流出の基礎式

(a) 河道流出の基礎方程式 水量を加えて下流する流れである英において、斜面流出と同様であつて、時刻 t において、河道上流端からの距離 x における流積を A 、流量を Q 、斜面から河道への流入量を $2q_s$ (両側から流入するものとする)とし、大胆な仮定であるが近似的にManning式が成立するとして、河道の勾配を i 、粗度係数を n 、水深を R とすれば、

$$\left. \begin{array}{l} \text{連続方程式} \\ \text{運動方程式} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 2q_s \\ Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} = \frac{1}{n} K A^p = K A^p \end{array} \quad \text{---(15)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{連続方程式} \\ \text{運動方程式} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 2q_s \\ Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} = \frac{1}{n} K A^p = K A^p \end{array} \quad \text{---(16)}$$

(b) 河道流出の無次元化及び特性曲線表示

(15), (16)式より問題をとくことになるが、現象の一般化のために、次の無次元化を行う。

$$t/t_s = \alpha^{-1} \tau, \quad x/L = \lambda, \quad q_s/q_s = \alpha q_1, \quad Q/Q_s = \alpha q, \quad A/A_s = \alpha^p s \quad \text{---(17)}$$

こゝに L は河道長、 Q_s は Y_0 の降雨が流域に降り続くと、全流域にわたつて流水が定常状態に達したときの河道下流端の流量である。これは Y_0 の降雨開始後、流域最上流端の雨水の影響が伝播して、河道下流端に達したときを生ずる。 A_s はその時、河道下流端の流積である。これは(16)式に示すように、河道断面形に因する値であり、著者¹⁾が筑後川上流部の各断面から求めたところによると、ほぼ1.45程度であつた。本計算では、その他の文献も参照して、 $p=1.45$ とした。以上のよき定義すれば、

$$Q_s = B Y_0 L \quad \text{---(18)} \quad A_s = (Q_s/K)^{1/p} = (B L Y_0/K)^{1/p} = B Y_0 T_r \quad \text{---(19)}$$

$$\therefore T_r = (B L Y_0/K)^{1/p} / B Y_0 \quad \text{---(20)}$$

こゝに T_r は Y_0 の降雨が降り続き、流域全体が定常状態に達したとき、河道上流端の雨水の影響が河道下流端に達する時間である。すなわち降雨 Y_0 により生じた定常状態において、

図-1(b)の斜面 $\overline{ab}$ を雨水が伝播する時間 T_s , 河道 $\overline{bc}$ を伝播する時間 T_r である。以上の各式を (5), (6) 式に代入すれば,

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{1}{m'} \frac{\partial \lambda}{\partial \lambda} = \frac{1}{m'} q_1 & \text{----- (21)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ただし } m' = \alpha \left(\frac{1}{\tau} - \frac{\lambda}{T_s} \right) \frac{T_r}{T_s} = \alpha \left(\frac{1}{\tau} - \frac{\lambda}{T_s} \right) m & \text{----- (22)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = S^p & \text{----- (23)} \end{cases}$$

$$(21) \text{ 及 } (23) \text{ 式を代入すれば, } \frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{p S^p}{m'} \frac{\partial S}{\partial \lambda} = \frac{q_1}{m'} \text{----- (24)}$$

$$\text{これを特性曲線表示すれば, } d\lambda/d\tau = p S^p / m' \text{ 上にて ---- (25) } \quad dS/d\tau = q_1 / m' \text{ ---- (26)}$$

(25), (26) 式によって河道の距離へ時間平面において, 斜面流出量を集めて下流に伝播してゆく状況を示す特性曲線と, この特性曲線上の流積, 流量を求めることとができる。

(C) 河道の特性曲線式及びその線上の流量, 流積をあらわす式

図-2の右側部に, 河道上流端 $\tau = 0$ に出発して q_1 曲線を集めたものが河道を流下する入へて平面の特性曲線を示している。 $\lambda = 0$ が河道上流端, $\lambda = 1$ が河道下流端をあらわす。

この曲線上では $\tau = T_s$ で $S = 0$ であるから, (26) 式より

$$S = \frac{1}{m'} \int_0^{\tau} q_1 d\tau \text{ ---- (27) } \quad \text{従って } \lambda = S^p = \left(\frac{1}{m'} \int_0^{\tau} q_1 d\tau \right)^p \text{ ---- (28)}$$

$$\text{この } S \text{ を (25) 式に入れて, } \tau = T_s \text{ で } \lambda = 0 \text{ とすれば, } \lambda = \frac{p}{m'^p} \int_0^{\tau} \left(\int_0^{\tau} q_1 d\tau \right)^{p-1} d\tau \text{ ---- (29)}$$

したがって, 河道上流端を時刻 T_s に出発した特性曲線が, 河道下流端に達する時刻, すなわち求める到達時間 T_L は (29) 式に $\lambda = 1$ を入れて τ を求めればよい。またその時刻の流量 q_L は, この τ を (27) 式に入れて求められる。すなわち p が与えられれば, T_L, q_L が m' の函数として求められる。ここでは計算の便宜上 $\lambda = 1$ とした (29) 式で積分上限 $\tau = T_L$ を種々方えて, m' を求め, これら (28) 式に入れて q_L を算定した。

(4) 降雨分布による α と β の値

(a) 一定強度の降雨の場合

$$(3) \text{ 式より } \alpha \beta = Y/q_0 = b, \text{ 従って } \alpha = b, \beta = 1 \text{ とおく。 ---- (30)}$$

(b) 増加三角形降雨分布の場合

$$\text{降雨強度を } Y = at \text{ とすれば, ---- (31)}$$

$$(3) \text{ 式より } \alpha \beta = Y/q_0 = at/q_0 = a T_s \alpha^{-2\beta} \beta / q_0 \quad \text{故に } \beta = 2, \alpha = (a T_s / q_0)^{1/3} \text{ とおく。 ---- (32)}$$

(c) 減少三角形降雨分布の場合

$$\text{到達時間を } t_L \text{ とすれば, } Y = a(t_L - t) \text{ ---- (33)}$$

$$(3) \text{ 式より } \alpha \beta = Y/q_0 = a T_s \alpha^{-2\beta} (t_L - 2) / q_0 \quad \text{故に } \beta = t_L - 2, \alpha = (a T_s / q_0)^{1/(t_L - 2)} \text{ とおく。 ---- (34)}$$

(d) 2 昇辺三角形降雨分布の場合

到達時間を t_L とする。増加する部分に対しては $Y = at$ とすれば, 上記の増加三角形降雨分布と同様に (32) 式とおく。減少する部分に対しては $Y = a(t_L - t)$ とすれば, (34) 式とおけばよい。

(5) 降雨及び流域特性と到達時間及びその時刻の流量との関係式

上記の α, β を用い, $p = 1.45$ として, 4 種の降雨分布について, 各 T_L に對する m', q_L を算定した。ただし一定降雨強度の場合は積分を最後まででき, $T_r/T_s = m$ とすれば,

$$T_L = 1 + m' \quad \text{or} \quad T_L = \left\{ 1 + b \left(\frac{1}{\tau} - \frac{\lambda}{T_s} \right) m \right\} T_s b^{-2\beta} \text{ ---- (35)}$$

$$q_L = 1 \quad \text{or} \quad Q_L = b B L Y_0 \text{ ---- (36)}$$

他の3種の降雨型では数値積分によった。これには Simpson 法を用い、小数点以下5桁まで正しくできるように分割を定めて行った。 $m'=0$ のとき $t_L = T_S$ 及び $Q_L = Q_S$ となることか(南畑村5,6村相模)を考えて、 $(T_L - T_S) \sim m'$ 及び $(Q_L - Q_S) \sim m'$ を両対数軸に $plot$ すれば、図-3 に示すように、わずかに上方に凸ではあるが、ほとんど直線となる。図-3 は増加三角形分布に対するものであるが、減少及び2号辺三角形分布でも同様であった。故にこれより最小自乗法で関係式を求め、無次元量 m' にもよれば、次の関係式がえられる。

増加三角形降雨分布の場合 $\omega = aT_S/\gamma_0$ とすれば、----- (37)

$$t_L = \{1.408 + 0.925 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.966}\} T_S \omega^{-\frac{1}{2}} \quad \text{----- (38)}$$

$$Q_L = \{0.986 + 0.658 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.707}\} BL \gamma_0 \omega^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (39)}$$

減少三角形降雨分布の場合

$$t_L = \{1.115 + 0.713 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.983}\} T_S \omega^{-\frac{1}{2}} \quad \text{----- (40)}$$

$$Q_L = \{0.452 + 0.354 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.795}\} BL \gamma_0 \omega^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (41)}$$

2号辺三角形降雨分布の場合

$$t_L = \{1.512 + 0.930 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.973}\} T_S \omega^{-\frac{1}{2}} \quad \text{----- (42)}$$

$$Q_L = \{0.394 + 0.378 (\omega^{\frac{1}{m'} - \frac{1}{2}} m')^{0.860}\} BL \gamma_0 \omega^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (43)}$$

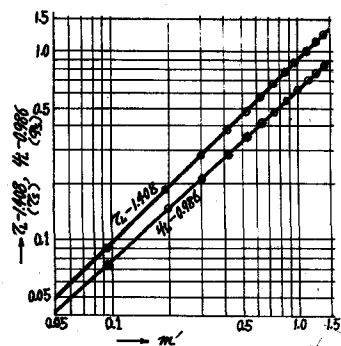


図-3 増加三角形降雨分布における $t_L, Q_L \sim m'$ 図

これらの式の誤差は普通に用いられる範囲 $m' = 0.1 \sim 1.0$ においては、 $m' = 1.0$ で最大となるが、その量はほぼ1%以内で、充分な精度をもつ関係式である。また上式(38)~(43)において、 $p = 1.45$ に対して $\frac{1}{p} - \frac{1}{2} = 0.090$ 、 $\frac{1}{p} - \frac{1}{2} = 0.064$ というかなり小さい値となるので、 $b^{\frac{1}{p} - \frac{1}{2}}$ 及び $\omega^{\frac{1}{p} - \frac{1}{2}}$ は、 γ_0 を適当にとれば、1に近い値である。

降雨強度による t_L, Q_L の変化を例示すれば、図-4 となる。これは他の3種の降雨型でも同様な傾向となる。これでわかるように、降雨が大になると、到達時間は減少し、その時刻の流量は増加する。

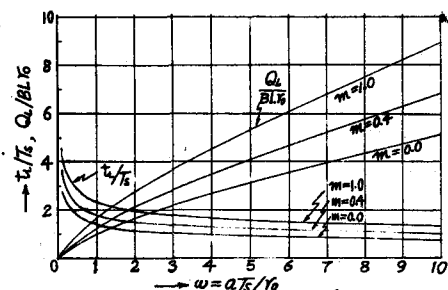


図-4 増加三角形降雨分布における $\frac{t_L}{T_S}, \frac{Q_L}{BL \gamma_0} \sim m$ 関係図

(6) むすび (35)~(43) 式は運動方程式に Manning 式が成立するとの仮定の下にえられた式ではあるが、

図-1(b) に示す模型矩形流域における到達時間と、その時刻の流量を求める式である。これらの式は降雨及び流域の各要素の影響、その他流出機構に関する種々なる問題を究明する上に有用なるものと考へる。

また t_L に関係する流域特性としては斜面の特性をあらわす(6)式の T_S と、河道の特性をあらわす(20)式の T の2つで代表され、 Q_L に関係する流域特性は流域面積 BL と T_S 及び T によつて代表されることが知られる。よらにまた降雨が大になると到達時間は小となり、その時刻の流量は大なることも確認できた。

本研究は昭和34年度文部省科学研究費(各個研究“河川の降雨流出の機構に関する研究”)の援助のもとに行なわれたことを付記し謝意を表する。

- 文献 1) 篠原謹爾・上田年比古：筑後川上流部の出水解析(特性曲線法による大山河の出水解析について)、九大応用力学研究所報第13号、昭和34年。
2) 末吉富太郎：特性曲線による出水解析について、土木学会論文集29号、昭和30年12月。
3) 岩田雄一・高橋琢馬：降雨及び流域特性が流出関係に及ぼす効果について、京大防災研究所創立5周年記念論文集、昭和31年11月。