5　最大洪水流量を簡単に求める方法

建設省東北地方建設局皆瀬ダム工事事務所長　正員　柴原孝太郎

§1　序説

大分前に洪水到達時間が洪水に及ぼす影響について述べた事がある。(註1) それは洪水到達時間が変化するに従い，最大流量及びその時刻がどの様に変化するか数理的に導いたものである。その結論として或一地点に於て降雨波形の如何を問はず洪水到達時間が永くなるに従い，最大流量は減少し且ピーク時刻はおくれる事を常識の示す通り確められた。

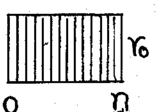
然しこの様な事が数式的に証明し得ても現実の河川に於ては，ある地点の洪水到達時間がどう変化してゐるかが具体的に判らない為に例證する事が出来なかった。又その報告に於て当初企図したところの洪水到達時間と流量てい減率との関係を見出す事が出来なかったが著者としては予期してゐなかった次の2つの結果を得る事が出来た。

イ　降雨のピーク（或はその重心）の時刻と流量ピークの時刻との時差は，一般にその流域の特性を示すものと従来考えられてゐたが，その他に降雨波形の影響が極めて顕著であること。

ロ　最大流量の値は降雨波形と洪水到達時間及び最大流量の時刻によって近似的に算定し得ること。

（**イ**について）

第XI報の如き比較的簡単な仮定を以てしても(註1)，単純な降雨波形に対してさえ，例えば次の通りである。（茲で洪水到達時間 $= m$，最大流量の時刻 $= T$ とする）



一定強度降雨の場合

$0 \leqq m \leqq n$　　$$e^{\alpha T} = e^{\alpha m} + e^{\alpha n} - 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)\ (註1)$$

尻上り三角型降雨の場合

$0 \leqq m \leqq n$　　$$e^{\alpha T}(\alpha T - \alpha m - 1) = 1 + (\alpha n - 1)e^{\alpha n} - e^{\alpha m} \quad (61)\ (註1)$$

従って実際の洪水に於ては更に降雨波形の影響が複雑に現れるものと思われる。

（**ロ**について）

T を与える式は一般に複雑であるが，$q(T)$ 即ち最大流量を与える式は極めて簡単である今第XI報の「あとがき」(註1)より，参考の為若干引用すれば次の通りである。

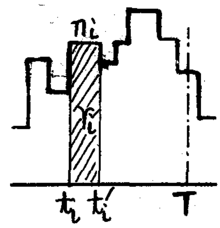
一定強度降雨の場合　　$$q(T) = \frac{m + n - T}{m} r_0 A \qquad (m \leqq n)$$

尻上り三角型降雨の場合　　$$q(T) = \frac{(n + m - T)(n - m + T)}{2mn} r_0 A \qquad (m \leqq n)$$

§2　任意の降雨波形に対する最大流量及びその時刻

以上の理論から，降雨波形が如何なる場合でも最大流量は近似的に簡単な式で表現出来

そうに思われる。しかもその式に於て，最も取扱の面倒なα又は流量てい減率βを仮定しないでも，最大流量の時刻さえ与えられておれば，α又はβを含まない式で表わす事が出来るのではないかと予想される。今ある降雨波形に於て，強度r_iの降雨が時刻t_iよりt_i'迄n_i時間に亘り継続したものとし，最大流量が時刻Tに於て発生したものとする。しかるとき，$m \geqq n_i$としてr_iに対する流量q_iは次式で表わされる。(註2)



$$q_i(t)=\{\alpha(t-t_i)-1+e^{-\alpha(t-t_i)}\}r_iA/m\alpha \qquad t_i\leqq t\leqq t_i+n_i \quad \cdots\cdots (1)$$

$$q_i(t)=\{\alpha n_i-(e^{\alpha n_i}-1)e^{-\alpha(t-t_i)}\}r_iA/m\alpha \qquad t_i+n_i\leqq t\leqq t_i+m \quad \cdots\cdots (2)$$

$$q_i(t)=\{\alpha(m+n_i+t_i-t)+1-e^{-\alpha(t-t_i)}(e^{\alpha m}+e^{\alpha n_i}-1)\}r_iA/m\alpha \quad \cdots\cdots (3)$$
$$t_i+m\leqq t\leqq t_i+m+n_i$$

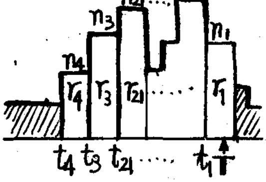
$$q_i(t)=(e^{\alpha n_i}-1)(e^{\alpha m}-1)e^{-\alpha(t-t_i)}r_iA/m\alpha \qquad t_i+m+n_i\leqq t \quad \cdots\cdots (4)$$

従って$t_i<T$のすべてのr_iに対して夫々上式から$q_i(t)$を求めれば，$\sum q_i'(T)=0$であるから，$q(T)$即ち$\max q$を得る事が出来る。　さて以上の計算を簡単に行う為に，αを全降雨期間に亘り仝一と仮定する。この仮定は重要である。何となれば，降雨波形が複雑な場合既報の通り降雨のブロック毎にα又はβを変化させた方が実際的であるから。この事については第**IX**報(註3)第**XII**報(註4)を参照されたい。従ってこの仮定が妥当な場合は最大流量に対する主体性降雨が極めて顕著な場合に限る。何となればかゝる場合にはそれ以外の降雨のα又はβが主体性降雨のα又はβと異っても最大流量に対する影響が少いからである。事実後述の如く銅山川の例に於ては主体性降雨が顕著な為に，比較的よい近似を与える。之に反して，そうでない場合には，比較的近似が悪い。そこで主体性降雨が著しい場合$\max q$に対するr_iの生起時刻t_iはTから余り離れてゐない筈である。従って先づ(4)式を適用し得るTより最も近いt_iを見出す必要がある。(4)式から直に，その様な条件を満すt_iは

$T-t_i\geqq m+n_i$ ……(5)　を満足する$T-t_i$の最小値から決定される。次に(1)式を適用し得るt_iは仝式より，$n_i\geqq T-t_i>0$ ……(6)　とすればかゝるt_iは唯一つに限る。次に(2)式を適用し得るt_iは仝式から，$m>T-t_i>n_i$ ……(7)　とすれば，この様なt_iはm，n_iによっては1箇以上ある事もあり，或は無いこともある。最后に(3)式を適用し得るt_iは仝式から，

$$m+n_i>T-t_i\geqq m \quad \cdots\cdots (8)$$

とすれば，明かにかゝるt_iは唯一つに限る。　今以上の仮定及び条件により，右図の如き降雨波形に於て，r_4；r_3；r_{2i}，…r_{2i}，……及びr_1が夫々(4)；(3)；(2)，……；及び(1)式の適用を受けるとすれば



$$\left.\begin{aligned}
q_4(t)&=(e^{\alpha n_4}-1)(e^{\alpha m}-1)e^{-\alpha(t-t_4)}r_4A/m\alpha\\
q_3(t)&=\{\alpha(m+n_3+t_3-t)+1-e^{-\alpha(t-t_3)}(e^{\alpha m}+e^{\alpha n_3}-1)\}r_3A/m\alpha\\
q_{2i}(t)&=\{\alpha n_{2i}-(e^{\alpha n_{2i}}-1)e^{-\alpha(t-t_{2i})}\}r_{2i}A/m\alpha\\
q_1(t)&=\{\alpha(t-t_1)-1+e^{-\alpha(t-t_1)}\}r_1A/m\alpha
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots (9)$$

従って，(9)式から，最大流量の生起時刻Tは次式により求められる。

$$-r_4(e^{\alpha n_4}-1)(e^{\alpha m}-1)e^{-\alpha(T-t_4)}+r_3\{-1+e^{-\alpha(T-t_3)}(e^{\alpha m}+e^{\alpha n_3}-1)\}$$
$$+\sum_i r_{2i}(e^{\alpha n_{2i}}-1)e^{-\alpha(T-t_{2i})}+r_1\{1-e^{-\alpha(T-t_1)}\}=0$$

故に，(9)式と右式から，最大流量を与える次の(10)式が得られる。

$$q(T)=\{r_3(m+n_3+t_3-T)+\sum_i r_{2i}n_{2i}+r_1(T-t_1)\}A/m \cdots\cdots (10)$$

§3 最大流量式の特徴並びにその応用

(10)式により与えられる最大流量式から，次の如き重要な事が導かれる。

(i) 最大流量式は明かにα又はβを含まないこと。

(ii) (4)式を適用し得るr_4の影響の全く見られないこと。換言すれば，最大流量はその時刻以前の特定期間（$T-t_3$）内の降雨量により定ること。$T-t_3$は(8)式により与えられるから，之を洪水到達時間mに対して，洪水影響時間と称えれば，それは洪水到達時間に等しいか，又は若干之より大である。従って一般に最大流量は洪水影響時間内の降雨量によって定ること。

(iii) 明かにrの係数の和はmに等しい。従って，最大流量は洪水影響時間内の降雨量の洪水到達時間に対する荷重平均によって与えられること。

(iv) 前号の特別な場合として，最大流量の時刻が正時であり，且洪水到達時間が整時間であって，降雨波形が時間雨量として現されている時には，(8)式より明に洪水影響時間は洪水到達時間に等しいから，最大流量は洪水到達時間内の平均雨量から直に求められる。従ってかゝる条件の下に物部公式が成立すること。

猶$m<n_i$の場合にはn_iを分割して$m \geqq n_i$とする事が出来るから上述で充分である（註6）

（最大流量式の応用）

(10)式は既述の通り，最大洪水流量に対する主体性降雨が顕著な場合に利用出来るものであるが，更に流域の形状にも左右される。（註1）従って之等の点を勘案すれば先づ後者からは，下記(い)及び(ろ)，前者からは(は)の条件が必要となる。

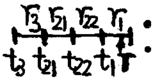
(い) 単一流域であること。換言すれば余り大きな支川の流入のないこと。

(ろ) 流域の形状が矩形に近いこと。

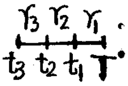
(は) 流域が余り大きくないこと。何となれば，この様な場合一般に流域内平均降雨は，最大流量に対して顕著な主体性を示さないからである。

そこで，とりあえず$m=3$ hr の場合について，(5)～(8)式を考慮して(10)式を適用すれば下記の通りである。（茲でA：km²，r_i：mm/hr，$q(T)$：m³/s 単位とし，$T-t_1 \equiv \mu$とおく）

(1) $n_i=1$ hr

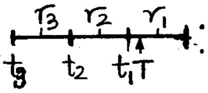


$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}\{(1-\mu)r_3+r_{21}+r_{22}+\mu r_1\} \cdots\cdots (11)$$

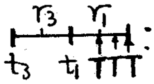


$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}(r_3+r_2+r_1) \qquad \cdots\cdots (12)$$

(2) $n_i=2$ hr

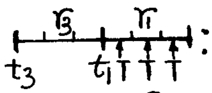


$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}\{(1-\mu)r_3+2r_2+\mu r_1\} \qquad \cdots\cdots (13)$$

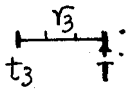


$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}\{(3-\mu)r_3+\mu r_1\} \qquad \cdots\cdots (14)$$

(3) $n_i=3$ hr



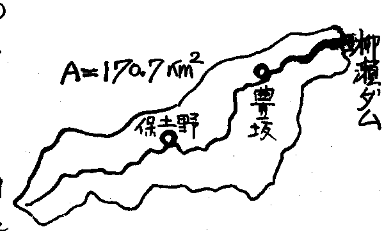
$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}\{(3-\mu)r_3+\mu r_1\} \qquad \cdots\cdots (15)$$



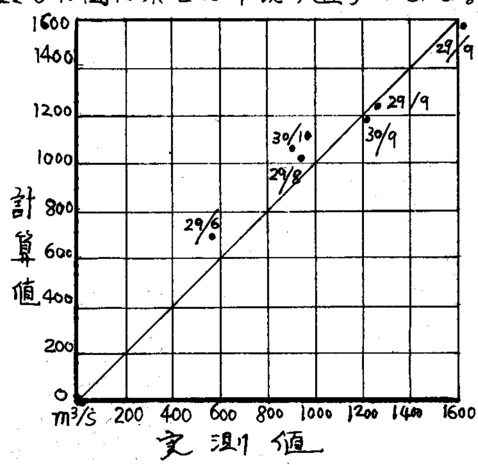
$$q(T)=\frac{A}{3\times3.6}r_3 \qquad \cdots\cdots (16)$$

§4 銅山川柳瀬ダムの各洪水に対する応用

銅山川柳瀬ダムの流域は右図に示す通り，前述(い)(ろ)及び(は)の3条件を比較的よく備えておる上に，最大流入量の生起時刻が明分に把握されておるので，(10)式の応用に最も好都合であると考えられる。以下計算にあたり，流域内平均降雨として，保土野及び柳瀬の降雨量の平均値を採用し，洪水到達時間nを3時間と想定すれば，$n_i=1$ hrであるから，(11)式に依り，最大流量を算定する事が出来る。その結果を表及び図に示せば下記の通りである。



洪水名	t_3 日 時	T 日 時	μ hr	r_3 mm/hr	r_{21} 〃	r_{22} 〃	r_1 〃	$q(T)$ m³/s	実測値 〃
昭和29年6月30日	29 23	30 2.6	0.6	24.9	29.2	44	0.6	690	570
仝年8月18日 台風5号	18 10	18 13.8	0.8	13.5	26.4	22.8	14.7	1010	930
仝年9月14日 台風12号	13 21	14 0.5	0.5	25.0	36.9	38.6	21.2	1560	1615
仝年9月26日 台風15号	26 3	26 6.9	0.9	11.9	20.0	27.7	32.0	1230	1255
30年9月30日 台風22号	30 5	30 8.8	0.8	29.5	27.8	31.0	12.5	1180	1210
仝年10月4日 台風23号	4 5	4 8.3	0.3	12.0	28.0	27.6	5.2	1040	895



(註1) 柴原：「河川流出に関する近似解法について」河川局開発課第XI報「洪水到達時間の洪水に及ぼす影響」30年3月。(註2) 基本的な理論は仝上第IV報「移動する降雨に依る流出」27年1月応用については第XII報「降雨波形の複雑な場合の応用」30年4月。(註3) 第IX報「流量てい減率を変化する方法」28年3月。(註5) 物部式は勿論fを含むが著者はfを考えない(第XII報あとがき)