(7) 流水における停止波と轉波

熊本大學工学工学部　會員　工博　藤芳義男

(1) 停止波と轉波

水深に比較して急流をなす水流ではよ停止したまゝの波形が流水の水面に発生する。これは平水時でも洪水時でも見受けるし，特に瀬の下流ではしばしば見受けられる。それは水門の下流で射流が常流に轉ずるところにも生ずる。この現象は確に水流の特異現象の一つである筈である。

強い河床勾配の人工水路によく生ずるのは轉波である。これは確に射流限界の特異現象で，停止波が常流限界内であるのに対し極めて対照的である。轉波は波形が殆んど変化することなく流れとともに下流に流下し，その流下速度は切論平均流速より大きく，筆者の調べではどうやら水面流速と同じらしい。しかも波頂と波底の間隔乃ち波長を調べてみると殆んど千差万別である。例へば市房ダムに設けられた側溝に発生したのを見ると

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
λ m	2.1	2.2	2.3	2.5	2.5	2.6	3.0	3.3	4.3	4.8	2.96

然るに1地点を通過する波数を数へると1分間当り 41.1, 39.5, 40.6 とほゞ一定であり，また長さ 10 m の区間を通過する速さは 6.0, 6.2, 6.2, 6.2, 6.3 平均 6.18 秒とほとんど平均して居る。

筆者はこの両者を波の傳播速度の点から水流の基本方程式に従ふかどうかを吟味してみた。

(2) 水流の基本方程式と傳播速度

$$-i+\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{U^2}{C^2H}+\frac{1}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t}=0 \quad \text{……基本方程式}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(HU)=0 \quad \text{……連続方程式}$$

の2方程式において数学上

$$\frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{dx}{dt}=-\omega\frac{\partial U}{\partial x}$$

と置けば

$$\frac{\omega-U}{gH}\left\{\frac{\partial H}{\partial t}+U\frac{\partial H}{\partial x}\right\}=i-\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{U^2}{C^2H}$$

となる。左辺{ }内はこれを零と置けば傳播速さがUであることを示す。傳播速さがωになるように書き改むれば

$$\frac{\omega-U}{gH}\left\{\frac{\partial H}{\partial t}+\omega\frac{\partial H}{\partial x}\right\}=i-\left\{1-\frac{(\omega-U)^2}{gH}\right\}\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{U^2}{C^2H}=0$$

となる。零と置いたのは左辺{ }内は当然零となるべきだからである。

(3) 停止波

停止波では波は動かないのであるから $\omega=0$ と考へられる。しかし実際は表面流速と方向反対の真の傳播速さがあって始めて動かない波になるから，

$$\omega = -\beta U \qquad 表面流速\ U_s = (1+\beta)U$$

であるべきである。しかもこの波の水面勾配は河床勾配に比して著しく大きいから，{ }内は零になって始めて安定する。したがって { } 内は

$$1 - \frac{(\omega - U)^2}{gH} = 1 - \frac{(1+\beta)^2 U^2}{gH} = 0 \qquad \therefore\ U = \frac{1}{1+\beta}\sqrt{gH} \qquad 又は\ F_r = \frac{U}{\sqrt{gH}} = \frac{1}{1+\beta}$$

となり，これが停止波を生ずる特異現象の条件式である筈である。以上では基本方程式における補正値を省略したのであるが，補正値を入れるとこの条件式は

$$F_r = \frac{1}{\sqrt{(\alpha' + \eta'\beta)(1+\beta)}} \qquad \eta' = 1 + 2\eta \qquad \eta = \frac{4}{5}\beta^2 \qquad \alpha' = 1 + \frac{12}{5}\beta^2\left(1 - \frac{133}{7}\beta\right)$$

となる。種々の β について計算すると

$\beta =$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$\eta =$	0.008	0.032	0.072	0.128	0.200	0.288
$\eta' =$	1.016	1.064	1.144	1.256	1.400	1.576
$\alpha' =$	1.0235	1.092	1.204	1.355	1.595	1.768
$1/F_r =$	1.11	1.25	1.42	1.63	1.80	2.08
参考 $1+\beta =$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6

(4) 転波

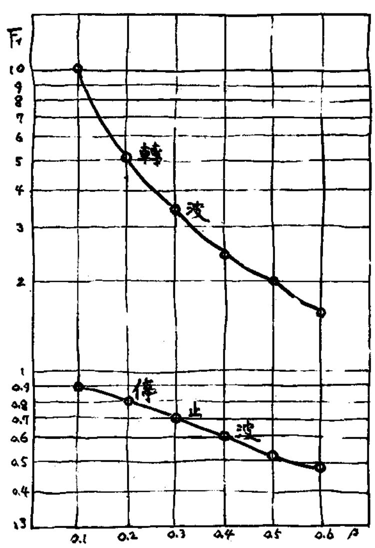
転波では $\omega = U$ と考へられるが，これも表面流速 U_s と同じであるべきだと考へ，$\omega = (1+\beta)U$ と置けば，その条件式は

$$F_r = \frac{1}{\beta} \qquad 補正値を入れて \qquad F_r = \frac{1}{\sqrt{\{(1+\beta)\eta' - \alpha'\}\beta}}$$

となる。種々の β について計算すると，

$\beta =$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$F_r =$	10.3	5.2	3.5	2.5	2.0	1.6
参考 $1/\beta =$	10	5	3.3	2.5	2.0	1.6

$F_r = \frac{U}{\sqrt{gH}} \qquad U_s = (1+\beta)U_m$



(5) 結論

以上の2つの条件を β と F_r について図示すると右図の通りになる。

停止波は限界流速から常流側に生じ，限界流速に近いほど実現性が多い（β の値図上）が，転波は射流側に生ずるのは勿論として β の値からみると F_r が3以上が実現性が多いことになる。これらは現実の現象と完全に一致するとは云い難いが，水流の基本方程式に一応従った特異現象と考へて差支へあるまい。

（昭34-4-6）