

(4) 円形堰の水理学的特性について

京都大学工学部 正員 岩佐義朗

京都大学工学部 正員 飯田一穂

四国電力株式会社 正員 井上芳樹

各種の堰はその水理学的機能に応じて多くの目的に供せられるが、これらのなかで最も重要な用途は、水位の一瞬測定による流量測定である。このことは、堰が測定すべき流量に対して支配構造物となっていることを意味している。これらの堰のなかで、最もしばしば用いられるものは鋭縁堰であり、すでに18世紀の頃より解析が進められてきた。しかしながら、鋭縁堰上の水流はきわめて複雑であり、その特性を数学的に表示することは困難であるから、多くの研究にもかかわらず、いわゆる経験的要素を導入した実験公式の範囲を出ることができなかった。

堰による流量測定のためには、水位と流量との関係を一義的に決定しなければならない。こうして関係を誘導するには、Bélanger-Böss の定理あるいは Jaeger の一般理論が用いられるが、岩佐は水流の水面形状に鞍形突があらわれると、そこで流れは常流から射流に移り、また最大流量、最小エネルギーに関する Bélanger-Böss の定理の同時生起性がこの突でおこることを示した。

ここでは、堰上の水流の力学的関係が鋭縁堰に較べて明確となる円形堰を支配構造物として取り上げ、その水理学的特性を明らかにするとともに、こうした堰の水理学的設計法に関する考察を加えようとするものである。

いま、円形堰の境界面が短く、かつ流れが急激に変化するものとすると、水流は近似的に非回転運動をなすと仮定することができる。したがって、堰にそい下流側に x 軸、これと直角に y 軸をとると、流速分布に対して近似的に

$$u(R+y) = \text{const.} = q / \log(1+y/R) \quad (1)$$

という関係が成立する。ここに、 u は x 方向の流速、 R は堰の曲率半径、 q は単位巾の流量、 h は水深である。Jaeger は Fawer の実験に基づき、 $u \propto 1/(R+y)$ なる関係を用いているが、われわれの実験によれば、(1)式の方が実験値とよく一致する。したがって、圧力分布は

$$p/\rho g = (h-y) \cos \theta - (u_b^2 R^2 / 2g) \left\{ 1/(R+y)^2 - 1/(R+h)^2 \right\} \quad (2)$$

となる。ここに、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 θ は境界面の勾配、 u_b は底面流速である。これらの関係より、エネルギー保存則に従って、1次元方程式を作ると、

$$H_0 + Z = (u_b^2 / 2g) + h \cos \theta \quad (3)$$

となる。ここに、 H_0 は堰頂より測った全エネルギー高、 Z は堰頂より考察を進めている突までの鉛直距離、 u_b は表面流速である。いま、簡単のため、 R を一定として(3)式より水面形状を表わす式を作ると、(1)式を考慮して、つぎのようにならわされる。

$$dh/d\theta = (R+h) \sin \theta / \left\{ \cos \theta - g^2 \left\{ 1 + \log(1+y/R) \right\} / g(R+h)^3 \cdot \log^3(1+y/R) \right\} = f_1(h, \theta) / f_2(h, \theta) \quad (4)$$

円形堰が支配構造物としての機能をもつためには、上述のように(4)式で示される水面形状方程式は鞍形突をもたねばならない。明らかに、この突は堰頂であり、また水位と流量と

の関係は、(4)式の分母が0という条件、すなわち Bélanger-Bössi の定理より求められる。(4)式を特異点の近傍で展開してその数学的性質をみれば、特異点が鞍形点となることがわかる。図-1は(4)式のあらゆる積分曲線を示したものであり、遷移水面形曲線がこの場合の解に当り、その他の水面形状は上下流側に他の支配構造物がある場合を表わしている。ここに、矢印は積分の方向を示したものである。図-2はわれわれが行った実験値と(4)式を理論的に解析した水面形状および底面圧力を示しているが、これらは驚くべきほどの一致を示している。

水位と流量との関係は、流量係数

$$C = q / (2\sqrt{2}g/3) H_0^{3/2} \quad (5)$$

という形で表わされる。図-3は(4)式の分母、すなわち $f_2(h, \theta) = 0$ と(5)式より流量係数 C を求めたものであるが、水頭が堰の半径に較べて1~0.2倍の範囲では、実験値と理論曲線とがよく一致している。図中の Lausanne 曲線は Lausanne 大学における実験公式を、また Jaeger 曲線は Jaeger の解析結果を示している。鋭縁堰による流量公式では、流量係数はしばしば (h_0/W) の関数として表わされる。ここに、 h_0 は上流水深、 W は堰高である。円形堰の場合には、 R および W が変数となるから、水位-流量曲線を一義的にあらわさない欠点を生じる。

このような堰の水理学的設計法に対して支配的な要素は、流量と圧力の条件である。すなわち、設計流量の範囲にわたって図-3を利用して堰の半径を決定することができる。このようにして定めた堰の幾何学的形状に対して、圧力分布は(2)式を用いて計算せられ、堰は底面圧力が0となる点までの長さで十分ということが出来る。この場合、一番問題となるのはむしろ堰の上流面であって

上流側ではほとんど静止した水流が急激な速度変化をうけて運動するから、圧力は著るしく低下する。したがって上流面に適当な遷移曲線と入れ込む方が、圧力条件に対して必要なこととなることはいうまでもない。

本研究を遂行するに当り、絶えず御懇切な指導と賜った石原藤次郎教授に感謝の意を表わすとともに、本研究は文部省科学研究費を受け行つた研究の一部であることを付記する。

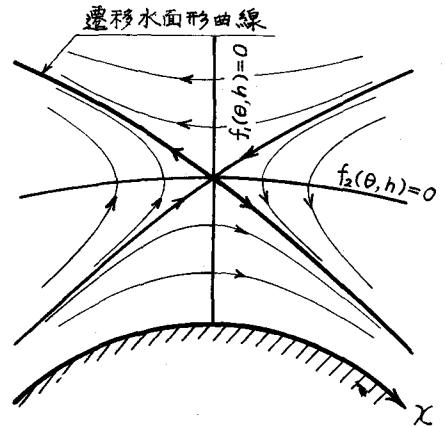


図-1 円形堰における水面形状

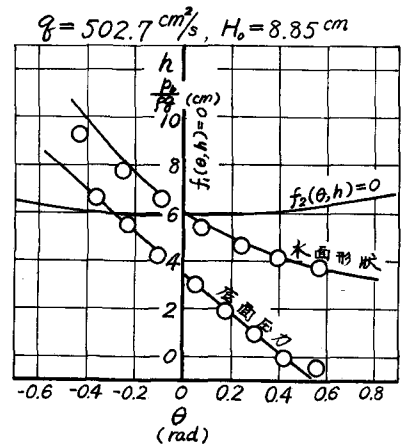


図-2 水面形状および底面圧力

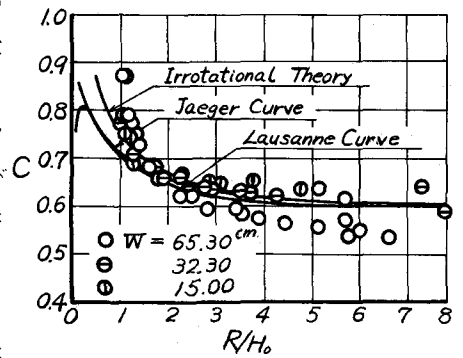


図-3 円形堰の流量係数