(15)　砂漣、停止波と背水の限界点

熊本大學工學部　會員　工博　藤芳義男

1. 停止波

流水には平水でも洪水でも位置も振幅も殆んど動かない停止波を見かける。「この波には平均流速 $U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ と云ふ特有流速があり、この條件を満足する点では下流からの背水が上流に傳らず、背水の限界点を生じ、從つて水門下流の射流が常流に轉換する地点となる。」以上を論ずるのが本文の目的である。

2 漣の伝播速度

Boussinesq の基本方程式と連續方程式

$$-i+\frac{U^2}{C^2H}+\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial x}+\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t}=0 \quad \text{-----(1)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial (H\cdot U)}{\partial x}=0 \quad \text{-----(2)}$$

において

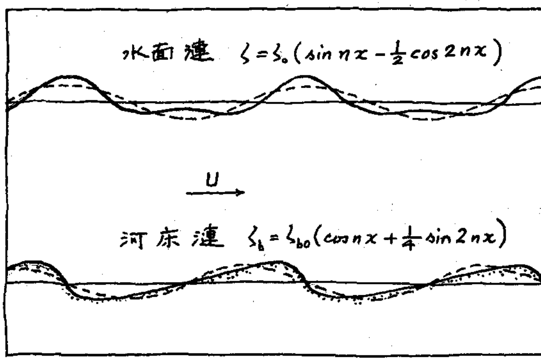
$$\frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial U}{\partial x}\frac{dx}{dt}=-\omega\frac{\partial U}{\partial x} \quad \text{-----(3)}$$

の3式から

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{gH}{\omega-U}\left\{1+\frac{U(\omega-U)}{gH}\right\}\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{gH}{\omega-U}\left(i-\frac{U^2}{C^2H}\right) \quad \text{---(4)}$$

を得るが、これは

$$\omega=\frac{gH}{\omega-U}\left\{1+\frac{U(\omega-U)}{gH}\right\}$$



の伝播速度をもつ波を示してゐる。こゝで漣においては摩擦項 U^2/C^2H は水面勾配 $-i+\frac{\partial H}{\partial x}$ に近似しないで河床勾配 i に近い。この伝播速さ ω を解けば、

$$\omega=U\pm\sqrt{gH}$$

となり、常流では上下流へ向ひ、射流では下流に向ふ。下流へ向ふ伝播速度は非常に速いが上流へ向ふ波が問題となる。水流は U の平均速度で流れるのであるから、いま漣の見かけの伝播速度 ω' は上流へ進む波では

$$\omega'=\omega+U=2U-\sqrt{gH}$$

となる。停止波では見かけ上は波は動かないから $\omega'=0$ となり、

$$U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$$

の條件が生れる。これは停止波の特有流速である。

U	ω'	説明
0	$-\sqrt{gH}$	河口では漣は上流へ $\sqrt{gH}$ で進む
$\frac{1}{2}\sqrt{gH}$	0	$U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ のときは漣は動かない。
$\sqrt{gH}$	$\sqrt{gH}$	限界流速では流れに浮び下流へ進む

3. 砂漣

Boussinesq が流体の鉛直方向の分力を考慮に入れた基本方程式で、Boussinesq 自身が砂漣の解明を試みてゐるが、砂漣は停止波によつて生ずると云ふ著者の主張によれば、$\frac{\partial}{\partial t}=0$ であるから、

$$-i+\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{U^2}{C^2H}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{U^2}{2g}\right)+\frac{HU^2}{3g}\frac{\partial^3 H}{\partial x^3}=0$$

から

$$\frac{\partial^3 H}{\partial x^3}+n^2\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{3g}{HU^2}\left(i-\frac{U^2}{C^2H}\right) \qquad n^2=\frac{3g}{HU^2}\left(1-\frac{U^2}{gH}\right)$$

を得る。停止波では $U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ であるから，これを代入すれば

振動率 $n=\frac{3}{H}$ ； 波長 $\lambda=\frac{2\pi}{n}=\frac{2\pi}{3}H=2.09H$

と簡単になる。

4. 漣の特有波形

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\omega\frac{\partial H}{\partial x}=\pm\sqrt{gH}\left(i-\frac{U^2}{C^2H}\right)$$

で一般解を求め，停止波の條件を入れると，水面波形を $H_0+\zeta$ とする場合，

$$\zeta=\zeta_0\left(\sin nx-\frac{1}{2}\cos 2nx\right)$$

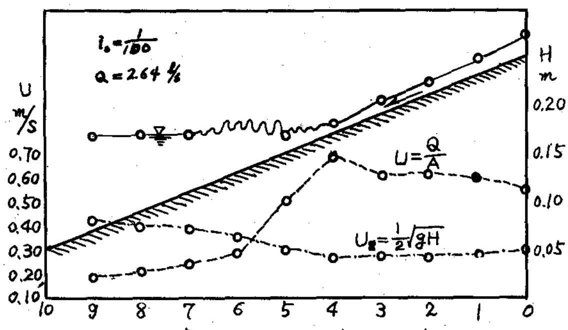
となる。河床は，

$$i=i_0+\frac{\partial\zeta_b}{\partial x}=\frac{U^2}{C^2H}=\frac{U^2}{C^2H_0}\left(1-\frac{\zeta}{H_0}\right)^3\fallingdotseq i_0\left(1-\frac{3\zeta}{H_0}\right)$$

から

$$\zeta_b=\zeta_{b0}\left(\cos nx+\frac{1}{4}\sin 2nx\right)$$

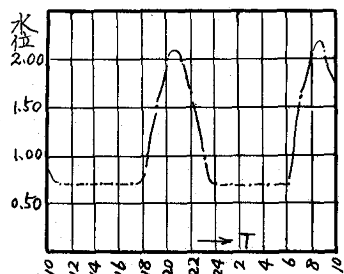
となる。



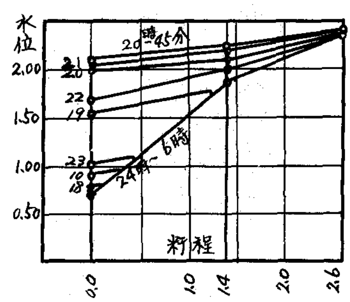
背水と $U=U_s=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ の地点

5. 背水終点

北上背水の終点には，一つの限界点がある筈で，それは水門下流の射流が常流に轉換する点の條件と同じ筈である。何れも $U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ の特有流速点で表れると考へる。図は実験結果を示す。



白川(粁程 0.0 km)河口潮汐位



6. 潮津波

潮汐が河川の河口をさかのぼるとき，著しい潮津波を生ずることがある。実験室でも下流に小ダムを置いて上流から水を流すと，背水の終点が次第に上流へさかのぼる。この終点が $U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ の近くである。

いま白川の河口の潮汐による水位曲線を見ると，11～17 時の間には水位は一定で，18時から急に潮汐の影響が表れる。また24時近くには急に潮汐の影響が消える。これを河川の縦断図に記入すると，潮汐による背水の終点は無限でなく，明らかに小型の潮津波と同じく，ある点で背水は消滅してゐる。

7. 結論

この理論については，見かけの伝播速度 $\omega'=\omega+U$ と置く点に異論を唱へる人があると思はれる。何故なら従来の水理学書では必ずしもそうではないからである。しかし著者はこの理論が正しくないと云ふ根本が見当らない。従って $U=\frac{1}{2}\sqrt{gH}$ の特有流速は洪水の流勢を水面波によって知り，水門下流の射流の常流轉換点とその護岸法の参考とし，背水終点に限界をつけるなど，河川水理学上重要であることをあへて述べる次第である。