

(13) 幅の変化する水路における遷移流の特性について

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗

日本国有鉄道 准員 村上 温

開水路の水流が自由表面の存在によつて常流と射流という二つの流れの状態にわけられるから、水流の遷移現象は (i) 常流→常流, (ii) 常流→射流, (iii) 射流→常流, (iv) 射流→射流という四つの遷移形式に分類され、研究されてきた。

一定の境界特性をもつた水路における水流の水面形状は Bresse や Tolkmitt など方程式によつてあらわされるが、河川あるいは人工水路にはいくつかの遷移部が含まれているから、実際にあらわれる水面形状はいろいろな遷移特性によつて示される局所的な影響をうけて変化する。したがつて、開水路の水理学的設計を合理的に行うためには、このような遷移特性と境界特性との関連性、あるいはそれらの水理学的意義について十分な考慮を拂う必要がある。このような観点から、従来より模型実験によるか、あるいは解析的や図式的な方法によつて、水面形状の水理学的特性をあきらかにする研究がすすめられてきた。

開水路水流の水面形状は、一次元解析法にもとづく水面形方程式によつて定められるから、水流の遷移現象は水面形方程式の特異点、すなわち限界水深、無限大水深、および従来の意味における支配断面の位置とその性質によつて、いろいろな形式にあらわされる。

ここでは第三の特異点、すなわちトポロジ-的な特異点の性質とその遷移に関する水理学的意義をあきらかにするつもりである。この問題はすでに本間博士などが研究されているが、その水理学的特性については明確に示されていないようである。

静水圧分布によつて与えられる漸変流では、その水面形状はつぎの式で示される。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{g \sin \theta - \frac{g Q^2}{c^2 b^3 h^3} \left(1 + \frac{2h}{b}\right) + \frac{\beta Q^2}{b^3 h^2} \frac{db}{dx}}{g \cos \theta - \frac{\beta Q^2}{b^3 h^3}} = \frac{f_1(x, h)}{f_2(x, h)} \quad (1)$$

ここに、 h は水深、 x は水路床にそつ距離、 b は水路巾、 Q は流量、 c は Chézy の係数、 g は重力の加速度、 θ は水路床と水平面とのなす角、 β は運動量補正係数である。

トポロジ-的な特異点とは、(1) 式の分母および分子をそれぞれ 0 とおいてえられる点であるから、

$$b c^2 h c^3 = \beta Q^2 / g \cos \theta \quad (2)$$

$$(h c / b c) = -(i - i_c) / (db/dx) c \quad (3)$$

によつて、特異点の持つ水理学的意義が明らかにされる。ここに、 i_c は局所的限界勾配であり、添字の c は特異点における値を示すが、(2) 式は限界水深をあらわす。また (3) 式は幅が拡がる水路では水路床勾配が限界勾配より小さく、また逆に幅が狭まる水路では限界勾配より大きいことを示している。

いま、特異点の近傍における水面形状をみるために、座標軸を特異点に移動すると、(1) 式はつぎのようにあらわされる。

$$(dh/dx) = \{cx + dh + Q(x, h)\} / \{ax + bh + P(x, h)\} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに;} \quad a &= -2ic(\alpha-1)\{\beta-2(\alpha-1)\} \\ b &= 3\{\beta-2(\alpha-1)\} \\ c &= ic^2[(\alpha-1)\{6\alpha(\alpha-1)-\beta(3\alpha-1)+m\{\beta-2(\alpha-1)\}/3\}] \\ d &= ic[(2hc/C_c)(\partial^2 h/\partial x^2)_c\{\beta-2(\alpha-1)\}+\beta(2\alpha+1)-4\alpha(\alpha-1)] \end{aligned}$$

であり、また $\alpha=i/ic$, $\beta=(db/dx)_c/ic$, $m=3hc^2(\partial^2 b/\partial x^2)_c/bcic^2$ であつて、P および Q は x , h に関する高次項である。

(4)式の特異点は、その特性方程式

$$S^2-(a+d)S+(ad-bc)=0$$

の性質から、鞍形点、結節点および渦状点に分類される。すなわち、

$$\begin{aligned} (a-d)^2+4bc > 0, \quad ad-bc < 0, & \text{----- 鞍形点} \\ (a-d)^2+4bc > 0, \quad ad-bc > 0, & \text{----- 結節点} \\ (a-d)^2+4bc < 0, \quad ad-bc > 0, & \text{----- 渦状点} \end{aligned}$$

であり、鞍形点では二個の積分曲線のみ、結節点ではすべての積分曲線が通る。また渦状点では、積分曲線が渦巻状に収束する。これらの特異点の水理学的遷移特性をあきらかにするには、特異点の近傍における等流水深曲線と限界水深曲線との幾何学的な相対位置について検討を加えなければならない。特異点における等流水深曲線の勾配は $-(c/d)$ であり、また限界水深曲線のそれは $-(a/b)$ であるから、これら二曲線の勾配の差は $(ad-bc)/bd$ となる。したがつて、 b と d とが同符号であれば、結節点あるいは渦状点では射流から常流への遷移を、また鞍形点では従来の意味における支配断面を経て常流から射流へ遷移する。これに反して、 b と d とが異符号であれば、逆の遷移を行うことがわかる。またさらに、特異点の近傍では(1)式の分子が三実根または一実根をもつから、根の大小を判別することによつて、水面勾配の正負を容易に決定することができる。

いま、最も簡単な場合として、右矩形断面水路における Chézy の流れの遷移特性を示したものが図-1 および図-2(1)~2(12)である。この場合には、幅の変化が特異点の分類に直接には関係しないから、分類の表示は簡単である。本間博士による分類とは非常に異なっていることがわらう。

以上に考察をすすめたことから、水面形状を追跡することができるが、一例として幅が拓がる緩勾配水路における水流の遷移水面形を考えよう。いま、 $Q=1m^3/sec$, $C=1960(m-sec)$, $i=0.0025$, および $b=(1+0.0001x^2)m$ とすると、図-1に示すように、まず鞍形点があられ、ついで結節点があられる。鞍形点で流れは常流から射流に、また結節点で再び常流へと遷移する。鞍形点では遷移曲線が規定されるから、積分を行う場合の出発点となり、また結節点では終点になることもわかる。鞍形点ではあきらかに従来の意味における支配断面になるが、結節点では下流における境界条件によつて二つの場合がある。すなわち、支配点になる場合と、結節点を直接通過せず上下流水面形の共軛関係において局所的跳水現象をおこす場合とであるが、この区別は d^2h/dx^2 曲線と下流側水面曲線とが結節点より下流で交るかどうかによる。これらの水面形状を図示したのが図-3である。

これらの水理学的特性の詳細な議論は、水面勾配の決定法、あるいは右矩形断面でない

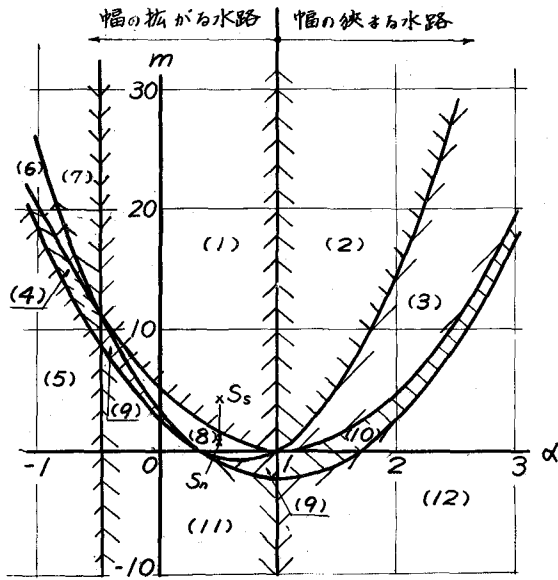


図-1 広矩形水路におけるChezyの流の遷移型式とその分離

水路の水流の遷移に關する一般的特性とともに、とりまとめて述べるつもりである。

このような取扱いは、單に水面形の追跡のみならず、パーシャル フリュームによる流量測定法に理論的な基礎を与えることも、おのづからあきらかとならう。

最後に本研究を行うにあたり、絶えず御懇切な御指導を賜った石原教授に感謝の意を表わす次第である。

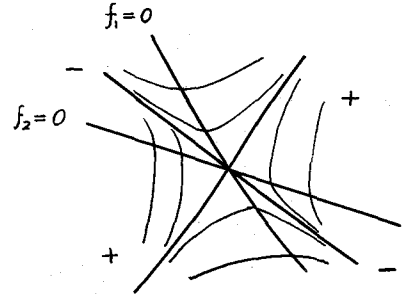


図-2(1) 鞍形矢(支配矢)による常流から射流への遷移 (緩勾配, 逆勾配)

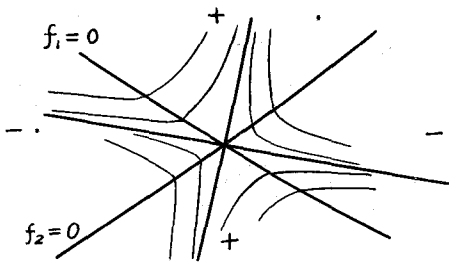


図-2(2) 鞍形矢(支配矢)による常流から射流への遷移 (急勾配)

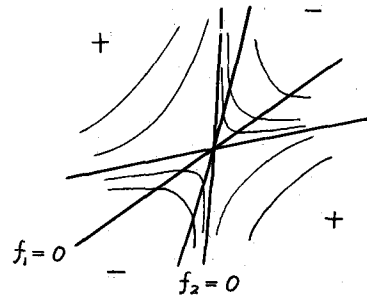


図-2(3) 鞍形矢(支配矢)による常流から射流への遷移 (急勾配)

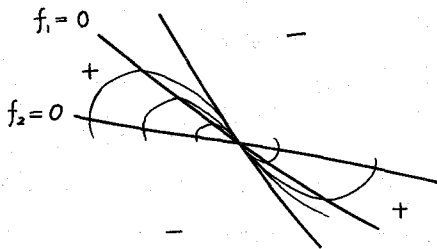


図-2(4) 結節矢による常流から射流への遷移 (逆勾配)

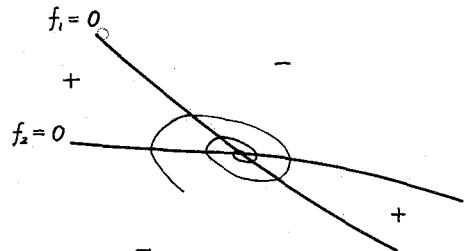


図-2(5) 渦状矢による常流から射流への遷移 (逆勾配)

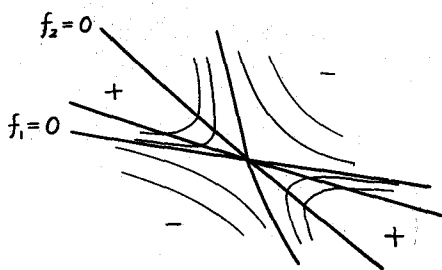


図-2(6) 鞍形点(支配点)による射流から常流への遷移 (逆勾配)

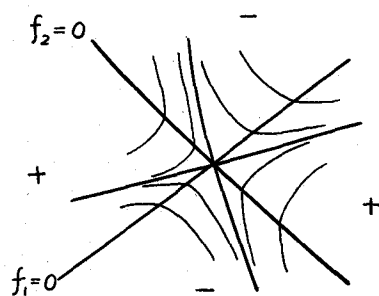


図-2(7) 鞍形点(支配点)による射流から常流への遷移 (逆勾配)

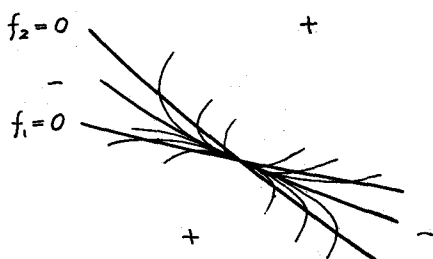


図-2(8) 結節点による射流から常流への遷移 (緩勾配, 逆勾配)

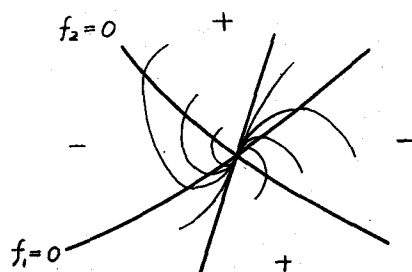


図-2(9) 結節点による射流から常流への遷移 (緩勾配, 逆勾配)

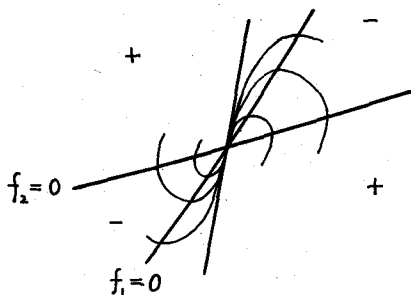


図-2(10) 結節点による射流から常流への遷移 (急勾配)

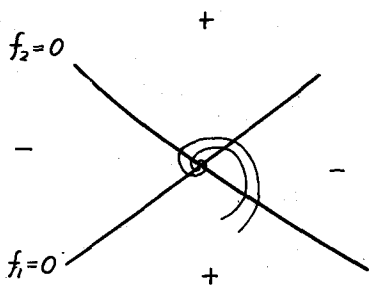


図-2(11) 渦状点による射流から常流への遷移 (緩勾配, 逆勾配)

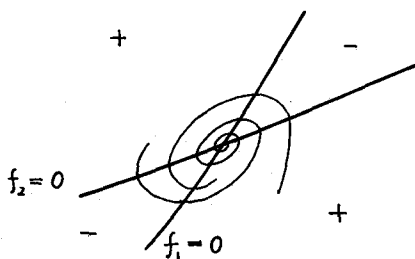


図-2(12) 渦状点による射流から常流への遷移 (急勾配)

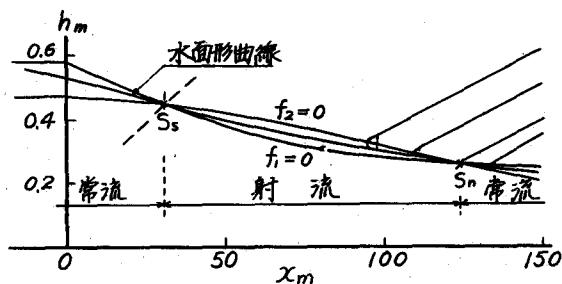


図-3 幅の狭がる水路における水面形状