

(11) 境界層の発達とその応用について

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗

著者はすでに開水路水流における境界層の発達過程について考察を加え、とくに急勾配水路におけるその水理学的特性をあきらかにしたが、Craya および Delleur は緩勾配水路におけるその特性について考察を加えている。

ここでは、開水路水流の境界層方程式のもつ性質がトポロジ-的な考察によって取り扱われることに着目して、境界層の発達過程の水理学的な一般性格をあきらかにするとともに、境界層の発達と自由表面の乱れとの関係について、Priest および Baligh の実験結果に検討を加えた。

開水路水流においては、層流境界層方程式と指数法則による乱流境界層方程式は形式的には同一であるから、後者の式を示すと、つぎのようにあらわされる。

$$\frac{d\delta^*}{dU_0} = \frac{\frac{\lambda}{\tan\theta} \left(\frac{U_0}{g \cos\theta} - \frac{q}{U_0^2} \right) - \frac{2+H}{H} \frac{U_0^{m-1} \delta^{*m+1}}{\nu^m}}{\frac{U_0^m \delta^{*m}}{H \nu^m} - \frac{\lambda}{\tan\theta}} = \frac{f_1(U_0, \delta^*)}{f_2(U_0, \delta^*)} \quad (1)$$

ここに、 δ^* は変位厚、 U_0 は主流の流速、 q は単位巾流量、 λ は摩擦係数、 ν は水の動粘性係数、 g は重力の加速度、 θ は水路の傾斜角、 H は変位厚と運動量厚の比(層流では 2.5)、 m は剪断力を Reynolds 数の函数表示にしたときの指数(層流では 1)である。

いま、トポロジ-的特異点における値を添字の s で示すと、(1)式より

$$U_{0s} \delta_{xs} = (\lambda H / \tan\theta)^{\frac{1}{m}} \nu \quad (2)$$

$$U_{0s}^3 = g \cos\theta \left\{ q + (2+H) \nu (\lambda H / \tan\theta)^{\frac{1}{m}} \right\} \quad (3)$$

であるから、(1)式の特異点近傍における Liapounoff の方程式はつぎのようになる。

$$\frac{d\delta^*}{dU_0} = \frac{\left\{ \frac{3}{g \cos\theta} - (1+m)(2+H) \frac{\delta_{xs}}{U_{0s}^2} \right\} U_0 - (1+m)(2+H) \frac{\delta^*}{U_{0s}}}{\frac{m}{U_{0s}} U_0 + \frac{m}{\delta_{xs}} \delta^*} \quad (4)$$

これらの関係を考察してあきらかにされた水理学的特性はつぎのようである。

- (1) 特異点は鞍形点で、主流の射流領域に居り、水路床勾配の増加とともに急激に限界点に近づく。
- (2) 図-1 に示すように、境界層の発達過程は $f_1 = 0$ 、 $f_2 = 0$ 、および特異点を通る(1)式の二個の積分曲線によって四個の領域にわけられる。
- (3) 発達初期が流速の小さい常流領域(a)では、加速流で発達する。
- (4) 流速のやや大きい常流領域(b)では加速流で発達するが、限界状態をすぎると、境界層は最大になり、その後減少する。
- (5) 流速の小さい射流領域(c)では、減速流で(4)と逆の過程をたどる。
- (6) 流速の大きい射流領域(d)では、減速流で(3)と逆の過程をたどる。
- (7) Craya および Delleur の研究は、図-1 に示す(b)、(c)の領域におけるものである。

(b) 急勾配水路になると、特異点 S より S_s に変り、(a'), (d')領域ごとりあつかわれる。著者がさきに究明したのは(d')領域における特性である。

対数法則による乱流境界層の水理学的特性についても、全く同様に取り扱われる。この場合は緩勾配($\tan\theta < K^2/2$)、中勾配($K^2/2 < \tan\theta < K^2$)、および急勾配($K^2 < \tan\theta$)、に分類され、指数法則と水理学的にはほぼ同様になることがわかるが、詳細は講演時において説明する。

境界層の発達とそれに伴う自由表面の乱れとは密接な関係にあるとされているが、その力学的機構はよくわかっていない。PriestとBalighは自由表面の乱れについて実験的に研究を行い、乱れの開始点のFroude数とReynolds数との関係を示している。

いま、境界層が発達して水面に達した点の近傍で自由表面が乱れると仮定すると、PriestとBalighの実験範囲はReynolds数よりみると層流領域あるいは遷移領域にあると考えられる。また水路床勾配が急であつて、図-1の(b)領域における発達過程であるから、近似的に境界層理論の限界点ではつぎの関係にある。

$$U_c^3 = \frac{3}{4} \frac{g^2 \sin\theta}{\nu} + \frac{10}{7} g \cos\theta \quad (5)$$

ここに、添字の c は限界点における値を示している。(5)式をReynolds数とFroude数とで表示すると、

$$Fr^2 = 0.423 \cos\theta + 0.222 Re \sin\theta \quad (6)$$

ここに、 $Fr = U_{mc}/\sqrt{gh_c}$ および $Re = U_{mc}h_c/\nu$ である。図-2には(6)式で与えられる理論曲線とPriest-Balighの実験値を示しているが、Reynolds数が小さく、したがって平均流の層流領域ではこれらの値が一致しており、境界層の発達と自由表面の乱れとの関係は、水理現象そのものとして密接な関係をもっていることがわかる。

最後に、本研究を行うにあたり終始御指導を賜わった石原教授に厚く感謝の意を表する。

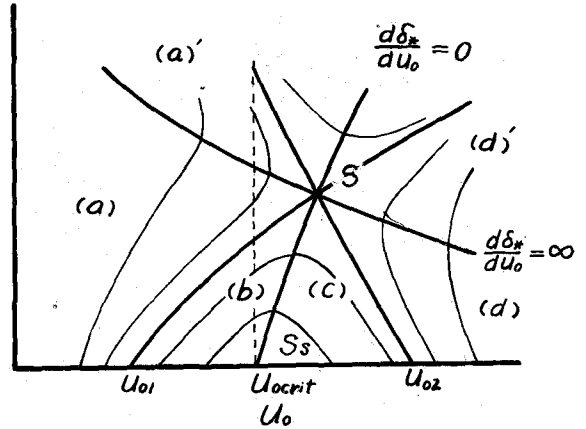


図-1 指数法則による乱流境界層方程式の水理学的特性

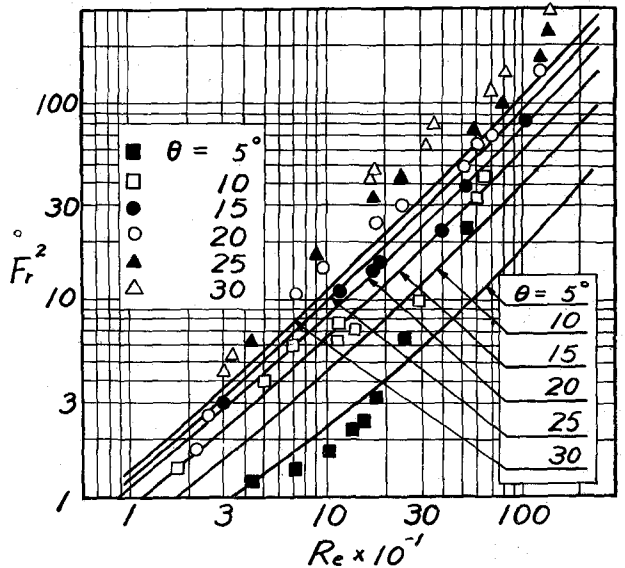


図-2 層流境界層理論の限界点とPriest-Balighの実験による自由表面の乱れの開始点との関係