(12) 砂泥の浮遊運搬形式に関する二，三の考察。

大阪大學工學部 正員 室田 明

流水による砂泥の輸送形式を考える場合、対称とする砂粒径に比して乱渦の大きさが十分大きければ、拡散方程式に依る取扱いが出来るが、砂粒径と乱渦径が同程度であれば、砂粒運動は乱流変動速度に完全にはfollowせず完全拡散的な取扱いが出来ない。乱流場の規模に固有な完全浮遊の限界がある筈であって、本文でまずその限界値を見積る。

次に、この様に断面にほゞ均一に分布した浮砂が、どの様に流況に影響を及ぼすかを、運動量方程式、及びエネルギー方程式によって検討する。

A．浮砂の完全浮遊する限界値。

A・1：砂粒の運動方程式による方法。

Brown運動に対するLangevinの方程式を開水路浮砂の問題に適用すれば次の如くである。

$$\rho_s V \frac{dv}{dt} = -(\rho_s-\rho_0)gV + 3\pi\mu d(v'-v) \qquad (1\cdot1)$$

こゝに，ρ_s, ρ_0：砂粒及び水の密度，v：砂粒運動速度，v'：鉛直方向乱流変動速度，
V：砂粒体積，d：砂粒径，μ：水の分子粘性係数。

今、簡単のために、乱れ変動速度：v'を $v'=\sqrt{\overline{v'^2}}\cdot\sin\omega t$ の如く模型化すると、(1·1)の解は

$$v = v_0 e^{-\alpha t} - \frac{g}{\alpha}\left(1-\frac{1}{\gamma}\right) + 1\Big/\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2}\cdot\sqrt{\overline{v'^2}}\sin(\omega t-\delta), \qquad (1\cdot2)$$

たゞし，$\alpha = 18\mu/\rho_s d^2$，　$\delta = \tan^{-1}\frac{\omega}{\alpha}$，　$\gamma = \rho_s/\rho_0$。

長時間Tの間で，砂粒が沈降せず完全に浮遊しているためには、$v \geqq 0$であるから、(1·2)から

$$\sqrt{\overline{v'^2}} \geqq \frac{\rho_s g d^2}{18\mu}\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)\sqrt{1+\left(\frac{\rho_s d^2\omega}{18\mu}\right)^2}\text{。} \qquad (1\cdot3)$$

(1·3)が砂粒径dなる浮砂が完全浮遊するのに必要な乱流の強さを与えるもので，数値を入れて表示すればFig.−1の如くである。なお，$1\Big/\sqrt{1+(\omega/\alpha)^2}$ は砂粒が乱れにfollowする度合を表わすもので、同じくFig.−1に示す。

$\sqrt{\overline{v'^2}}$は、勿論Reynolds数等によって若干変動するが，大体平均流速Uの10^{-1}のorderであるから、流速1 m/sec前後の流れでは約0.3 mm以下の砂泥が完全浮遊すると考える。

A・2：乱渦径と砂粒径の比較による方法。

乱渦径が砂粒径の約2倍以上あれば、浮砂は完全にsuspendされると想像されることはEinsteinの指摘した所であるが，筆者はこゝで乱渦としていわゆる最小渦を採ることにする。最小渦の大きさ$l_{min.}$は次式で与えられる。

$$l_{min.} = 2\pi\sqrt{8/3\beta^2}\left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4} \qquad (1\cdot4)$$

たゞし，β：universal const.(≅0.8 by Heisenberg)，　ν=動粘性係数，
ε：単位時間，単位質量に系外から与えられるエネルギー $\equiv gIU$

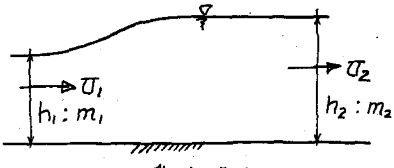
局所等方性の仮定によって、1·4）が開水路流れにも適用出来るものとし、数値を入れて、

$$l_{min} = 0.0724/(\bar{U}I)^{1/4} \qquad \text{in cm-sec system}, \qquad 1\cdot5)$$

たとえば，流速 1.0 m/sec 程度で $l_{min} \fallingdotseq 0.1\,cm$，従って約 0.5 mm 以下の砂泥が完全にsuspendされることになり、前の結果とorder的に一致する。

B. 浮砂混入による影響。

B·1：運動量方程式による方法。



m：浮砂濃度。

浮砂混合水の密度： $\rho = \rho_0(1+\gamma' m)$， $\gamma' = \gamma - 1$。 2·1)

純水の連続条件： $\bar{U}_1 h_1(1-m_1) = \bar{U}_2 h_2(1-m_2)$。 2·2)

運動量方程式： $\frac{1}{2}\rho_1 g h_1^2 + \rho_1 h_1 \bar{U}_1^2 = \frac{1}{2}\rho_2 g h_2^2 + \rho_2 h_2 \bar{U}_2^2$。 2·3)

上の3式から，

$$\frac{1+\gamma' m_1}{1+\gamma' m_2}(1+2F_1) = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 + 2F_1\frac{1-m_1}{1-m_2}\left(\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1}\right), \quad F_1 = \bar{U}_1^2/gh_1。 \qquad 2\cdot4)$$

$h_2/h_1 \equiv \eta$ とし，$m < 10^{-1}$ の範囲を考え，m^2 項を省略すると，2·4）から

$$\Delta m = \frac{\eta^3 - (1+2F_1)\eta + 2F_1}{\gamma'(1+2F_1)\eta + 4F_1}, \qquad \Delta m = m_1 - m_2 \;。 \qquad 2\cdot5)$$

2·5）を計算すれば Fig.−2 の如くであり、その詳細は講演の際にのべる。

B·2：エネルギー方程式による方法。

浮砂に関する連続式，

$$\frac{\partial}{\partial x}(um) + \frac{\partial}{\partial y}(vm) + \frac{\partial}{\partial z}(wm) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_x\frac{\partial m}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y\frac{\partial m}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_z\frac{\partial m}{\partial z}\right) + w_0\frac{\partial m}{\partial z}, \qquad 2\cdot6)$$

ただし，ε：乱流拡散係数。 w_0：砂粒の沈降速度。

2·6）をGreen定理によって断面平均値になおすと，

$$\alpha_1\frac{d}{dx}(\bar{U}M) = \alpha_2\varepsilon_x\frac{d^2M}{dx^2} + E(M) - D(M), \qquad 2\cdot7)$$

ただし， $E(M)$：Bedからentrainされる浮砂量， $D(M)$：Bedにdepositする浮砂量。

この連続条件と、浮砂をSuspendするに要する仕事，$\alpha_1 \rho_0 \gamma' g k h \bar{U} M A$ （$k \fallingdotseq 0.2$）を入れて，エネルギー式を導いた。詳細は講演の際、報告する。

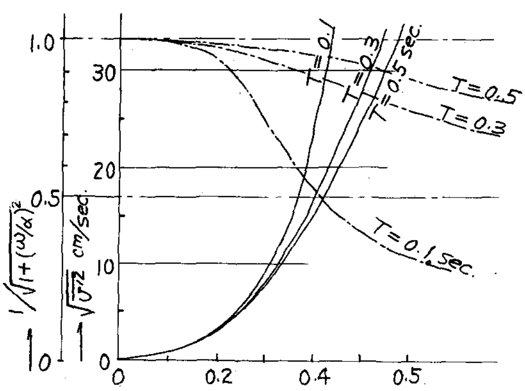
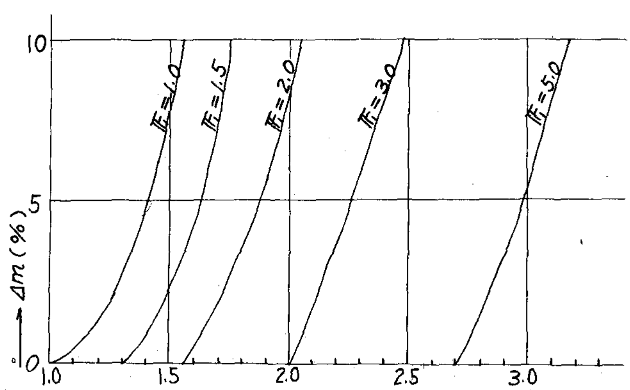


Fig.−1



$\longrightarrow \eta = h_2/h_1$ Fig.−2