# (13)　洪水波の理論的追跡法

大阪大学教授　正員　田中清

## 1. 前書

洪水波を規定する要因は

(1) 洪水波は瞬間的な水の供給量の変化によつて発生するものではなく、長時間にわたる水の供給量の緩慢な変化の累積効果によるものである。

(2) 洪水波は一地点における水の供給量の変化によつて発生するものではなく、水路の長い区間にわたつて水が供給せられることの累積効果によるものである。

洪水波の伝播を支配する要素は、水の供給状況として、1. 水位，2. 水位上昇速度，3. 水位上昇加速度（波形曲率）であり、水路状況として、1. 勾配，2. 断面形状，3. 水面幅，4. 粗度，5. 伝播区間長 等である。

開水路の流速 $U$ を水路断面積 $A$ の函数とみなし、$U=U(A)$ と置けば、連続方程式は $\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{dAU}{dA}\frac{\partial A}{\partial x}=0$ となり、一階偏微分方程式の特性帯理論により波動現象を示し、その伝播速度 $\omega$ は、$\omega=dx/dt=dAU/dA$（Seddonの公式）となり、その解は $A=F(x-\omega t)$ である。

## 2. 斉一水路における洪水波理論

$A$＝水路断面積，$H$＝水位，$R$＝径深，$S_0$＝水路勾配，$f$＝抵抗係数，$\tilde{U}$＝等流流速

$A=BH^{r}$ (1)，　$R=\frac{1}{r}H$ (2)，　$\tilde{U}=fS_0^{\frac{1}{2}}R^{\frac{\delta}{2}}=kH^{\frac{\delta}{2}}$ (3)，　$F=\tilde{U}/\sqrt{gR}$ (4)

仮定：(1) 水位上昇速度は流速に比べて微小である。（$|\dot{H}|\ll US_0$）

(2) 水位上昇加速度は重力加速度に比べて微小である。

この仮定により、水面勾配 $S_w$ と水路勾配 $S_0$ との差は小さく，洪水波の短時間，短区間における流れの状態は等流状態に近似しているが、系全体は伝播現象となつて緩慢に大きく変化して行く。またFroude数 $F$ は区間的にはほゞ一定と見なされるが、時間的には緩慢な変化をする。

開水路の流れの基本方程式は、

$$\alpha\frac{\partial U}{\partial t}+\beta U\frac{\partial U}{\partial x}=g\left(S_0-\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{U^2}{f^2R^{\delta}}\right)\quad(5),\qquad \frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial AU}{\partial x}=0\quad(6),$$

こゝに、$U$＝洪水流速，　$\alpha$，$\beta$－水路断面形状による係数，　$\kappa=\delta/2r$。

仮定に従って加速度項を補正項として取扱い、近似計算をすれば、

$\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t}\fallingdotseq-\kappa(1+\kappa)F^2\frac{\partial H}{\partial x}$，$\frac{U}{g}\frac{\partial U}{\partial x}\fallingdotseq\kappa F^2\frac{\partial H}{\partial x}$ となり、(5)式は

$$U=kH^{\frac{\delta}{2}}\left[1-\left\{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2\right\}\frac{1}{S_0}\frac{\partial H}{\partial x}\right]^{\frac{1}{2}}\quad(7),$$

(7)式を(6)式に代入し、$\frac{H}{\gamma}\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \doteqdot \frac{1}{(1+\kappa)^2 F^2}\frac{\ddot{H}}{g} - 2\kappa\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2$，$\ddot{H}$＝水位上昇加速度；とし

$$\frac{\partial H}{\partial t} + kH^{\frac{8}{2}}\left\{ a\frac{\partial H}{\partial x} - b\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + c \right\} = 0 \qquad (8)$$

こゝに $a=1+\kappa$，$b=\frac{1}{2}(1-\kappa)\{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2\}$，$c=\frac{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2}{2(1+\kappa)^2F^2}\frac{-\ddot{H}}{gS_0}$

となり，この(8)式が洪水波の才二近似基本方程式である。その特性方程式は、

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{kH^{\frac{8}{2}}(a-2bq)} = \frac{dH}{-kH^{\frac{8}{2}}(bq^2+c)}$$ ，および $p=\frac{\partial H}{\partial t}$，$q=\frac{\partial H}{\partial x}$ として $\frac{dp}{p}=\frac{dq}{q}$ (9)

上流地点 $x=0$ における Hydrograph $H=H_0(t_0)$ より，下流地点 $x=\Delta x$ における Hydrograph $H=H(t)$ を追跡する。

(9)式より，$p=-\psi q$，こゝに $\psi=\frac{a\tilde{v}_0}{1+c\tilde{v}_0/\dot{H}_0}+\frac{b}{a}\dot{H}_0$，$\dot{H}$＝水位上昇速度；となり、

伝播速度 $\omega=dx/dt=kH^{\frac{8}{2}}(a-2bq)$ と波高減衰 $\Delta H=H_0-H$ が求められる。上流地点 $x=0$，観測時刻 $t_0$ における洪水位相を $H_0^*$ とし、その同一位相を追跡して行く。

$$\lambda \doteqdot \frac{\dot{H}_0^*}{(1+\kappa)\tilde{v}_0^* S_0}, \quad \mu \doteqdot \frac{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2}{2(1+\kappa)^3F^2}\cdot\frac{-\ddot{H}_0^*}{gS_0^2} \qquad (10)$$

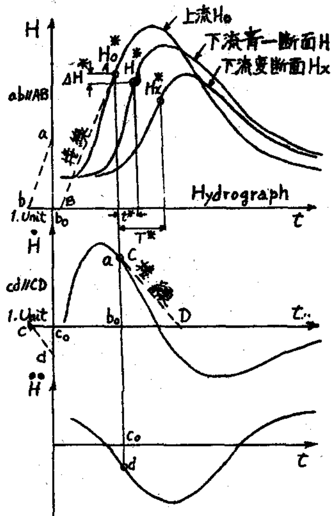
$\dot{H}_0$，$\ddot{H}_0$ は Hydrograph $H=H_0(t_0)$ を図式微分して簡単に求められる。

伝播速度 $\omega_0^* \doteqdot (1+\kappa)\tilde{v}_0^*$ (11)，到達時間 $t^*=\Delta x/\omega_0^*$ (12)

水位低下 $\Delta H^*=H_0^*-H^*=\left\{\mu+\frac{1}{2}\frac{1-\kappa}{1+\kappa}(\lambda+\mu)^2S_0\right\}S_0\,\Delta x$ (13)

流速 $v_0^*=\tilde{v}_0^*\left[1+\{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2\}(\lambda+\mu)\right]^{\frac{1}{2}}$ (14)，水面勾配 $S_w^*=S_0(1+\lambda+\mu)$ (15)

流量 $Q_0^*=\tilde{Q}_0^*\left[1+\{1-(\alpha\kappa-\beta\kappa+\alpha\kappa^2)F^2\}(\lambda+\mu)\right]^{\frac{1}{2}}$ (16)，$\tilde{v}_0$，$\tilde{Q}_0$ は等流状態の流速，流量



追跡法

### 3. 川幅の変化する水路の洪水波理論

水路断面 $A=B(1+bx)H^{\gamma}$ (17)，$v \doteqdot kH^{\frac{8}{2}}$ (18)

上2式を連続方程式(6)式に代入すれば、

$$\frac{\partial H}{\partial t}+(1+\kappa)kH^{\frac{8}{2}}\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{b}{1+bx}kH^{\frac{8}{2}+1}=0 \qquad (19)$$

特性方程式は、$\frac{dt}{1}=\frac{dx}{(1+\kappa)kH^{\frac{8}{2}}}=\frac{-(1+bx)dH}{bkH^{\frac{8}{2}+1}}$ (20)

伝播速度 $\omega=(1+\kappa)v$ (21)

$x=0$ の水位を $H$，$x=x$ の水位を $H_x$ とすれば、

$$\frac{H_x^*}{H^*}=(1+bx)^{-\frac{1}{1+\kappa}}=\left(\frac{B}{B_x}\right)^{\frac{1}{1+\kappa}} \qquad (22)$$

$\frac{v_x^*}{v^*}=\left(\frac{B}{B_x}\right)^{\frac{8}{2(1+\kappa)}}$ (23)，到達時間 $T^*=\frac{2(1+\kappa)}{2(1+\kappa)+8}\frac{(B_x/B)^{1+\frac{8}{2(1+\kappa)}}-1}{(B_x/B)-1}\frac{\Delta x}{\omega}$