

(12) 変断面水路中の洪水波の變形

中央大学工学部 正員 工学博士 林 泰 造

§ 1 緒 言

河槽が不規則に変化する一般の自然河川における洪水波の伝播速度および波高変化を計算する一つの方法は、その河川を比較的一様な区間ずつに区分し、その各水域を一様水路とみなして一様水路における洪水波の従来の諸理論結果を適用することである。一様水路における洪水波の理論的研究は Kleitz の研究以来数多く行われており、近來洪水波理論はかなり精密化されるに至っている。

然しこれら一様水路における洪水波理論を上述のような方法で不規則な自然河川に適用してみると、洪水波の伝播速度についてはある程度の一致を見るが、波高変化については実測値とあまり一致しないのが一般であると認められている。このためこの問題については一様水路中の理論から自然河川への適用を求めることに困難があるように考えられたので、本研究においては、改めて河槽の不規則に変化する場合の理論を取り扱い、案例と種々比較検討しようとするものである。

§ 2 基本式

不定流の基本式は

$$-S + \frac{U^2}{C^2 R} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{2g} \right) + \frac{1+\eta}{g} \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

ただし S : 水面勾配、 α : 3 で洪水波の場合においては、筆者等の先の研究⁽¹⁾⁽²⁾により式左辺の右3、右4の両項は初めの2項に比して一般には $1/10$ の程度の大きさであることが知られているので、本研究においてはこの両項を省略して考える。また C は Manning の公式によるものを代入すれば上式は

$$S = n^2 U^2 / R^{4/3} \quad (2.1')$$

一方連続の方程式は

$$\frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (2.2)$$

ただし A : 流水断面積、(2.1') と (2.2) とが本報における基本式となる。

§ 3 基本式の變形

河川を算水計算の際と同じように適当な小区間の水域に分割する。着目する一水域の上流端において洪水がほぼ最高水位に達する時間の前後について考える。任意の基準線より測られた水位標高を y とし、すべて最高水位時の値に添字 0 を附し、また一般の時間における水位および流量のそれぞれ最高水位および最大流量よりの差の量を h および q とすれば

$$y = y_0 + h, \quad Q = Q_0 + q \quad (3.1)$$

各水域は比較的短く、各水域内における洪水波の変形は比較的小さいと考えれば

$$y_0 \gg h, \quad Q_0 \gg q \quad (3.2)$$

(3.1) と (2.1') および (2.2) に代入し、(3.2) により線型化すればそれぞれ

$$-\frac{\partial h}{\partial x} = S_0 \left[-\left(\frac{4}{3} \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{2}{A} \frac{\partial A}{\partial y} \right) h + 2 \frac{q}{Q_0} \right] \quad (3.3)$$

$$\text{および} \quad \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} \quad (3.4)$$

ただし S_0 : 最大洪水流量に対応する定常流 (仮想) における水面勾配。

(3.3) と (3.4) とから q を消去すれば

$$\frac{\partial h}{\partial t} + KU_0 \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{Q_0}{2(\partial A / \partial y) S_0} \frac{1}{\partial x^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \psi h \quad (3.5)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} K &= 1 + \frac{2}{3} \frac{A}{R} \frac{dR}{dA} - \frac{A}{2(\partial A / \partial y)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{S_0} \right) \\ \psi &= \frac{4}{3} \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{2}{A} \frac{\partial A}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

(3.5) が h に関する基本式となる。

§4 基本式の解

(3.5) から KU_0 は洪水波の伝播速度 ω を表えるものであることが認められる。
すなわち

$$\omega = KU_0 \quad (4.1)$$

次に (3.5) の右辺第 1 項は洪水波の分散性を表わす項であるが、河槽がかなり不規則に変化する自然河川においては右辺第 2 項に比してかなり小さいものとなる。従って前者を無視すれば (3.5) は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + KU_0 \frac{\partial h}{\partial x} = -\psi h \quad (4.2)$$

この式を

$$dx/d\tau = KU_0 \quad (4.3)$$

なる変換により書直すと

$$(\partial h / \partial t) + (\partial h / \partial \tau) = -\psi h \quad (4.4)$$

として

$$h = (H) \cdot F(\tau - t) \quad (4.5)$$

と仮定する。ただし $F(t)$ は考えている水域の上流端における時間・水位曲線であり、また (H) は τ だけの函数とする。(4.5) を (4.4) に代入すると

$$(H)' / (H) = -\psi$$

となり、これを積分し記号を元に戻せば

$$\textcircled{H} = \exp \left[- \int_0^{\Delta x} \frac{\psi}{KU_0} dx \right] \dots \dots \dots (4.6)$$

$\textcircled{H}$ は洪水波の変形を表わす項であり、(4.6) から

$$\textcircled{H} = 1 + \frac{\psi}{KU_0} \Delta x + \dots \dots \dots (4.7)$$

となる。そこで

$$\beta = (\psi / KU_0) \Delta x \dots \dots \dots (4.8)$$

とあけば、 β は波高変化率を表わす量となる。

(4.1) と (4.8) とが所要の洪水波の伝播速度および波高変化率を与えるものとなる。

§ 5 水深に比べて河中がいずれの断面においても十分大である場合 最高水位時の水面巾を B 、 また

$$A / B = H \dots \dots \dots (5.1)$$

とあけば

$$R \doteq H \dots \dots \dots (5.2)$$

従って (4.1) および (4.8) は簡易化されてそれぞれ

$$\omega = \left[\frac{5}{3} - \frac{H}{2} \frac{\Delta(1/S_0)}{\Delta x} \right] U_0 \dots \dots \dots (5.3)$$

および

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{3}{10} H \frac{\Delta(1/S_0)}{\Delta x}} \frac{\Delta H}{H} \dots \dots \dots (5.4)$$

ただし ΔH : 定常流に対する各水域の上流端および下流端における水深差。

§ 6 数値計算例

昭和 24 年 9 月利根川洪水に比較した数値計算例は表-1 および 図-1 に示すようである。ただし粗度係数の値は 八斗島より栗橋に至るまで一様と考え、表-1 ⑤の欄の計算を行った。

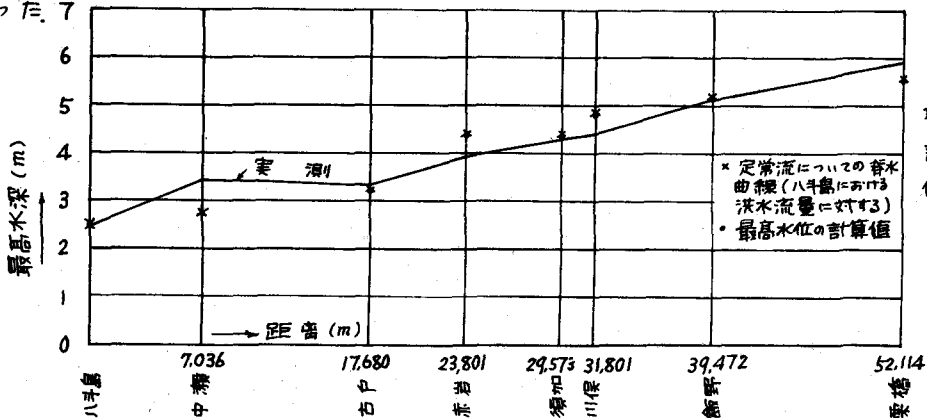


図 - 1
最高水深の
計算と実測
値との比較

表-1 洪水最高水深の計算例

与えられる数値					計 算 値									
	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	
i	地名	$S_{i+1/2}$	$\Delta x_{i \rightarrow i+1/2}$	$S_{i \rightarrow i+1/2}$	B_i	$H_i = \frac{H_1}{\left(\frac{S_i}{S_1} \frac{B_1}{B_i}\right)^2}$	$\frac{1}{S_{i \rightarrow i+1/2}}$	$\Delta \left(\frac{1}{S}\right)_{i \rightarrow i+1/2}$	$\frac{\Delta(1/S_{i+1/2})}{\Delta x}$	$\Delta H_{i \rightarrow i+1/2}$	$H_{i+1/2}$	$\frac{1}{1 - \frac{3}{10} H_{i+1/2} \frac{\Delta(1/S)}{\Delta x}}$	$\textcircled{11} \frac{\Delta H_{i+1/2}}{H_{i+1/2}}$	$H_i = (1 + \textcircled{12}) H_{i+1/2}$
		(m)		(m)	(m)			(1/m)	(m)	(m)				(m)
1	八斗島	1/764	7.036	1/618	919	2.50	618	384	0.0546	0.26	2.63	1.045	0.10	2.50
2	中瀬	1/1262	10.644	1/1,002	990	2.76	1,002	406	0.0381	0.46	2.99	1.035	0.16	2.75
3	古戸	1/1755	6.121	1/1,408	912	3.22	1,408	812	0.1328	1.21	3.83	1.181	0.38	3.19
4	赤岩	1/3090	5.772	1/2,220	672	4.43	2,220	740	0.1281	0	4.43	1.205	0	4.40
5	須加	1/2680	2.228	1/2,960	765	4.43	2,960	- 5	-0.0022	0.44	4.65	0.997	0.10	4.40
6	川保	1/3050	7.691	1/2,955	661	4.87	2,955	275	0.0357	0.35	5.05	1.057	0.07	4.84
7	飯野	1/3360	12.622	1/3,230	618	5.22	3,230	250	0.0198	0.38	5.41	1.033	0.07	5.18
8	栗橋			1/3,480	570	5.60	3,480							5.54

§ 6 結 論

本研究における結論の主なるものは次のようである。

1. 河横が不規則に変化する河川においては、洪水波は主として河横の変化の影響により変形する。
2. 洪水の最高水位縦断線は、考える水域の上流端における洪水流量に対応する河川の定常流についての背水曲線によりほぼ定まり、その背水曲線についての $d(1/S)/dx$ の値が正および負の部分で洪水位は背水曲線に比べてそれぞれ高くまたは低く、その増加または減少の割合は (4.8) または (5.4) により与えられる。
3. 洪水の伝播速度は (4.1) または (5.3) で与えられ、 $d(1/S_0)/dx$ の値が正および負の部分で伝播速度は Kleitz-Seddon の値よりそれぞれ小さくまたは大となる。

終リ本研究のための資料の研究に当られた当時学生細矢俊昭君 および資料の整理を協力された大学院生服部昌太郎君に謝意を表すものである。

¹⁾ Taizo Hayashi, Mathematical Theory and Experiment of Flood Waves, 土木学会論文集 18 号, 昭和 28 年 9 月, pp. 13-26.

²⁾ 速水 頌一郎, 洪水流の理論について, 土木学会水工学論文集, 昭和 28 年 3 月, pp. 25-48.