

水工学シリーズ 22-B-8

# 粒子法を用いた底質土砂輸送機構の検討

京都大学 准教授

原田 英治

土木学会

水工学委員会・海岸工学委員会

2022年9月

# 粒子法を用いた底質土砂輸送機構の検討

## Investigation for Sediment Transport Mechanism using Particle Method

原 田 英 治  
Eiji HARADA

### 1. はじめに

海岸過程の数値シミュレーションにおいて、底質土砂輸送によって形成される ripple は、底面粗度として重要である。底質土砂輸送による ripple 形成機構を詳細に理解するには、ripple を砂粒子スケールから捉え、砂粒子運動の集合体として記述するのが合理的である。Cundall and Strack<sup>1)</sup>の個別要素法 (DEM : Distinct Element Method) は個々の砂粒子運動の追跡が可能な Lagrange 型の粒状体モデルであり、各種流れ場モデルとカップリングし固液二相流モデルを構築することで、底質土砂の輸送機構の理解を深めるのに有効なツールになり得る。底面境界層ではせん断力によって水流と堆積層表層砂粒子との活発な運動量交換が生じ、底質土砂が輸送される。碎波帯や波打ち帯では、それに加えて碎波による水面からの運動量流入が底質土砂輸送の促進に強く影響する。そのため、浅海域における底質土砂輸送機構の議論の成否には、自由水面挙動を精度よく扱うことが可能な流体解析手法の選択が鍵となる。

本講では、砂粒子運動追跡に DEM 法を用いた粒子追跡法型の混相流解析について次章で概観する。また、第 3 章では、自由水面変動が土砂輸送過程に効く条件を対象に、粒子法を用いた ripple 形成過程の数値シミュレーション事例を紹介する。なお、ここで述べる一部の内容は、土木学会海岸工学委員会・水理模型実験における地盤材料の取扱方法に関する研究小委員会の研究成果としてまとめられた書籍「水理模型実験の理論と応用 -波動と地盤の相互作用-」<sup>2)</sup> に掲載があることを付記しておく。

### 2. 混相流解析

固液混相流解析では異相間での相互作用の検討が生じる。個々の砂粒子運動の素過程に注目すると、固液異相界面では、物理定数が不連続に変化し、界面での質量、運動量などの保存方程式に jump 条件が課される。異相界面での物理量の急変に対する境界条件は、解像度に応じて、界面を含む領域での物理的考察に基づいた何らかの平均処理によって構成式が設定される。実験計測や DNS による基礎データの蓄積、高解像度シミュレーション結果は、混相乱流に対する構成式や異相界面構造の検討に有益な情報であり、混相流予測精度の向上に対する計測および数値計算技術の高度化に寄せる期待は大きい。

粒子混入による乱流変調を捉えるには、直接数値シミュレーション (DNS : Direct Numerical Simulation) が有効な方法の一つである。限定された条件における混相乱流の DNS は、数十年前から実施されてきた。ただし、DNS の計算負荷は非常に高く今日の計算機環境においても高 Reynolds 数条件の DNS の実施は困難であることには変わりはない。実用には、対象とする現象の代表スケールを考慮して局所平均化された基礎式を用いて、計算負荷を抑えた混相流の数値シミュレーションが実施され、併せて物理的考察や実験データの整理を通じて構成式の検討がなされている。

混相流動過程において、砂粒子間の接触や衝突の効果が現象に対して無視できない程度に砂粒子を含む高濃度混相流場では、界面構造の検討に対して、粒子間相互作用力の評価が不可欠である。粒子間相互作用力を評価しつつ、並進および回転の方程式を用いて個々の砂粒子運動の Lagrange 追跡が可能な DEM は、砂粒

子スケールから混相流場を考察する際に頻用される．DEM とカップリングする流体計算方法には，Euler 型あるいは Lagrange 型の選択肢がある．本講では，固液混相流の数値シミュレーションで使用されるモデルについて取り上げるが，固相の粒子群挙動を連続系で記述するモデルではなく，離散系モデルの DEM を用いた固液二相流解析で見られるモデルについて以下では概観する．

## 2.1 Euler-Lagrange カップリング

Euler-Lagrange カップリングでの流体運動の基礎方程式は二流体モデルと同様であり，体積平均や時間平均等，各種の平均化によって得られる保存式から構成される．数値解析で得られる流れ場は，粒子運動による界面変動スケールよりも大きく，巨視的なスケールよりも小さいスケールにおいて平均化された量である．局所相平均に関して流体変数  $\chi'(\mathbf{x}, t)$  は，重み関数  $\varpi(r)$  と流体体積率  $\alpha_f$  を用いて次式で定義される<sup>3)</sup>．

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\alpha_f(\mathbf{x}, t)} \int_{V_l} \chi'(\xi, t) \varpi(|\xi - \mathbf{x}|) dV_\xi \quad (1)$$

$$\alpha_f(\mathbf{x}, t) = \int_{V_l} \varpi(|\xi - \mathbf{x}|) dV_\xi \quad (2)$$

ここに， $\alpha_f$ ：流体体積率， $\chi(\mathbf{x}, t)$ ：流体変数  $\chi'(\mathbf{x}, t)$  の局所相平均量， $V_l$ ：流体が占める領域である．局所相平均量に対する連続式と Navier-Stokes 式は以下で与えられる．

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_f \rho + \nabla \cdot (\alpha_f \rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha_f \rho \mathbf{u} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla(\alpha_f p) + \nabla \cdot (\alpha_f \boldsymbol{\tau}) + \alpha_f \rho \mathbf{g} + \mathbf{M}_{\text{int}} \quad (4)$$

ここに， $\rho$ ：流体密度， $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル， $p$ ：圧力， $\boldsymbol{\tau}$ ：粘性応力， $\mathbf{g}$ ：重力加速度， $\mathbf{M}_{\text{int}}$ ：固液相関の相互作用力である．一方，砂粒子は質点運動として BBO (Basset-Boussinesq-Oseen) 方程式を基礎とした並進の運動方程式と回転の運動方程式が使用される．

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = -V_p \nabla p + V_p \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_c + m \mathbf{g} \quad (5)$$

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}_f + \mathbf{T}_c ; \quad \mathbf{T}_c = \mathbf{r}_g \times \mathbf{F}_c \quad (6)$$

ここに， $m$ ：粒子質量， $\mathbf{u}_p$ ：粒子移動速度ベクトル， $V_p$ ：粒子体積， $\mathbf{F}_f$ ：式(5)の右辺第 1 項と第 2 項以外の効果による流体力， $\mathbf{F}_c$ ：粒子間相互作用力， $\mathbf{r}_g$ ：固相粒子重心に対する接触点の相対位置ベクトル， $\mathbf{T}_f$ ：流体力によるトルク， $\mathbf{T}_c$ ：固相粒子間相互作用力によるトルクである．Euler-Lagrange 法では流れ場の代表スケールは砂粒子のそれと比較して大きく，固液相間の相互作用力にはモデル化が必要である．固液相間の相互作用項  $\mathbf{F}_f$  は抗力，仮想質量力等の流体力の和によって与えられる．

$$\mathbf{F}_f = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_m \quad (7)$$

ここに， $\mathbf{F}_d$ ：流体抗力， $\mathbf{F}_v$ ：付加質量力， $\mathbf{F}_b$ ：バセット力， $\mathbf{F}_l$ ：流体の速度勾配に起因したサフマン揚力， $\mathbf{F}_m$ ：粒子回転に起因したマグナス揚力である．これら各項の流体力に対するモデルは十分に整備されておらず，使用する際にはそれらの適用範囲について注意が必要である．

数値シミュレーションでは，現象に応じて支配的な流体力を考慮して簡略化される．例えば，数値移動床の単一粒子追跡モデルとして，次式のように流体力として抗力  $\mathbf{F}_d$  と仮想質量力  $\mathbf{F}_v$  を考慮した並進の運動方程式から砂粒子運動が追跡され，その他の流体力項の効果は無視される(例えば，後藤<sup>4)</sup>).

$$(\sigma + \rho C_M) V_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho \frac{\pi}{4} d^2 |\mathbf{u} - \mathbf{u}_p| (\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) + \rho (1 + C_M) V_p \frac{d\mathbf{u}}{dt} + V_p (\sigma - \rho) \mathbf{g} \quad (8)$$

ここに $\sigma$ ：粒子密度， $C_D$ ：抗力係数， $\pi$ ：円周率， $C_M$ ：付加質量係数である．なお，砂粒子間衝突が無視できるほど希薄濃度であれば，粒子間相互作用力  $\mathbf{F}_c$  は考慮されなくてもよく，式(8)はその扱いの式である．固相粒子の運動方程式，式(5)に含まれる粒子間力に起因した項  $\mathbf{F}_c$  は，砂粒子の堆積層や流動を含む移動床シミュレーションでは DEM のスプリング-ダッシュポットモデルから計算される．なお，乱流の効果を考慮するならば，運動方程式(4)の応力に乱流応力  $\boldsymbol{\tau}_{Re}$  を含めることになる．これまで各種の乱流モデルによって固液混相乱流計算が試みられているが，粒子混入による乱流構造への影響については十分な理解は得られていない．また，濃度や流速の変動成分に関する相関項について，それらの変動の影響が現象に対して無視できない場合は流体の基礎式(3)および(4)に考慮しなければならない．

## 2.2 粒子流 DNS および LES

Euler-Lagrange 法は，現象の平均的構造の予測には便利ではある．しかしながら，連続相の方程式が平均化された場を想定して記述されていること，また，砂粒子運動が質点モデルより追跡されると，粒子運動に伴う後流渦といった粒子周りの流れ場の詳細な記述ができないため，砂粒子運動と乱流場の相互作用について十分に検討できない．砂粒子混入による乱流変調の理解など固液二相乱流機構の本質理解には，エネルギーの散逸を担う最小渦のサイズ (Kolmogorov スケール) を分解できる流体計算格子を用いた数値解析が必要とされる．この種の解析では，乱流モデルや構成式などのモデルが一切含まれず，基礎方程式を直接数値計算することから直接数値シミュレーション(DNS)と呼ばれる．

粒子周りの流れ場を高い精度で分解する計算手法として，粒子境界に沿って境界適合格子や非構造格子を適用する方法がある．境界条件を正確に与え易く計算精度は固定矩形格子を採用した結果よりも良いが，粒子移動に伴う格子生成が必要となるため計算負荷は高い．固定矩形格子を用いる計算手法では，階段状となる境界での解析精度に配慮する必要がある．境界での計算格子を細分化する方法や，境界に沿って矩形格子を分割するカットセル法が提案されているが，境界適合格子や非構造格子と同様に粒子移動による境界周りの再定義の作業が必要となることに変わりはない．粒子移動による界面境界の再構築のプロセスを不要とする矩形格子を用いた手法に，Peskin<sup>5)</sup>によって提案された埋め込み境界 (Immersed Boundary) 法がある．IB 法は，Navier-Stokes 式に強制力を加えて境界を近似表現する手法である．これまでに IB 法を基礎とした計算手法がいくつか提案されているが，いずれも補間によって与えられる界面近傍の速度を考慮して計算格子上での強制力が与えられる．Kajishima and Takiguchi<sup>6)</sup> は，粒子を含む計算格子での体積平均速度を使用し，強制力を与える手法によって粒子群挙動の DNS を実施している．Kajishima and Takiguchi<sup>6)</sup> の粒子流 DNS の考え方は以下のものである．流体の基礎式は非圧縮性ニュートン流体の連続式と Navier-Stokes 式である．数値計算では計算セルにおける各相の体積率を考慮した平均速度  $\mathbf{u}$  に対して次式が用いられている．

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + \mathbf{g} + \mathbf{f}_p \quad (10)$$

$$\mathbf{u} \equiv (1 - \alpha_p) \tilde{\mathbf{u}} + \alpha_p \mathbf{v}_p \quad ; \quad \mathbf{v}_p = \mathbf{u}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r} \quad (11)$$

ここに， $\nu$ ：動粘性係数， $\mathbf{f}_p$ ：強制力である， $\alpha_p$ ：固相粒子体積率， $\mathbf{v}_p$ ：粒子内部の速度， $\mathbf{r}$ ：粒子重心からの相対位置ベクトル， $\boldsymbol{\omega}_p$ ：角速度である．まず，流れ場全体が流体で満たされているとして仮の速度  $\tilde{\mathbf{u}}$  を求める．

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left( -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + \mathbf{g} \right) \quad (12)$$

ここに，上付き添字  $n$  は計算ステップを意味する．粒子を含まない計算セルはこの  $\tilde{\mathbf{u}}$  が時刻  $n+1$  ステッ

プでの速度  $\mathbf{u}^{n+1}$  になる．なお，圧力勾配項は陰的補正がされている．粒子を含む計算セルについては，次式で定義する強制力  $\mathbf{f}_p$  を用いて速度を修正し時間発展が完了する．

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left( -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + \mathbf{g} + \mathbf{f}_p \right) \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_p = \frac{\alpha_p (\mathbf{v}_p - \tilde{\mathbf{u}})}{\Delta t} \quad (14)$$

一方，個々の粒子運動は，次式のように式(14)で求めた強制力  $\mathbf{f}_p$  の体積積分から追跡される．

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = -\rho \int_{V_p} \mathbf{f}_p dV + \mathbf{G}_p \quad (15)$$

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = -\rho \int_{V_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f}_p dV + \mathbf{N}_p \quad (16)$$

ここに， $\mathbf{G}_p$ ， $\mathbf{N}_p$ ：外力及び外力モーメント， $V_p$ ：粒子体積である．なお，粒子に作用する流体力の積分計算に流体計算と同じ計算セルを用いるので，運動量の収支は保存される．

DNS では，粒子周りの流れ場が十分に分解できるので，粒子に作用する流体力に関するモデル化は不要であるが，計算負荷が高く低 Reynolds 数の現象に限定される．高 Shields 数条件下での活発な土砂輸送機構の検討など，高 Reynolds 数に対する DNS の実施には極めて多数の計算格子数を必要とするため現実的ではなく，RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation) や LES (Large Eddy Simulation) による検討が都合よい．個々の砂粒子周りの非定常流れをできるだけ詳細に捉え，土砂輸送機構を検討するには，LES による固液二相流の乱流解析は合理的な選択である．LES では基礎式に SGS (subgrid scale) 項が現れるが，細かい流体計算格子を採用するため，粒子間衝突による活発な粒子運動が存在する場合，計算格子に含まれる粒子占有率や流体と粒子の相対速度の変動が顕在化する．それ故，固液相のカップリングでは，砂粒子の運動によって誘起される乱れの評価が必要であり，粒子混入効果を考慮した SGS 項の検討は，予測精度の向上に重要であると考えられる．

### 2.3 Lagrange-Lagrange カップリング

砕波帯や波打ち帯など激流下での土砂輸送機構の検討には，水面変動の激しい自由水面を如何に高精度に捕獲あるいは追跡できるかがシミュレーション結果の成否を左右する．Lagrange 型の流体ソルバーである粒子法は激流解析に対して高い再現性が確認されており，粒子法の流体解析手法として Koshizuka and Oka<sup>7)</sup> の MPS (Moving-particle semi-implicit) 法はよく知られている．DEM と MPS 法のカップリングでは，DEM と Euler 型の流体計算で開発された類似の概念が採用され，局所相平均に基づいた基礎式を用いる手法や，粒子流 DNS のように DEM 粒子径が MPS 粒子径よりも大きく，DEM 粒子周りの流れ場を DEM 粒子スケール以下の解像度で解く手法が示されている．局所相平均に基づいた手法については，後述する DEM-MPS シミュレーション事例でも紹介するが，酒井<sup>8)</sup> と太田ら<sup>9)</sup> に研究事例紹介とともに詳しく説明されている．粗大 DEM 粒子を扱う手法は，後藤ら<sup>10)</sup> や書籍「粒子法」<sup>11)</sup> の中で「Model-1: 簡易型 DEM-MPS 法」，「Model-2: 運動量投影型 DEM-MPS 法」，「Model-3: 質量・運動量保存型 DEM-MPS 法」に分類され示されている．

簡易型 DEM-MPS 法は，MPS 法を用いた二流体型の固液二相流モデルに DEM 型の固相粒子間相互作用力項を導入して構成されており，固相と液相は同一空間で計算される．また，passively moving solid model<sup>12)</sup> を用いて，複数の固相粒子を剛体連結することで，異なるサイズの固相粒子挙動を含む混相流解析への対応がとられている．

運動量投影型 DEM-MPS 法では，固相と液相を別の離散空間で追跡し，固相空間を液相空間に投影し両相が重なる領域で運動量を交換し固液相間が接続される．液相の連続式と運動方程式は，

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad (17)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho \mathbf{g} + \mathbf{M}_{\text{int}} \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_{\text{int}} = \sum \frac{\sigma \mathbf{v}_p - \rho \mathbf{u}_l}{\Delta t} \varphi ; \quad \mathbf{v}_p = \mathbf{u}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r} \quad (19)$$

である．ここに， $\rho$ ：液相密度， $\mathbf{u}_l$ ：流速ベクトル， $p$ ：圧力， $\mu$ ：粘性係数， $\mathbf{M}_{\text{int}}$ ：固液間相互作用力， $\mathbf{g}$ ：重力加速度， $\mathbf{v}_p$ ：粒子内部の速度， $\mathbf{r}$ ：粒子重心からの相対位置ベクトル， $\varphi$ ：液相粒子中の固相粒子の体積占有率である．なお，固液間相互作用力中の  $\mathbf{v}_s$  は，固相粒子重心速度  $\mathbf{u}_p$  と回転角速度  $\boldsymbol{\omega}_p$  から与え，固相の運動は並進と回転の方程式で記述される．

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \int_{V_p} \left\{ \rho \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{M}_{\text{int}} + (\sigma - \rho) \mathbf{g} \right\} dV + \mathbf{f}_{\text{pint}} \quad (20)$$

$$\mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \int_{V_p} \mathbf{r} \times \left\{ \rho \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} - \mathbf{M}_{\text{int}} \right\} dV + \mathbf{T}_{\text{pint}} \quad (21)$$

ここに， $m$ ：固相粒子質量， $\mathbf{u}_p$ ：固相粒子速度ベクトル， $V_p$ ：固相粒子領域， $\sigma$ ：固相密度， $\mathbf{f}_{\text{pint}}$ ：固相間相互作用力， $\mathbf{T}_{\text{pint}}$ ：固相間の衝突に伴うトルク， $\mathbf{I}$ ：固相粒子の慣性テンソルである．

質量・運動量保存型 DEM-MPS 法では，固相と液相が重なる箇所では，各相の占有率によって重み付けされた密度  $\bar{\rho}$ ，速度  $\bar{\mathbf{u}}$  を用いて混合体が離散化される．また，運動量投影型 DEM-MPS 法と同様に，固相と液相を別空間で追跡される．混合体の連続式と運動方程式は以下である．

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (22)$$

$$\bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \bar{\rho} \mathbf{g} + \mathbf{M}_{\text{int}} \quad (23)$$

$$\bar{\rho} = (1 - \sum \varphi) \rho + \sum \varphi \sigma ; \quad \bar{\mathbf{u}} = (1 - \sum \varphi) \mathbf{u}_l + \sum \varphi \mathbf{v}_p \quad (24)$$

$$\mathbf{M}_{\text{int}} = \sum \frac{\sigma \mathbf{v}_p - \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}}}{\Delta t} \varphi ; \quad \mathbf{v}_p = \mathbf{u}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r} \quad (25)$$

ここに， $\bar{\mathbf{u}}$ ：混合体の流速ベクトル， $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ ：混合体の粘性応力， $p$ ：固相を示す添字である．また，固相粒子の運動は次式で与えられる．

$$m \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \int_{V_p} \left\{ \bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} - \mathbf{M}_{\text{int}} \right\} dV + \mathbf{f}_{\text{pint}} \quad (26)$$

$$\mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \int_{V_p} \mathbf{r} \times \left\{ \bar{\rho} \frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} - \mathbf{M}_{\text{int}} \right\} dV + \mathbf{T}_{\text{pint}} \quad (27)$$

### 3. シミュレーション事例（振動水槽内での ripple 形成過程）

本章では，微地形である ripple を対象にした Lagrange-Lagrange カップリングによる固液混相流の数値シミュレーション事例を示す．底面境界条件を与える波打ち帯の ripple の凹凸スケールは，海浜過程において重要である．振動流装置を用いた実験や現地観測から ripple の波長や波形勾配のデータが蓄積されてきたが，波打ち帯では寄せ波と引き波の周期的な交錯によって気泡を伴った激しい水面変動を呈するため，凹凸形状や流れ場の計測が困難である．また同様に砕波を伴う固気液混相乱流現象に対する数値シミュレーションの実施も困難であり，波打ち帯での ripple 形成機構に対する知見は十分ではない．

移動限界水深付近の砂粒子運動を対象とした解析あるいは数値シミュレーションなど，海底面への波の影

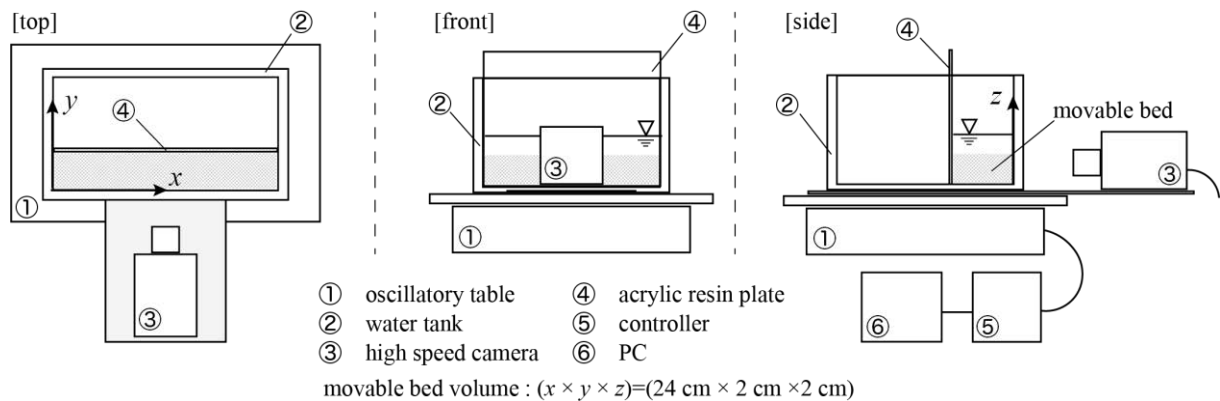


図-1 実験装置の概要

響が小さい場合は水面まで解かずとも底面境界層の流れと砂粒子の相互作用に注目した扱いでよいが、砕波帯以浅の検討では、砕波による水面からの運動エネルギーの供給や水面勾配が ripple 形成に強く影響するため、水面変動の影響がおよぶ移動床内部の間隙流を含めた計測や解析の必要性がある。

著者の所属する研究グループでは、激流解析に定評のある MPS 法を流体解析に採用し、砂粒子追跡に DEM を採用した DEM-MPS 法を用いて ripple 形成機構を数値流砂水理的に検討してきた。以下に、波打ち帯での ripple 形成機構の理解に向けた基礎研究として、強制振動水槽内の移動床表層に発生する ripple を対象とした水理実験と 3 次元 DEM-MPS 法による数値シミュレーション例を示す。なお、同種の実験および計算は Harada *et al.*<sup>13)</sup>などで発表している。

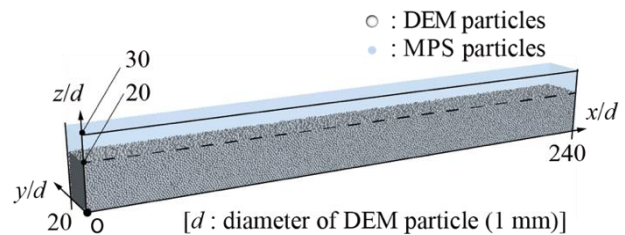


図-2 数値計算領域

### 3.1 水理実験の概要

実験装置の概要を図-1に示す。ガラス水槽内部に、アクリル平板を挿入して間仕切りし、奥行き方向に 2 cm の幅の空間を形成した。この空間に粒径 1 mm、比重 2.65 のアルミナ球を敷き詰めて水平方向 24cm、高さ 2 cm、奥行き 2 cm の堆積層を設置した。そこに水を静かに注いで 1 cm の被り水深を与えた。振動台の上にガラス水槽を固定し、振動水槽中での ripple 形成過程を水槽前面に配置したハイスピードカメラを用いて記録した。カメラは振動台に固定してあり振動台と同期して動く。振動台は PC に入力した振動波形に基づいて制御され、振動波形には正弦波を与えた。

$$x = -A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (28)$$

ここに、 $A$  : 振幅 ( $A = 10$  mm) ,  $T$  : 振動周期 ( $T = 0.5$  s) である。また、移動床内部の間隙流の挙動を可視化するため、移動床内部にシリンジを用いて染料を注入した。

### 3.2 数値シミュレーション条件と基礎式

数値シミュレーションの計算領域を図-2に示す。計算領域は実験と同じスケールである。DEM 粒子を用いて移動床部を形成し、MPS 粒子を用いて水を張った。前節 3.1 で示した水理実験結果と比較するため、DEM 粒子は実験で使用したアルミナ球と同じ粒径と比重に設定した。また、MPS 粒子径は DEM 粒子径の半分のスケール (直径 0.5 mm) とし、DEM 粒子周りの流れ場を DEM 粒子の倍の解像度から把握する。水槽の壁境

界は固定粒子を用いて形成される。それら固定粒子に実験と同じ振動条件を与え振動水槽を模擬した。なお、計算で使用した DEM 粒子および MPS 粒子の粒子数はそれぞれ 114,019 および 1,152,000 である。

固相 (DEM 法) と液相 (MPS 法) は異なる離散空間で解く。両相は抗力を介して運動量が交換され接続される。振動によって小規模な碎波が水面に生じるが、非線形性の強い水面変動を精度良く捉えるため、流体解析での支配方程式の離散化には、高精度化スキームを MPS 法に導入した高精度粒子法 (MPS-HS-HL-ECS-GC-DS 法)<sup>14,15,16,17)</sup> を適用した。高精度化スキームは、非物理的な圧力擾乱の抑制に効果があり安定した混相計算の実施に貢献する。流体の基礎方程式は、連続式と運動方程式である。なお、固液相界面での運動量輸送に対しては種々の効果があるが、ここでは抗力が支配的であるとした。

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad (29)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} - \frac{1}{\varepsilon} \mathbf{F}_{\text{drag}} + \mathbf{F}_e \quad (30)$$

ここに、 $\rho_l$  : 流体密度、 $\mathbf{u}_l$  : 速度ベクトル、 $p$  : 圧力、 $\mu$  : 粘性係数、 $\mathbf{g}$  : 重力加速度ベクトル、 $\mathbf{F}_e$  : 外力、 $\varepsilon$  : 液相の占有率、 $\mathbf{F}_{\text{drag}}$  : 固相・液相間の相互作用力ベクトルである。固相 DEM 粒子は、並進および回転の運動方程式に従う。

$$\rho_s A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{A_3 d^3}{1-\varepsilon} \mathbf{F}_{\text{drag}} - A_3 d^3 \nabla p + \rho_s A_3 d^3 \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\text{pcol}} ; \quad \mathbf{F}_{\text{drag}} = \beta (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_p) \quad (31)$$

$$\mathbf{I}_p \frac{D\boldsymbol{\omega}_p}{Dt} = \mathbf{T}_{\text{pcol}} \quad (32)$$

ここに、 $A_3$  : 固相粒子の 3 次元形状係数、 $d$  : 粒子径、 $\mathbf{F}_{\text{pcol}}$  : 固相粒子間力ベクトル、 $\mathbf{I}_s$  : 慣性テンソル、 $\mathbf{T}_{\text{pcol}}$  : 固相粒子間力によるトルク、 $\mathbf{u}_p$  : 粒子移動速度ベクトル、添字  $p$  は固相粒子を表す。式(31)の右辺第 2 項は圧力勾配力であり、固相粒子に作用する浮力を含む。また、粒子間力による  $\mathbf{F}_{\text{pcol}}$  および  $\mathbf{T}_{\text{pcol}}$  は接触状態にある DEM 粒子間に配置されるスプリング・ダッシュポット系を用いて計算される<sup>18)</sup>。固相粒子と壁面の接触は、壁面を粗度のない平面として扱い、接触力は移動床の粒子間接触と同様に粒子と壁面の間に配置したスプリング・ダッシュポット系から計算される。

オーバーラップする流体と固相粒子間の相互作用力は、液相の占有率  $\varepsilon$  に関する次式を用いて評価した (Ergun<sup>19)</sup> ; Wen and Yu<sup>20)</sup>).

$$\beta = \begin{cases} \frac{\varepsilon^2 \mu}{K} + F_{ch} \frac{\varepsilon^3 \rho_l}{\sqrt{K}} |\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_p| & (\varepsilon \leq 0.8) \\ \frac{3}{4} C_D (1-\varepsilon) \varepsilon^{-1.65} \frac{\rho_l}{d_s} |\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_p| & (\varepsilon > 0.8) \end{cases} \quad (33)$$

$$K = \frac{\varepsilon^3 d^2}{\alpha (1-\varepsilon)^2} ; \quad F_{ch} = \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^3}} \quad (34)$$

ここに、 $K$  : 堆積層の浸透係数、 $C_D$  : 抗力係数である。また、抗力係数は粒子 Reynolds 数  $Re_p$  の関数として次式で与えた。

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & (Re_p \leq 1000) \\ 0.4 & (Re_p > 1000) \end{cases} \quad (35)$$

$$Re_p \equiv \frac{|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_p| \varepsilon \rho_l d}{\mu} \quad (36)$$

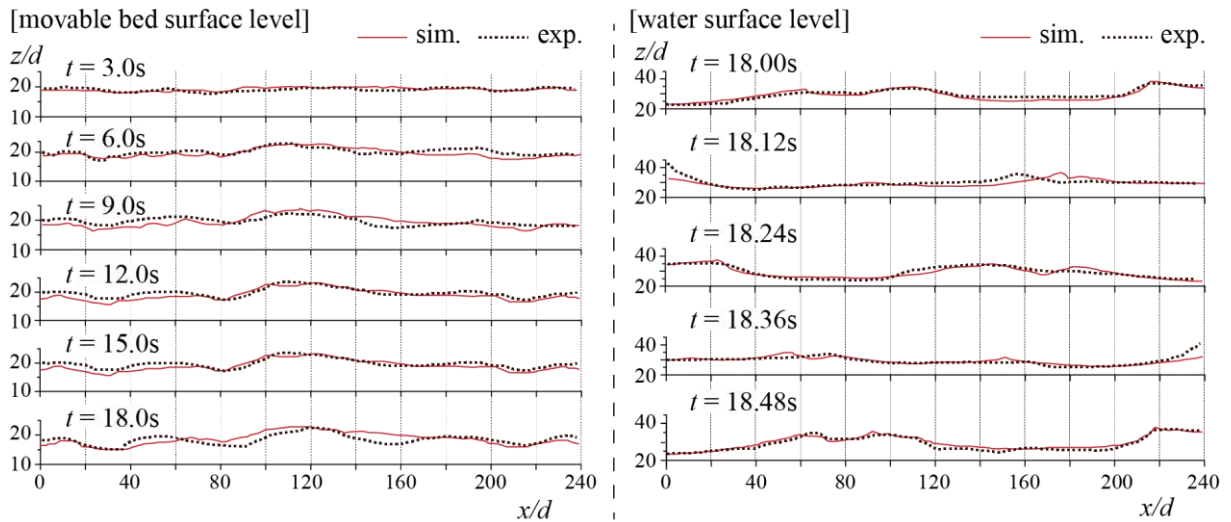


図-3 実験とシミュレーションの比較：移動床表面凹凸の発達過程（左）と水位の位相変化（右）

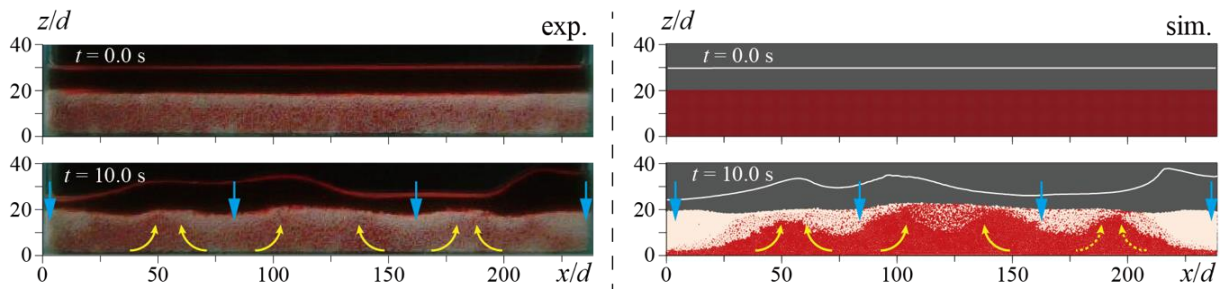


図-4 実験と数値シミュレーションの移動床内部の染料挙動の比較

### 3.3 実験と数値シミュレーションの比較

堆積層表面の凹凸の時間推移を図-3左に示す。複数回の実験から奥行き  $y$  軸方向には概ね一樣な波高の ripple が形成されることは別途確認している。ripple の概形に注目すると、実験では、水槽中央付近 ( $x/d = 120$ ) で顕著な凸部が現れ、また、 $x/d = 40, 80, 160, 200$  付近に凹部が現れる。数値シミュレーションの ripple の波形勾配は実験と比較して小さいものの、凹凸の発生位置は実験のそれを概ね良好に再現している。また、時刻  $t=15.0$  s 以降、移動床表面の ripple の発達は収束し周期スケールの時間では平衡状態にある。なお、水槽中央に対して概ね左右対称の ripple 形状を示したが、同種の実験による ripple の発達傾向は、既往の実験 (Ayrton and Ayrton<sup>21)</sup>) でも確認できる。図-3右に 37 周期目の代表位相の水面形状を示す。実験と同様の 3 次モードの共振に近い水面挙動が数値シミュレーションにも確認できる。

実験と数値シミュレーションの移動床内部の染料挙動の結果を図-4に示す。実験では移動床の隙間に注入した染料の移流拡散が観察される。数値シミュレーションでは、移動床内部にある MPS 粒子を赤色で表示しているが、実験ではアルミナ粒子の背後にある染料粒子は撮影画像には写らないことから、数値シミュレーション結果の表示では、移動床内部での DEM 粒子と MPS 粒子の位置関係に配慮した。なお、一旦移動床から水中に滲出した MPS 粒子は無色に変更して表示した。時刻  $t = 10.0$  s の実験画像の染料分布を見ると、隙間水の浸透領域と滲出領域は明瞭である。水槽両端部付近の  $x/d = 0, 240$ 、そして  $x/d = 80, 160$  周辺の移動床表面から内部にかけて染料消失領域が示されるが、そのフロントは円弧状の広がりを示す。これらの染

料消失を示す位置は、3次モードの共振の腹に相当する箇所付近に生じており、水面振動の腹と節の付近でそれぞれ染料の消失と集中の傾向が確認できる。類似の傾向は数値シミュレーション結果でも確認できるが、実験の染料分布と比較して移動床内部の着色域にはコントラストが強く現れる。数値シミュレーションでは、MPS粒子のLagrange追跡であるため、染料濃度の拡散過程の追跡が不十分であること、また、一旦水中に取り込まれた染料粒子は無色に表示を変えるが、再び移動床内部に浸透しても赤色に変えていないことも、染料分布にコントラストがついた原因であると考えられる。

移動床表層凹凸と染料分布に関して、今回の条件では、水槽中央に主たる ripple が形成され、そのクレスト付近 ( $x/d = 120$ ) の表層では、若干染料濃度の低い領域が示されているが、移動床内部では染料の集中傾向が見られる。一方、クレストの裾からトラフ付近 ( $x/d = 60 \sim 90$  および  $x/d = 150 \sim 180$ ) にかけては、移動床表層から内部に向かって染料の消失した領域が分布する。水路中央から両側に、 $x/d = 60$  離れた  $x/d = 60, 180$  付近に同じ規模の凸部 (クレスト) を持つ小さな ripple を確認することができるが、ここでも水路中央で示されたクレスト付近と同様に、クレストに向かう染料の集中が示されている。

間隙流の向きを示すため、**図-5** に平均間隙流速ベクトル分布の数値シミュレーション結果を示す。なお、21 周期目 ( $t = 10.0 \sim 10.5$  s) の 1 周期平均であり、ベクトルは、間隙流速ベクトルの向きに対して着色し、鉛直下向から鉛直上向に薄い赤色から濃い赤色に変えて表示した。実験で観察された染料が消失した領域では鉛直下向の成分をもつ間隙流速分布が、また、染料の集中が見られたクレスト付近の移動床の内部では、上向成分を示す間隙流速の分布が確認できる。したがって、染料の消失部では下向成分を持つ間隙流速が分布する浸透領域であり、染料の集中する付近では鉛直上向成分を持つ間隙流が存在する滲出領域であることが分かる。

### 3.4 移動床表層の周期平均構造

移動床表層厚さ  $\delta = 4d$  の範囲 (活発な DEM 粒子運動を示す交換層) における間隙流速、DEM 粒子に作用する流体力、DEM 粒子速度、DEM 粒子間相互作用力、DEM 粒子の配位数の 1 周期平均の空間分布を、3 周期目 ( $t = 1.0 \sim 1.5$  s) の発達過程と 41 周期目 ( $t = 20.0 \sim 20.5$  s) の平衡過程を対象に **図-6** に示す。

#### 3.4.1 間隙流速

水平流速成分  $\bar{u}_f$  について、端部を除く水槽の両端部の近傍の間隙流速値の大きさは、中央付近よりも大きく有意な値を示し、水槽中央に向かう強い間隙流速の存在が分かる。また、中央を含む ( $90 < x/d < 150$ ) ではほぼゼロに近い間隙流速分布である。発達過程と平衡過程の分布に顕著な違いがないことから、時間経過による移動床表層の間隙流速の水平成分の周期平均構造には顕著な変化は生じないと考えられる。一方、鉛直流速成分  $\bar{w}_f$  について、発達過程の分布は  $x/d = 40, 120, 200$  付近にピークを持つ。平衡過程では、発達過程と比較して全体的に鉛直流速の値が減少し、水槽端部付近では浸透傾向に転じる。また、発達過程で確認できる水槽中央  $x/d = 120$  付近の鉛直流速のピークは衰退する。発達過程と平衡過程の鉛直流速成分の分布形は、水平方向のそれと比較して大きな変化を示すことから、時間経過による移動境界付近の流れ場の変化がうかがえる。間隙流速分布を詳細に見ると、水平方向の間隙流速の向きは、 $x/d < 60$  はプラスの値、 $60 < x/d < 70$  はゼロ付近の値、 $70 < x/d < 110$  はプラスの値、 $130 < x/d < 170$  はマイナスの値、 $170 < x/d < 180$  はゼロ付近の値、 $180 < x/d$  はマイナスの値を示す傾向が確認できる。また、これらに鉛直間隙流速の強弱を考慮すると、移動床表層では **図-5** に示した状況との対応が確認できる。発達過程の移動床表層では、

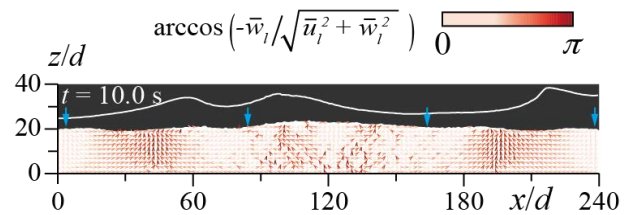


図-5 平均間隙流速ベクトル分布

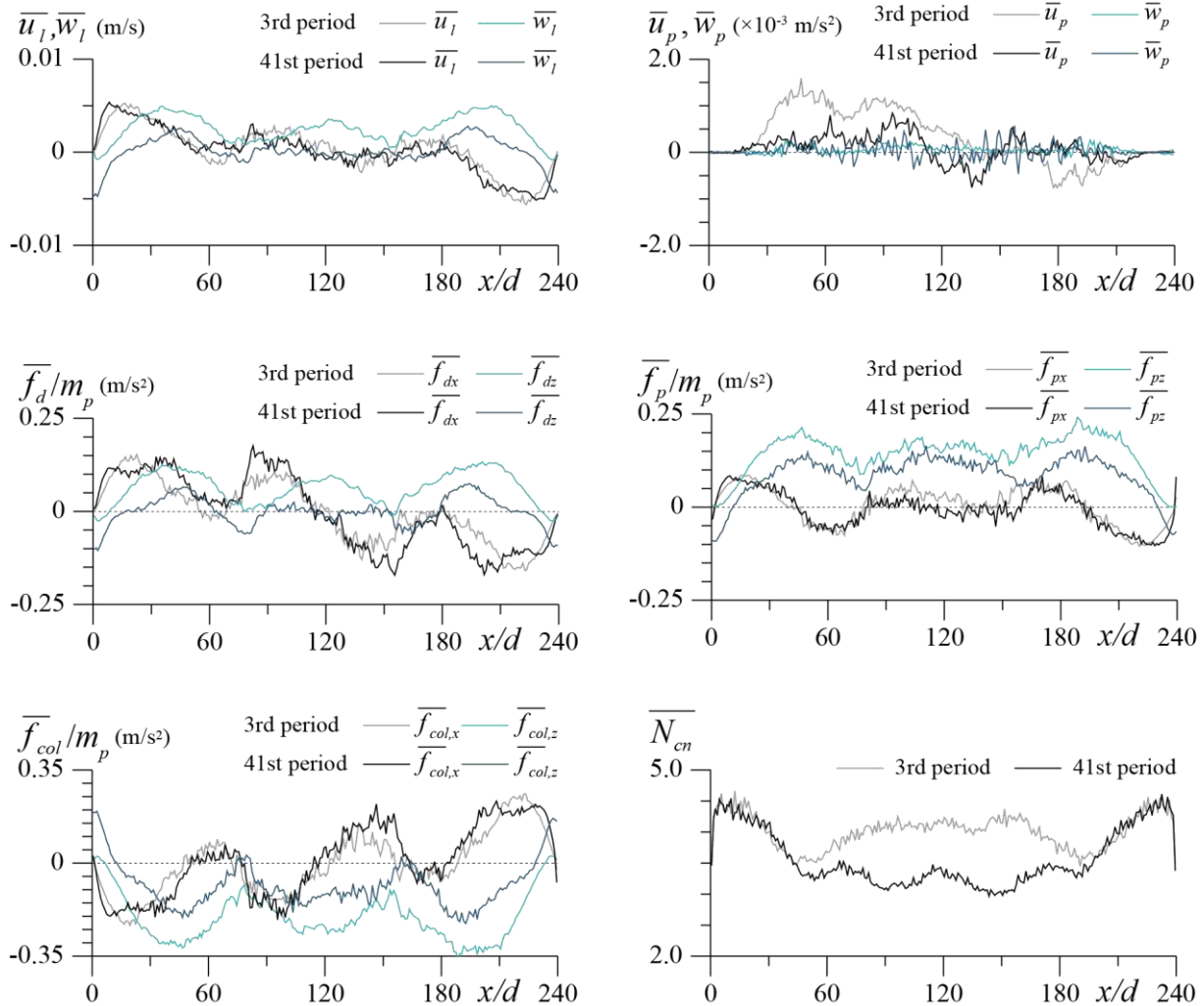


図-6 交換層での間隙流速・DEM 粒子速度・DEM 粒子に作用する流体力（抗力および圧力勾配力）・DEM 粒子間相互作用力・DEM 粒子の配位数の 1 周期平均の空間分布

$x/d = 40, 120, 200$  付近からの染料滲出が活発であるが、平衡過程に推移すると次第に染料の滲出量が減少し、水槽中央  $x/d = 120$  付近からの 1 周期間での正味の滲出量は減少することが分かる。さらに、水槽端部での浸透傾向への変化が見て取れるが、これらは、図-4 で示した移動床表層での染料挙動の傾向と対応する。

### 3.4.2 流体抗力と圧力勾配力

流体抗力の水平方向成分に関して発達過程と平衡過程の分布を比較する。平衡過程に移ると、 $x/d = 90, 150$  付近で抗力の大きさが増加し、また、水槽両端から  $30d$  程度内側に示された抗力の作用位置が  $10d$  程度水槽中央に向かう内側にシフトするなど、移動床凹凸形成が影響したと考えられる変化が示されているが、発達過程と平衡過程の分布形状の概形に顕著な違いは示されない。水槽両端付近と  $x/d = 60, 120, 180$  付近にゼロに近い小さな値が示され、それらの周辺を除く領域では同レベルの抗力を示す。図-6 の DEM 粒子水平速度の分布を見ると、水槽両端付近の移動床表層 DEM 粒子の水平運動は不活発である。発達過程から平衡過程への推移によって、全体的に DEM 粒子の水平速度の大きさは減少するが、水槽中央を除いて  $90 < x/d < 150$  の範囲の減少傾向は小さく（場所によっては増加）、平衡過程に達した後も水路中央に向かう継続した DEM 粒子の存在がうかがえる。一方で、流体抗力の鉛直方向成分に関しては、発達過程から平衡過程に遷移すると、力の大きさは水槽両端付近を含む一部の領域を除けば減少する。平衡過程では水槽中央を含む  $90 < x/d < 150$  付近の移動床表層の DEM 粒子に対して、鉛直方向には正味の流体抗力はほぼ作用しない。

鉛直方向の DEM 粒子移動速度の分布は、ゼロ周りに変動する空間分布を示すが、平衡過程は発達過程と比較して空間的な変化が大きく、特にその傾向は水槽中央を含む  $90 < x/d < 150$  に強く現れる。この鉛直方向の DEM 粒子変動の強化に対しては、鉛直方向の流体抗力がゼロ付近の値であることから、後述する圧力勾配力の寄与によると考えられる。

発達から平衡への遷移による移動床構成粒子に作用する圧力勾配力の水平方向成分の分布は、水槽中央を含む  $90 < x/d < 150$  に僅かな値の減少が確認できるが、全体的には殆ど違いは示されずゼロに近い値を示す。一方で、鉛直方向の圧力勾配力の値には減少傾向が確認でき、また、発達過程と平衡過程に依存せず、水槽端部を除いて鉛直方向の圧力勾配力はプラスの値（鉛直方向上向きの値）を示すことから、移動床表層の移動抵抗の減少に寄与することがうかがえる。また、平衡過程では水槽中央を含む  $90 < x/d < 150$  の DEM 粒子の鉛直方向の速度の変動が強化され、発達過程のそれと比較して空間的な変化があること、また鉛直方向の抗力成分がゼロに近い値をとることを併せて考えると、DEM 粒子の平均的な鉛直方向の挙動は、圧力勾配力によっており、発達過程から平衡過程の推移では、移動床表層 DEM 粒子が混合し易い、緩詰状態の粒子配置を有した移動床構造への変化が推察される。

発達過程から平衡過程への推移による移動床表層の DEM 粒子に作用する抗力と圧力勾配力を比較すると、水平成分は抗力が圧力勾配力よりも支配的か同等であり、水槽中央を含む  $90 < x/d < 150$  では抗力が支配的な分布への変化が確認できる。一方で、鉛直方向に関しては、圧力勾配力が抗力よりも支配的である。また、移動床表層の間隙流速および移動床表層粒子に作用する抗力と圧力勾配力の水平方向成分には、発達から平衡の遷移によって顕著な違いは示されないが、鉛直方向成分の値には減少傾向が確認できる。発達から平衡によって、移動床表層には ripple の形成による凹凸が発生するが、凹凸の発達による平均的な流れ場への影響は鉛直方向に強く現れた。なお、ここでは示していないが間隙流速の変動強度のレベルは、発達過程から平衡過程の推移に伴い強化され、水路中央を含む  $90 < x/d < 150$  ではその傾向は顕著であった。

### 3.4.3 DEM 粒子間力と配位数

今回の水理条件では、DEM 粒子が浮遊して運動することは殆どないことが実験動画から確認されている。DEM 粒子は隣接する DEM 粒子と接触しつつ運動するため、衝突や摩擦による DEM 粒子間力が発現する。ここでは、個々の DEM 粒子の慣性力から抗力・圧力勾配力・重力（有効重量）に関する値を差し引いて、発達過程および平衡過程の 1 周期平均の DEM 粒子間力を算定した。DEM 粒子間力の水平方向成分について、発達過程と平衡過程で部分的に大小関係の逆転は生じるが、両者に大きな隔たりはない。一方で、DEM 粒子間力の鉛直方向成分の大きさは、発達過程から平衡過程に推移すると水槽両端部付近を除いて減少傾向を示す。したがって、発達から平衡過程に推移すると鉛直方向の粒子間力による拘束力が弱まった構造へと変化することがうかがえる。個々の DEM 粒子と接触状態にある隣接 DEM 粒子数を示す配位数の分布に目を向けると、発達過程と平衡過程では水路中央から約  $\pm 60d$  の範囲の分布に顕著な変化が確認できる。その範囲では、平衡過程に推移すると配位数が減少し、隣接 DEM 粒子数が少なく運動し易い状況に変化していると考えられる。これは、先に述べた DEM 粒子間の拘束力が弱まった緩詰構造への変化と対応する。なお、水槽両端部の配位数の値が小さいのは、壁面境界の固定 DEM 粒子との接触を含めていないことによる。

### 3.5 移動床内部構造

移動床内部の間隙流速と DEM 粒子速度について、2 周期目 ( $t = 0.5 \sim 1.0$  s) の発達過程と 41 周期目 ( $t = 20.0 \sim 20.5$  s) の平衡過程の 1 周期区間での位相特性を検討する。計測場所は ripple 発達過程において、染料の集中（滲出）と消失（浸透）が顕在化した  $x/d = 40$ （ripple のクレスト付近）と  $x/d = 70$ （ripple のトラフ付近）の移動床断面に注目して移動床内部の周期平均の構造を検討する。

### 3.5.1 鉛直分布の構造

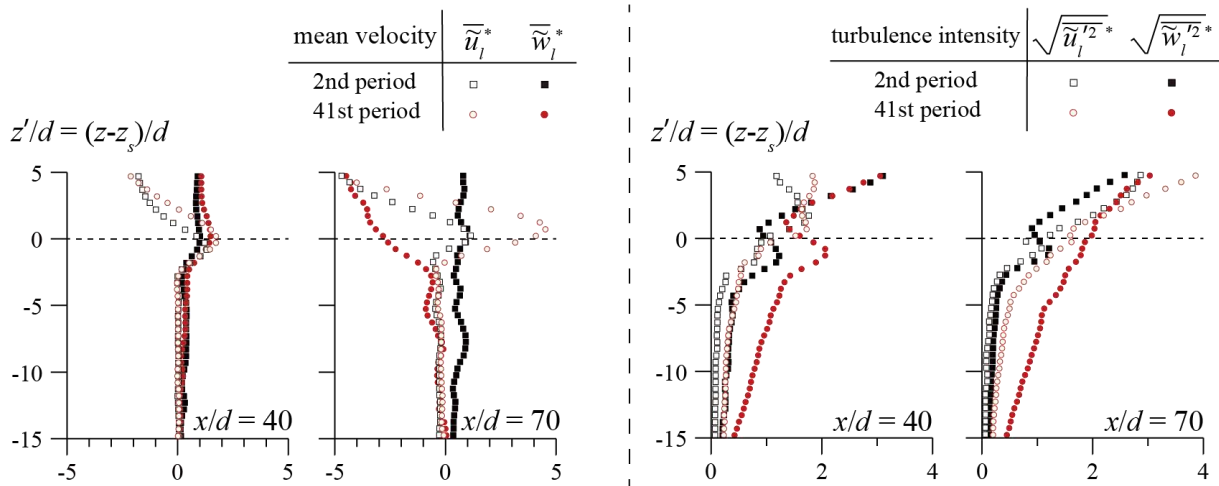


図-7 発達過程（2周期目）と平衡過程（41周期目）での間隙流速と変動強度の1周期平均の鉛直分布

間隙流速  $u_l$  の変動流速成分  $\tilde{u}_l'$  は、フーリエ級数を用いて算定した低周波成分  $\tilde{u}_l$  からの偏差として定義した。図-7に発達過程である2周期目および平衡過程である41周期目の間隙流速および変動強度の1周期間の平均、それぞれ  $(\tilde{u}_l, \tilde{w}_l)$  および  $((\tilde{u}_l'^2)^{1/2}, (\tilde{w}_l'^2)^{1/2})$  の鉛直分布を示す。なお、2周期目および41周期目の横軸の流速と強度の値は、時刻  $t = 0.5 \text{ s}$  (2周期目) の移動床表層の流速値および変動強度の大きさを基準に規格化し、縦軸は各周期の表層高さを基準に表示した。2周期（発達過程）から41周期（平衡過程）への平均流速の変化について、滲出を示すクレスト付近では、流速分布の変化は小さく、移動床表層付近に僅かに流速の増加が示された。また、浸透を示すトラフ付近では、

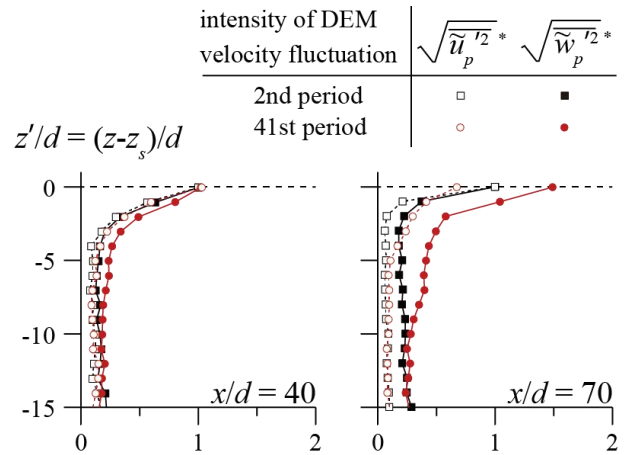
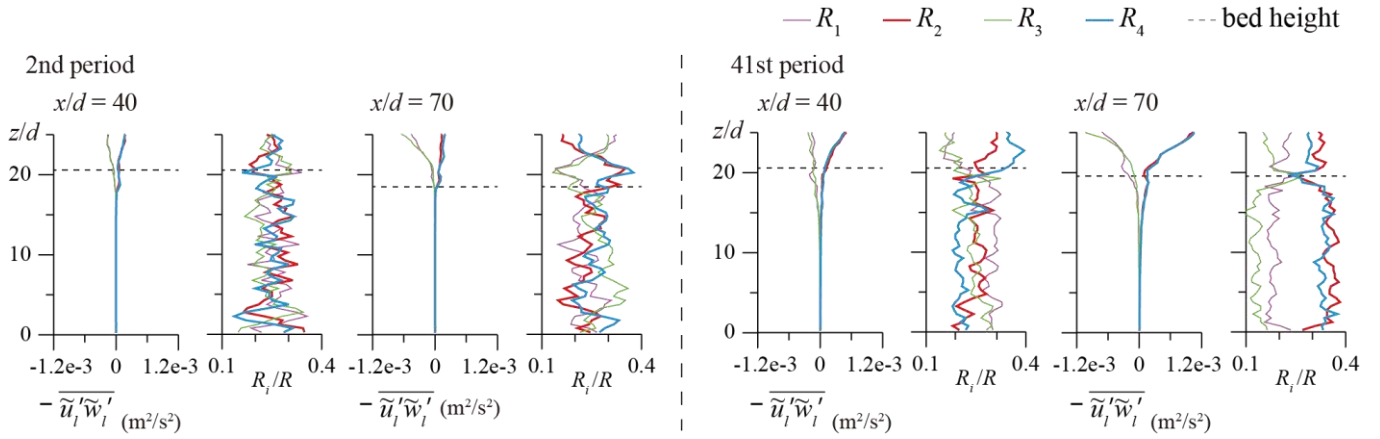
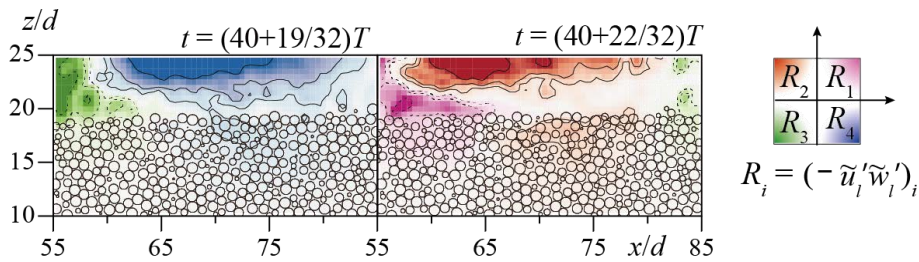


図-8 DEM粒子速度の変動強度分布

特に、鉛直流速に顕著な変化が確認でき、鉛直方向の上向きから下向きに表層付近では大きく変化した。発達過程から平衡過程への変動強度の変化は、クレストおよびトラフ付近のいずれにも、水平および鉛直成分ともにそれらの強化傾向が確認できるが、鉛直成分  $(\tilde{w}_l'^2)^{1/2}$  の増加が顕著である。以上から、ripple形成によって流れ場の構造に変化が生じたことが分かる。DEM粒子速度の変動強度の分布を図-8に示すが、間隙流速や流速変動強度で示した規格化と同様の方法で表示した。変動成分の抽出も流速の乱流成分の抽出と同様である。発達過程と比較して平衡過程におけるトラフ付近の分布には、移動床表層から内部にかけて水平および鉛直方向のいずれの成分にもDEM粒子速度の変動強度の増加が確認できる。クレスト付近の分布には鉛直方向の成分に僅かな増加が認められるものの、水平方向の成分には殆ど変化が示されない。なお、クレスト付近とトラフ付近の双方とも、鉛直方向の変動強度は全体的に水平方向のそれを上回る傾向である。特にトラフ付近の表層から移動床内部の  $-7 < z'/d < 0$  では、発達過程と比較して2倍程度にまで増加する。このような、平衡過程におけるトラフ領域でのDEM粒子速度の変動強度の鉛直方向成分の発達、DEM粒子間力と配位数で示した移動床表層DEM粒子間力の拘束力の減少と対応する。



図－9  $i$  象限に分類された瞬時 Reynolds 応力  $R_i$  とその存在率の鉛直分布



図－10  $i$  象限に分類された瞬時 Reynolds 応力  $R_i$  の空間分布

四象限分類法は、乱流の組織構造を定量化する際に用いられる。瞬時 Reynolds 応力を  $x$  軸方向と  $z$  軸方向の変動流速成分 ( $u'_i, w'_i$ ) の符号により  $R_i = -(u'_i w'_i)_i$  :  $R_1$  ( $u'_i > 0, w'_i > 0$ ),  $R_2$  ( $u'_i < 0, w'_i > 0$ ),  $R_3$  ( $u'_i < 0, w'_i < 0$ ),  $R_4$  ( $u'_i > 0, w'_i < 0$ ) に分類し、図－9 にそれら  $R_i$  の頻度と周期平均値  $\bar{R}_i = -(\overline{u'_i w'_i})_i$  の鉛直分布を 2 周期目 ( $t = 0.5 \sim 1.0$  s) の発達過程と 41 周期目 ( $t = 20.0 \sim 20.5$  s) の平衡過程における  $x/d = 40$  (クレスト付近) と  $x/d = 70$  (トラフ付近) について、 $y/d = 10$  での測定結果を示した。なお、周期平均  $\bar{R}_i$  の算定に用いたサンプル数  $N$  は 256 であり、

$$\bar{R}_i = -(\overline{u'_i w'_i})_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N -((u'_i w'_i)_i(t))_j ; (u'_i w'_i)_i(t) \equiv h_i(t) u'_i w'_i(t) \quad (37)$$

を用いて算定した。ここに、 $h_i(t)$ :  $u'_i w'_i$  平面で ( $u'_i, w'_i$ ) が  $i$  象限にある場合  $h_i(t) = 1$  を、それ以外は  $h_i(t) = 0$  を示す判別関数である。発達過程のクレスト付近とトラフ付近において、移動床内部 (図中の破線より下の領域) の  $i$  象限に分類された瞬時 Reynolds 応力  $R_i$  の鉛直分布には殆ど有意な値は示されない。また、移動床内部で  $R_i$  の占有率分布は、鉛直方向に変動を伴って錯雑しており、占有率が特定の  $R_i$  に偏倚しない。平衡過程に推移すると、 $i$  象限に分類された瞬時 Reynolds 応力  $R_i$  の占有率分布は鉛直方向に不規則に混在せず、概ね一定の割合で移動床内部に分布する傾向に変化した。その傾向はクレスト付近よりもトラフ付近に明瞭に現れ、移動床内部では 1 周期間に  $R_2$  と  $R_4$  に区分された値を示す割合が高いことが分かる。また、平衡過程への推移によって、 $R_2$  および  $R_4$  の値はクレスト付近、トラフ付近に依らず増加するが、トラフ付近での増加は顕著である。このようにクレスト付近での変化と比較して、トラフ付近には発達過程から平衡過程への時間経過に伴う  $R_2$  および  $R_4$  の値の変化とそれらの頻度に関する占有率分布に偏倚が確認でき、トラフ付近の移動床内部の間隙流に組織化した構造の存在がうかがえる。これは図－10 に示す代表位相でのトラフ付近の  $i$  象限に分類された瞬時 Reynolds 応力  $R_i$  の空間分布からも確認でき、移動床表層から内部にかけて広く分布する  $R_2$  あるいは  $R_4$  の領域が見て取れる。

### 3.5.2 空間分布の位相変化

図-11に平衡過程における  $x/d = 40$  (クレスト付近) と  $x/d = 70$  (トラフ付近) での水位  $\eta$ , 移動床表面の間隙流速  $u_l$  および  $w_l$  の時系列を示す.  $x/d = 40$  および  $x/d = 70$  はそれぞれ3次モードで共振する水位  $\eta$  の節および腹付近に相当する箇所であり,  $x/d = 70$  の水位は  $x/d = 40$  の水位と比較して大きく振動する. また, 両者ともに非対称性の強い波形を示す. ここからは, 顕著な水位変動を示した41周期目 ( $t = 20.0 \sim 20.5$  s) の平衡状態における  $x/d = 70$  (トラフ付近) の移動床内部の構造に注目し検討する. 図-12(左上)に  $x/d = 70$  での圧力勾配力  $-(\partial p / \partial z) / \rho$  の鉛直分布の位相変化, そして図-12(右上)に  $xz$  断面 ( $y/d = 10$ ) における圧力勾配力  $-(\partial p / \partial z) / \rho$  および DEM 粒子間接触量  $\bar{\delta}$  の空間分布を示す. なお, DEM 粒子間接触量  $\bar{\delta}$  は当該 DEM 粒子に接触している近傍 DEM 粒子の全接触量を DEM 粒子径  $d$  で規格化して表示した. 水位上昇過程に転じ始める時刻  $t = (40 + 20/32)T$  では, 図-12(右上)に表示した圧力勾配力の空間分布では,  $10 < z/d$  の全域に赤色に着色された鉛直上向きの圧力勾配力が確認でき, 図-12(左上)の圧力勾配力  $-(\partial p / \partial z) / \rho$  の鉛直分布からもそれは確認できる. また, 移動床表面での間隙流速  $w_l$  の符号から滲出を示す時刻であることが図-11から分かる. 水位ピーク位相を僅かに過ぎた時刻  $t = (40 + 28/32)T$  では,  $z/d = 20$  付近の移動床表面から DEM 粒子数個程度の層厚の領域 (交換層) を除いて青色に着色された鉛直下向きの圧力勾配力の空間分布が確認できる (図-12(右上)参照). またこの位相では, 移動床表面での間隙流速  $w_l$  は浸透の傾向を示す (図-11参照). 移動床表面付近には, 清水中から移動床表面付近の交換層において圧力勾配力の急変を示す青色から赤色への変化があるが, これは移動床表面から移動床内部に向かう交換層での間隙率の急変 (移動床表面付近での間隙率の急減) に起因するようである. 移動床の間隙率の時間変化を図-12(左下)に示すが, 水位上昇過程に転じ始める時刻  $t = (40 + 20/32)T$  では, 液相の占有率である間隙率の僅かな増加を示す薄い赤色で着色された領域が交換層に示されるが, 水位ピーク位相を僅かに過ぎた時刻  $t = (40 + 28/32)T$  では, 交換層に間隙率の減少を示す濃い青色の分布が示されている. また, 滲出傾向を示した水位上昇過程に転じ始める時刻  $t = (40 + 20/32)T$  の DEM 粒子間の接触量の分布 (図-12(右上)参照) を見ると, 移動床表面から内部 ( $15 < z/d < 20$ ) では, 浸透傾向を示した水位ピーク位相を僅かに過ぎた時刻  $t = (40 + 28/32)T$  のそれと比較して DEM 粒子間接触量は小さく, 骨格構造の緩んだ状態が推察される. そのため, 圧力勾配力に顕著な変化が生じず, 浸透で見られるような圧力勾配力の急変が発生しなかったと考えられる. 他方で, 浸透傾向を示した位相の DEM 粒子間接触量の空間分布には, 局所的に接触量  $\bar{\delta}$  の増加が散見され, 移動床表面の締め固まり (間隙率の減少) と交換層付近の流れ場の急変との関連がうかがえる.

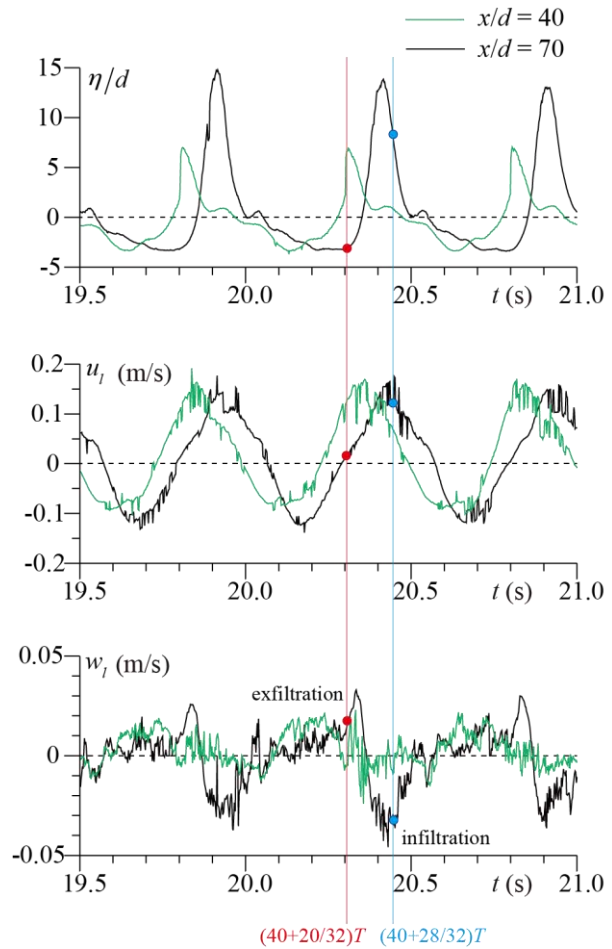


図-11 平衡過程における水位・移動床表面の間隙流速の時系列

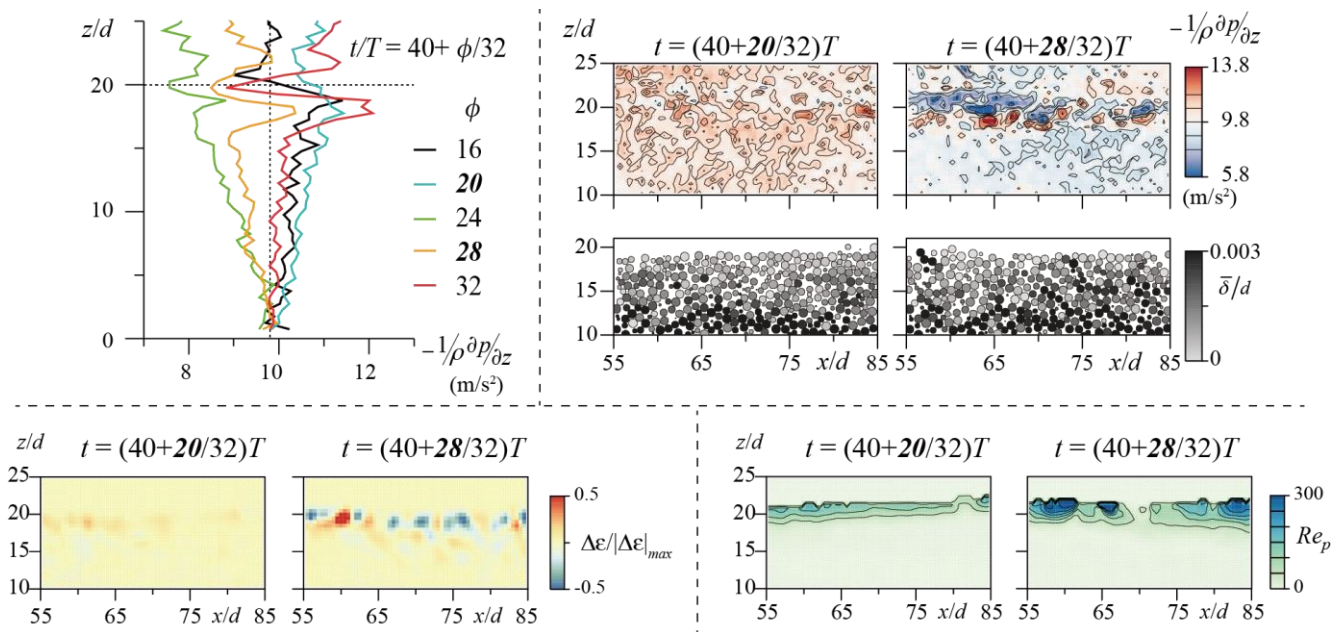


図-1 2 41 周期目の圧力勾配力の鉛直分布の位相変化 (左上) ; 圧力勾配力の空間分布および DEM 粒子間接触量の空間分布 (右上) ; 移動床の間隙率の時間変化の空間分布 (左下) ; Reynolds 数の空間分布 (右下)

図-1 3 に DEM 粒子に作用する流体力 (抗力および圧力勾配力) の空間分布を水平 ( $x$  軸方向) および鉛直 ( $z$  軸方向) 成分別に DEM 粒子速度ベクトルと併せて示す. これらの分布から, 水平方向の DEM 粒子の駆動に対しては抗力が, 鉛直方向には圧力勾配力が優勢であることが分かる. 鉛直方向の流体力に関して, 水位が上昇過程に転じる付近の時刻  $t = (40 + 21/32)T$  および  $t = (40 + 22/32)T$  では, 表示領域中の大部分の DEM 粒子に鉛直上向きの流体力が作用する. また, 水位下降中の時刻  $t = (40 + 28/32)T$  および  $t = (40 + 29/32)T$  では鉛直下向きの流体力の作用が見て取れる. ただし, 移動床表層付近の交換層中の DEM 粒子には, 局所的に上向きの力が作用する分布が示されている. 図-1 1 の間隙流速の時系列を確認すると, この位相付近では, 移動床表層の  $u_l$  および  $w_l$  はそれぞれ顕著な変動を伴った正值および負値の流速が計算されている. また, 図-1 3 に示した DEM 粒子速度ベクトルの分布から, この時刻では移動床表層の交換層厚が減少し, DEM 粒子が移動床表層で隣接 DEM 粒子と衝突と反発しつつ輸送されていることが見て取れる. 表層付近に限定された DEM 粒子の輸送と流体との相互作用力によっても, 図-1 2 に示した移動床表層で圧力勾配の局所的な急変が生じたものと推察される. またこの種の急変は, 粒子 Reynolds 数  $Re_p$  の空間分布からも確認できる (図-1 2 (右下) 参照). ただし清水中では DEM 粒子が存在しないためゼロの値として表示した. 移動床内部ではゼロに近い非常に小さい値が分布するが, 移動床表層の交換層では, 間隙率や流れ場の変化が分布に反映され, 水位下降中の時刻  $t = (40 + 28/32)T$  には, 水位が上昇過程に転じる付近の時刻  $t = (40 + 20/32)T$  よりも等値線の間隔が狭い局所的な急変を示す分布を確認することができる.

#### 4. おわりに

本講では, 固液混相流の数値シミュレーションの中で, 粒子群挙動の追跡に離散系モデルである DEM を用いた混相流モデルを概観した後, DEM-MPS 法による底質土砂輸送を対象とした数値シミュレーション事例を示すとともに, 振動水槽内の ripple 形成と移動床内部構造について移動床構成粒子スケールから検討した. シミュレーション結果から, ripple の発達過程から平衡過程の推移によって, 移動床内部の流れ場の変化は, ripple のクレスト付近よりも ripple のトラフ付近で顕著であることが分かった. また, 発達過程から平衡

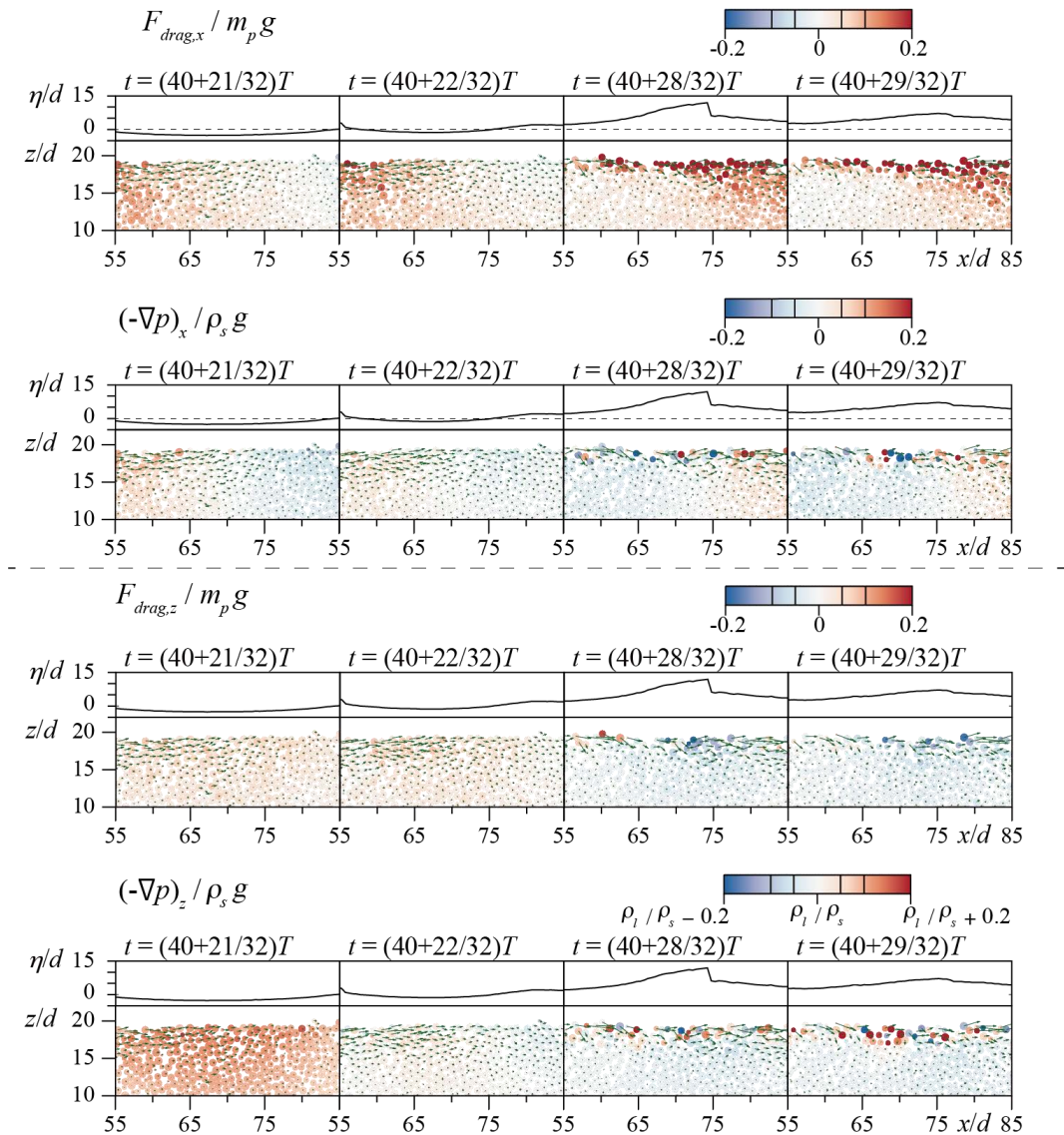


図-1.3 平衡過程の代表位相における DEM 粒子に作用する抗力および圧力勾配力の水平・鉛直方向成分の空間分布 (DEM 粒子に移動速度ベクトルを併示)

過程への推移による移動床内部の間隙流場の構造の変化は、四象限分類法による Reynolds 応力  $R_i$  の鉛直分布の違いに明瞭に示され、間隙流速や DEM 粒子速度の変動強度は、それらの水平成分よりも鉛直方向成分に大きな変化が確認された。顕著な流れ場構造の変化を呈した平衡過程の ripple のトラフ領域に関して、移動床表層での間隙流は、水位上昇および下降過程においてそれぞれ滲出および浸透の傾向を示したが、特に水位上昇過程では鉛直上向き流体力の DEM 粒子への作用と交換層厚の増加が示され、移動床内部（交換層付近）の間隙流速には組織的な乱流構造の存在を示唆する結果が確認された。一方で、水位下降過程では鉛直下向き流体力の DEM 粒子への作用と交換層厚の減少が示され、移動床表層近傍の交換層では、圧力勾配の急変、空隙率の減少率の増加といった移動境界における流れ場の局所的な構造の変化を示す結果が得られた。加えて、交換層厚の減少による移動床表層近傍で示された DEM 粒子間の不規則な衝突・反発運動も、固液間相互作用力の非一様化と関連することから、水位下降過程での移動床表層近傍における流れ場構造の局所的な変化をもたらす一因として読み取れた。波浪場における移動床表層の交換層を含む乱流境界層では、流れ場の構造変化が強く現れるが、とりわけ非平衡過程における移動境界の構造の理解に対して、ここで示した DEM-MPS 法による数値流砂水理学的観点からの考察の貢献は少なくないと考えている。

本講の第3章で紹介した計算例は、著者が所属する研究室で最近実施したものである。研究途上では京都大学教授・後藤 仁志 先生から多くの示唆的な御助言を頂戴した。また、日本学術振興会特別研究員・田崎拓海 君からは、シミュレーション実施および図面作成に熱心な協力を得た。ここに記して謝意を表したい。

#### 参考文献

- 1) Cundall, P. A. and Strack, O.D.L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, Vol.29, Issue 1, pp.47-65.
- 2) 土木学会 海岸工学委員会 水理模型実験における地盤材料の取扱方法に関する研究小委員会 編 (2021): 水理模型実験の理論と応用 -波動と地盤の相互作用-, 丸善出版, 177p.
- 3) Anderson, T. B. and Jackson, R. (1967): A fluid mechanical description of fluidized beds, *Ind. Eng. Chem. Fundam*, Vol.6, No.4, pp.523-539.
- 4) 後藤仁志 (2004): 数値流砂水理学 -粒子法による混相流と粒状体の計算力学-, 森北出版, 223p.
- 5) Peskin, C. S. (1977): Numerical analysis of blood flow in the heart, *J. Comput. Phys.*, Vol.25, Issue 3, pp.220-252.
- 6) Kajishima, T. and Takiguchi, S. (2002): Interaction between particle clusters and particle-induced turbulence, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.23, Issue 5, pp.639-646.
- 7) Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996): Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Sci. Eng.*, Vol.123, Issue 3, pp.421-434.
- 8) 酒井幹夫 (2012): 粉体の数値シミュレーション, 丸善出版, 193p.
- 9) 太田光浩・酒井幹夫・島田直樹・本間俊司・松隈洋介 (2015): 混相流の数値シミュレーション, 丸善出版, 149p.
- 10) 後藤仁志・鶴田修己・原田英治・五十里洋行・久保田博貴 (2012): 固液混相流解析のためのDEM-MPS連成手法の提案, 土木学会論文集B2 (海岸工学), Vol.68, No.2, pp.I\_021-I\_025.
- 11) 後藤仁志 (2018): 粒子法 連続体・混相流・粒状体のための計算科学, 森北出版, 289p.
- 12) Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y. (1998): Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *Int J Numer Methods Fluids*, Vol.26, Issue 7, pp.751-769.
- 13) Harada, E., Ikari, H., Tazaki, T. and Gotoh H. (2021): Numerical simulation for coastal morphodynamics using DEM-MPS method, *Appl. Ocean Res.*, Vol.117, 102905.
- 14) Khayyer, A. and Gotoh, H. (2009): Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coast. Eng.*, Vol.56, Issue 4, pp.419-440.
- 15) Khayyer, A. and Gotoh, H. (2010): A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method, *Appl. Ocean Res.*, Vol.32, Issue 1, pp.124-131.
- 16) Khayyer, A. and Gotoh, H. (2011): Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method, *J. Comput. Phys.*, Vol.230, Issue 8, pp.3093-3118.
- 17) Tsuruta, N., Khayyer, A. and Gotoh, H. (2013): A short note on dynamic stabilization of moving particle semi-implicit method, *Comput Fluids*, Vol.82, 15, pp.158-164.
- 18) Harada, E., and Gotoh, H. (2008): Computational mechanics of vertical sorting of sediment in sheetflow regime by 3D granular material model, *Coast. Eng. J.*, Vol.50, Issue 1, pp.19-45.
- 19) Ergun, S. (1952): Fluid flow through packed columns, *Chem Eng Prog*, Vol.48, No.2, pp.89-94.
- 20) Wen, C. Y. and Yu, Y., H. (1966): Mechanics of fluidization, *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, 62, pp.100-111.
- 21) Ayrton, H., and Ayrton, W. E. (1910): The origin and growth of ripple-mark. *Proc. R. Soc. Lond. A, Math. Phys. Eng. Sci.*, Vol.84, Issue 571, pp.285-310.