

水工学シリーズ 22-B-6

# 格子法に基づく波浪・地盤連成解析 とその適用例

名古屋大学 准教授

中村 友昭

土木学会

水工学委員会・海岸工学委員会

2022年9月

# 格子法に基づく波浪・地盤連成解析とその適用例

## Coupled Wave-Seabed Analysis Based on Grid Method and Its Application

中 村 友 昭

Tomoaki NAKAMURA

### 1. はじめに

本稿は、土木学会 海岸工学委員会 水理模型実験における地盤材料の取扱方法に関する研究小委員会(2021)(以下、地盤材料小委と呼ぶ)の5.1節, 5.2節, 5.5節に対応する。以下は地盤材料小委(2021)の内容を補足する内容となっているため、地盤材料小委(2021)を適宜参照されたい。

地盤材料小委(2021)の5.2節において説明しているように、土木学会 海岸工学委員会 数値波動水槽研究小委員会(2012)では、波浪と地盤に関わる数値計算を表-1.1に示すように4つの区分に分類している。Type 1とType 2は、有限差分法(finite difference method; FDM), 有限体積法(finite volume method; FVM), 有限要素法(finite element method; FEM), 境界要素法(boundary element method; BEM)に基づく格子(grid)または要素(element)をベースとした手法であり、ここでは格子法(grid method)と呼ぶ。このうち、波浪場を理論値で与えるType 1のモデルの開発も行われているものの、Type 1のモデルでは波浪と地盤の相互作用は取り扱えないことから、ここでは波浪場を格子法の数値解析で与えるType 2のモデルを対象とする。

### 2. 格子法に基づく波浪・地盤連成解析の発展のその後

地盤材料小委(2021)では、波浪場と地盤のカップリング手法を表-2.1に示すようにType A (All)とType W (Wave)に分類している。Type Aでは、波浪場のモデルを地盤内部の浸透流にも拡張して適用し、その結果から補間して求めた地盤表面での圧力や流速を地盤のモデルに入力しており、波浪場から地盤へのone-wayカップリングとなる。Type Wでは、地盤表面を出入りする流速を指定して波浪場のモデルを解き、その結果から補間あるいは外挿して求めた地盤表面での圧力を地盤のモデルに入力しており、地盤表面を出入りする流速をゼロ(つまり不透過)とする場合はone-wayカップリング、地盤表面を出入りする流速として地盤のモデルから得られた結果を使う場合は擬似two-wayカップリングとなる。前者のType Aの最初の適用例は波浪場の

表-1.1 波浪と地盤の相互作用に関する数値計算の分類(数値波動水槽研究小委員会, 2012)

区分	波の扱い	地盤の扱い
Type 1	微小振幅波理論など理論的に与える	支配方程式を有限要素法などで解析する
Type 2	数値解析で与える	支配方程式を有限要素法などで解析する
Type 3	微小振幅波理論など理論的に与える	個別要素法などで解析する
Type 4	数値解析で与える	個別要素法などで解析する

表-2.1 Type 2のモデルにおける波浪場と地盤のカップリング手法

区分	カップリング手法
Type A (All)	地盤の内部を含む領域全体の波浪場を解き、得られた地盤表面での圧力や流速を地盤に与えて解く(one-wayカップリング)
Type W (Wave)	地盤表面を不透過または透過として波浪場を解き、得られた地盤表面での圧力を地盤に与えて解く(one-wayまたは擬似two-wayカップリング)

BEMと地盤のFEMをone-wayカップリングした水谷・Mostafa (1997), 後者のType Wの最初の適用例は波浪場のFDMであるCADMAS-SURF (Super Roller Flume for Computer Aided Design of Maritime Structure)と地盤のFEMを疑似two-wayカップリングした蔣ら(2000)である。以下では, 地盤材料小委(2021)執筆以降の格子法に基づくType 2のモデルの発展を主にカップリング手法の観点から説明する。

Zhangら(2018)は, ケーソン式混成堤の周辺に生じる地盤の波浪応答を検討するため, 流体運動の解析にVARANS (volume-averaged Reynolds-averaged Navier-Stokes)方程式, 自由表面の追跡にVOF(volume of fluid)法を用いたFDMに基づくCOBRAS (Cornell breaking waves and structures)を波浪場に, Biotの圧密方程式と弾塑性体の構成式に基づくFEMを地盤に適用した2次元モデルを開発している。このモデルでは, まず地盤の表面にno slip条件を課して波浪場のCOBRASを解き, その結果求められた地盤表面での圧力変動を地盤のFEMに入力しており, Type Wのone-wayカップリングとなっている。Zhangら(2019)は, 同モデルをトレンチ内のパイプライン周辺の地盤の波浪応答に適用している。Zhangら(2019)には, 地盤のFEMにCOMSOL Multiphysicsを利用したと明記されている。Chenら(2019)は, RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes)方程式とVOF法に基づくFLOW-3Dを波浪場に, Biotの圧密方程式と線形弾塑性体の構成式に基づいてCOMSOL Multiphysicsにより構築したFEMを地盤に適用した3次元モデルを開発し, ダンベル形状の囲い堰(dumbbell cofferdam)の周辺に生じる地盤の波浪応答の検討を行っている。このモデルでは, まず地盤の表面の境界条件に壁法則を適用してFLOW-3Dを実行し, その結果得られた地盤表面での圧力変動を境界条件としてCOMSOL Multiphysicsを実行しており, Zhangら(2018, 2019)と同様にType Wのone-wayカップリングとなっている。

一方, 波浪場にオープンソースのFVMであるOpenFOAM (open source field operation and manipulation)を使ったモデルも増えつつあり, Zhaoら(2020)は, 波浪場にOpenFOAM, 地盤にu-p形式のBiotの式に基づくFEMであるDIANA-SWANDYNE II (dynamic interaction and nonlinear analysis-Swansea dynamic version II)を適用したモデルを構築している。ここで, uは地盤骨格の変位, pは間隙水圧を表す。DIANA-SWANDYNE IIには, 弾塑性体の構成式である修正Pastor-Zienkiewicz Mark III (PZIII)モデルが組み込まれており, 主応力方向の回転PSR (principal stress rotation)が考慮されている。このモデルでは, まず地盤の表面にslip条件を課してOpenFOAMを解き, 求められた地盤表面での圧力変動をDIANA-SWANDYNE IIに与えており, Type Wのone-wayカップリングとなっている。Zhuら(2020)も同様のモデルを構築しているが, OpenFOAMに加えて解析解やCOBRASともType Wのone-wayカップリングで接続している。Liangら(2020)は, Biotの圧密方程式と線形弾塑性体の構成式に基づく地盤のモデルを波浪場のOpenFOAMのフレームワーク内に組み込んだモデルを構築しており, モデル全体がFVMとなっている。このモデルでも, Zhaoら(2020)と同様, 地盤の表面にslip条件を課して波動場を解くType Wのone-wayカップリングとなっている。Liang・Jeng(2021)は, 同モデルをPORO-FSSI-FORM (porous model for fluid-seabed-structure interactions with OpenFOAM)と呼んでいる。Liuら(2021)は, PORO-FSSI-FORMにより着底式洋上風力発電の杭基礎地盤の波浪応答を検討している。Zhai・Jeng (2022)はPORO-FSSI-FORMの改良を行っており, 地盤のモデルから得られた地盤表面での流速を波動場のモデルに返す疑似two-

表-2.2 Type Wのモデル一覧

波浪場	VOF	●	●		●				
	OpenFOAM			●	●	●	●	●	●
地盤	圧密方程式	●	●			●	●		●
	u-p形式			●	●			●	
構成式	線形弾塑性体		●			●		●	●
	弾塑性体	●		●	●		●	●	
年代	~2020	Zhangら (2018)[2D]	Chenら (2019)[3D]	Zhaoら (2020)[3D]	Zhuら (2020)[3D]	Liangら (2020)[3D]			
	2021~						Wangら (2021)[3D]	Cui・Jeng (2021)[3D]	Zhai・Jeng (2022)[3D]
カップリング手法		one-way	one-way	one-way	one-way	one-way	one-way	one-way	疑似two-way

wayカップリングとしている。その他、Wangら(2021)はBiotの圧密方程式と弾塑性体の構成式に基づく地盤のモデルを、Cui・Jeng (2021)はu-p形式のBiotの式と線形弾性体の構成式および弾塑性体の構成式(PZIIIモデル)に基づく地盤のモデルをOpenFOAMにType Wのone-wayカップリングで組み込んでいる。

最後に、上記のモデルを地盤材料小委(2021)の表5.2.2や表5.2.3と同様の形式で表-2.2にまとめた。同表に示すように、日本国内でのモデルの開発例、Type Aでカップリングしているモデル、u-w形式やu-w-p形式のBiot式(w：地盤骨格に対する間隙水の相対変位)を使用しているモデルは見受けられなかった。

### 3. 格子法に基づく波浪・地盤連成解析手法 ～FS3MとCADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dを例に～

格子法に基づく波浪・地盤連成解析の例として、著者らが開発・高度化を進めている3次元流体・構造・地形変化・地盤連成数値計算モデルFS3M (three-dimensional coupled Fluid-Structure-Sediment-Seabed interaction Model)を中心に、適宜、CADMAS GEO-SURF (高橋ら, 2002)・CADMAS-SURF/3D (有川ら, 2005)と比較しつつ説明する。

FS3Mは、メインソルバーと3つのモジュールから構成されている。メインソルバーは、透過性材料の間隙内部の流体を含む非圧縮性粘性流体からなる全気液相(water, air, pore-water, pore-air)の流体運動の解析を行うLES (large-eddy simulation)である。メインソルバーには、気液界面を追跡するVOF法を改良したMARS (multi-interface advection and reconstruction solver; 功刀, 1997)に基づくVOFモジュール、可動構造物の流体・構造連成解析を行う固体埋め込み法(体積型IB (immersed boundary)法; 梶島ら, 2000)を改良したIBモジュール、浮遊砂の巻き上げ・移流拡散・沈降を考慮した浮遊砂濃度分布の計算と、Roulundら(2005)を拡張した掃流砂・浮遊砂輸送による移動床の地形変化の計算を行うST (sediment transport)モジュールが弱連成のtwo-wayカップリング(土木学会応用力学委員会計算力学小委員会, 2008)により組み込まれており、地盤の水・土連成解析を行うFEMモジュールがType Aのone-wayカップリングにより組み込まれている。3.1節では波浪場のモデルであるメインソルバーとVOFモジュール、3.2節では地盤のモデルであるFEMモジュール、3.3節では本稿の主題ではないが、地盤と関わりのある漂砂のモデルであるSTモジュール、最後に3.4節ではFS3Mで使われているType Aのone-wayカップリング手法の説明を行う。

#### 3. 1 波浪場のモデル

波浪場のモデルでは、通常、非圧縮性粘性流体に対する連続式(質量保存則)とNavier-Stokes (NS)方程式(運動量保存則)を支配方程式とする。気液界面の追跡にVOF法を使用する場合には、支配方程式にVOF関数の移流方程式も加わる。FS3MとCADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dはいずれも気液界面の追跡にVOF法を採用していることから、支配方程式は連続式、NS方程式、VOF関数の移流方程式の3つとなる。また、FS3MのメインソルバーはLESであり、LESではgrid scale (GS)と呼ばれる大きなスケールの渦を直接計算し、普遍性が期待できるsubgrid scale (SGS)と呼ばれる小さなスケールの渦をモデル化することから、連続式とNS方程式は空間的にGSのフィルター(grid filter)を作用させた連続式とNS方程式となる。一方、CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3DはRANS (Reynolds-averaged numerical simulation)であることから、連続式とNS方程式はReynolds平均した連続式とNS方程式(RANS (Reynolds-averaged NS)方程式)となる。

FS3Mでは、支配方程式として以下の連続式(1)、NS方程式(2)、VOF関数の移流方程式(3)が用いられている。

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial(m\bar{v}_j)}{\partial x_j} = q^* \quad (1)$$

$$\frac{\partial \left[ \{m + C_A(1-m)\} \bar{v}_i \right]}{\partial t} + \frac{\partial(m\bar{v}_i\bar{v}_j)}{\partial x_j} = -\frac{m}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + mg_i + \frac{m}{\bar{\rho}} (f_i^s + R_i + f_i^{ob}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(mF)}{\partial t} + \frac{\partial(m\bar{v}_jF)}{\partial x_j} = Fq^* \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_j} (2m\hat{\mu}D_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-m\tau_{ij}^a) + Q_i - m\beta\bar{v}_i$$

ただし、 $x_i$ は位置ベクトル(= $[x \ y \ z]^T$ ;  $x, y$ : 水平座標,  $z$ : 鉛直上向き座標),  $t$ は時間,  $\bar{v}_i$ は流速のGS成分,  $\bar{p}$

は圧力のGS成分,  $F$ は各計算格子の流体率を表すVOF関数( $0 \leq F \leq 1$ ;  $F = 0$ : 空気,  $0 < F < 1$ : 気液界面,  $F = 1$ : 水),  $g_i$ は重力加速度ベクトル( $= [0 \ 0 \ -g]^T$ ;  $g$ : 重力加速度),  $\hat{\rho}$ は流体の密度( $= F\rho_w + (1-F)\rho_a$ ;  $\rho_w$ : 水の密度,  $\rho_a$ : 空気の密度),  $\hat{\mu}$ は流体の粘性係数( $= F\mu_w + (1-F)\mu_a$ ;  $\mu_w$ : 水の粘性係数,  $\mu_a$ : 空気の粘性係数),  $m$ は透過性材料の空隙率,  $C_A$ は透過性材料の付加質量係数(水谷ら, 1996),  $f_i^s$ はCSF (continuum surface force)モデル(Brackbillら, 1992)に基づく表面張力ベクトル,  $R_i$ は透過性材料による線形・非線形抵抗力ベクトル,  $f_i^{ob}$ は流体・構造間の相互作用力ベクトル,  $\overline{D}_{ij}$ はGSのひずみ速度テンソル( $= (\partial \overline{v}_j / \partial x_i + \partial \overline{v}_i / \partial x_j) / 2$ ),  $\tau_{ij}^c$ はcoherent structure model (CSM; Kobayashi, 2005)またはSmagorinskyモデル(Smagorinsky, 1963)に基づく乱流応力テンソル,  $Q_i$ は造波ソースベクトル,  $q^*$ は単位時間当たりの造波ソース強度(岩田ら, 1995),  $\beta$ は減衰領域での減衰関数であり, 上付きの $a$ はテンソルの非等方成分を表す. ここで, 浮遊砂を含むことによる流体の密度 $\hat{\rho}$ の変化を考慮する場合には, 底質粒子の密度を $\rho_s$ , 浮遊砂濃度を $C$ としたとき,  $\hat{\rho}$ として $\hat{\rho} = (1-C)\{F\rho_w + (1-F)\rho_a\} + C\rho_s$ を用いる. また, 浮遊砂がカオリンの場合には, カオリンを含むことによる粘性 $\hat{\mu}$ の変化も考慮できる(中村ら, 2016a). FS3Mでは, CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dのように体積空隙率 $\gamma_v$ と面積透過率 $\gamma_a$ ,  $\gamma_s$ ,  $\gamma_c$ の区別をしておらず, 簡単のためにどちらも空隙率 $m$ とおいている. その一方で, FS3Mでは, 空隙率 $m$ の空間的な変化に加えて( $\partial m / \partial x_i \neq 0$ ), 時間的な変化も考慮している( $\partial m / \partial t \neq 0$ ). ただし, 空隙率が空間的に変化する場所では, 式(2)右辺第1項の圧力勾配項と第2項の重力加速度項が静水状態で釣り合わない現象が生じてしまうことから, CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dに倣って圧力勾配項については $\partial m / \partial x_i = 0$ と仮定して $m$ を偏微分の外に出している. また,  $R_i$ は式(4)と式(5)のいずれかで与えられる.

$$R_i = -\frac{12C_{D2}\hat{\mu}(1-m)}{md_{50}^2}v_i - \frac{C_{D1}\hat{\rho}(1-m)}{2md_{50}}v_i\sqrt{v_j v_j} \quad (4)$$

$$R_i = -\frac{m\hat{\rho}g}{k^w}v_i - \frac{C_{D1}\hat{\rho}(1-m)}{2md_{50}}v_i\sqrt{v_j v_j} \quad (5)$$

ここで, 式(4)は水谷ら(1996)に基づくモデル, 式(5)は飽和度の変化を考慮できるように式(4)の右辺第1項にvan Genuchtenの式を導入したモデル(中村ら, 2019b)であり, 透水係数 $k_w$ は次式で表される.

$$k^w = k_s^w S_e^{1/2} \left\{ 1 - (1 - S_e^{1/m^*})^{m^*} \right\}^2 \quad (6)$$

$$k_s^w = \frac{1}{12C_{D2}} \frac{m^2}{1-m} \frac{gd_{50}^2}{v_w} \quad (7)$$

ここで,  $C_{D2}$ ,  $C_{D1}$ は線形, 非線形抵抗力係数,  $d_{50}$ は透過性材料の中央粒径,  $S_e$ は透過性材料の有効飽和度,  $m^*$ はvan Genuchtenの式の形状パラメータである. ただし,  $S_e$ が非常に小さくなると $R_i$ が発散してしまうことから, 式(6)の $S_e$ の下限値は $S_e = 50\%$ としている. 式(4), (5)の右辺第1項の線形抵抗力の係数, 右辺第2項の非線形抵抗力の係数(抵抗力係数)に関して, CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dなどとの比較は地盤材料小委(2021)の159頁以降で詳しく説明しているため, 地盤材料小委(2021)を参照されたい. また,  $f_i^s$ ,  $\tau_{ij}^c$ ,  $Q_i$ は

$$f_i^s = \sigma\kappa \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\hat{\rho}}{\rho_{avg}} \quad (8)$$

$$Q_i = \overline{v}_i q^* - \frac{2}{3} \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( m\hat{\mu} \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_j} \right) \quad (10)$$

$$\tau_{ij}^c = -2C\Delta^2 \left| \overline{D} \right| \overline{D}_{ij} \quad (9)$$

と表される. ここで,  $\sigma$ は表面張力係数,  $\kappa$ は気液界面の曲率,  $\rho_{avg}$ は気液界面での流体の密度( $= (\rho_w + \rho_a) / 2$ ),  $\Delta l$ はフィルター幅( $= \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ ;  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ :  $x, y, z$ 方向の格子幅),  $\left| \overline{D} \right|$ はGSのひずみ速度テンソルの大きさ( $= \sqrt{2\overline{D}_{ij}\overline{D}_{ij}}$ )であり,  $C$ はCSMのとき $C = 1/20 |F_{CS}|^{3/2}$ , Smagorinskyモデルのとき $C = C_s^2$ である. ただし,  $F_{CS}$ はヒーレント構造関数( $= \overline{Q} / \overline{E}$ ),  $\overline{Q}$ はGSの速度勾配テンソルの第2不変量( $= -1/2 \partial \overline{v}_i / \partial x_j \partial \overline{v}_j / \partial x_i$ ),  $\overline{E} = 1/2 \partial \overline{v}_i / \partial x_j \partial \overline{v}_j / \partial x_i$ ,  $C_s$ はSmagorinsky定数である. その他,  $\beta$ としてHinatsu (1992)に倣った式(11)の正弦関数型とCADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dで用いられているCruzら(1993)に倣った式(12)の双曲線関数型のいずれかが利用でき,  $z$ 軸方向に加えて $x$ 軸方向にも減衰を作用させることができる.

$$\beta = C_\beta \sqrt{\frac{g}{h}} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{L_\beta}{L_{damp}} \right) \min \left( \frac{z_\beta}{h + \eta}, 1 \right) \quad (11)$$

$$\beta = C_\beta \sqrt{\frac{g}{h}} \frac{r}{\sinh r - r} \left( \cosh \frac{rL_\beta}{L_{damp}} - 1 \right) \min \left( \frac{z_\beta}{h + \eta}, 1 \right) \quad (12)$$

ただし, 減衰領域を除く領域での $\beta$ や減衰を作用させない方向の $\beta$ は0とする. また,  $C_\beta$ は減衰係数,  $L_{damp}$ は減衰領域の長さ,  $L_\beta$ は減衰領域の開始位置からの距離,  $h$ は静水深,  $\eta$ は水位変動,  $z_\beta$ は底面からの距離,  $r = 2$

である．なお， $\beta$ は減衰領域からの反射だけではなく平均水位の変化にも影響を与えるため，特に長時間の計算を行う場合には，減衰を作用させる方向や $C_\beta$ および $L_{damp}$ の値を注意して決定する必要がある．

計算格子には，FS3M，CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dともに，スタガード格子が用いられている．時間発展計算は，FS3M全体の計算の流れは3.4節で説明するが，まず式(1)と式(2)を解いて $\bar{v}_i$ と $\bar{p}$ を求め，得られた $\bar{v}_i$ を使って式(3)を解いて $F$ を求め，以降，これを繰り返す流れとなる．式(1)と式(2)を解く流速場と圧力場の連成計算には，FS3M，CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dともに，MAC (marker and cell)系解法の一つであるSMAC (simplified MAC)法が用いられている．FS3Mでは，SMAC法に基づいて式(2)右辺第1項の圧力勾配項の $\bar{p}$ を陰的に取り扱うのに加えて，計算の安定性を向上させるため線形抵抗力項(式(4)または式(5)の右辺第1項)と減衰力項(式(2)右辺最終項)の $\bar{v}_i$ も陰的に取り扱っている．ただし，圧力勾配項と重力加速度項(式(2)右辺第1項)が静水状態で釣り合うように，両者に含まれる空隙率 $m$ は陽的に取り扱う．また， $F$ の関数である密度 $\hat{\rho}$ ，粘性係数 $\hat{\mu}$ ，動粘性係数 $\hat{\nu} (= \hat{\mu}/\hat{\rho})$ ，減衰関数 $\beta$ も陽的に取り扱う．式(2)の圧力勾配項，重力加速度項，線形抵抗力項，流体・構造間の相互作用力項，減衰力項を除く項には3次精度Adams-Bashforth法を，式(1)左辺第1項の $m$ の時間発展項には1次精度Euler陽解法を適用する．例えば， $R_i$ として式(4)を用いるとき，タイムステップ数を上付きの $n$ ，第 $n$ ステップから第 $(n+1)$ ステップまでの時間の刻み幅を $\Delta t^{n+1/2}$ とすると，FS3Mの予測段階，流体・構造連成，Poisson方程式，修正段階は順に以下のように表される．

$$\bar{v}_i^{p1} = \left\{ m^n + C_A (1 - m^n) \right\} \bar{v}_i^n + \Delta t^{n+1/2} \left\{ -\frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial \bar{p}^n}{\partial x_i} + m^n g_i + \left( A_{0i}^n + \frac{\Delta t^{n+1/2}}{2} A_{1i}^n + \frac{(\Delta t^{n+1/2})^2}{6} A_{2i}^n \right) \right\} \Big/ B^{n+1} \quad (13)$$

$$\bar{v}_i^{p2} = \bar{v}_i^{p1} + \Delta t^{n+1/2} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} f_i^{obn} \Big/ B^{n+1} \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( m^{n+1} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial \varphi^{n+1/2}}{\partial x_i} \Big/ B^{n+1} \right) = \frac{\partial (m^{n+1} \bar{v}_i^{p2}) / \partial x_i + (m^{n+1} - m^n) / \Delta t^{n+1/2} - q^{*n+1}}{\Delta t^{n+1/2}} \quad (15)$$

$$\bar{v}_i^{n+1} = \bar{v}_i^{p2} - \Delta t^{n+1/2} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial \varphi^{n+1/2}}{\partial x_i} \Big/ B^{n+1} \quad (16)$$

ここで， $\bar{v}_i^{p1}$ ， $\bar{v}_i^{p2}$ は $\bar{v}_i^{n+1}$ の予測値， $\varphi^{n+1/2}$ は圧力増分(= $\bar{p}^{n+1} - \bar{p}^n$ )であり， $A_{0i}^n$ ， $A_{1i}^n$ ， $A_{2i}^n$ ， $B^{n+1}$ は

$$A_{0i}^n = -\frac{\partial (m^n \bar{v}_i^n \bar{v}_j^n)}{\partial x_j} + \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} f_i^{sn} - \frac{C_{D1} (1 - m^n)}{2d_{50}} v_i^n \sqrt{v_j^n v_j^n} + \frac{1}{\hat{\rho}^n} \frac{\partial}{\partial x_j} (2m^n \hat{\mu}^n D_{ij}^n) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-m^n \tau_{ij}^{an}) + Q_i^n \quad (17)$$

$$A_{1i}^n = \left\{ \Delta t^{n-3/2} (\Delta t^{n-3/2} + 2\Delta t^{n-1/2}) A_{0i}^n - (\Delta t^{n-3/2} + \Delta t^{n-1/2})^2 A_{0i}^{n-1} + (\Delta t^{n-1/2})^2 A_{0i}^{n-2} \right\} \Big/ \left\{ \Delta t^{n-3/2} \Delta t^{n-1/2} (\Delta t^{n-3/2} + \Delta t^{n-1/2}) \right\} \quad (18)$$

$$A_{2i}^n = 2 \left\{ \Delta t^{n-3/2} A_{0i}^n - (\Delta t^{n-3/2} + \Delta t^{n-1/2})^2 A_{0i}^{n-1} + \Delta t^{n-1/2} A_{0i}^{n-2} \right\} \Big/ \left\{ \Delta t^{n-3/2} \Delta t^{n-1/2} (\Delta t^{n-3/2} + \Delta t^{n-1/2}) \right\} \quad (19)$$

$$B^{n+1} = \left\{ m^{n+1} + C_A (1 - m^{n+1}) \right\} + \Delta t^{n+1/2} \frac{12C_{D2} \hat{\nu}^n (1 - m^{n+1})}{d_{50}^2} + \Delta t^{n+1/2} m^{n+1} \beta^n \quad (20)$$

と与えられる．空間方向の離散化として，式(17)右辺第1項の移流項(対流項)には，5次精度MUSCL TVD (monotone upstream-centered schemes for conservation laws, total variation diminishing)スキームかCADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dで用いられている1次精度風上差分と2次精度中心差分のハイブリッドスキームのいずれかが利用できる．また，式(15)に示すPoisson方程式の解法には，FS3MではMICCG (modified incomplete Cholesky conjugate gradient)法が，CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3DではMILU-BiCGSTAB法が用いられている．なお，式(14)に関わる流体・構造連成解析については本稿の主題ではないことから詳細は割愛するが，VOF法においてVOF関数 $F$ が各計算格子の流体率を表すように，固体埋め込み法(体積力型IB法)では可動

構造物の分布を各計算格子に占める体積率 $F_{ob}$  ( $0 \leq F_{ob} \leq 1$ ;  $F_{ob} = 0$ : 可動構造物外部,  $0 < F_{ob} < 1$ : 可動構造物表面,  $F_{ob} = 1$ : 可動構造物内部)で表す. そして, 可動構造物の内部では $\bar{v}_i$ がその位置での可動構造物の速度 $v_i^{ob}$ になるように,  $F_{ob}$ に基づいて相互作用力 $f_i^{ob}$ を作用させる. これは, 可動構造物の内部では $\bar{v}_i$ を $v_i^{ob}$ に強制することを表していることから,  $f_i^{ob}$ は式(21)のように表すことができ, 式(14)は式(22)に書き換えられる.

$$f_i^{obn} = F_{ob}^n (v_i^{obn} - \bar{v}_i^{p1}) / \left( \Delta t^{n+1/2} \frac{m^n}{\hat{\rho}^n} / B^{n+1} \right) \quad (21) \quad \bar{v}_i^{p2} = (1 - F_{ob}^n) \bar{v}_i^{p1} + F_{ob}^n v_i^{obn} \quad (22)$$

また, Xiaoら(1997)に倣って可動構造物の表面に作用するせん断力の影響が十分に小さいと仮定し,  $\rho_{ob}$ を可動構造物の密度としたとき, 可動構造物への作用力 $f_i^{ex}$ は次式から評価している.

$$f_i^{ex} = \sum_{\text{all cells}} F_{ob} \left( -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho_{ob} g_i \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (23)$$

可動構造物の変位からの $F_{ob}$ の評価には, 可動構造物の総体積の増減を低減するために, 各計算格子を各方向に分割し, 分割した格子に対してScardovelli・Zaleski (2000)の方法を利用している. 式(3)に示したVOF関数の移流方程式の計算には, FS3MではPLIC (piecewise linear interface calculation)型の一つであるMARSが使われている. 一方, CADMAS GEO-SURFではSLIC (simple linear interface calculation)型のdonor-acceptor法が, CADMAS-SURF/3DではGueyffierら(1999)によるPLIC型の解法が用いられている.

最後に, 本節の参考になる書籍として, 梶島(2017), 大宮司ら(1998), 藤井(1994), 藤井・立川(2020), 有富・秋山(2001)を挙げる. 特に, 梶島(2017)ではMAC系解法, 離散化手法, 境界条件, LESなどについて丁寧な説明がなされており, 大変有用である. これまでに紹介した論文とともに参照されたい.

### 3. 2 地盤のモデル

土粒子とその間隙が水で満たされた二相系地盤を考える. このとき, 地盤全体の釣合式, 間隙水の釣合式, 連続式, 有効応力の原理, 土骨格の構成式, ひずみの適合条件から, 土骨格の変位 $u$ , 土骨格に対する間隙水の相対変位 $w$ , 間隙水圧 $p$ を未知数とする $u$ - $w$ - $p$ 形式のBiotの式が導かれる. また, 水の体積弾性係数が有限であると仮定すると $p$ が消去でき,  $u$ - $w$ 形式のBiotの式が導かれる. 一方,  $u$ - $w$ - $p$ 形式のBiotの式から間隙水の土骨格に対する相対加速度 $\ddot{w}_i$ が土骨格の加速度 $\ddot{u}_i$ と比べて小さいと仮定して消去すると,  $u$ - $p$ 形式のBiotの式が導かれる. さらに, すべての加速度項を無視すると, Biotの圧密方程式が導かれる. このうち, 最も厳密な式は $u$ - $w$ - $p$ 形式のBiotの式である. また, 海岸工学の分野では動的解析が主であり, 水の体積弾性係数は有限と仮定できることから,  $u$ - $w$ 形式のBiotの式も厳密と言える. ただし, 高橋ら(2002)は,  $u$ - $w$ 形式のBiotの式を時間積分して解く場合には, 特に透水係数が大きい条件において, slow compression waveを適切に計算できず間隙水圧の計算精度が低下する現象が現れると指摘している. また,  $u$ - $p$ 形式のBiotの式では間隙水圧 $p$ が未知数となっていることから, 圧力を未知数とする波浪場のモデルとの相性もよいと考えられる. そのため, 地盤材料小委(2021)の表5.2.2および表5.2.3と前述の表-2.2から, FS3MやCADMAS GEO-SURFを含む半数ほどのモデルで, 支配方程式として $u$ - $p$ 形式のBiotの式が採用されていることが分かる. なお,  $u$ や $p$ は波浪場の流速や圧力と変数が重なることから, CADMAS GEO-SURFでは $u$ - $p$ 形式を $U$ - $\pi$ 形式と呼んでいる.

FS3Mでは, 支配方程式として以下に示す $u$ - $p$ 形式のBiotの式が用いられている.

$$\rho \ddot{u}_i = -\sigma'_{ji,j} - p_{,i} + \rho g_i \quad (24) \quad -\frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial t} + \frac{m}{K_w} \dot{p} + \left\{ \frac{k_s}{\rho_w g} (-\rho_w \ddot{u}_i - p_{,i} + \rho_w g_i) \right\}_{,i} = 0 \quad (25)$$

ここで,  $u_i$ は土骨格の変位,  $p$ は間隙水圧,  $\sigma'_{ij}$ は圧縮を正とする有効応力テンソル,  $\varepsilon_{ij}$ はひずみテンソル,  $m$ は地盤の空隙率,  $\rho$ は地盤の密度 ( $= (1 - m)\rho_s + m\rho_w$ ),  $\rho_s$ は土粒子実質部分の密度,  $\rho_w$ は水の密度,  $k_s$ は地盤の透水係数,  $K_w$ は水の見かけの体積弾性係数,  $g_i$ は重力加速度ベクトル( $= [0 \ 0 \ -g]^T$ ;  $g$ : 重力加速度)である. また, 下付きの $i, j$ は偏微分 $\partial/\partial x_i$ を表す. FS3Mでは, 簡単のために土骨格を線形弾性体として取り扱っていることから, 土骨格の構成式として次式のHookeの法則が使われている.

$$\sigma'_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (26)$$

ここで、 $\lambda$ と $\mu$ はLaméの定数、 $\delta_{ij}$ はKroneckerのデルタであり、土骨格の弾性係数を $E$ 、せん断弾性係数を $G$ 、Poisson比を $\nu$ とすると、 $\lambda$ と $\mu$ は次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (27) \quad \mu = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (28)$$

一方、CADMAS GEO-SURFでは、土骨格をVoigt型粘弾性体として取り扱っている。

u-p形式のBiotの式は、通常、FEMにより解かれる。このとき、節点で間隙水圧を定義するSandhu形式と、要素で間隙水圧を定義するChristian形式の定式化がある。波浪場と地盤のカップリングがType AかType Wかによらず、波浪場のモデルから得られた圧力を補間することで地盤表面での圧力を求めることができる。そのため、地盤の表面に間隙水圧の定義点が位置していた方が波浪場のモデルとの接続が容易であると考えられることから、FS3MやCADMAS GEO-SURFではSandhu形式の定式化を採用している。Sandhu形式の定式化を式(24)と式(25)に適用すると、増分形の有限要素方程式は次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^{UU} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{PU} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\dot{\mathbf{U}} \\ d\dot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}^{PU} & \mathbf{C}^{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\dot{\mathbf{U}} \\ d\dot{\mathbf{P}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{UU} & -\mathbf{K}^{UP} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{U} \\ d\mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mathbf{F} \\ -d\mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (29)$$

ここで、 $d\mathbf{U}$ は全体変位増分ベクトル、 $d\mathbf{P}$ は全体間隙水圧増分ベクトルであり、領域 $\Omega$ に対して

$$\mathbf{M}^{UU} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} \, dv \quad (30) \quad \mathbf{M}^{PU} = \int_{\Omega} \mathbf{G}^T \frac{k_s}{g} \mathbf{N} \, dv \quad (31)$$

$$\mathbf{C}^{PU} = \int_{\Omega} \bar{\mathbf{N}}^T m^T \mathbf{B} \, dv \quad (32) \quad \mathbf{C}^{PP} = \int_{\Omega} \bar{\mathbf{N}}^T \frac{m}{K_w} \bar{\mathbf{N}} \, dv \quad (33)$$

$$\mathbf{K}^{UU} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dv \quad (34) \quad \mathbf{K}^{UP} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{m} \bar{\mathbf{N}} \, dv \quad (35)$$

$$\mathbf{K}^{PP} = \int_{\Omega} \mathbf{G}^T \frac{k_s}{\rho_w g} \mathbf{G} \, dv \quad (36) \quad d\mathbf{F} = \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{N}^T d\hat{\mathbf{t}} \, ds \quad (37)$$

$$d\mathbf{Q} = \int_{\partial\Omega_q} \bar{\mathbf{N}}^T d\hat{\mathbf{q}} \, ds \quad (38)$$

となる。ここで、 $\mathbf{N}$ と $\bar{\mathbf{N}}$ はそれぞれ $d\mathbf{U}$ と $d\mathbf{P}$ の形状関数行列、 $\mathbf{D}$ は応力ひずみ行列、 $\mathbf{B}$ は変位ひずみ行列(= $\mathbf{L}\mathbf{N}$ )、 $\bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{N}}$ 、 $d\hat{\mathbf{t}}$ は荷重境界 $\partial\Omega_f$ での単位面積当たりの外力増分ベクトル、 $d\hat{\mathbf{q}}$ は自然境界 $\partial\Omega_q$ での相対流速増分ベクトル、 $\mathbf{m}$ は $\delta_{ij}$ のベクトル表示、 $\mathbf{L}$ と $\bar{\mathbf{L}}$ はそれぞれ $\nabla$ の行列表示とベクトル表示である。間隙水圧の $\bar{\mathbf{N}}$ として変位の $\mathbf{N}$ より次数が1次小さい形状関数を用いた場合、変位の微分で与えられる有効応力の場と間隙水圧の場が同次数となり、計算が安定することが知られていることから、FS3Mでは、 $\mathbf{N}$ として20節点アイソパラメトリック要素を、 $\bar{\mathbf{N}}$ として8節点アイソパラメトリック要素を用いている。

最後に、本節の参考になる書籍として、地盤工学会(2020a, 2020b, 2020c)、吉田(2020)、地盤工学会(2001)、市川(1990)を挙げる。絶版になっており入手が困難であるが、市川(1990)には支配方程式から弱形式や有限要素方程式への展開が詳しく書かれており、個人的には大変役に立った。

### 3. 3 漂砂のモデル

本稿の主題ではないが、漂砂によって地盤の表面形状に変化が生じる可能性があることから、漂砂のモデルとしてFS3MのSTモジュールの説明を行う。STモジュールは、①掃流砂・浮遊砂輸送による移動床の地形変化の計算を行う漂砂の連続式、②Roulundら(2005)を参考に構築した掃流砂量の計算を行う掃流砂輸送モデル、③底質の巻き上げ・移流拡散・沈降を考慮して浮遊砂濃度分布の計算を行う浮遊砂輸送モデル、④Roulundら(2005)を参考に構築した移動床の斜面崩壊の計算を行う斜面崩壊モデルから構成されている。

#### 3. 3. 1 漂砂の連続式

漂砂の連続式は次式のように表される。

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{1}{1-m} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + p_N + q_{sb}^s \right) = 0 \quad (39)$$

ここで、 $z_s$ は基準面からの移動床表面の高さ、 $m$ は空隙率、 $q_x$ と $q_y$ はそれぞれ $x$ 、 $y$ 軸方向の掃流砂量、 $p_N$ は底質の巻き上げ関数、 $q_{sb}^s$ は移動床表面での $z$ 軸方向の沈降による浮遊砂輸送フラックスである。したがって、 $q_x$ 、 $q_y$ 、 $p_N$ 、 $q_{sb}^s$ が決定できれば、式(39)より $z_s$ の時間変化を計算できることになる。

### 3. 3. 2 掃流砂輸送モデル

底質粒子として、非粘着性で均一の粒子径の球体を考える。このとき、底質粒子1個に作用する力として、式(40)に示す $z$ 軸方向下向きに作用する底質粒子の水中重量 $W$ 、底面流速による式(41)に示す乱流抵抗力 $F_D$ と式(42)に示す揚力 $F_L$ 、 $z$ 軸方向に作用する式(43)に示す移動床表面を出入りする浸透滲出流速による層流・乱流抵抗力あるいは式(44)に示す移動床表層の間隙水圧変動差による力 $F_w$  (上向きを正)を考える。ただし、底面流速と浸透滲出流速による慣性力の影響は無視する。また、限界Shields数を上回る状況では比較的大きい底面流速が生じていると考えられることから、底面流速による層流抵抗力の影響も無視することとする。

$$W = \frac{1}{6} \pi (\rho_s - \rho_w) g d_{50}^3 \quad (40)$$

$$F_D = \frac{1}{8} \pi \varepsilon C_{D1} \rho_w d_{50}^2 v_r^2 = C_{FD} v_r^2 \quad (41)$$

$$F_L = \frac{1}{8} \pi \varepsilon C_L \rho_w d_{50}^2 v_r^2 = k_L C_{FD} v_r^2 \quad (42)$$

$$F_w = \frac{1}{8} \pi \varepsilon_w C_{D1} \rho_w d_{50}^2 w |w| + 3 \pi \varepsilon_w C_{D2} \rho_w v_w d_{50} w \quad (43)$$

$$F_w = \frac{1}{4} \pi (p_{in} - p_{surf}) d_{50}^2 \quad (44)$$

ここで、 $v_r$ は底質粒子の位置における底質粒子の平均輸送速度 $v_b$ に対する相対底面流速、 $w$ は滲出を正とする浸透滲出流速( $z$ 軸方向流速)、 $p_{surf}$ は移動床表面での水圧変動、 $p_{in}$ は移動床内部での間隙水圧変動、 $C_{D2}$ は線形抵抗力係数、 $C_{D1}$ は非線形抵抗力係数、 $C_L$ は揚力係数、 $k_L$ は $C_L$ と $C_{D1}$ の比( $= C_L / C_{D1}$ )、 $C_{FD} = \pi \varepsilon C_{D1} \rho_w d_{50}^2 / 8$ 、 $\varepsilon$ は底面流速に対する遮蔽係数、 $\varepsilon_w$ は浸透滲出流速に対する遮蔽係数、 $\rho_w$ は水の密度、 $\nu_w$ は水の動粘性係数、 $\rho_s$ は底質粒子の密度、 $d_{50}$ は底質粒子の中央粒径、 $g$ は重力加速度である。

### 3. 3. 2. 1 限界Shields数(無次元限界掃流力)

移動限界時の底質粒子に作用する力を考える。まず $F_w \leq W$ のとき、移動限界時の底質粒子1個には、図-3.1に示す力が作用している。ここで、摩擦速度を $v_{fc}$ 、その係数を $C_{vf}$ 、斜面下向きに対する $v_{fc}$ の方向を $\alpha$ 、 $v_b$ に対する $v_{fc}$ の方向を $\Psi$ 、 $v_b$ に対する $v_r$ の方向を $\Psi_1$ としたとき、同図中の $F_{Dc}$ 、 $F_{Lc}$ 、 $v_{fc}$ 、 $v_{bc}$ 、 $v_{rc}$ 、 $\alpha_c$ 、 $\Psi_c$ 、 $\Psi_{1c}$ は移動限界時の $F_D$ 、 $F_L$ 、 $v_{fc}$ 、 $v_b$ 、 $v_r$ 、 $\alpha$ 、 $\Psi$ 、 $\Psi_1$ を表す。また、 $\beta$ は斜面の傾斜角、 $\mu_s$ は底質粒子の静止摩擦係数( $= \tan \theta_s$ ;  $\theta_s$ : 静止摩擦角)であり、 $\beta \leq \theta_s$ を満たす。いま移動限界時を考えていることから、 $v_{bc} = 0$ つまり $v_{rc} = C_{vf} v_{fc}$ かつ $\Psi_c = \Psi_{1c}$ であり、 $v_{bc}$ と同方向および直交方向の力のつり合いより次式が得られる。

$$v_{rc}^2 = \frac{\left\{ \mu_s \cos \beta - \sin \beta \cos(\alpha_c - \Psi_c) \right\}}{(\cos \Psi_c + \mu_s k_L) C_{FD}} (W - F_w) \quad (45) \quad \Psi_c = \arctan \left\{ \frac{(W - F_w) \sin \beta \sin \alpha_c}{C_{FD} v_{rc}^2 + (W - F_w) \sin \beta \cos \alpha_c} \right\} \quad (46)$$

ただし、 $\Psi_c$ は $\alpha_c$ と同符号かつ $|\Psi_c| \leq |\alpha_c|$ を満たす。したがって、限界Shields数を $\tau_{*c}$ とし、 $F_w = 0$ のときの水平面( $\beta = 0$ )での $\tau_{*c}$ 、 $v_{fc}$ 、 $v_{rc}$ をそれぞれ $\tau_{*c0}$ 、 $v_{fc0}$ 、 $v_{rc0}$ とすると、 $v_{rc} = C_{vf} v_{fc}$ と $v_{rc0} = C_{vf} v_{fc0}$ より

$$\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}} = \left\{ \frac{v_{fc}^2}{(\rho_s / \rho_w - 1) g d_{50}} \right\} / \left\{ \frac{v_{fc0}^2}{(\rho_s / \rho_w - 1) g d_{50}} \right\} = \left\{ \frac{v_{rc}^2}{C_{vf}^2 (\rho_s / \rho_w - 1) g d_{50}} \right\} / \left\{ \frac{v_{rc0}^2}{C_{vf}^2 (\rho_s / \rho_w - 1) g d_{50}} \right\} = \frac{v_{rc}^2}{v_{rc0}^2} \quad (47)$$

と変形でき、 $\tau_{*c}$ は式(47)から求められることになる。ここで、式(47)の $\tau_{*c0}$ は岩垣の式などにより与えられる。

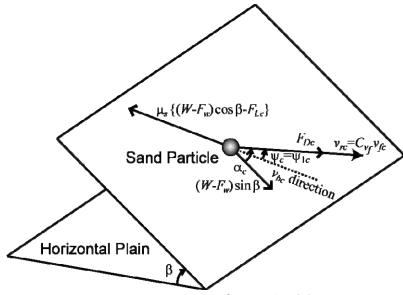


図-3.1 移動限界時に底質粒子に作用する力( $F_w \leq W$ ; 中村ら,2012)

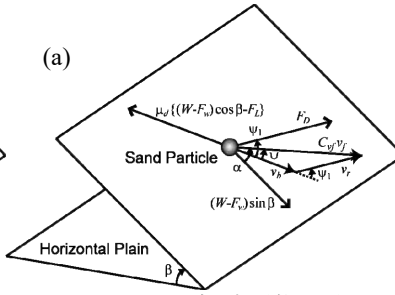
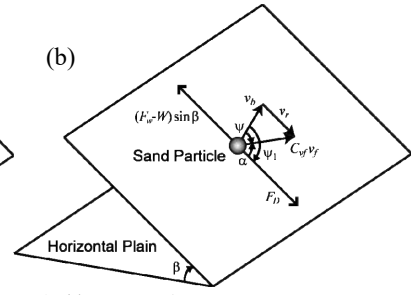


図-3.2 掃流形態で移動する底質粒子に作用する力：  
(a)  $F_w \leq W$ , (b)  $F_w > W$  (中村ら, 2012)



式(45)と式(46)の2つの式に対して未知数は $v_{rc}^2$ と $\Psi_c$ の2つであることから、 $v_{rc}^2$ は繰り返し計算により求められる。また、 $v_{rc0}^2$ は式(45)に $F_w = \beta = \Psi_c = 0$ を代入した次式から求められる。

$$v_{rc0}^2 = \frac{\mu_w W}{(1 + \mu_w k_L) C_{FD}} \quad (48)$$

一方、 $F_w > W$ のとき、底質粒子に静止摩擦力が作用しなくなることから、 $\tau_{*c}$ は次式のように表される。

$$\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}} = 0 \quad (49)$$

### 3. 3. 2. 2 掃流砂量

単位幅、単位時間当たりの*i*方向の掃流砂量 $q_i$ は、Engelund・Fredsoe (1976)による次式から求められる。

$$q_i = \frac{1}{6} \pi d_{50} p_{EF} v_{bi} \quad (50)$$

ただし、 $p_{EF}$ は掃流形態で移動する底質粒子の割合、 $v_{bi}$ は $v_b$ の*i*方向成分である。したがって、 $p_{EF}$ と $v_{bi}$ が決定できれば、 $q_i$ すなわち式(39)の $q_x$ と $q_y$ が求められることになる。まず、 $p_{EF}$ は

$$p_{EF} = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_* \leq \tau_{*c} \\ \frac{6}{\pi \mu_d} (\tau_* - \tau_{*c}) & \text{if } \tau_* > \tau_{*c} \end{cases} \quad (51) \quad \tau_* = \frac{v_f^2}{(\rho_s / \rho_w - 1) g d_{50}} \quad (52)$$

と与えられる(Fredsoe・Deigaard, 1992)。ここで、 $\mu_d$ は底質粒子の動摩擦係数(=  $\tan \theta_d$ ;  $\theta_d$ : 動摩擦角)、 $\tau_*$ はShields数であり、 $\theta_d \leq \theta_s$ を満たす。また、摩擦速度 $v_f$ は次式から求められる。

$$\frac{v_{surf}}{v_f} = 2 \int_0^{z_{vel}^+} \frac{1}{\left[ 1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2 (z' + \Delta z^+)^2} \left[ 1 - \exp\left\{ -(z' + \Delta z^+) / A \right\} \right]^2 \right]} dz' \quad (53)$$

ここで、 $v_{surf}$ は移動床表面から高さ $z_{vel}$ での接線方向流速の大きさ、 $z^+ = z v_f / \nu_w$ 、 $\kappa$ はKármán定数、 $A$ はvan Driest型減衰係数であり、 $k_s^+$ を粗度Reynolds数(=  $k_s v_f / \nu_w$ ;  $k_s$ : 等価砂粗度)とすると、 $\Delta z^+$ は次式のように与えられる。

$$\Delta z^+ = 0.9 \left\{ \sqrt{k_s^+} - k_s^+ \exp(-k_s^+ / 6) \right\} \quad (54)$$

続いて、式(50)の $v_{bi}$ を求めるために、図-3.2に示す掃流形態で移動する底質粒子1個を考える。まず図-3.2(a)に示す $F_w \leq W$ のとき、 $v_b$ と同方向および直交方向の力のつり合いより

$$\begin{aligned} F_D \cos \Psi_1 + (W - F_w) \sin \beta \cos(\alpha - \Psi) \\ = \mu_d \{ (W - F_w) \cos \beta - F_L \} \end{aligned} \quad (55) \quad F_D \sin \Psi_1 = (W - F_w) \sin \beta \sin(\alpha - \Psi) \quad (56)$$

が得られる。また、 $C_{Df} v_f$ 、 $v_b$ 、 $v_r$ 間の幾何学的関係より

$$v_r \sin \Psi_1 = C_{Df} v_f \sin \Psi \quad (57) \quad v_r \cos \Psi_1 + v_b = C_{Df} v_f \cos \Psi \quad (58)$$

が得られる。ここで、式(55)から式(58)の4つの式に対して未知数は $v_b$ 、 $v_r$ 、 $\Psi$ 、 $\Psi_1$ の4つであることから、繰

り返し計算により $v_b$ とその方向 $\Psi$ ，すなわち $v_{bi}$ が求められることになる．一方， $F_w > W$ のとき，底質粒子に動摩擦力が作用しなくなることから，図-3.2(b)に示すように底質粒子に作用する力は $F_D$ と $(F_w - W)\sin \beta$ となり，

$$\Psi_1 = \Psi - \alpha \quad (59)$$

が成立する．このとき，底面接線方向の力の釣り合いより

$$v_r = \sqrt{\frac{(F_w - W)\sin \beta}{C_{FD}}} \quad (60)$$

が得られる．また， $C_{vf}v_f$ ， $v_b$ ， $v_r$ 間の幾何学的関係より

$$v_b = C_{vf}v_f \cos \Psi - v_r \cos \Psi_1 \quad (61) \quad \Psi = \pm \frac{1}{2} \arccos \left\{ \frac{2(v_r \cos \alpha - C_{vf}v_f)^2}{v_r^2 \sin^2 \alpha + (v_r \cos \alpha - C_{vf}v_f)^2} - 1 \right\} \quad (62)$$

が得られる．ただし， $\Psi$ は $\alpha$ と逆符号を選択する．以上より，式(60)から $v_r$ が，式(62)から $v_b$ の方向 $\Psi$ が，式(59)から $v_r$ の方向 $\Psi_1$ が，式(61)から $v_b$ が順に求められることから，最終的に $v_{bi}$ が求められることになる．

### 3. 3. 3 浮遊砂輸送モデル

浮遊砂濃度 $C$ は，透過性材料の間隙内部にも適用できるように一般化した移流拡散方程式

$$m \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (q_j^C + q_j^D + q_j^S) = 0 \quad (63)$$

から求められる．ここで，透過性材料として内部への浮遊砂の侵入が考えられる捨石や消波ブロックを想定している．また， $q_i^C$ ， $q_i^D$ ， $q_i^S$ はそれぞれ移流，拡散，沈降による浮遊砂輸送フラックスであり，

$$q_i^C = m \bar{v}_i C \quad (64) \quad q_i^D = -m \varepsilon_s \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (65)$$

$$q_i^S = m w_{si} C \quad (66)$$

と表される．ここで， $\varepsilon_s$ は浮遊砂の乱流拡散係数， $w_{si}$ は底質粒子の沈降速度ベクトル(= $[0 \ 0 \ -w_s]^T$ ； $w_s$ ：底質粒子の沈降速度)であり， $w_s$ はRubeyの式などにより与えられる．

式(63)を解く際の移動床表面での境界条件として，Nielsenら(1978)に倣って，移動床表面での $z$ 軸方向の拡散による浮遊砂輸送フラックス $q_{zb}^D$ が底質の巻き上げ関数 $p_N$ に等しいとする条件を用い，その $p_N$ として

$$p_N = \begin{cases} 0 & \text{if } \tau_* \leq \tau_{*c} \\ C_p \left( \frac{\tau_* - \tau_{*c}}{\tau_{*c}} \right)^{1.5} \frac{(\rho_s / \rho_w - 1)^{0.6} g^{0.6} d_{50}^{0.8}}{v_w^{0.2}} & \text{if } \tau_* > \tau_{*c} \end{cases} \quad (67)$$

を用いる(Nielsen, 1992)．ここで， $C_p$ は底質の巻き上げ関数に関する無次元パラメータであり，定常流のとき $C_p = 0.00033$ である(Nielsen, 1992)．したがって，式(39)の $p_N$ は式(67)から，式(39)の移動床表面での $z$ 軸方向の沈降による浮遊砂輸送フラックス $q_{zb}^S$ は式(66)から決まることになる．

### 3. 3. 4 斜面崩壊モデル

移動床の傾斜角 $\beta$ が底質粒子の水中安息角 $\theta_r$ より微小角度 $\theta_r^+$ だけ上回ったときに斜面が崩壊し始め， $\theta_r$ より微小角度 $\theta_r^-$ だけ下回るまで崩壊し続ける現象が確認されている(Allen, 1985)．これに基づいて，Roulundら(2005)は，上述した掃流砂輸送モデルにおいて，傾斜角 $\beta$ が $\theta_r + \theta_r^+$ を上回ったとき，すべての底質粒子( $p_{EF} = 1$ )が静水中( $v_f = 0$ ， $\Psi = \Psi_1 = 180^\circ$ )で一定速度 $v_b$ で斜面下向き( $\alpha = 180^\circ$ )に崩壊すると仮定した．また，ここでは，斜面崩壊時における $F_L$ と $F_w$ の影響は十分に小さいと仮定する．このとき，式(55)から式(58)に，式(40)，式(41)， $F_L = F_w = v_f = 0$ ， $\alpha = \Psi = \Psi_1 = 180^\circ$ を代入して整理すると，斜面崩壊による底質粒子の平均輸送速度 $v_b^{slide}$ は

$$v_b^{slide} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d_{50}}{\varepsilon C_{D1}} (\rho_s / \rho_w - 1) g (\sin \beta - \mu_d \cos \beta)} \quad (68)$$

となる．ただし， $\theta_d \leq \theta_r - \theta_r^- \leq \beta$ を満たす必要がある．したがって，この式(68)と $p_{EF} = 1$ を式(50)に代入する

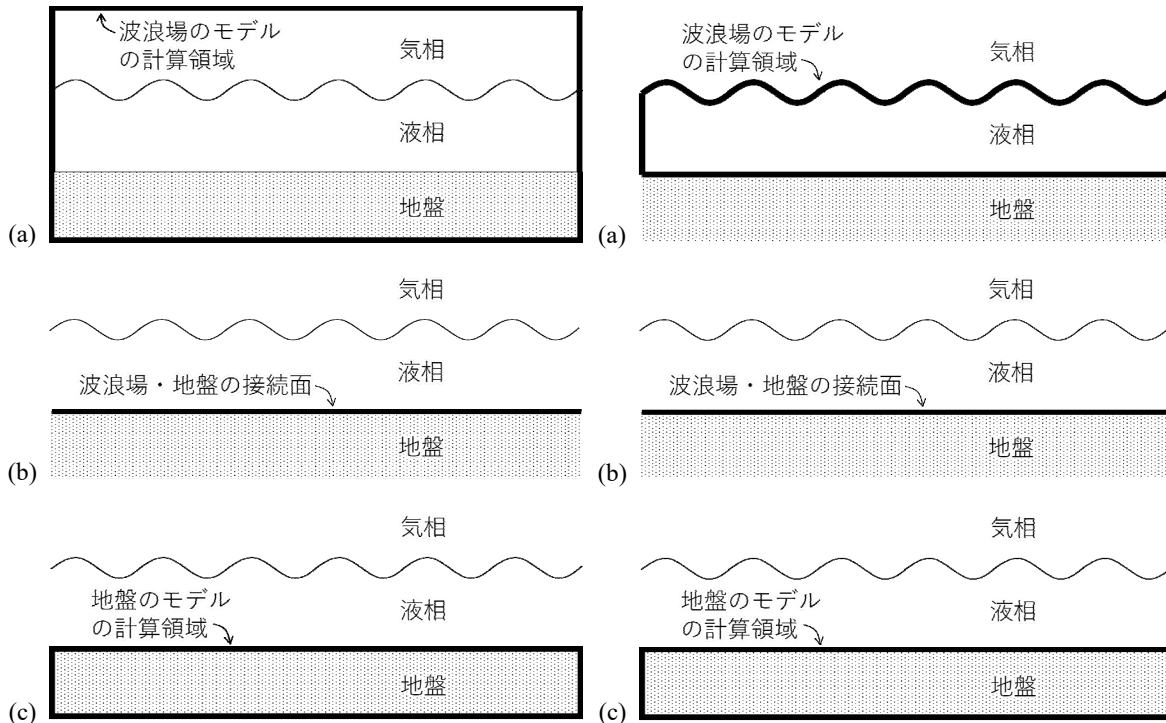


図-3.3 Type A (All)を採用しているFS3M  
における計算領域と接続面

図-3.4 Type W (Wave)を採用しているCADMAS  
GEO-SURFにおける計算領域と接続面

と、斜面崩壊による掃流砂量 $q_i^{slide}$ は以下のように求められる。

$$q_i^{slide} = \frac{\pi}{3} C_{slide} d_{50} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{d_{50}}{\varepsilon C_{D1}} (\rho_s / \rho_w - 1) g (\sin \beta - \mu_d \cos \beta)} \quad (69)$$

ここで、 $C_{slide}$ は斜面崩壊速度を調整するために導入したパラメータであり、宮本ら(2004)による水理実験結果との比較では $C_{slide} = 290.0$ のとき最も良好な結果が得られている(中村ら, 2016b)。また、斜面崩壊時には浮遊砂の巻き上げや沈降は生じないと仮定すると、式(39)に示した漂砂の連続式は

$$\frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{1}{1-m} \left( \frac{\partial q_x^{slide}}{\partial x} + \frac{\partial q_y^{slide}}{\partial y} \right) = 0 \quad (70)$$

となることから、式(69)と式(70)により斜面崩壊による $z_s$ の時間変化を計算できることになる。

### 3. 4 波浪場と地盤のカップリング

波浪場と地盤のカップリングには、前章で述べたように、Type A (All)とType W (Wave)がある。図-3.3と図-3.4に、FS3MとCADMAS GEO-SURFにおける波浪場および地盤のモデルの計算領域と両者の接続面を示す。ここで、同図(a)と(c)の太線で囲った範囲は各モデルの計算領域を、同図(b)の太線は両モデルの接続面を表している。Type Aのone-wayカップリングを採用しているFS3Mでは、まず図-3.3(a)に示す地盤内部を含む領域を波浪場のモデル(メインソルバー、VOFモジュール)で解き、得られた圧力と流速から同図(b)に示す地盤表面での圧力と流速を補間して求め、最後に同図(c)に示す領域にある地盤を地盤のモデル(FEMモジュール)で解く流れとなる。一方、Type Wのone-wayカップリングを採用しているCADMAS GEO-SURFでは、カップリング手法が数行しか記載されおらず不確かであるが、まず図-3.4(a)に示す地盤を除く領域を波浪場のモデル(CADMAS-SURF)で解き、得られた圧力から同図(b)に示す地盤表面での圧力を補間して求め、最後に同図(c)に示す領域にある地盤を地盤のモデルで解く流れとなる。なお、FS3Mは気液二相流モデル、CADMAS-SURFは液相のみを解く単相流モデルであるため、図-3.3(a)では気相を解析領域に含めているが、図-3.4(a)では含めていない。

Type Aのone-wayカップリングを採用しているFS3Mにおける計算の流れを図-3.5に示す。本章の冒頭で説明したように、FS3Mでは、波浪場のモデルを含むメインソルバー、VOFモジュール、IBモジュール、STモジュールは弱連成のtwo-wayカップリングにより接続されており、地盤のモデルであるFEMモジュールはそれらとType Aのone-wayカップリングにより接続されている。具体的には、以下の流れとなる。

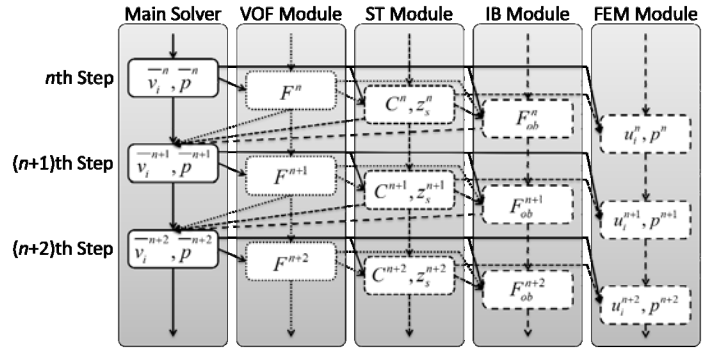


図-3.5 FS3Mにおける計算の流れ

1. メインソルバーを実行し、地盤内部を含む領域の流速 $\bar{v}_i$ と圧力 $\bar{p}$ を計算する。
2. メインソルバーから得られた値を用いてVOFモジュールを実行し、VOF関数 $F$ を計算する。
3. メインソルバーとVOFモジュールから得られた値を用いてSTモジュールを実行し、浮遊砂濃度 $C$ と移動床表面の高さ $z_s$ を計算する。
4. メインソルバー、VOFモジュール、STモジュールから得られた値を用いてIBモジュールを実行し、可動構造物の変位と体積率 $F_{ob}$ を計算する。
5. メインソルバーとSTモジュールから得られた値を用いてFEMモジュールを実行し、土骨格の変位 $u_i$ と間隙水圧 $p$ を計算する。
6. VOFモジュール、STモジュール、IBモジュールから得られた値をフィードバックしてメインソルバーを実行する。以上の手順を計算終了時刻まで繰り返す。

手順5において、メインソルバーから得られた $\bar{v}_i$ と $\bar{p}$ を用いて地盤表面を出入りする浸透滲出流速と地盤表面での圧力変動を線形補間して求め、求められた地盤表面での値をFEMモジュールに入力することで、地盤表面での流速および圧力の連続性を確保している。また、STモジュールから得られた $z_s$ を用いて初期値からの移動床表面の高さの変化量 $dz_s$ を求め、さらに次に $dz_s$ を代入して求めた単位面積当たりの鉛直方向の力 $F_{sz}$ を式(37)の $\hat{d}t$ に加えることで漂砂による地形変化の影響も考慮している(中村・水谷, 2013)

$$F_{sz} = -(\rho - \rho_w) g dz_s \quad (71)$$

#### 4. 格子法に基づく波浪・地盤連成解析手法としてのFS3Mの適用例

FS3Mの適用例として、地盤材料小委(2021)では、地盤および堤防内部の浸透現象、越流による堤防の侵食現象、遡上津波による陸上構造物周辺の洗掘現象を紹介している。ここでは、それ以外の適用例として、VOF法における不飽和状態の考慮(中村ら, 2019b)、杭周辺の局所洗掘現象(中村ら, 2022a, 2022b)、地盤の波浪応答の解析解との比較(中村・水谷, 2013)、津波作用時の海岸堤防基礎地盤の応答(中村ら, 2014a)を取り上げることとする。

##### 4. 1 VOF法における不飽和状態の考慮(中村ら, 2019b)

地盤の有効飽和度 $S_e$ が以下のvan Genuchtenの式(van Genuchten, 1980)で与えられるとする。

$$S_e = \frac{S_r - S_{rr}}{S_r - S_{rr}} = \left\{ 1 + (\alpha s)^{n^*} \right\}^{-m^*} \quad (72)$$

ここで、 $S_r$ 、 $S_{rs}$ 、 $S_{rr}$ は地盤の飽和度、最大飽和度、残留飽和度、 $s$ はサクシオン、 $\alpha$ 、 $m^*$ 、 $n^*$ は形状パラメータであり、 $m^*$ と $n^*$ は $m^* = 1 - 1/n^*$ の関係を満たす。ここで、谷(1982)に倣って地下水位が浅くでは圧力水頭 $\psi$ が地下水面を基準とする位置水頭 $z$ と釣り合う平衡状態を考えると、 $z$ は次式のように書ける。

$$z = -\psi = s_e / \rho_w g \quad (73)$$

ただし、 $s_e$ は平衡状態のサクシオン $s$ である。ここで、平衡状態の飽和度 $S_r$ を $S_{re}$ とすると、平衡状態の下では、地

下水位が与えられれば地下水表面以浅の $s_e$ の鉛直分布が式(73)から求められ、さらに $S_{re}$ の鉛直分布が式(72)から求められることになる。この平衡状態にある地盤に含まれる間隙水が計算開始とともに重力の作用によって落下しないようにするためには、平衡状態の飽和度 $S_{re}$ に対応するサクシオン $s_e$ をNS方程式に導入すればよい。ただし、等方的に作用する負圧のサクシオンを圧力 $\bar{p}$ の低下としてNS方程式に導入すると計算が不安定になると推測されたことから、簡易的に地盤に含まれる間隙水の質量に相当する鉛直上向きの力をNS方程式に導入した。具体的には、各計算格子での流体率を表すVOF関数 $F$ は地盤内部では飽和度 $S_r$ と等価であることから、NS方程式(2)に含まれる重力加速度ベクトルの $z$ 軸方向成分を次式のように修正した。

$$-g \rightarrow -g \left( 1 - \frac{\rho_w - \rho_a}{\hat{\rho}} \min(F_{Sre}, F) \right) \quad (74)$$

ここで、 $F_{Sre}$ は $S_{re}$ のときの $F$ である。なお、 $F$ が平衡状態を仮定した $F_{Sre}$ を下回っていた場合には、計算が不安定にならないように、 $F$ に対応する以上の鉛直上向きの力は作用しないようにしている。

以上の手法を、長さ2.75 m、高さ0.50 mの計算領域内に設定した天端幅0.35 m、高さ0.40 m、法面勾配1/2、中央粒径0.239 mm、空隙率0.51、残留飽和度 $S_{rr} = 12.0\%$ 、 $\alpha = 0.3924 \text{ kPa}^{-1}$ 、 $n^* = 3.852$ の不飽和堤防に適用した。ただし、最大飽和度 $S_{rs}$ は、 $F$ の最大値( $F = 1.0$ )との整合性を取るために、 $S_{rs} = 100\%$ とした。また、線形抵抗力係数 $C_{D2}$ は $C_{D2} = 30.0$ とした。そして、地下水表面が堤防の底面にあると想定し、式(72)に示したvan Genuchtenの式に従う飽和度の分布を図-4.1に示すように初期に堤防の内部に与えて、時刻 $t = 3600 \text{ s}$ まで計算を行った。ここで、図-4.1の黒色の実線は堤防の外形を表す。図-4.2にサクシオンの影響を考慮しなかったときの $F$ の分布を示す。同図より、サクシオンの影響を考慮していないため、計算開始とともに間隙水が重力の作用で徐々に下方に移動していることが分かる。

また、 $F$ の移流方程式の解法としてMARSが使われていることから、時間の経過とともに気液界面が徐々にシャープになり、 $F$ の分布が縞状になっている。そこで、堤防の内部における $F$ の移流計算にMARSの代わりに1次精度風上差分を使った結果を図-4.3に示す。同図より、間隙水は徐々に下方に移動しているものの、図-4.2のように $F$ の分布は縞状にはなっていないことが分かる。そこで、サクシオンの影響を考慮し、さらに堤防の内部における $F$ の移流計算に1次精度風上差分を使った結果を図-4.4に示す。図-4.1との比較より、 $t = 3600 \text{ s}$ においても $F$ の分布に変化はなく、堤防内部の不飽和状態を初期状態のまま保持できていることが分かる。

以上のように、地盤内部のサクシオンの影響を考慮し、さらに地盤の内部における $F$ の移流計算に1次精度風上差分を使った地盤および堤防内部の浸透現象と越流による堤防の侵食現象への適用例については、中村ら(2019b)や地盤材料小委(2021)を参照されたい。

#### 4. 2 杭周辺の局所洗掘現象(中村ら, 2022a, 2022b)

杭式離岸堤の杭周辺に生じる局所洗掘現象への適用例を示す。ここでは、円形断面の杭が沿岸方向に3本並んでいる図-4.5に示す状況を対象とした。ただし、計算負荷

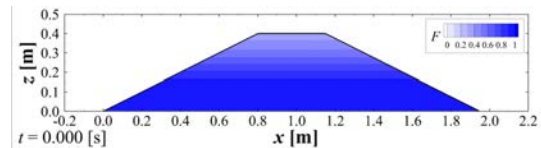


図-4.1 初期の流体率 $F$ の分布(中村ら, 2019b)

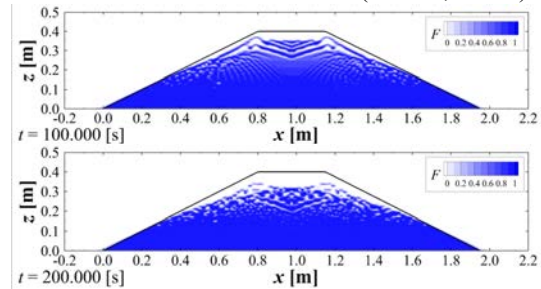


図-4.2 サクシオン未考慮, MARS使用時の流体率 $F$ の分布(中村ら, 2019b)

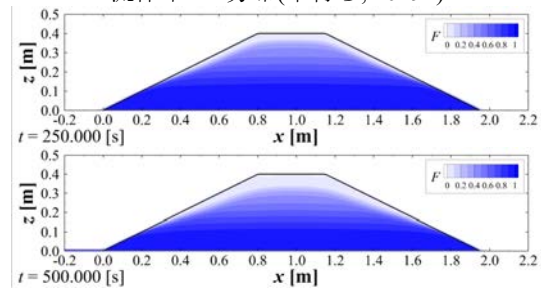


図-4.3 サクシオン未考慮, 1次精度風上差分使用時の流体率 $F$ の分布(中村ら, 2019b)

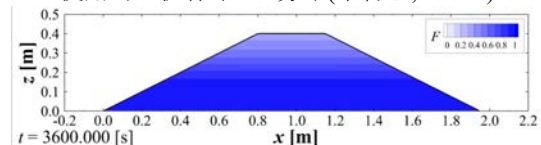
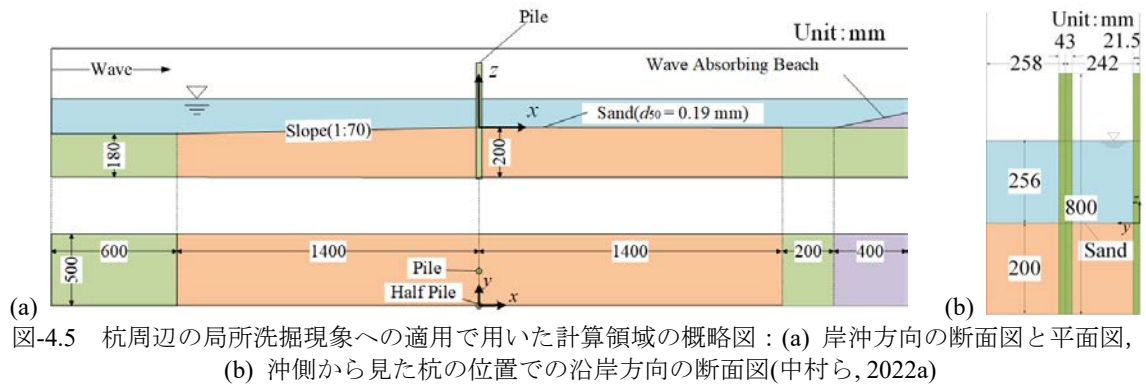


図-4.4 サクシオン考慮, 1次精度風上差分使用時の流体率 $F$ の分布(中村ら, 2019b)



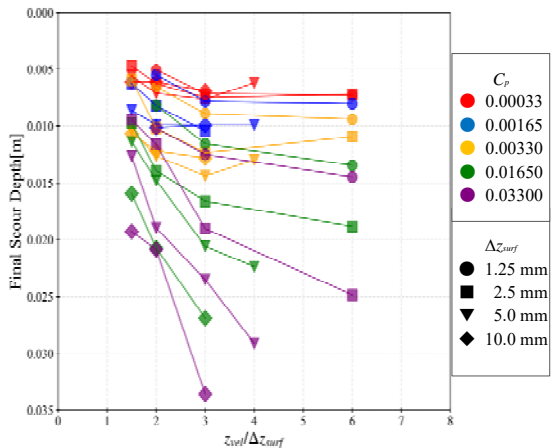
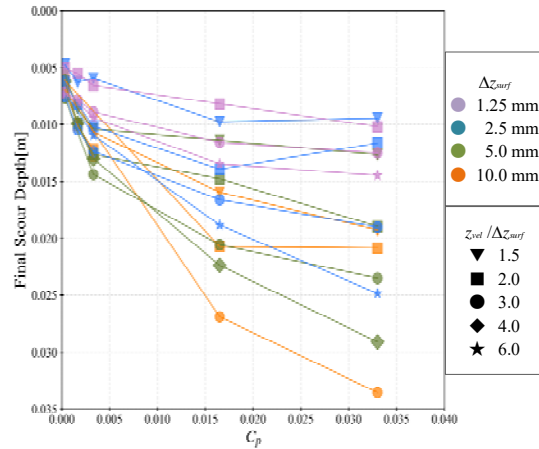
の軽減のために、中央の杭の中心( $y = 0$  m)を通る $xz$ 平面を対称面とする片側のみを解析対象とした。図-4.5に示すように、直径43 mmの円形断面の杭を $x = 0$  m,  $y = 0$  mと $x = 0$  m,  $y = 0.242$  mの位置に設定し、その沖側には勾配1/70の移動床を、岸側には水平な移動床を設定した。移動床を構成する底質粒子の中央粒径は0.19 mmとした。反射波の低減のため、 $x = 1.60$  mを法先、 $z = 0.40$  mを天端とする勾配1/20、中央粒径50 mm、空隙率0.5の透過性斜面と $x = 10.00$  mから岸側に $z = 0.40$  mを天端とする不透過鉛直壁を設定した。杭の位置での静水深は0.256 mとし、高波浪時を想定した杭の位置での波高が0.15 mとなる周期2.19 sの規則波を作用させた。ここでは、50波分に相当する109.5 sまで計算を行った。

杭の位置での漂砂形態をShibayama・Horikawa (1982)による底質粒子の運動形態の区分図に基づいて推定したところ、浮遊砂が卓越する結果が得られた。そこで、表-4.1に示すように浮遊砂に影響を与える3つのパラメータを変化させた。1つ目のパラメータとして、移動床表面近傍の $z = -0.1 \sim 0.05$  mでの鉛直方向の格子幅 $\Delta z_{surf}$ を1.25, 2.5, 5.0, 10 mmの4パターン変化させた。2つ目のパラメータとして、式(53)に示した接線方向流速 $v_{surf}$ の移動床表面からの高さ $z_{vel}$ を $\Delta z_{surf}$ の1.5~6倍の3~4パターン変化させた。3つ目のパラメータとして、式(67)に示した底質の巻き上げ関数 $p_N$ の係数 $C_p$ を定常流に対する0.00033の1~100倍の5パターン変化させた。

移動床表面の高さの初期値からの低下量を洗掘深としたとき、計算終了時に端部( $y = 0.242$  m)の杭周辺( $x = -0.2 \sim 0.2$  m,  $y = 0.121 \sim 0.363$  m)に生じていた洗掘深の最大値を最終洗掘深と定義する。このとき、最終洗掘深に与える $C_p$ の影響を図-4.6に示す。同図より、 $C_p$ の増加とともに最終洗掘深も増加する傾向があることが分かる。これは、 $C_p$ の増加とともに底質の巻き上げ量が増えることから、地盤高の低下が進んだためと

表-4.1 計算条件

$\Delta z_{surf}$ [mm]	$z_{vel}$ [mm]	$z_{vel} / \Delta z_{surf}$	$C_p$
1.25	2.5, 3.75, 7.5	2, 3, 6	0.00033
2.5	3.75, 5.0, 7.5, 15	1.5, 2, 3, 6	0.00165
5.0	7.5, 10, 15, 20	1.5, 2, 3, 4	0.00330
10.0	15, 20, 30	1.5, 2, 3	0.01650
			0.03300



考えられる。また、最終洗掘深の変化の傾向は $\Delta z_{surf}$ や $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ に依存することも確認できる。図-4.7に最終洗掘深に与える $z_{vel}$ の影響を示す。同図より、 $z_{vel} / \Delta z_{surf} = 3 \sim 4$ にかけて、 $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ の増加とともに最終洗掘深も大きくなる事が分かる。その一方で、 $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ が3~4以上になると、最終洗掘深の変化が小さくなっている。これは、 $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ が大きくなると、 $v_{surf}$ の位置が移動床の表面を含む計算格子から離れ、 $v_{surf}$ を補間して求める際における移動床内部の間隙流速の影響が小さくなったためと考えられる。図-4.8に最終洗掘深に与える $\Delta z_{surf}$ の影響を示す。同図より、 $\Delta z_{surf}$ が最終洗掘深に与える明確な傾向は確認できない。これは、 $\Delta z_{surf}$ を小さくして解像度を上げるだけでは、最終洗掘深の再現性の向上は期待できないことを示唆している。

続いて、洗掘深を $z_s$ 、杭径を $d$ としたとき、端部( $y = 0.242$  m)の杭周辺の $x = -0.5 \sim 0.5$  m、 $y = 0.121 \sim 0.363$  mの範囲において計算終了時に $z_s / d \geq 0.05$ の洗掘が生じていた計算格子の面積の和を最終洗掘面積と定義する。このとき、最終洗掘面積に与える $C_p$ の影響を図-4.9に示す。同図より、図-4.6に示した最終洗掘深の場合と同様に、 $C_p$ の増加とともに最終洗掘面積も増加する傾向があることから、 $C_p$ を大きくすると最終洗掘深と最終洗掘面積がともに大きくなる事が分かる。図-4.10に最終洗掘面積に与える $z_{vel}$ の影響を示す。同図より、最終洗掘面積が大きい条件では、 $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ の増加とともに最終洗掘面積は減少する傾向が確認できる。図-4.7に示したように、最終洗掘深は $z_{vel} / \Delta z_{surf} = 3 \sim 4$ にかけて $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ の増加とともに大きくなっていったことから、 $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ の増加は最終洗掘深と最終洗掘面積に異なる影響を与えている。最後に、図-4.11に最終洗掘面積に与える $\Delta z_{surf}$ の影響を示す。同図より、図-4.8に示したように最終洗掘深に与える $\Delta z_{surf}$ の明確な影響は確認されていなかったものの、最終洗掘面積は $\Delta z_{surf} = 5$  mmにかけて $\Delta z_{surf}$ の増加とともに大きくなる傾向が確認できる。

以上より、地形変化の再現性を向上させるためには、波浪場の計算精度と計算負荷のバランスの観点からできる限り小さな格子幅 $\Delta z_{surf}$ を設定した上で、最終洗掘深を増加させる効果と最終洗掘面積を減少させる効果をもつ $z_{vel} / \Delta z_{surf}$ を調整しつつ、最終洗掘深と最終洗掘面積をともに増加させる効果をもつ $C_p$ を決定すればよいと判断できる。

#### 4. 3 地盤の波浪応答の解析解との比較(中村・水谷, 2013) Yamamoto (1977)は、有限厚の海底地盤の波浪応答を対象と

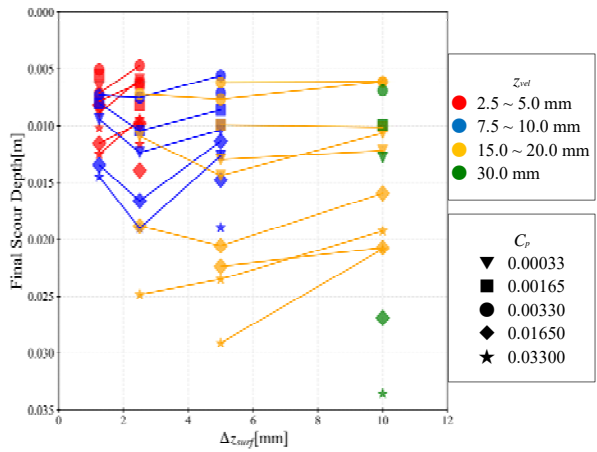


図-4.8 最終洗掘深に与える $\Delta z_{surf}$ の影響(中村ら, 2022a)

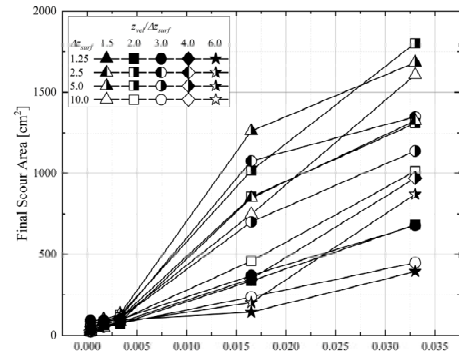


図-4.9 最終洗掘面積に与える $C_p$ の影響(中村ら, 2022b)

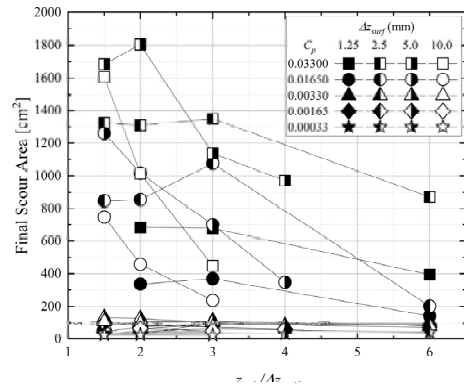


図-4.10 最終洗掘面積に与える $z_{vel}$ の影響(中村ら, 2022b)

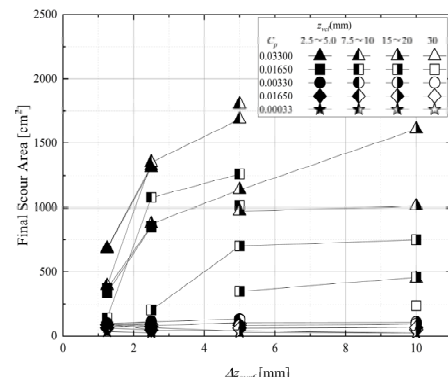


図-4.11 最終洗掘面積に与える $\Delta z_{surf}$ の影響(中村ら, 2022b)

した解析解をBiotの圧密方程式とHooke則から導いている。その解析解との比較を行った結果を示す。図-4.12に計算領域の概略図を示す。同図に示すように、 $x = 2.0 \sim 8.0$  mに厚さ0.30 mの地盤(中央粒径0.45 mm, 空隙率 $m = 0.4$ , 土粒子の密度 $\rho_s = 2.65 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>, せん断弾性係数 $G = 10^8$  N/m<sup>2</sup>, Poisson比 $\nu = 0.33$ )を設定した。また、水の見かけの体積弾性係数 $K_w$ は、空気の数々の混入を仮定して、真値( $2.2 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>)の100倍( $2.2 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup>)と1万倍( $2.2 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>)の2パターン変化させた。地盤の透水係数 $k_s$ はKozeny-Carmanの式から求めた。

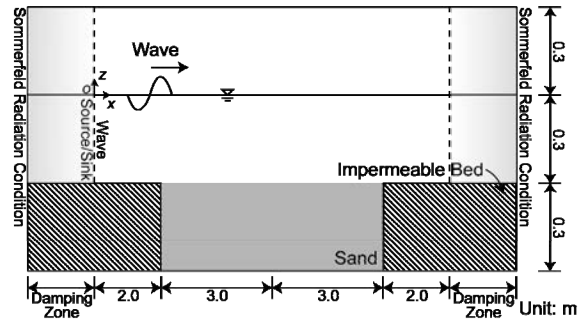


図-4.12 地盤の波浪応答の解析解との比較で用いた計算領域の概略図(中村・水谷, 2013)

そして、地盤上での静水深を0.30 mとし、地盤中央( $x = 5.0$  m)での波高 $H_i$ が3.0 cmとなる周期 $T = 1.0$  sの規則波を造波した。なお、Yamamoto (1977)の解析解にあわせて漂砂による地形変化は生じないとした。

地盤中央の $x = 5.0$  mにおける間隙水圧変動 $P$ , 土骨格の水平変位 $\xi$ , 土骨格の鉛直変位 $\zeta$ に関して、解析解と数値計算結果の比較を図-4.13と図-4.14に示す。ここで、 $t$ は時間である。また、 $P$ はFEMモジュールから求められた間隙水圧変動である。同図の解析解より、 $P$ や $\zeta$ の振幅は地盤の表面から離れるとともに小さくなっている一方で、 $\xi$ の振幅は $z = -0.4$  mが最も大きくなっていることが分かる。また、 $K_w = 2.2 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup>のとき、 $P$ は $z$ によらずほぼ同位相で変動している一方で、 $K_w = 2.2 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>のときは、 $P$ に位相遅れが生じていることが確認できる。解析解では、支配方程式としてBiotの圧密方程式を使い、地盤表面には解析的に求めた圧力変動を与えている。一方、FS3Mでは、FEMモジュールの支配方程式としてu-p形式のBiot式を使い、Type Aのone-wayカップリングとして地盤表面に圧力変動を与えるだけでなく、地盤表面での水の出入りを考慮している。このように両者で条件が異なっているものの、解析解と同様の傾向は数値計算結果からも認められることから、FEMモジュールおよびカップリングの妥当性が確認できた。

#### 4. 4 津波作用時の海岸堤防基礎地盤の応答(中村ら, 2014a)

越流した津波による海岸堤防裏法尻の洗掘と洗掘発生時の地盤の波浪応答への適用例を示す。図-4.15に計

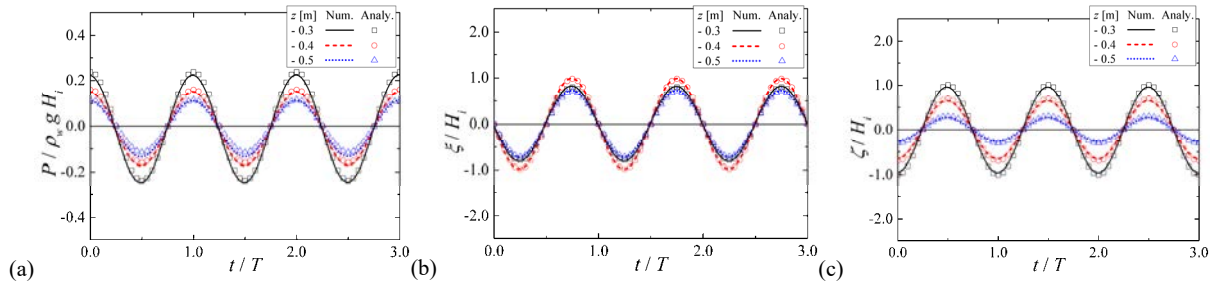


図-4.13 地盤の波浪応答の解析解との比較( $K_w = 2.2 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup>) : (a) 間隙水圧変動 $P$ , (b) 土骨格の水平変位 $\xi$ , (c) 土骨格の鉛直変位 $\zeta$ (中村・水谷, 2013)

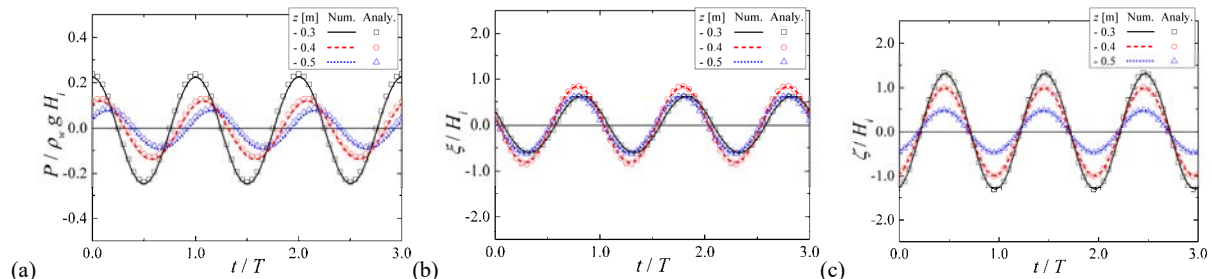


図-4.14 地盤の波浪応答の解析解との比較( $K_w = 2.2 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>) : (a) 間隙水圧変動 $P$ , (b) 土骨格の水平変位 $\xi$ , (c) 土骨格の鉛直変位 $\zeta$ (中村・水谷, 2013)

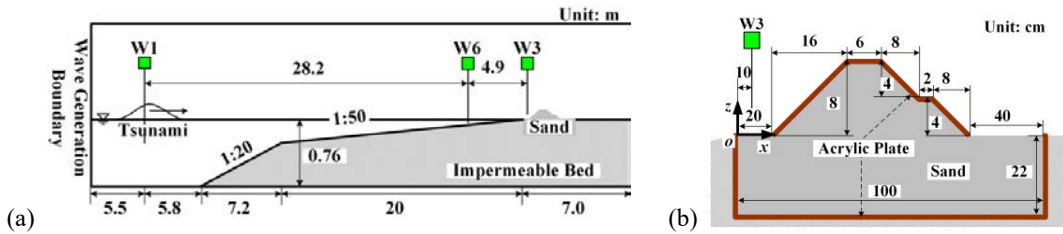


図-4.15 津波作用時の海岸堤防基礎地盤の応答で用いた計算領域の概略図と水位の計測・出力位置(W1, W3, W6) : (a) 計算領域全体, (b) 海岸堤防周辺(中村ら, 2014b)

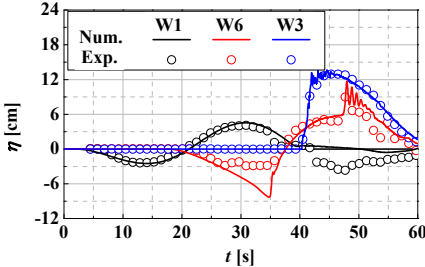


図-4.16 水位変動 $\eta$ の比較(中村ら, 2014a)

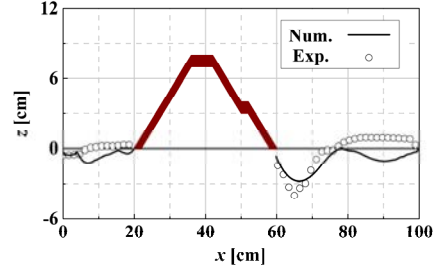


図-4.17 津波作用後の地形の比較(中村ら, 2014a)

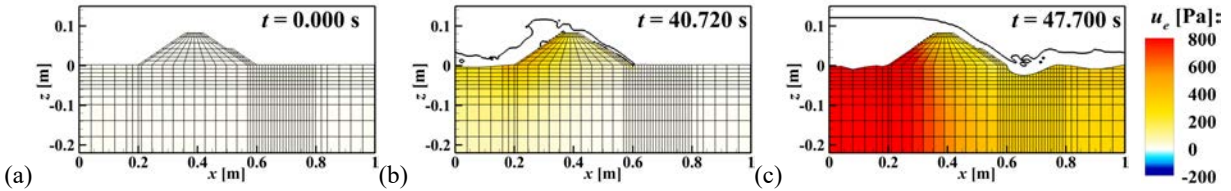


図-4.18 津波越流時の過剰間隙水圧 $u_e$ の分布(中村ら, 2014a)

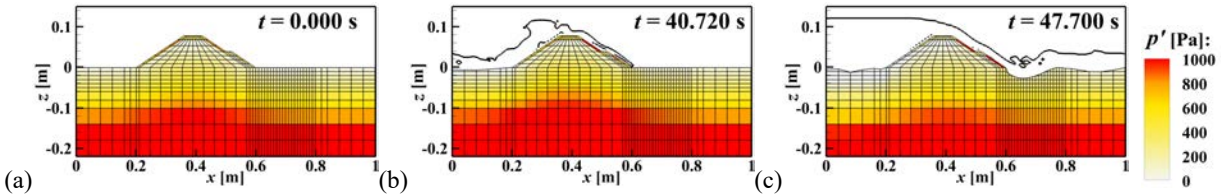


図-4.19 津波越流時の平均有効応力 $p'$ の分布(中村ら, 2014a)

算領域の概略図を示す. 同図に示すように, 計算領域内に1/20勾配斜面, 1/50勾配斜面, 水平床からなる不透過海底床を設定し, 水平床の沖側端に設けた長さ1.0 m, 深さ0.22 mの掘り込み内に中央粒径0.17 mmの移動床を敷き詰めた. そして, 厚さ10 mmの不透過材料で被覆された海岸堤防(天端幅0.06 m, 高さ0.08 m, 表法勾配2割, 裏法勾配2割, 中詰材0.17 mm)を設置した. このとき, 海岸堤防の中詰材を含む移動床の空隙率は0.40, 底質粒子の密度は $2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , せん断弾性係数 $G$ は $1.00 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ , ポアソン比 $\nu$ は0.33とし, 透水係数 $k_s$ はKozeny-Carmanの式から $3.13 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ とした. 被覆工は, CADMAS GEO-SURFを使っている高山ら(2005)に倣って, 不透水性で高剛性の地盤として取り扱い, アクリルの物性値(密度 $1.19 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 0.0$ ,  $G = 1.16 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ,  $\nu = 0.35$ )を与えた. 水の見かけの体積弾性係数は, 空気の若干の混入を仮定して,  $2.20 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ とした. そして, 静水深は水平床の表面と静水面が一致する0.76 mとし, 津波をモデル化した造波波高0.115 m, 周期37.0 sの引き波初動の長周期波1波を作用させた.

水位変動 $\eta$ と津波作用後の地形に関して, 水理実験結果と数値計算結果の比較を図-4.16と図-4.17に示す. 図-4.16より, 水理実験において吸収制御を行っていた影響でW1での2波目の引き波と, 計測装置の設置の都合上, W6での最初の引き波を過小評価している点を除けば, 水理実験結果との良好な一致が確認できる. 図-4.17より, 数値計算では, 洗掘岸側の堆積が再現できておらず, 洗掘が生じていることが分かる. この点に関して, 大規模実験では堆積がほとんど生じず問題とはならないものの(中村・水谷, 2014, 2016), 小規模実験を対象とした再現計算では図-4.17に示したように堆積の再現ができず, 今後の課題である(犬飼ら, 2017;

中村ら, 2019a). ただし, 堤防の安定性に関わる裏法尻の洗掘は概ね再現できていることが確認できる.

図-4.18に過剰間隙水圧 $u_e$ の分布を, 図-4.19に圧縮を正とする平均有効応力 $p'$ の分布を示す. 津波作用直後は, 図-4.18(b)に示すように, 堤防の沖側部分の $u_e$ が若干増加していることが確認できる. このとき, 図-4.19(b)を同図(a)と比較すると, 堤防下部の $p'$ は堤防の上に乗った水塊の影響で若干上昇している程度であることが分かる. ただし, 津波作用時に陸上構造物沖側隅角部の地盤(中村・水谷, 2012; 地盤材料小委, 2021)に生じていたような移動床表層の $p'$ が負値になる現象は図-4.19(c)からは確認できない.

## 5. おわりに

本稿では, まず地盤材料小委(2021)執筆以降の格子法に基づく波浪・地盤連成解析の発展を紹介した. 地盤材料小委(2021)の5.2節とあわせてご覧頂くと, 全体の流れが把握できると思われる. 続いて, 格子法に基づく波浪・地盤連成解析の例として, CADMAS GEO-SURF・CADMAS-SURF/3Dの説明を適宜入れつつ, 著者らが開発・高度化を進めているFS3Mとその適用例を紹介した. 地盤材料小委(2021)の5.5節では, 式(5)に示した透過性材料による線形・非線形抵抗力のモデル化とそのモデル化の観点から見た相似則の影響の説明を行っていることから, あわせてご覧頂くとさらに理解を深められるのではないかとと思われる.

前節や地盤材料小委(2021)の5.5節で説明したように, FS3Mを用いることで波浪と地盤が関わる現象だけでなく可動構造物の運動や漂砂による地形変化も関わる様々な現象の計算を行うことができることから, それらが関わる現象の理解に貢献するものと考えられる. ただし, 課題も残されている. 例えば, FS3Mを含むType Aのカップリングを採用しているモデルでは, 地盤材料小委(2021)の5.3節において述べられているように, 波浪場のモデルの支配方程式と地盤のモデルにおける浸透流の支配方程式が異なっているため, 地盤内の流速・圧力として波浪場のモデルからの解と地盤のモデルからの解の2つの異なる解が得られることになる. そのため, 両者の整合性をとったモデルとすることで, 波浪場と地盤の統一的な解法に近づくのではないかと考えられる. また, FS3Mに限って言えば, 地盤のモデルにおける漂砂による地形変化の考慮(3.4節)や波浪場のモデルにおける不飽和状態の考慮(式(5), 4.1節)は他には見られない特徴ではあるものの, 簡易的にしか取り扱っていないことから, 地盤のモデル(土骨格の変位)と漂砂のモデル(地形変化)の整合性, 波浪場のモデル(透過性材料による抵抗力)と不飽和浸透流解析(不飽和透水係数, 透気係数)の整合性なども取る必要があると考えられる. そのため, さらなる改良・高度化が不可欠であると考えている.

最後に, 大学・高専の教員・学生の方には, 本稿で紹介したFS3Mを非営利の研究開発目的および教育目的に限りご利用頂けるようにしたいと思います. ご希望の方は著者までご連絡ください. なお, 学生の方は指導教員に相談の上, 指導教員の方よりご連絡をお願い致します.

## 参考文献

- 有川太郎, 山田文則, 秋山実(2005): 3次元数値波動水槽における津波波力に関する適用性の検討, 海岸工学論文集, 第52巻, pp. 46-50.
- 有富正憲, 秋山守(2001): 新しい気液二相流数値解析—多次元流動解析, コロナ社, 261 p.
- 市川康明(1990): 地盤力学における有限要素入門, 日科技連出版社, 177 p.
- 犬飼一博, 栗山康弘, 水谷法美, 中村友昭, 牛木賢司, 神保正暢(2017): 津波越流時の海岸堤防の粘り強さ評価における数値解析の適用性, 土木学会論文集B2(海岸工学), Vol. 73, No. 2, pp. I\_649-I\_654.
- 岩田好一朗, 川崎浩司, 金度三(1995): 水中構造物による砕波の数値解析, 海岸工学論文集, 第42巻, pp. 781-785.
- 梶島岳夫(2017): 乱流の数値シミュレーション 改訂版 訂正1版, 養賢堂, 285 p.
- 梶島岳夫, 瀧口智志, 浜崎洋至, 三宅裕(2000): 渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間乱流の構造, 日本機械学会論文集B編, 第66巻, 第647号, pp. 1734-1741.
- 功刀資彰(1997): 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集B編, 第63巻, 第609号, pp. 1576-1584.
- 地盤工学会(2001): 講座 有限要素法の基礎と地盤工学への応用, 地盤工学会誌, 第47巻, 第2-12号.

- 地盤工学会(2020a)：地盤技術者のためのFEMシリーズ 1. 有限要素法をまなぶ，丸善出版，208 p.
- 地盤工学会(2020b)：地盤技術者のためのFEMシリーズ 2. 有限要素法をわかる，丸善出版，190 p.
- 地盤工学会(2020c)：地盤技術者のためのFEMシリーズ 3. 有限要素法をつかう，丸善出版，184 p.
- 蔣勤，高橋重雄，村西佳美，磯部雅彦(2000)：波・地盤・構造物の相互作用に関するVOF-FEM予測モデルの開発，海岸工学論文集，第47巻，pp. 51-55.
- 大宮司久明，三宅裕，吉澤徹(1998)：乱流の数値流体力学 モデルと計算法，東京大学出版会，680 p.
- 高橋重雄，鈴木高二朗，村西佳美，磯部雅彦(2002)：波・地盤・構造物の相互作用に関するU- $\pi$ 形式VOF-FEM (CADMAS GEO-SURF) の開発，海岸工学論文集，第49巻，pp. 881-885.
- 高山知司，辻尾大樹，安田誠宏，谷口昇太郎，高橋重雄，水谷雅裕(2005)：波浪による構造物の運動を考慮した地盤内間隙水圧の波浪応答に関する数値計算，海岸工学論文集，第52巻，pp. 851-855.
- 谷誠(1982)：一次元鉛直不飽和浸透によって生じる水面上昇の特性，日本林学会誌，第64巻，第11号，pp. 409-418.
- 土木学会 応用力学委員会 計算力学小委員会(2008)：いまさら聞けない計算力学の常識，丸善出版，384 p.
- 土木学会 海岸工学委員会 水理模型実験における地盤材料の取扱方法に関する研究小委員会(2021)：水理模型実験の理論と応用—波動と地盤の相互作用—，丸善出版，177 p.
- 土木学会 海岸工学委員会 数値波動水槽研究小委員会(2012)：数値波動水槽 砕波波浪計算の深化と耐波設計の革新を目指して，丸善出版，228 p.
- 中村友昭，鈴木愛美，趙容桓，水谷法美(2016a)：浮遊砂による流体の粘度の変化と一樣流および津波による流動場に与える影響に関する研究，土木学会論文集B3(海洋開発)，Vol. 72, No. 2, pp. I\_163-I\_168.
- 中村友昭，谷口淳也，趙容桓，水谷法美(2019a)：越流津波による海岸堤防裏法尻の洗掘の数値解析と蛇籠工の効果の評価，土木学会論文集B2(海岸工学)，Vol. 75, No. 2, pp. I\_703-I\_708.
- 中村友昭，趙容桓，水谷法美(2016b)：漂砂による地形変化計算時における斜面崩壊の取り扱いに関する一考察，土木学会第71回年次学術講演会，II-219, pp. 437-438.
- 中村友昭，趙容桓，水谷法美(2019b)：不飽和地盤へ適用可能なVOF法に基づく数値計算モデルの開発と不飽和地盤の浸透，侵食現象への適用，土木学会論文集B3(海洋開発)，Vol. 75, No. 2, pp. I\_229-I\_234.
- 中村友昭，内藤龍之介，趙容桓，水谷法美，山野貴司(2022a)：杭式構造物の杭基礎周辺の局所洗掘に与える漂砂パラメータの影響と機械学習による評価，土木学会論文集B3(海洋開発)，Vol. 78, No. 2, 印刷中.
- 中村友昭，内藤龍之介，趙容桓，水谷法美，山野貴司(2022b)：杭式構造物の杭基礎周辺の洗掘面積に与える漂砂パラメータの影響に関する一考察，土木学会第77回年次学術講演会，II-90, 印刷中.
- 中村友昭，根笹裕太，小竹康夫，水谷法美(2014a)：海岸堤防を越流する津波による洗掘の発生機構と被覆工の安定性に関する研究，土木学会論文集B2(海岸工学)，Vol. 70, No. 2, pp. I\_501-I\_505.
- 中村友昭，根笹裕太，水谷法美(2014b)：津波の越流に対する海岸堤防の対策法の有効性に関する数値解析，土木学会論文集B2(海岸工学)，Vol. 70, No. 2, pp. I\_956-I\_960.
- 中村友昭，水谷法美(2012)：渦と浸透滲出流の影響を考慮した漂砂計算手法と遡上津波による陸上構造物周辺の洗掘現象への適用に関する研究，土木学会論文集B3(海洋開発)，Vol. 68, No. 1, pp. 12-23.
- 中村友昭，水谷法美(2013)：地形変化の影響を考慮した地盤解析手法の開発とその適用，土木学会論文集B2(海岸工学)，Vol. 69, No. 2, pp. I\_1026-I\_1030.
- 中村友昭，水谷法美(2014)：海岸堤防を越流する津波と裏法尻の洗掘に関する数値解析，土木学会論文集B3(海洋開発)，Vol. 70, No. 2, pp. I\_516-I\_521.
- 中村友昭，水谷法美(2016)：津波の越流による海岸堤防裏法尻の洗掘に関する大規模実験の数値シミュレーション，ながれ，日本流体力学会，第35巻，第5号，pp. 379-390.
- 藤井孝蔵(1994)：流体力学の数値計算法，東京大学出版会，234 p.
- 藤井孝蔵，立川智章(2020)：Pythonで学ぶ流体力学の数値計算法，オーム社，276 p.
- 水谷法美，前田健一郎，Ayman M. Mostafa，William G. McDougal(1996)：透水性構造物の抵抗係数の評価と波・潜水透水性構造物の非線形相互作用の数値解析，海岸工学論文集，第43巻，pp. 131-135.
- 水谷法美，Ayman M. Mostafa(1997)：波の非線形を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関する研究，海岸工学論文集，第44巻，pp. 926-930.
- 宮本順司，佐々真志，徳山領一，関口秀雄(2004)：水中堆積物の重力流れと凝固・堆積過程の観察，海岸工学論文集，第51巻，pp. 401-405.
- 吉田望(2020)：液状化現象—メカニズムから数値解析まで，森北出版，384 p.
- Eric Cruz，横木裕宗，磯部雅彦，渡辺晃(1993)：非線形波動方程式に対する無反射境界条件について，海岸工学論文集，第40巻，pp. 46-50.

- Allen, J. R. L. (1985): *Principles of Physical Sedimentology*, Allen and Unwin, 272 p.
- Brackbill, J. U., Kothe, B. D., and Zemach, C. (1992), A continuum method for modeling surface tension, *J. Comp. Phys.*, Vol. 100, pp. 335-354.
- Chen, L., Jeng, D.-S., Liao, C., and Tong, D. (2019): Wave-induced seabed response around a dumbbell cofferdam in non-homogeneous anisotropic seabed, *J. Marine Sci. Eng.*, Vol. 7, No. 6, 28 p.
- Cui, L. and Jeng, D.-S. (2021): Seabed liquefaction around breakwater heads at a river mouth: an integrated 3D model, *Ocean Eng.*, Vol. 242, 26 p.
- Engelund, F. and Fredsøe, J. (1976): A sediment transport model for straight alluvial channels, *Nordic Hydrology*, Vol. 7, pp. 293-306.
- Fredsøe, J. and Deigaard, R. (1992): *Mechanics of Coastal Sediment Transport*, Advanced Series on Ocean Eng. Vol. 3, World Scientific, 369 p.
- Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, R., and Zaleski, S. (1999): Volume-of-fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows, *J. Comp. Phys.*, Vol. 152, No. 2, pp. 423-456.
- Hinatsu, M. (1992): Numerical simulation of unsteady viscous nonlinear waves using moving grid system fitted on a free surface, *J. Kansai Society of Naval Architects*, Vol. 217, pp. 1-11.
- Kobayashi, H. (2005): The subgrid-scale models based on coherent structures for rotating homogeneous turbulence and turbulent channel flow, *Phys. Fluids*, Vol. 17, 12 p.
- Liang, Z. and Jeng, D.-S. (2021): PORO-FSSI-FOAM model for seafloor liquefaction around a pipeline under combined random wave and current loading, *Applied Ocean Res.*, Vol. 107, 14 p.
- Liang, Z., Jeng, D.-S., and Liu, J. (2020): Combined wave-current induced seabed liquefaction around buried pipelines: design of a trench layer, *Ocean Eng.*, Vol. 212, 21 p.
- Liu, J., Chen, S., Li, X., and Liang, Z. (2021): Three-dimensional modelling of non-linear wave-induced seabed response around offshore open-ended pile, *J. Marine Sci. Eng.*, Vol. 9, No. 11, 20 p.
- Nielsen, P. (1992): *Coastal Bottom Boundary Layers and Sediment Transport*, Advanced Series on Ocean Eng. Vol. 4, World Scientific, 340 p.
- Nielsen, P., Svendsen, I. A., and Staub, C. (1978): Onshore-offshore sediment movement on a beach, *Proc., Int. Conf. on Coastal Eng.*, ASCE, Vol. 16, pp. 1475-1492.
- Roulund, A., Sumer, M., Fredsøe, J., and Michelsen, J. (2005): Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile, *J. Fluid Mech.*, Vol. 534, pp. 351-401.
- Scardovelli, R. and Zaleski, S. (2000): Analytical relations connecting linear interfaces and volume fractions in rectangular grids, *J. Comp. Phys.*, Vol. 164, No. 1, pp. 228-237.
- Shibayama, T. and Horikawa, K. (1982): Sediment transport and beach transformation, *Proc., Int. Conf. on Coastal Eng.*, ASCE, pp. 1439-1458.
- Smagorinsky, J. (1963): General circulation experiments with the primitive equations, I. The basic experiments, *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99-164.
- van Genuchten, M. T. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, Vol. 44, pp. 892-898.
- Wang, L.-H., Zhang, J.-F., Cai, R.-B., and Li, J.-Y. (2021): Wave effects on the anti-liquefaction of the seabed around composite bucket foundation of offshore wind turbines, *J. Hydrodynamics*, Vol. 33, No. 6, pp. 1291-1302.
- Xiao, F., Yabe, T., Ito, T., and Tajima, M. (1997): An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, *Comp. Phys. Communications*, Vol. 102, pp. 147-160.
- Yamamoto, T. (1977): Wave induced instability in seabeds, *Proc., Coastal Sediments '77*, ASCE, pp. 898-913.
- Zhai, H. and Jeng, D.-S. (2022): Two-way coupling model for wave-induced oscillatory soil response around marine structures, *Ocean Eng.*, Vol. 249, 25 p.
- Zhang, J., Song, S., Zhai, Y., Tong, L., and Guo, Y. (2019): Numerical study on the wave-induced seabed response around a trenched pipeline, *J. Coastal Res.*, Vol. 35, No. 4, pp. 896-906.
- Zhang, J., Tong, L., Zheng, J., He, R., and Guo, Y. (2018): Effects of soil-resistance damping on wave-induced pore pressure accumulation around a composite breakwater, *J. Coastal Res.*, Vol. 34, No. 3, pp. 573-585.
- Zhao, H.-Y., Zhu, J.-F., Zheng, J.-H., and Zhang, J.-S. (2020): Numerical modelling of the fluid-seabed-structure interactions considering the impact of principal stress axes rotations, *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, Vol. 136, 18 p.
- Zhu, J.-F., Zhao, H.-Y., and Jeng, D.-S. (2020): Effect of principal stress rotation on dynamic characteristics of a sandy seabed under a partially reflected standing wave, *Ocean Eng.*, Vol. 196, 17 p.