

水工学シリーズ 22-B-5

流体と地盤の模型実験の相似則

港湾空港技術研究所 地盤改良研究グループ長

高橋 英紀

土木学会

水工学委員会・海岸工学委員会

2022年9月

流体と地盤の模型実験の相似則

Similarity Law for Fluid and Ground Model Tests

高橋 英紀

Hidenori TAKAHASHI

1. はじめに

海の波や流れに関する研究は海岸工学分野で、地盤に関する研究は地盤工学分野で、それぞれ検討されてきたこともあり、両者が複合する問題に関しては十分には解明が進んでいない。その解明には模型実験を実施することが有効的であるが、海岸工学分野での水理実験では地盤は簡単にモデル化されることが多いし、地盤工学分野での模型実験では水理外力は機械装置による载荷などに置き換えられることが多い。しかしながら、流体と地盤の両者を直接的に模型材料として用いないと再現できない現象も多い。そこで、最近では流体と地盤を複合して模型実験を行うことも増えている。一方、実物の構造物をそのまま幾何学的に縮尺しても、同じ挙動を再現できない。模型はあくまで模型であって実物とは異なる。そこで、流体と地盤のそれぞれの挙動、それらが複合して生じる現象の特性を理解した上で、実物と模型での各諸元の比を定めておく必要がある。各諸元の比が分かれば、模型実験の結果から実物の挙動を推測でき、模型実験は有用となる。この比が相似比であり、それを司る法則が相似則である。本稿では、まず、模型実験における相似則の役割と導き方について述べる（2章）。ついで、これまでの知見とその延長上で導ける流体あるいは地盤の個別の相似則について説明する（3章、4章）。本稿の主題である流体と地盤の複合する現象の相似則についても考えてみる（5章）。最後に、著者が実施した模型実験の事例を紹介し、相似則を考察してみる（6章）。なお、本稿の前半は文献の一部^{1,1)}をまとめたものであり、詳細は当文献を参照されたい。

2. 相似則の役割

車や飛行機などの機械にしても、ビルや建物、橋梁、堤防などの建築・土木構造物にしても、色々な力加わることによって、変形したり壊れたりする可能性がある。有害な変形や破壊が生じないように、物を設計して製作する必要がある。また、空気や水の流れを予測したいこともある。このような場合、実物で実験を行い、その挙動を調べることが理想ではある。しかしながら、特に規模が大きい土木・建築構造物で、実物の構造物を用いて実験することはかなり難しい。例えば、地震で堤防が壊れるかどうか調べたい場合、堤防を作り、実際に地震を起こすことはほぼ不可能であろう。そこで必要になるのが実物の代用品である模型を用いた実験である。模型を用いて実験を行えば、挙動を細かく観察でき、時間もコストもそれ程大きくならない。現在、コンピュータの処理能力の向上とともに、数値解析技術が発達してきているが、模型実験の持つ「リアリティ」（本物の材料、実際の動きを見られる）は未だに魅力的である。なぜなら、数値解析では既に解明されている現象を定式化し、その挙動の再現を試みるが、未解明な現象に対しては再現できる保証が無いためである。特に、材料としての挙動を統一的に説明できていない「土」を用いる場合、数値解析だけで構造物の挙動を予測することは難しいのが実状である。

模型実験の難しく、興味深い点は、実物の構造物をそのまま幾何学的に縮尺しても、同じ挙動を再現できないことである。模型はあくまで模型であって実物とは異なる。模型で起きる現象と実物で起きる現象との関係を表す法則「相似則」を十分に吟味していないと、模型実験は無益であり、有害とすらなり得る。特に地盤の模型実験では、土の応力を再現することが難しい重力場での模型実験において複数の現象に対する相似則を同時に満たすことは不

可能であり、再現したい現象に着目して、その相似則を満たして実験を行わなければならない。いわゆる相似則の緩和が必要である。それにしても相似則を満たしていない現象の影響を受けることが多々あり、相似則を理解しておくことは必要不可欠である。また、複数の相似則を満たしていないと多くの制約が生じるために、模型規模を極力大きくする努力を払うのが一般的である。それに対して、模型に遠心力を加えて実物での土の応力を再現できるのが遠心力模型実験（以下、遠心実験）である。この実験手法では、小型の模型であっても多くの相似則を同時に満たすことができ、地盤の挙動を観察することに有用である。

3章と4章では、実験材料として水などの流体を用いる場合の相似則および土を用いる場合の相似則をそれぞれ紹介する。これらの材料を用いた模型実験は過去から多く実施されてきており、支配方程式から確立した相似則が存在するため、一般性や拡張性も高い。なお、相似則を導く方法には以下の3つの方法が提案されている。

- (方法1) 現象に関係する物理量を全て列挙し、バッキンガムの π 定理を用いて無次元量を定め、実物と模型の無次元量を等しくする方法
- (方法2) 現象に関係する重要な力（慣性力、粘着力、弾性力、摩擦力など）を列挙し、相互の比によって無次元量を求めて、実物と模型の無次元量を等しくする方法
- (方法3) 現象を支配する方程式から無次元量を求めたり、直接的に物理量の相似比を求めたりする方法

流体を用いた模型実験での相似則では、各物理量の相似比を直接求めるのではなく、無次元量を介して相似比を設定する場合が多い。無次元量はパイナンバーとも呼ばれ、現象に影響を与える同種の物理量間の比として定義される。実物と模型の無次元量が等しければ、物理量間の比も等しくなるので、その両者の物理量が関係する物理法則（支配方程式）が実物と模型で一致し、模型によって実物の挙動を知ることができる。例えば、片持ち梁の振動を考えるならば、慣性力と弾性力が梁の動きを決める主な力であり、それらの比が無次元量となる。慣性力と弾性力の比が実物と模型で等しくなれば、実物と模型の運動方程式が等しくなり、実物の動きを模型で再現できることになる。このように、再現したい現象に対する無次元量を実物と模型で等しくなるように物理量の相似比を設定すればよい。また、無次元量を用いて現象を整理することも多い。これは、相似則が成り立っているならば、実物と模型の無次元量は等しいことになるので、実験で得られた無次元量間の関係をプロットすれば、実物と模型に関係なく1つの曲線に乗るためである。海岸工学などの流体の挙動を把握する上で、多くの現象が無次元量によって整理されている。なお、全ての主要な無次元量に対して同時に実物と模型で等しくすることは難しく、再現したい物理現象に対する無次元量に着目する必要がある。例えば、海岸工学において有名な無次元量にフルード数とレイノルズ数があるが、波という現象を再現するならばフルード数（慣性力と重力の比）を等しくする必要があり、水の粘性による影響を無視できる範囲で実験を行って、レイノルズ数の変化を許容する。つまり、相似則を緩和する。このような条件での実験を「フルード相似則による実験」と呼ぶ。フルード相似則では、無次元量であるフルード数が増えたり減ったりしないように、それを構成する流速と重力加速度、長さの相似比を決定すればよいことになる。なお、現象と対比して相似則を理解しやすいため、3章と4章では、方法3によって流体と地盤のそれぞれの相似則を説明する。

5章では、漂砂などの流体と地盤が複合する現象の実験相似則について述べる。この現象に対しては、土を連続体として取り扱うことが難しい場合も多く、土を粒子およびその集合体として取り扱う必要性が生じ、現象の理解が途端に難しくなる。現象が複雑であって総合的な定式化も成されていないため、上記の方法3に基づいて支配方程式から理論的に相似則を導き出すことも難しい。このため、今まで提案されてきた相似則も、粒子に作用する力に着目した方法2によるものか、現象の一部分に着目した方程式から無次元量や相似比を求める方法3によるものである。さらに、その方程式は主として現場計測や模型実験に基づいたものであり、必ずしも理論的な式とはなっていないため、相似則の汎用性も低いのが現状である。遠心力場での模型実験での相似則に至っては研究が始まったばかりである。本稿で紹介する内容も実証されていないものもあるため、本稿の内容が土台となって研究が進み、将来、支配方程式および相似則の研究が進むことが望まれる。

3. 流体の相似則

3. 1 相似則

流体の挙動を考える場合、現象を支配する物理量（慣性力、重力、粘性力など）から構成される無次元量によって、現象を整理することが多い。模型実験の相似則についても、各物理量に相似比を設定するのではなく、再現したい物理現象に着目して、その現象に対する無次元量が実物と模型で等しくなるように無次元量を構成する物理量の相似比を設定する。つまり、無次元量が増えたり減ったりしないように物理量の相似比を設定する。このため、無次元量を導出した後に、その無次元量が増えたり減ったりしないように設定された物理量の相似比を述べる。

海岸工学分野における流体の挙動に対して最も重要な無次元量はレイノルズ数 R_e （慣性力と粘性力の比）とフルード数 F_r （慣性力と重力の比）であり、その両者は以下のように流体の支配方程式であるナビエ・ストークス方程式から導出できる。流体が非圧縮であると仮定すると、ナビエ・ストークス方程式は以下のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + g \mathbf{e}_g \quad (3.1)$$

ここに、 \mathbf{v} は流速、 t は時間、 ρ は流体の密度、 p は圧力、 g は重力加速度、 ν は動粘性係数、 ∇ はベクトル微分演算子（空間微分）、 \mathbf{e}_g は重力方向（鉛直下向き）を向く単位ベクトルを意味する。太字をベクトル、細字をスカラーとする。左辺第1項は時間項、左辺第2項は移流（対流）項、右辺第1項は圧力項、右辺第2項は粘性項（拡散項）、右辺第3項は重力項である。

上記のナビエ・ストークス方程式における各物理量を無次元化する。物理量を代表値で除すことで無次元化できる。例えば、流速ならば、 \mathbf{v}' を無次元化した物理量、 v を代表値とすると、 $\mathbf{v}' = \mathbf{v}/v$ となる。この式から、流速は $\mathbf{v} = v \mathbf{v}'$ と表せる。各物理量に対して同様に考えて、式(3.1)の物理量に代表値と無次元化した物理量の積を代入する。各項の代表値を係数として前に出してみると、以下のようなになる。

$$\frac{v}{t} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + \frac{v^2}{L} (\mathbf{v}' \cdot \nabla') \mathbf{v}' = -\frac{p}{\rho L} \nabla' p' + \frac{\nu v}{L^2} \nabla'^2 \mathbf{v}' + g \mathbf{e}_g \quad (3.2)$$

ここに、'の付した文字は各物理量の無次元量を意味する。 v, t, L, p は代表値である。 $t = L/v$ の関係を代入すると以下のようなになる。

$$\frac{v^2}{L} \left\{ \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla') \mathbf{v}' \right\} = -\frac{p}{\rho L} \nabla' p' + \frac{\nu v}{L^2} \nabla'^2 \mathbf{v}' + g \mathbf{e}_g \quad (3.3)$$

両辺を v^2/L で除すと以下のようなになる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla') \mathbf{v}' = -\frac{p}{\rho v^2} \nabla' p' + \frac{\nu}{vL} \nabla'^2 \mathbf{v}' + \frac{gL}{v^2} \mathbf{e}_g \quad (3.4)$$

$p = \rho v^2$ の関係を代入すると以下のようなになる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla') \mathbf{v}' = -\nabla' p' + \frac{\nu}{vL} \nabla'^2 \mathbf{v}' + \frac{gL}{v^2} \mathbf{e}_g \quad (3.5)$$

右辺第2項, 第3項の係数の逆数を以下の文字で表す.

・レイノルズ数 (慣性力の粘性力に対する比): $R_e = \frac{vL}{\nu}$

・フルード数 (慣性力の重力に対する比): $F_r = \frac{v}{\sqrt{gL}}$

これを用いると, 以下のようになる.

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t'} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla') \mathbf{v}' = -\nabla' p' + \frac{1}{R_e} \nabla'^2 \mathbf{v}' + \frac{1}{F_r^2} \mathbf{e}_g \quad (3.6)$$

これが無次元化したナビエ・ストークス方程式である. 式(3.6)が模型と実物のいずれでも成り立つためには, 各項が実物と模型で等しくなる必要があり, R_e と F_r も模型と実物とで等しくなる必要がある.

2章で説明した方法1や方法2によれば, その他にウェバー数 W_e (表面張力) やマッハ数 M_a (弾性力) などの無次元量も求められ, これらは流体の挙動に関して重要な無次元量となる. R_e と F_r などの全ての無次元について, 実物と模型で等しくなるようにモデリングを行うことが理想である. しかしながら, これらの無次元量を同時に変化させないようにすることは難しく, 着目する挙動の無次元量に限定して変化させないように各物理量の相似比を設定して模型実験を行う.

3. 2 相似比

波や流れの模型実験においてはフルード数を変化させないように各物理量の相似比を設定することが一般的である. いわゆるフルード相似則による実験を行うことが多い. 重力場での波や流れの水理実験は規模が比較的大きく, R_e や W_e , M_a の影響のない範囲で実験を行うこともでき, F_r が変化しないように実験を行える. ただし, フルード相似則も万能ではなく, 前節で述べた砕波後の乱れの現象などは異なる相似則に従うため, 模型実験での現象を解釈する際には注意が必要である. フルード相似則は次式で表される.

$$\frac{v_m}{\sqrt{g_m L_m}} = \frac{v_p}{\sqrt{g_p L_p}} \quad (3.7)$$

ここに, 下付き p は原型, 下付き m は模型を意味する. 重力場実験では, 模型でも実物でも作用する重力は同じである. 従って, 模型の寸法縮尺を $L_m/L_p = 1/N$ と定義すれば, 速度の縮尺は $v_m/v_p = \sqrt{L_m/L_p}$ となり, 速度の縮尺は $1/N$ の1/2乗に比例することになる. $t = L/v$ より, 時間の縮尺は $1/N$ の1/2乗に比例することになる. 質量は $M = \rho L^3$ であり, 水の密度が模型と実物で同じであれば, 質量の縮尺は $1/N$ の3乗に比例することになる. 力の縮尺は $1/N$ の3乗に比例することになる. これから, 圧力の縮尺は $1/N$ に比例することになる. これらをまとめると表-3.1(a)のようになり, 重力場実験における相似比を求めることができる.

模型に遠心力を負荷した状態で波や流れの実験を行う遠心実験においても, F_r が変化しないように実験を行う. フルード相似則に従う相似比は表-3.1(b)のようになる. 遠心実験では, 装置寸法の制約から模型が小さくなる場合が多い (1/10~1/100程度). この場合, 波長が短くなることなどから, R_e (粘性力) や W_e (表面張力) の影響を無視できない懸念がある. しかしながら, フルード相似則に示すように, 流速 v が模型でも小さくならないために, 重力場のように R_e (粘性力) と W_e (表面張力) がそれほど小さくならない. また, M_a も変化しない. このため, 小さな模型でもフルード則に従った実験が可能となる.

表-3.1 フルードの相似則による実物と模型の相似比（流体）

(a) 重力場

	長さ	時間	速度	加速度	質量	圧力	力
実物	1	1	1	1	1	1	1
模型	1/N	1/√N	1/√N	1	(1/N) ³	1/N	(1/N) ³

(b) 遠心力場

	長さ	時間	速度	加速度	質量	圧力	力
実物	1	1	1	1	1	1	1
模型	1/N	1/N	1	N	(1/N) ³	1	(1/N) ²

3. 3 ブロックや碎石の取り扱い

水理模型実験と言っても流体だけを用いて実験を行うことは稀であり、防波堤や護岸などの模型を設置して、水理環境下における構造物の挙動を併せて調べることも多い。そのような構造物に含まれるコンクリート材料や消波工、被覆工については、相似模型を用いてもフルード相似則を満たせることが多い。ただし、碎石間やブロック間の流れを再現する場合、水の粘性を低減させることは難しいために、模型寸法に合わせて碎石の寸法を単純に小さくするとレイノルズ数 R_e が小さくなり、石やブロック間の流れが層流に近づく。このことで、実物と模型とで以下の現象に違いが生じることが指摘されている。

1) 消波ブロックの変形量の模型縮尺効果^{3.1)}

重力場実験においては、消波ブロックなどの物体に流体から作用する慣性抵抗力・粘性抵抗力の相似比がフルード相似則の力の相似比と異なり、これらの力に起因する波エネルギー逸散効果もフルード相似則に従わない。小型模型の方が、レイノルズ数 R_e が小さくなって抵抗力が相対的に大きくなるため、消波ブロック変形量は大型模型よりも小型模型の方が大きくなる。

2) 越波量の模型縮尺効果^{3.1)}

上記のように、小型模型の方が波エネルギー逸散効果大きいと、消波効果も大きくなる。消波ブロックなどを有する防波堤や護岸の越波量を模型で再現する場合、小型模型での越波量は大型模型のものよりも少なくなる。

3) 反射率の模型縮尺効果^{3.1)}

上記のように、小型模型での消波効果は相対的に大きい。このため、小型模型での防波堤や護岸からの反射率は大型模型のものよりも小さくなる。

4) 透過波高の模型縮尺効果^{3.2)}

砕波しない波が透過防波堤を通過する場合、小型模型の方が波エネルギー逸散効果は大きいと、透過波高は大型模型よりも小さくなる。この傾向は周期が長いほど顕著になる。

5) 碎石地盤内の浸透流の模型縮尺効果

レイノルズ数 R_e は実物と模型で異なるため、碎石間やブロック間の詳細な流れを模型で再現することは難しいと考えられる。しかしながら、遠心力場での碎石間の流れを乱流と考えると、動水勾配と間隙内の平均流速の関係が保たれるため、間隙水圧分布をマクロ的には再現できることが分かっている^{3.3)}。また、重力場での実験においても、空隙率を変化させることで動水勾配と間隙内の平均流速の関係を保つことは不可能ではない。浸透力は間隙水圧の差分で発生するため、間隙水圧分布を再現できることは浸透力の相似比とフルード則の力の相似比が一致することになる。

模型はあくまで模型であり、全ての相似則を満たすことは難しい。上記のような違いがあることに注意して、実物での現象を予測することが重要である。また、碎石の諸条件や地盤の作製方法、流体の粘度、重力加速度（遠心力の負荷）などを変化させて、着目する現象に対して模型と実物で近づける工夫も必要である。

4. 地盤の相似則

4. 1 相似則

次に、地盤の相似則について考える。地盤の場合、流体のように無次元量を考えるのではなく、支配方程式から各物理量の相似比を直接求めて利用されてきた。これは無次元量で現象を整理できるほど、地盤挙動の解明が進んでいないことが原因と考えられる。話を簡単にするために土粒子によって形成された多孔質土とその間隙が水で満たされている飽和状態を考える。この場合、地盤の支配方程式は以下ようになる (Zienkiewicz et al.^{4.1)}。なお、応力や水圧については圧縮を正と定義し、太字をテンソル、細字をスカラーとする。また、 $\mathbf{m}^T = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$ 、 \mathbf{L} はひずみ～変位マトリックス (\mathbf{B} マトリックスとも呼ばれる)、 ∇ はベクトル微分演算子（空間微分）であり、その他の文字の意味は後述の表-4.1を参照されたい。

- ・有効応力の定義

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \mathbf{m}p \quad (4.1)$$

- ・ひずみの定義

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = -\mathbf{L}d\mathbf{u} \quad (4.2)$$

- ・土の構成則（クリープ変形や温度変化等に伴うひずみを無視した）

$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.3)$$

- ・土の運動方程式（土骨格に対する間隙水の相対加速度を無視した（ \mathbf{u} - p formulation））

$$-\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (4.4)$$

式(4.1)～式(4.3)を式(4.4)に代入することで、変位 \mathbf{u} と間隙水圧 p を未知数とする土の方程式となる。

- ・間隙水の運動方程式

$$-\nabla p + \rho_f \mathbf{g} = \frac{\rho_f g}{k} \dot{\mathbf{w}} + \rho_f \ddot{\mathbf{u}} \quad (4.5)$$

- ・間隙水の連続式（水、土粒子自体の体積変化を無視した）

$$\nabla^T \dot{\mathbf{w}} - \mathbf{m}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = 0 \quad (4.6)$$

式(4.2)と式(4.5)を式(4.6)に代入することで、変位 \mathbf{u} と間隙水圧 p を未知数とする間隙水の方程式となる。土と間隙水の方程式を連立させて変位 \mathbf{u} と間隙水圧 p を解くことができる。

このように、式(4.1)～式(4.6)が地盤の支配方程式となる。これらの式は実物と模型のいずれでも成り立ち、例えば式(4.1)について考えると、以下の式(4.7)と式(4.8)の両方が成り立つ。なお、添え字の p と m はそれぞれ実物量と模型量を示している。

$$[\boldsymbol{\sigma}]_p = [\boldsymbol{\sigma}']_p + \mathbf{m}[p]_p \quad (4.7)$$

$$[\boldsymbol{\sigma}]_m = [\boldsymbol{\sigma}']_m + \mathbf{m}[p]_m \quad (4.8)$$

表-4.1 地盤の実験相似比 (実物/模型)

物理量	説明	相似比
x	長さ (寸法)	λ
ρ	飽和土の密度	λ_ρ
ε	ひずみ	λ_ε
g	重力加速度	λ_g
t	時間	$(\lambda\lambda_\varepsilon/\lambda_g)^{0.5}$
σ	全応力	$\lambda\lambda_\rho\lambda_g$
σ'	有効応力	$\lambda\lambda_\rho\lambda_g$
D	接線剛性	$\lambda\lambda_\rho\lambda_g/\lambda_\varepsilon$
p	間隙水圧	$\lambda\lambda_\rho\lambda_g$
k	透水係数	$(\lambda\lambda_\varepsilon\lambda_g)^{0.5}$
u	土骨格の変位	$\lambda\lambda_\varepsilon$
\dot{u}	土骨格の速度	$(\lambda\lambda_\varepsilon\lambda_g)^{0.5}$
\ddot{u}	土骨格の加速度	λ_g
w	土骨格に対する水の変位	$\lambda\lambda_\varepsilon$
\dot{w}	土骨格に対する水の速度	$(\lambda\lambda_\varepsilon\lambda_g)^{0.5}$
ρ_f	間隙水の密度	λ_ρ

実物と模型の物理量の比を $[\sigma]_p/[\sigma]_m=\lambda_\sigma$, $[\sigma']_p/[\sigma']_m=\lambda_{\sigma'}$, $[p]_p/[p]_m=\lambda_p$ として式(4.7)に代入すると, 式(4.7)が得られる.

$$\lambda_\sigma[\sigma]_m = \lambda_{\sigma'}[\sigma']_m + m\lambda_p[p]_m \quad (4.7)$$

式(4.8)と式(4.7)の両者が成り立つためには, 各項の係数が等しくなる必要があり, 以下の関係が得られる.

$$\lambda_\sigma = \lambda_{\sigma'} = \lambda_p \quad (4.1)$$

式(4.1)と同様に, 式(4.2)~式(4.6)に対しても同様の作業を行うと, 以下の関係が得られる. なお, ここでは寸法比を λ としている.

式(4.2)から

$$\lambda_\varepsilon = \frac{\lambda_u}{\lambda} \quad (4.2')$$

式(4.3)から

$$\lambda_{\sigma'} = \lambda_D\lambda_\varepsilon \quad (4.3')$$

式(4.4)から

$$\frac{\lambda_\sigma}{\lambda} = \lambda_\rho\lambda_g = \lambda_\rho \frac{\lambda_u}{\lambda_t^2} \quad (4.4')$$

式(4.5)から

$$\frac{\lambda_p}{\lambda} = \lambda_{\rho_f} \lambda_g = \lambda_{\rho_f} \lambda_g \frac{1}{\lambda_k} \frac{\lambda_w}{\lambda_t} = \lambda_{\rho_f} \frac{\lambda_u}{\lambda_t^2} \quad (4.5)$$

式(4.6)から

$$\frac{\lambda_w}{\lambda \lambda_t} = \frac{\lambda_\varepsilon}{\lambda_t} \quad (4.6)$$

式(4.1)～式(4.6)には未知数が13個あり、式が10個ある。ただし、式(4.4)と式(4.5)に独立ではない式が1つ含まれるために、独立な式は9個である。このため、式が4個足りないために、4個の相似比についての仮定が必要になる。地盤の実験相似則では、この4個を $\lambda, \lambda_\rho, \lambda_\varepsilon, \lambda_g$ (寸法, 土の密度, ひずみ, 重力加速度の比) とすることが一般的である。これらの相似比を与条件とすると、他の物理量の相似比は式(4.1)～式(4.6)から求められ、表-4.1のようになる。これが地盤の実験相似比である。

4. 2 相似比

重力場での地盤の実験相似則については、香川^{4,2)}やIai^{4,3)}が詳しい。ここでは、寸法比を λ として、 $\lambda_\rho=1, \lambda_\varepsilon=\lambda^{0.5}, \lambda_g=1$ としている。土の密度を大きく変えることは容易ではなく、飽和土の密度の相似比を1としている。また、重力場での実験であるため重力加速度の相似比は1である。ひずみの相似比については、寸法比の0.5乗としている。このようにひずみの相似比を仮定すると、接線剛性の相似比が $\lambda_D=\lambda^{0.5}$ となり、有効応力の相似比 $\lambda_\sigma=\lambda$ に対して0.5乗となる。砂地盤の有効拘束圧 σ'_m と変形係数 G には概ね $G \sim \sigma_m'^{0.5}$ の関係があるため、実物と同じ砂を模型でも使用しても自動的に相似比が満たせて都合が良い。これらの相似比を用いると重力場実験での相似比は表-4.2のようになる。

式(4.3)の土の構成則に示す応力とひずみの関係は複雑であり、実物の応力を再現できない重力場実験では色々な問題が生じる。応力と接線剛性、ひずみの相似比を $[\sigma]_p/[\sigma]_m=\lambda_\sigma, [D]_p/[D]_m=\lambda_D, [\varepsilon]_p/[\varepsilon]_m=\lambda_\varepsilon$ のように定数で表すということは、実物と模型の応力～ひずみ曲線の形状が一致するということである (Rocha (ローシャ) の仮定)。実際には、応力やひずみの履歴によって接線剛性は変化するし、破壊が近づいた極限状態では応力～ひずみ曲線の形状が一致しないことも分かっている。このため、地盤が破壊に至らない範囲で地震時応答を考えるような場合において、使用できる相似比であることに注意されたい。

さらに、表-4.2に示した重力場の相似比を用いる場合、長さ (寸法) の相似比 λ に対して変位の相似比は $\lambda_\varepsilon=\lambda^{1.5}$ となり、模型での寸法に対する変位が小さくなる問題もある。例えば、1/10スケールの模型実験では、地盤の変位は1/10とはならず約 $1/10^{1.5}=1/32$ となる。このため、大きな変形が生じる現象を模型で再現する場合、実物と模型の結果が乖離することになる。さらに、接線剛性の相似比は $\lambda_D=\lambda^{0.5}$ であるが、砂であっても必ずしも0.5乗になるとは限らず、粘性土の場合には0.5乗にはならない。実物とは異なる接線剛性の相似比に合った土材料を模型で用いる必要も生じる。

重力場実験の相似則で大きな制約となっていたのは、重力加速度の相似比 $\lambda_g=1$ である。実物も模型も同じ重力場で行われるために $\lambda_g=1$ となり、密度が大きな材料でも使わない限り、実物と模型の応力を等しくできなかった。応力の相似比が1とならないために、土の構成則において種々の仮定が必要となっていた。この問題を解決できる実験手法が遠心実験である。模型を回転して遠心力を加えることで仮想的に重力加速度を大きくできるため、寸法の相似比に見合った重力加速度にすることで、応力の相似比を1にすることができる。実物と模型で同じ土を使っても土の接線剛性やひずみの相似比は1となり、実物と模型の土の構成則(式(4.3))が直接的に一致する。この結果、構成則における種々の仮定が不要となり、重力場実験のような制約が取り払われる。寸法比を λ 、その他の相似比を $\lambda_\rho=1, \lambda_\varepsilon=1, \lambda_g=1/\lambda$ とすると、遠心実験での相似比は表-4.2のように

表-4.2 地盤の実験相似比（実物／模型）（重力場・遠心力場）

物理量	説明	相似比	
		重力場	遠心力場
x	長さ（寸法）	λ	λ
ρ	飽和土の密度	1	1
ε	ひずみ	$\lambda^{0.5}$	1
g	重力加速度	1	$1/\lambda$
t	時間	$\lambda^{0.75}$	λ
σ	全応力	λ	1
σ'	有効応力	λ	1
D	接線剛性	$\lambda^{0.5}$	1
p	間隙水圧	λ	1
k	透水係数	$\lambda^{0.75}$	1
u	土骨格の変位	$\lambda^{1.5}$	λ
\dot{u}	土骨格の速度	$\lambda^{0.75}$	1
\ddot{u}	土骨格の加速度	1	$1/\lambda$
w	土骨格に対する水の変位	$\lambda^{1.5}$	λ
\dot{w}	土骨格に対する水の速度	$\lambda^{0.75}$	1
ρ_f	間隙水の密度	1	1

なる．表に示すように，遠心力場の相似比は重力場でのものよりもシンプルになる．なお，遠心実験も万能ではない．模型を回転して遠心力を加えるが，遠心力は回転半径に比例して大きくなるため，模型地盤内での遠心力が一樣とならない．この影響を減らすために，大型の遠心実験装置によって回転半径を大きくする工夫が成されているが，完全には排除できない．また，模型内で動きがある場合，コリオリ力が発生して，その影響を無視できない場合もある．しかしながら，これらの短所を踏まえても，重力場実験での相似則の問題の多くを解決できるため，遠心実験の優位性は誰もが否定し得ないであろう．

遠心実験で液化化する地盤の模型実験を行う場合，水の代わりに粘性流体を用いることが多い．この理由を相似則から説明する．上表に示すように透水係数の相似比は1となる（1とする必要がある）．透水係数 k は間隙内の水の平均流速 \bar{v} と動水勾配 i の比であり，ある水頭の勾配を土に与えた時にどの程度の流速が発生するかを表す値である．例えば，土の粒径が大きければ透水係数も大きくなるし，水の粘性が大きければ透水係数は小さくなる．透水係数を決める因子を知る式として，以下のDupuit-Forchheimer式がある．

$$i = \alpha_0 \frac{\nu}{g} \frac{(1-n)^3}{n^2 d_{15}^2} \bar{v} + \beta_0 \frac{1-n}{g n^3 d_{15}} \bar{v}^2 \quad (4.9)$$

右辺第1項が粘性抵抗，第2項が慣性抵抗を示すものであり，土中のような微小な間隙での水の流れは層流であるため，第1項が卓越する．このため，以下のように式(4.9)の右辺第1項の逆数が透水係数 k となる．

表-4.3 地盤の実験相似比（実物／模型）（遠心力場，間隙に水を利用）

物理量	説明	相似比
k	透水係数	$1/\lambda$
t	時間	λ^2
\dot{w}	土骨格に対する水の速度	$1/\lambda$

$$i = \alpha_0 \frac{\nu}{g} \frac{(1-n)^3}{n^2 d_{15}^2} \bar{v} = \frac{1}{k} \bar{v} \quad (4.10)$$

この式によると，透水係数は粘性係数，重力加速度，間隙率，15%粒径に依存することになる．実物と模型で同じ土を用いる場合，間隙率と15%粒径は変化しないために，重力加速度が大きくなると，それに比例して透水係数も大きくなってしまふ．このため，重力加速度の増加に合わせて粘性係数を大きくして，透水係数を変化させないことで相似則を満たせる．なお，粒径を変えたり，礫材や石材地盤内の流れのように第2項が卓越したりする場合の相似則についてはTakahashi et al.^{4,4)}が詳しい．

式の導出過程から分かるように，透水係数の相似比は間隙水の運動方程式(4.5)から導かれており，透水係数の相似比が1となることで，間隙水の運動方程式での時間の相似比は λ となる．一方，時間は土の運動方程式(4.4)にも含まれており，この相似比は λ^2 である．これによって両者の時間の相似比が合う．例えば，地震時の動的現象と間隙水で発生した過剰間隙水圧の消散現象の時間が一致し，液状化する地盤の模型実験を行うことができる．粘性流体を使用しない場合，透水係数が大きいために動的現象に比べて過剰間隙水圧の消散が早くなってしまい，実物と同じ土を用いて液状化の実験を行ったとしても実物の挙動を正しく再現しているとは言えない．

動的現象が問題にならない地盤の圧密現象などを調べる静的実験の場合，一般的には粘性流体を使わずに水を使う．この場合の相似比を考えてみる．動的現象を扱わない場合，土の運動方程式(4.4)と間隙水の運動方程式(4.5)における加速度項を無視することができ，式(4.1)～式(4.6)の未知数13個に対して独立な式が8個となり，5個の相似比を決めることができる．そこで $\lambda, \lambda_\rho, \lambda_\sigma, \lambda_g$ （寸法，土の密度，ひずみ，重力加速度の比）の4個に加えて，透水係数の相似比 λ_k を与条件とできる．前述のように，水を使うと透水係数は重力加速度に比例して大きくなるため，透水係数の相似比を $1/\lambda$ とすると都合が良い．この場合，時間の相似比は λ^2 となり，実物より格段に早く圧密を進めることができて便利である．前で述べた相似比と異なる部分だけを抜粋して示すと表-4.3のようになる．

4. 3 構造物の取り扱い

地盤の実験において，コンクリートや鉄などの構造物を含めて実験を行うことが多い．ここでは構造物の相似則について考えてみる．構造物の支配方程式は，間隙水を無視した土の支配方程式と等しくなるため，式(4.2)～(4.4)で表せる．このため，相似比の算出も同様にいえ，表-4.4のように相似比をまとめられる．重力場実験の場合，寸法比に対する変位の比が小さくなり，傾斜角も実物よりも小さくなることが分かる．このため，構造物が大きく変位する現象を模型で再現する場合，実物と模型の結果が乖離することになる．また，構造物自体の変形が問題になる場合，実物とは異なる弾性係数の材料を用いる必要がある．一方，遠心実験の場合，寸法と変位の相似比は等しく，傾斜角も実物と模型で等しくなる．また，弾性係数の相似比も1となるため，実物と同じ材料で模型を作製することができる．

表-4.4 構造物の実験相似比（実物／模型）

物理量	説明	相似比		
		一般	重力場	遠心力場
F	力	$\lambda^3 \lambda_\rho \lambda_g$	λ^3	λ^2
u	変位	$\lambda \lambda_\varepsilon$	$\lambda^{1.5}$	λ
M	モーメント	$\lambda^4 \lambda_\rho \lambda_g$	λ^4	λ^3
θ	傾斜角	λ_ε	$\lambda^{0.5}$	1
E	弾性係数	$\lambda \lambda_\rho \lambda_g / \lambda_\varepsilon$	$\lambda^{0.5}$	1

5. 複合問題の相似則

5. 1 漂砂

波や流れによって底面付近の水は移動し、それに伴って海底面の土が移動する現象が漂砂である。一口に漂砂と言っても、土粒子が転動あるいは躍動しながら移動する掃流漂砂や水の鉛直方向の流れや渦に取り込まれて移動する浮遊漂砂など、様々な現象が複雑に発生して相互に影響を及ぼしている。ここでは、掃流による漂砂について考えてみる。水の流れは海底面にせん断力を与え、それを掃流力と呼ぶ。作用反作用の法則から、掃流力は海底面から流れに与えるせん断力でもある。つまり、流体にとっては底面摩擦力となる。この底面摩擦力 τ_0 は速度エネルギー $v^2/2$ に比例すると考えられており、以下の式で表される。

$$\tau_0 = \rho f' \frac{v^2}{2} \quad (5.1)$$

ここに、 ρ は水の密度、 f' は摩擦係数である。統一的な f' の式は提案されておらず、各現象に対して種々の式が適用されている。例えば、水路での一様な流れを考える場合には式(5.2)、短波長の波浪場のように変動する流れを考える場合には式(5.3)などが提案されている^{5.1), 5.2), 5.3)}。

$$f' = \frac{2gn^2}{R^{1/3}} = \frac{2g}{R^{1/3}} \left(\frac{k_s^{1/6}}{7.66\sqrt{g}} \right)^2 \cong 0.0341 \left(\frac{k_s}{R} \right)^{1/3} \quad (5.2)$$

$$f' = 0.47 \left(\frac{k_s}{a_\delta} \right)^{3/4} \quad (5.3)$$

ここに、 R は径深、 n はマンニングの粗度係数、 k_s は海底面の粗さ、 a_δ は海底面での波による水粒子変動の振幅である。通常、 k_s は海底面を構成する土粒子の粒径 d に置き換えられる。式(5.2)と式(5.3)から分かるように、係数やべき指数は異なるが f' は土粒子の粒径と長さ（径深や振幅）の関数となると考えられている。底面摩擦力と対となる掃流力は、漂砂が生じるか否かを判断する重要な物理量である。掃流力も上述の式(5.1)で表される。この掃流力 τ_0 を水の密度 ρ で除して平方根を取って速度の次元としたものを摩擦速度 u_* と称し、底面近傍の流れにおける速度の代表値として用いられる。次式で表せる。

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (5.4)$$

表-5.1 掃流漂砂に関する実験相似比（模型／実物）

物理量	説明	相似比	
		重力場	遠心力場
L	長さ（寸法）	$1/N$	$1/N$
d	土粒子の粒径	$1/M$	$1/M$
ρ	水の密度	1	1
s	土粒子の水中比重	1	1
g	重力加速度	1	N
R	径深	$1/N$	$1/N$
a_δ	水粒子変動の振幅	$1/N$	$1/N$
v	流速	$(1/N)^{1/2}$	1
f'	摩擦係数	$(N/M)^{1/3}$ $(N/M)^{3/4}$	$(N/M)^{1/3}$ $(N/M)^{3/4}$
τ_0	掃流力	$(N/M)^{1/3} \cdot 1/N$ $(N/M)^{3/4} \cdot 1/N$	$(N/M)^{1/3}$ $(N/M)^{3/4}$
u_*	摩擦速度	$(N/M)^{1/6} (1/N)^{1/2}$ $(N/M)^{3/8} (1/N)^{1/2}$	$(N/M)^{1/6}$ $(N/M)^{3/8}$
τ_*	無次元掃流力	$(M/N)^{2/3}$ $(M/N)^{1/4}$	$(M/N)^{2/3}$ $(M/N)^{1/4}$

※上段：式(5.2)から算出，下段：式(5.3)から算出

また，掃流力を水の密度 ρ ，土粒子の水中比重 s ，重力加速度 g ，土粒子の粒径 d で除して無次元化したものを以下のように無次元掃流力（シールズ数） τ_* と定義されている．

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{\rho s g d} = \frac{u_*^2}{s g d} \quad (5.5)$$

さらに，土粒子が移動し始める時の無次元掃流力を無次元限界掃流力 τ_{*c} と呼び， τ_* が τ_{*c} よりも大きい場合に土粒子が移動すると考える．

以上の式から考えると，掃流漂砂に関する実験相似比は表-5.1のようになる．表の L から v までの物理量は与条件であり，土粒子の粒径の相似比を $1/M$ ，流速の相似比をフルード則に従うなどと仮定している．表の f' から τ_* までが導かれる相似比であるが，摩擦係数 f' の考え方によって τ_0 や τ_* の相似比は異なる．実験を行う場合，再現したい現象を考えて，その現象に適した相似比を用いる必要がある．もし，長さと土粒子の粒径の相似比を $1/N = 1/M$ と等しくできれば，重力場と遠心力場のいずれにおいても無次元掃流力の相似比は1となるが，実物よりもかなり小さな粒を用いると地盤の物性が大きく変わってしまうため， $1/N$ 粒径の砂を実験で用いることは難しい．このため，実験で知りたい現象（例えば，漂砂に伴う海底地形変化）の相似比も考えて実物での現象を把握したり，逆に，その現象に対する相似比を仮定して他の相似比を設定したりすることが必要である．さらに，表に示した相似比では流速がフルード則に従うことを仮定しているが，底面摩擦力によって流れの状況が大きく変わると流速がフルード則に従わなくなり，補正が必要になる．

5. 2 流体と地盤の複合現象

前節で例として取り上げた漂砂などは、流体と地盤が接したり混ざったりする地表面付近の狭い領域（界面）での現象である。対象領域を広げると、漂砂や洗掘以外にも流体と地盤が複合する現象はあり、波による地盤の不安定化現象もその1つである。例えば、進行波による海底地盤の液状化問題がある。これは、波が通過すると海底面に作用する水圧が場所ごとに変動するため、地盤にせん断力が繰り返し作用し、緩く堆積した砂地盤では液状化が発生する（Sekiguchi et al.^{5.4}参照）。また、地盤が完全飽和していない場合、海底面での水圧変動の地盤内部への伝播が遅れ、波の谷が通過する際に上向き浸透流が発生して、地盤が不安定化する（善^{5.5}）。これらの現象は、地表面付近のみの話ではなく、地表面から数mの範囲での地盤応力や間隙水圧特性を考える必要がある。地盤が不安定化したり、液状化したりする場合、地盤の剛性或強度が著しく低下するため、上部構造物や地中内構造物を変位させる恐れがある。例えば、Miyamoto et al.^{5.6}は、波による液状化が発生した地盤内の海底パイプが浮き上がることについて検討している。

波による液状化問題以外にも、図-5.1に示すような波による斜面の不安定化問題もある。波が土で形成された斜面に作用すると、直接的に斜面が洗掘されたり、法尻付近が洗掘されて斜面安定が保てなくなって崩壊したりする。さらに、高波が斜面に作用すると水が地盤に浸透して湿潤化したり、地表面での水圧条件が変化したりするために、地盤内の飽和度や間隙水圧の状態が変化する。この場合、引き波時に下方へ浸透力が発生するために地盤が不安定化する^{5.7), 5.8), 5.9)}。

波によって間隙水圧が上昇し、地盤が不安定化することは漂砂や洗掘量に影響を与えているとする研究結果もある。また、波によって洗掘が生じて斜面が不安定化する場合も上で指摘した。このような漂砂や洗掘を模型で再現する必要がある場合、前節までで述べた相似則を考慮する必要がある。これらを除いて、波による地盤の不安定化問題に対する相似則を考えてみる。この問題では、地盤を粒子レベルではなく連続体として考えることができるため、流体と地盤のそれぞれの相似則については3章と4章で説明したものをいれれば良いことになる。ただし、両者の相互作用について、流体と地盤の接触面での力の相似則も併せて考える必要がある。流体と地盤の相互に働く力には、面に垂直な方向と平行な方向の力があり、垂直方向の力は水圧によるもの、平行方向の力は掃流力によるものである。水から地盤へ作用する掃流力は土の粒子レベルの挙動を考える上では無視できないが、地盤全体の安定性を考える上では大きな影響を与えるほど大きくない。このため、主に垂直方向の力である水圧の相似比が流体と地盤で合えば良いことになる。このことも考慮すると、流体と地盤の相似比については表-5.2と表-5.3にまとめられる。流体については波浪を模型で再現するためにフルード相似則を適用している。また、重力場の実験で粘性流体を使うことは稀であるから、重力場実験については水を用いた場合の相似比を示している。一方、遠心実験では、流体の時間の相似比に地盤の浸透時間の相似比を合わせるために粘性流体を用いることも多いため、粘性流体および水を用いた場

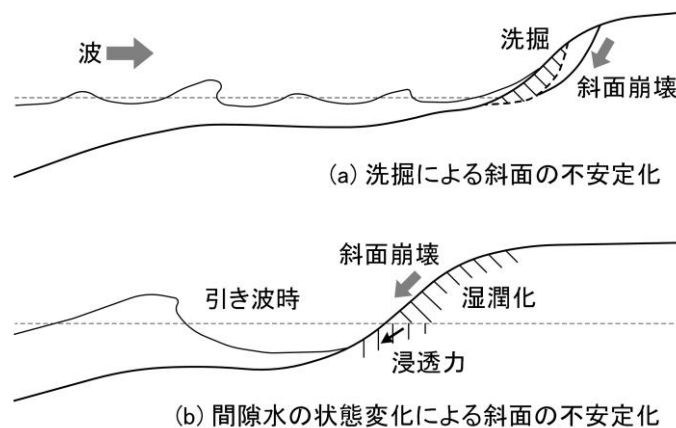


図-5.1 波による斜面の不安定化問題^{1.1)}

表-5.2 波と地盤の複合実験における相似比（模型／実物）（重力場・水を使用）

物理量	説明	流体の相似比	地盤の相似比
x	長さ（寸法）	$1/N$	$1/N$
ρ	密度	1	1
ε	ひずみ	—	$(1/N)^{0.5}$
g	重力加速度	1	1
ν	水の動粘性係数	1	1
t	時間（動的）	$(1/N)^{0.5}$	$(1/N)^{0.75}$
t	時間（浸透）	—	$(1/N)^{1.5}$
σ	応力	—	$1/N$
D	接線剛性	—	$(1/N)^{0.5}$
p	水圧, 間隙水圧	$1/N$	$1/N$
k	透水係数	—	1
u	変位	$1/N$	$(1/N)^{1.5}$
\dot{u}	速度	$(1/N)^{0.5}$	$(1/N)^{0.75}$
\ddot{u}	加速度	1	1

表-5.3 波と地盤の複合実験における相似比（模型／実物）（遠心力場）

(a) 粘性流体を使用する場合

物理量	説明	流体の相似比	地盤の相似比
x	長さ（寸法）	$1/N$	$1/N$
ρ	密度	1	1
ε	ひずみ	—	1
g	重力加速度	N	N
ν	水の動粘性係数	N	N
t	時間（動的）	$1/N$	$1/N$
t	時間（浸透）	—	$1/N$
σ	応力	—	1
D	接線剛性	—	1
p	水圧, 間隙水圧	1	1
k	透水係数	—	1
u	変位	$1/N$	$1/N$
\dot{u}	速度	1	1
\ddot{u}	加速度	N	N

(b) 水を使用する場合 ※その他の相似比は(a)と同じ

物理量	説明	流体の相似比	地盤の相似比
ν	水の動粘性係数	1	1
t	時間（浸透）	—	$(1/N)^2$
k	透水係数	—	N

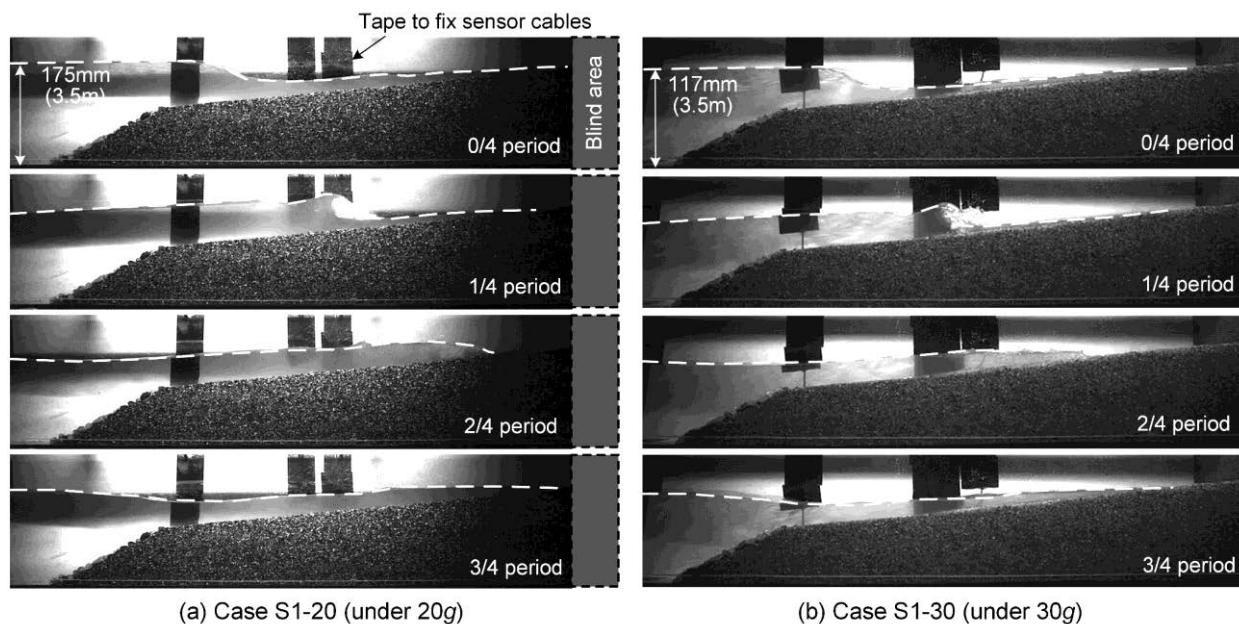


図-5.2 Modelling of models手法による遠心力場での碎波実験の有効性検討^{5,10)}

合の相似比をそれぞれ示している。また、地盤の相似比には飽和地盤でのものを示している。重力場の実験において、地盤の相似比の問題点については、4章に説明したとおりである。それ以外の問題点としては、地盤と流体での時間の相似比が一致しないことである。重力場実験においても粘性流体を用いることで、地盤の浸透に対する時間の相似比と流体の時間の相似比を一致させることはできるが、地盤の加速度を無視できないような動的な問題を取り扱う場合には時間の相似比が一致していないことに注意する必要がある。一方、遠心力場での実験では、時間の相似比は全て一致するので都合が良い。

波と地盤の複合実験については遠心力場での実験のメリットは大きい。これは地盤内の応力を再現できるために、地盤の安定性の評価に向いているためである。また、上記のように時間の相似比についても一致させられる。このため、過去の実験も遠心力場で実施されてきたものが多い。例えば、Takahashi et al.^{5,10)}は、遠心実験における波と地盤の複合実験の有効性を示すために、Modelling of models手法が用いられている。この手法は、種々の模型縮尺と遠心加速度の組み合わせで実験を行い、それらの実物換算値が重なることを確認し、実物スケールでの挙動の再現性を確認する方法である。図-5.2に示すように、異なる遠心加速度であっても波形がほぼ一致し、間隙水圧の応答も等しくなることが確認されている。

6. 模型実験例

6. 1 堤防での津波越流

本章では、実際の相似則の使い方について理解を深めることを目的に、著者が過去に実施した遠心模型実験をいくつか紹介する。始めに取り上げたいものは、越流が生じた際の海岸堤防の破壊形態を調べる実験である。2011年の東日本大震災では、津波が越流した多くの海岸堤防が被災した。主な被災要因としては、越流した水が裏法先を洗掘したためと言われており、洗掘された後に裏法面の被覆工が流されて、堤防が崩壊に至っていた。著者ら⁶⁾は、被覆工表面に対する越流水の作用だけではなく、被覆工下部の地盤の状態にも着目した。遠心力場で堤防模型において越流を発生させて堤防の破壊形態を観察した。その実験の断面図を図-6.1に示している。実験では、模型上部に設置した給水タンクから延ばした配管のバルブを開き、一度だけ水を流すダムブレイク実験を行った。マリオット管の原理を用いて、給水タンクを密閉して吸気管を設けることで、タンクから堤防模型への給水量を一定に保った。また、堤防模型の陸側の水位を上昇させないために、陸側に流れた水を堤防模型背面に設置した排水タンクへ流した。被覆工の条件や堤防内部の水圧伝播条件などを変化させて多くのケースの実験を行った。

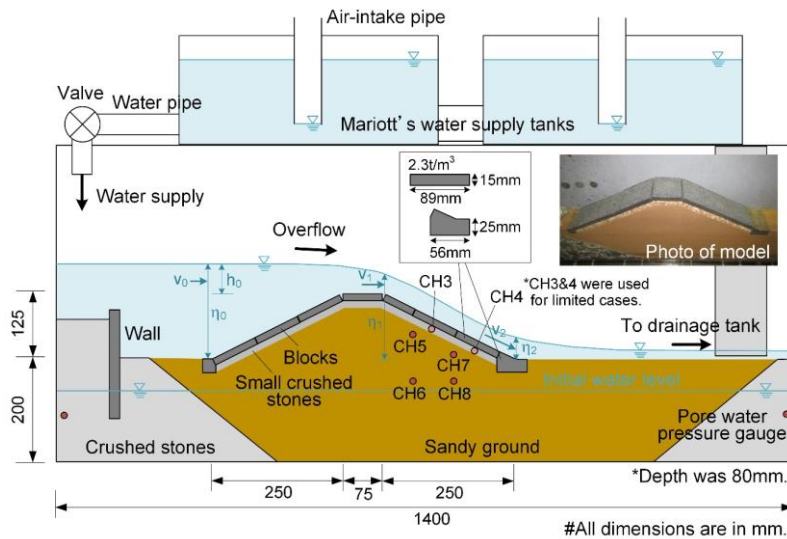


図-6.1 堤防の津波越流実験の断面図^{6.1)}

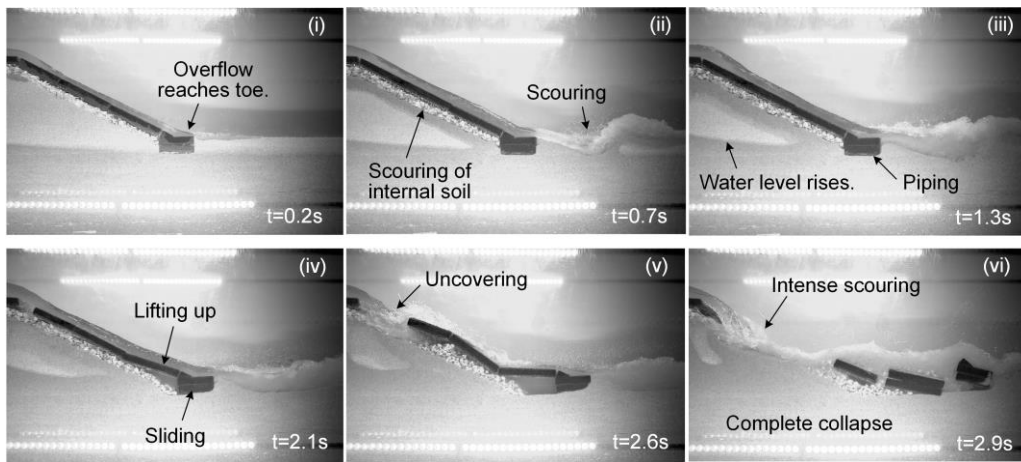


図-6.2 堤防の津波越流実験の結果^{6.1)}

図-6.2に、代表的なケースでの堤防破壊時の連続写真を示す。堤防海側の水位が堤防天端まで上昇して越流が発生し、被覆工の隙間から堤防内部に水が浸入して被覆工下部の碎石内を水が流れ、地下水位も上昇した。越流した水は裏法先を洗掘し、時間の経過とともに洗掘量は増した。これに加えて、堤防内部の地盤内の水位が上昇し、法尻ブロック付近でパイピングが生じ、さらに、堤防内部からの水圧で被覆工が持ち上げられた。洗掘、パイピング、被覆工の浮き上がりが複合することで、被覆工や法尻ブロックが移動し、堤体全体が破壊に至った。

相似則の観点から考察すると、この実験では流体として粘性流体ではなく水を用いており、表-5.3(b)の相似則を適用できる。この表に従うと、フルード則で考えた流体の時間に対して、砂地盤内の浸透の時間は $1/N$ 倍となり、浸透が相対的に早いことになる。しかしながら、実験の観察状況から、主に被覆工下部の碎石内を流れる水が裏法付近の水位を上昇させており、碎石内の浸透時間についてはフルード則の時間と相似比が一致することから⁴⁴⁾、流体と地盤内の地下水位の上昇の時間の相似比は概ね近い値であると考えられる。一方、この実験での関心事項の1つが裏法先での洗掘現象であろう。掃流による洗掘だと考えると表-5.1の上段の相似比を参照することができる。被覆工表面の粗さや用いる砂が実物と同じと仮定すると、掃流力と無次元掃流力の相似比はそれぞれ $N^{1/3}$ 、 $N^{2/3}$ となる。実験では $N=20$ としたので無次元掃流力は約0.14倍となり、実物よりも洗掘しにくい条件であったことが分かる。本実験では、無次元掃流力の相似比が1となるように調整を行わなかったが、砂の粒径を変えるなどして、その比が1となるようにすることで、洗掘のしやすさを実物に合わせることも可能である。

6. 2 護岸への波浪载荷

次に紹介したい実験は、高波による護岸の不安定化に関するものである。高波が来襲する護岸では、法先が洗掘されて斜面が崩壊したり、被覆工が流されて剥き出しになった内部の地盤が洗掘されたりして被災することが指摘されてきた。著者ら^{5.7), 5.8), 5.9)}は、地盤内の水位に比して前面の水位が大きく変動し、引き波時に前面水位は相対的に低くなり、浸透力が発生して地盤が不安定化することを明らかにした。また、長時間にわたって地盤が波に晒されることで、地下水面以上の不飽和領域での飽和度が高まって、地盤がより不安定化する。これらの現象が生じることを遠心模型実験によって実証した。実施した実験の断面図を図-6.3に示している。この実験シリーズでは、被覆した護岸に対して波を入射し、その破壊特性を調べた。図には、水位条件を変化させた3ケースの実験断面を示している。

繰り返し波を護岸に入射して破壊に至った際の様子を図-6.4に示す。初期の海側の水面と地下水面の位置を等しくしたケースSW1とSW2では、護岸背後の地盤が飽和化して間隙水圧が上昇し、引き波時に、被覆工を含んでその下部の地盤内ですべりが発生して護岸は崩壊した。一方、地下水面を低下させたケースSW3では、多くの波の入射後、最終的には法先が洗掘されて被覆工がすべり落ちる形態で破壊したが、ケースSW1とSW2のような地盤内部のすべり破壊は生じなかった。このことから、護岸背後の地盤の飽和度が高まり、引き波時に地盤に浸透力が作用することで護岸内部の地盤が不安定して、護岸は崩壊することが分かった。

実験の相似則については、この実験においても流体として粘性流体ではなく水を用いたため、表-5.3(b)の相似則を用いたことになる。表に示すように、フルード則で考えた流体の時間に対して、砂地盤内の浸透の時間は1/N倍となって浸透が相対的に早い。つまり、フルード則で考えた波の入射時間に対して、地盤内の飽和化の時間は早く、実際には、より長い時間をかけて地盤内の飽和化が進み破壊に至ると考えられる。時間以外の相似比としては、遠心力場では応力や間隙水圧の相似比は1であるため、実物と同じ地盤内応力の状態となり、変形や破壊形態をそのまま再現できている。

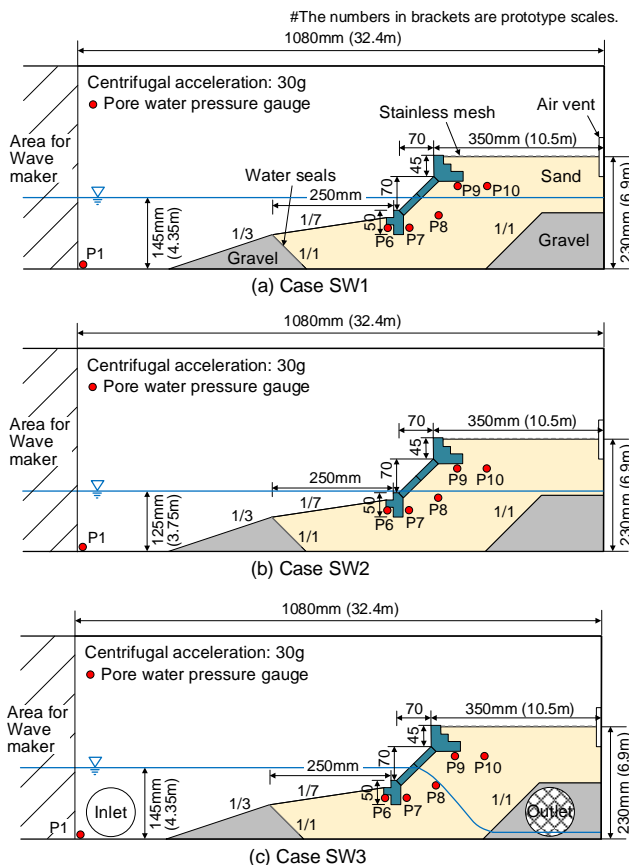


図-6.3 護岸の高波来襲実験の断面図^{5.9)}

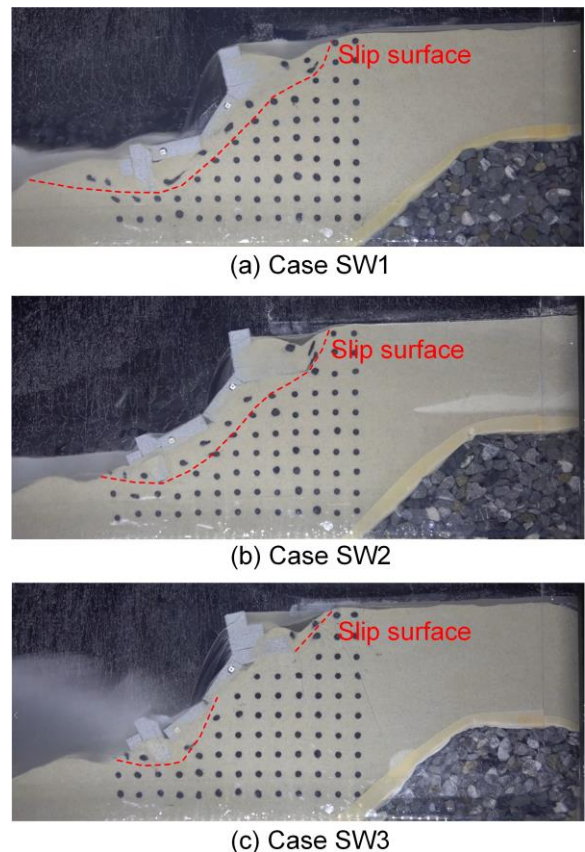


図-6.4 護岸の高波来襲実験の結果^{5.9)}

6. 3 混成堤マウンドの浸透

東日本大震災での津波によって、海岸堤防以外に多くの防波堤も被災した。日本の防波堤の多くは、砕石によるマウンド（盛土）上にコンクリート製のケーソンを設置した混成堤という形式であり、ケーソンがマウンドから滑落する被災も多く発生した。ケーソンがマウンド上を滑動したり、転倒したりする被災もあったが、マウンド自体がケーソンを支えられずに被災したと考えられる事例もあった。特に、ケーソンの前後で生じた水位差がマウンド内に水の流れ（浸透流）を作り、浸透流が砕石に及ぼす力（浸透力）が支持力を低下させることが指摘された。著者ら^{44), 62)}は、この浸透力が支持力を低下させることと、その効果を定量的に評価することを試みた。実験は2種類のシリーズで構成されており、1つは単純な水平載荷実験であり、もう1つは水平方向に荷重を加えつつ、港内外に水位差を発生させて水平荷重を負荷する載荷・浸透複合実験である。後者の実験では、港内外の水位差によってマウンドに浸透力が作用して、ケーソン底面には揚圧力も作用する。前者の実験においては、揚圧力に相当する鉛直荷重をケーソンの重量からあらかじめ差し引いておいた。この両者の実験結果の差分が浸透力の影響のみとなる。後者の実験の断面図を図-6.5に示しておく。実験では、ケーソン側面にワイヤーを接続し、滑車を介して錘をワイヤーにぶら下げて、一部の荷重を加えておいた。

水平載荷実験では、ケーソンの変位量が実物換算で1.7m程度に達した際に極限状態に至った。その時の水平荷重は3740kN/mであった。載荷・浸透複合実験では、ケーソン後趾付近のマウンド内で斜め上方に $i=0.27$ 程度の動水勾配が生じていた。錘によって加えた水平荷重に、ケーソン前後での水位差で発生するピーク時の水平荷重を足し合わせて水平荷重の合力を求めると、図-6.6のようになった。図のケース名の下に、マウンドが破壊したか否かを併せて示している。図を見ると、ケースSP2ではマウンドは破壊せず、ケースSP3では破壊した。すなわち、載荷・浸透複合実験での極限荷重はケースSP2とSP3の水平荷重の間（3144～3363kN/m）にあったと言える。これは、水平載荷実験での極限荷重3740kN/mの84～90%に相当するため、8.3～9.3mの水位差での浸透力はマウンドの支持力を10～16%低減させたことが実験的に示された。

相似則については、本実験で重要な点はマウンド内の浸透力場が実物と模型で共通する点である。浸透力は間隙水圧差によって生じるために、マウンド内の間隙水圧の分布を再現する必要がある。砂や粘土などのように間隙水の流れが層流となる場合には式(4.9)の右辺第1項が卓越し、表-4.2あるいは表-4.3の相似比となる。一方、砕石地盤内の水の流れは乱流となるために式(4.9)の右辺第2項が卓越して、導出過程で層流を仮定した表-4.2や表-4.3の相似比をそのままは使えない。ただし、遠心加速度 Ng 場において砕石の粒径を実物の1/Nとすることで、式(4.9)に示すように動水勾配と流速の相似比を1とすることができ、透水係数を除いて表-4.2と同じ相似比が使える。また、間隙水圧の分布も再現できることが分かっている。詳細については、文献⁴⁴⁾を参照されたい。

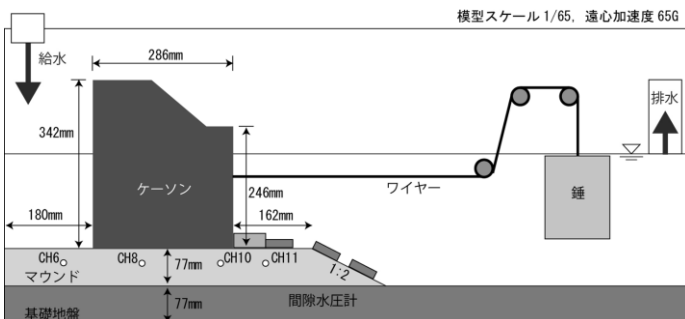


図-6.5 浸透力による支持力低下確認実験の断面図^{6,2)}

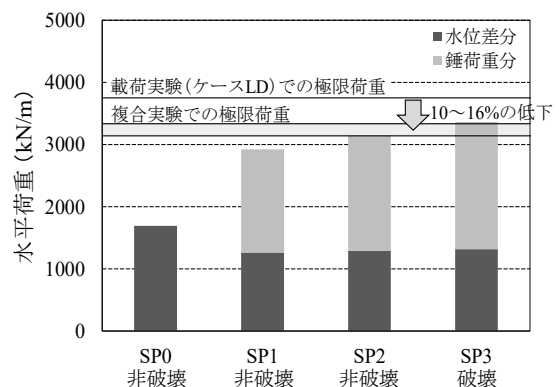


図-6.6 支持力低下確認実験の結果^{6,2)}

6. 4 海底地すべり流動

ここまでで紹介した事例は、流体を水とした場合の流体と地盤の複合現象であった。流体と地盤の複合問題としてさらに興味深い事例として海底地すべり流動の実験を最後に取り上げる。海底地すべり流動は、海底面に堆積し

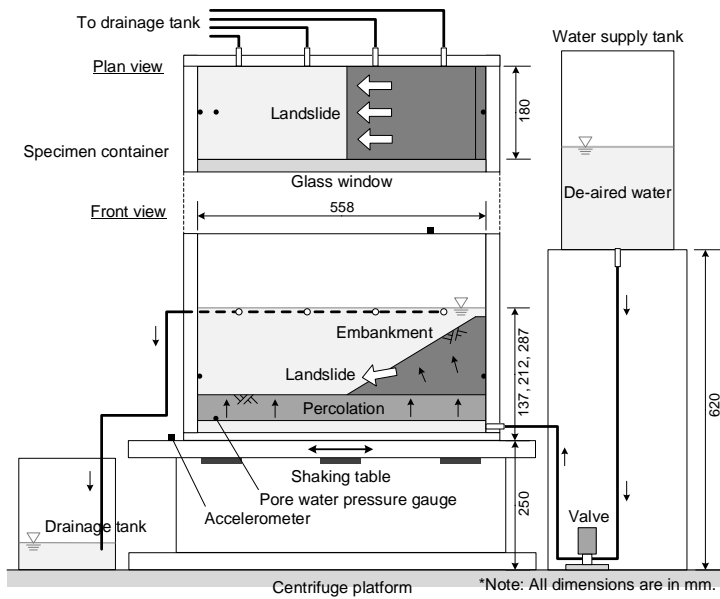


図-6.7 海底地すべり流動の実験断面図^{6.3)}

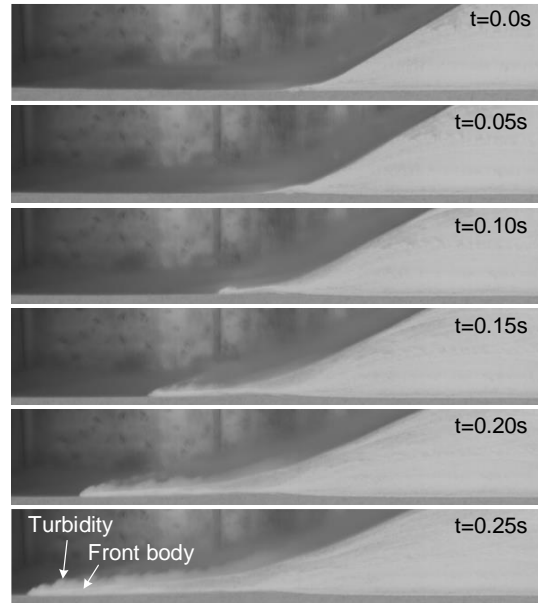


図-6.8 海底地すべり流動^{6.3)}

ている弱い地盤が何かしらの要因によってすべり破壊して、その土砂が海底面上を高速に移動することである。規模には大小があるが、幅100 kmにも及ぶ海底地すべりが生じたことも分かっている。急速に移動する土砂は海底ケーブルを破断したり、海洋構造物を破壊したりする。また、地すべりが生じることで海面を変動させて、津波を発生させて、沿岸域に大きな被害をもたらす。海底地すべり流動の発生から流動、堆積までの一連の現象を再現した模型実験例は無かったが、筆者ら^{6.3)}は、それを遠心力場で成功させている。具体的には、遠心力場で緩い砂地盤を液状化させて、それを流動させて、海底地すべり流動の特徴である高速流 (Debris flow) も発生させた。

相似則について先に述べると、表-4.2に示したように、遠心模型実験では動的現象の時間の相似比に過剰間隙水圧消散の時間の相似比を合わせるために、間隙流体として粘性流体を用いることが一般的である。粘性流体を使用しないと、振動に対して過剰間隙水圧の消散が速く、十分な液状化が生じないためである。一方で、粘性流体を用いると、液状化した状態の地盤の粘性が高まってしまい、実物のような急激な地すべりや、地すべり先端部での高速流、地すべり後の平らな地盤の堆積を再現できなかった。そこで、間隙流体としては水を用いるが、粘着力を増加させない範囲で細粒分を増やして過剰間隙水圧の消散を遅らせる方法^{6.4)}で、液状化による地すべり流動を再現することとした。液状化した地盤をどのような状態と捉えるかについてはいくつかの論があるが、筆者ら^{6.4)}は粘性を持った流体として液状化地盤の相似則を考えた。地すべり流動を粘性流体の重力流と捉えると、満たすべき相似則はフルード則とレイノルズ則になる。フルード則については、前述のとおり、実物に相当する速度を再現することができる。レイノルズ則においては、遠心模型実験ではせん断ひずみ速度が実物のN倍になることと、液状化した地盤のせん断ひずみ速度と見かけの粘性係数が反比例に近い関係にあることから、レイノルズ数は実物と模型で近い値となる。フルード則とレイノルズ則が概ね満たされることから、遠心力場において海底地すべり流動を再現できると考えた。

実施した模型実験の断面図を図-6.7に示している。図に示すように、水面下に細粒分を混合した砂を緩く堆積させて斜面を形成した。遠心力場において、下部から浸透圧を作用させて、その状態で振動を加えて地盤を液状化させた。図-6.8は、液状化によって発生した海底地すべり流動を示す連続写真である。先端部分で高速流も再現できており、実際に現場で観測されている速度のレベルにも達していた。相似則を明確にした上で、このような実験が可能になったことから、今まで検討が進んでいなかった海底地すべり流動の特性の解明や、地すべりに起因する自然災害の再現、その対策の検討などが進むことが期待される。

7. おわりに

本稿では、模型実験における相似則の役割と導き方、これまでの知見とその延長上で導ける流体あるいは地盤の個別の相似則、流体と地盤の複合する現象の相似則、著者が実施した模型実験の事例を順に紹介した。沿岸域の波を考える上で欠かせない砕波現象や、漂砂として重要な浮遊砂の観点、地盤で重要な不飽和地盤などの相似則についても文献¹⁾で検討している。より理解を深めるためにも、当文献を一読されることをお勧めする。

参考文献

- 1.1) 土木学会海岸工学委員会・水理模型実験における地盤材料の取扱方法に関する研究小委員会：水理模型実験の理論と応用—波動と地盤の相互作用—，土木学会，pp. 54-85, 2021.
- 3.1) 鹿島遼一，榊山勉，松山昌史，関本恒浩，京谷修：安定限界を超える波浪に対する消波工の変形と防波機能の変化について，海岸工学論文集，Vol. 39, pp. 671-675, 1992.
- 3.2) 榊山勉，小笠原正治：潜堤による衝撃砕波力の低減と実験スケール効果，海岸工学論文集，Vol. 40, pp. 746-750, 1993.
- 3.3) Takahashi, H., Sassa, S., Morikawa, Y., Takano, D., and Maruyama, K.: Stability of caisson-type breakwater foundation under tsunami-induced seepage, *Soils and Foundations*, Vol. 54, Issue 4, pp. 789-805, 2014.
- 4.1) Zienkiewicz, O.C., Chang, C.T., and Bettess, P.: Drained, undrained, consolidating and dynamic behaviour assumptions in soils, *Géotechnique*, Vol. 30, No. 4, pp. 385-395, 1980.
- 4.2) 香川崇章：土構造物の模型振動実験における相似則，土木学会論文報告集，Vol. 275, pp. 69-77, 1978.
- 4.3) Iai, S.: Similitude for shaking table tests on soil-structure-fluid model in 1g gravitational field, *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 1, pp. 105-118, 1989.
- 4.4) Takahashi, H., Sassa, S., Morikawa, Y., Takano, D., and Maruyama, K.: Stability of caisson-type breakwater foundation under tsunami-induced seepage, *Soils and Foundations*, Vol. 54, Issue 4, pp. 789-805, 2014.
- 5.1) 須賀堯三：河川水理模型実験の最近の進歩，第10回水工学に関する夏季研修会講義集，pp. A.9.1-A.9.22, 1974.
- 5.2) 椿東一郎：水理学II，第14章 基礎土工学全書7，森北出版，1974.
- 5.3) Steven A. Hughes: *Physical models and laboratory techniques in coastal engineering*, World Scientific, 588p., 1993.
- 5.4) Sekiguchi, H., Kita, K., and Okamoto, O.: Response of poro-elastoplastic beds to standing waves, *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 3, pp. 31-42, 1995.
- 5.5) 善功企：海底地盤の波浪による液状化に関する研究，港湾技術研究所資料，No. 755, 112p., 1993.
- 5.6) Miyamoto, J., Sassa, S., Tsurugasaki, K., and Sumida, H.: Wave-induced liquefaction and floatation of a pipeline in a drum centrifuge, *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 146, Issue 2, pp. 04019039-1-04019039-12, 2020.
- 5.7) Takahashi, H. and Morikawa, Y.: Centrifuge model tests examining stability of seawalls subjected to high waves, *Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, pp. 971-974, 2017.
- 5.8) Takahashi, H., Zdravković, L., Tsiampousi, A., and Mori, N.: Destabilisation of seawall ground by ocean waves, *Géotechnique*, 2022. (in press)
- 5.9) 高橋英紀：波による地盤を含む護岸の不安定化に関する遠心模型実験，港湾空港技術研究所報告，Vol. 59, No. 2, pp. 31-50, 2020.
- 5.10) Takahashi, H., Morikawa, Y., and Kashima, H.: Centrifuge modelling of breaking waves and seashore ground, *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, Vol. 19, Issue 3, pp. 115-127, 2019.
- 6.1) Takahashi, H., Morikawa, Y., Mori, N., and Yasuda, T.: Collapse of concrete-covered levee under composite effect of overflow and seepage, *Soils and Foundations*, Vol. 59, Issue 6, pp. 1787-1799, 2019.
- 6.2) 高橋英紀，佐々真志，森川嘉之，渡部要一，高野大樹：津波に対するケーソン式防波堤マウンドと腹付工の安定性，港湾空港技術研究所報告，Vol. 54, No. 2, pp. 21-50, 2015.
- 6.3) Takahashi, H., Fujii, N., and Sassa, S.: Centrifuge model tests of earthquake-induced submarine landslide, *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, Vol. 20, Issue 4, pp. 254-266, 2020.
- 6.4) Takahashi, H., Takahashi, N., Morikawa, Y., Towhata, I., and Takano, D.: Efficacy of pile-type improvement against lateral flow of liquefied ground, *Géotechnique*, Vol. 66, Issue 8, pp. 617-626, 2016.