

水工学シリーズ 22-A-7

土砂災害を発生させる物理現象

京都大学 准教授

竹林 洋史

土木学会

水工学委員会・海岸工学委員会

2022年9月

土砂災害を発生させる物理現象

Physical Phenomena Which Cause Sediment Disaster

竹 林 洋 史

Hiroshi TAKEBAYASHI

1. はじめに（竹林・藤田，2019）

2018年の西日本豪雨時の広島県・愛媛県，2019年の台風19号時の宮城県など，近年，高強度豪雨によって発生する表層崩壊に起因した土石流・泥流による土砂災害が毎年のように発生している．土石流・泥流から市民の生命と財を守るためには，形成される土石流・泥流の流動特性を土砂災害対策施設の設計や住民の避難のために必要な精度で評価することが重要である．

土石流・泥流対策を実施する上で求められる情報としては，土石流・泥流の氾濫域，流動深，流速，土石流・泥流による生産土砂量などであろう．土石流渓流からの土砂流出量を考えると，行政が土砂災害対策を考えるときに用いられる土石流渓流からの土砂流出量は，最も規模の大きい単一の渓流からの土砂流出量を用いる．つまり，支川からの土砂流出は考慮されていない．しかし，2018年の西日本豪雨に限らず，2017年の九州北部豪雨，2014年の広島土砂災害など，支川を有する一つの流域において豪雨時に複数の斜面崩壊が発生し，複数の渓流から土石流として土砂が流出することは非常に多い．本講義ノートで紹介する平面二次元の土石流・泥流数値シミュレーションモデルでは，各支川で発生した土石流・泥流の起点となる斜面崩壊を考慮すれば，複数の支川で発生した土石流・泥流を考慮した土砂流出量の推定が可能となる．また，斜面崩壊の発生から宅地に土石流・泥流が到達するまでの時間や宅地で氾濫時の土石流・泥流の流速や流動深の時空間的な分布も数値シミュレーションによって予測可能であり，宅地内の各家屋に有効で実施しやすい避難方法を個別に提案できる．このように，数値シミュレーションによる土石流・泥流の解析では，効率的で効果的なハード・ソフトの土砂災害対策を検討するための情報を提供することが可能である．

また，河岸・堤防の浸食，局所洗掘，河床上昇による氾濫など，山地域だけでなく河川下流域でも土砂災害が発生する．2021年の青森県の北下半島北部での豪雨災害では，小赤川下流域で河床低下と河岸浸食によって道路橋が落橋するとともに，大量の流木が橋梁上流域の河道を閉塞し，水及び土砂を氾濫させた．2011年の紀伊半島南部の豪雨災害では，那智川下流域で河岸浸食とともにJR橋が落橋した．2013年の京都・滋賀水害では，渡月橋で堰上げられた流れにより，多くの土砂と流木を含む流れが氾濫するとともに，迂回流によって中ノ島が浸食された．さらに，2015年は鬼怒川下流で堤防及び堤内地地盤が浸食され，多くの土砂を含む洪水流が氾濫した．このような河川下流域の土砂災害は，河川工学分野における基礎的な研究課題として，古くから研究が実施されており，近年では，数値シミュレーションによる現象の再現により，現象の特性を把握し，土砂災害対策の立案に利用されている．

本講義ノートでは，まず，土石流・泥流を対象とした平面二次元の河床変動解析の基礎方程式を示すとともに，2018年に広島市安芸区矢野東で発生した土石流災害の現地調査結果を紹介するとともに，平面二次元数値シミュレーションの結果を例にして，土石流・泥流の数値シミュレーションによる解析技術と解析結果の利用方法について紹介する．次に，平面二次元流れの掃流砂・浮遊砂を対象とした河床変動解析の基礎方程式を示すとともに，2021年の青森県むつ市で発生した橋梁落橋及び河道閉塞による水と土砂の氾濫現象の現地調査結果を紹介するとともに，橋梁周辺で発生する河床変動及び堤防・河岸浸食の平面二次元数値シミュレーションの結果を用いて，河床変動及び堤防・河岸浸食の特長と対策例について紹介する．

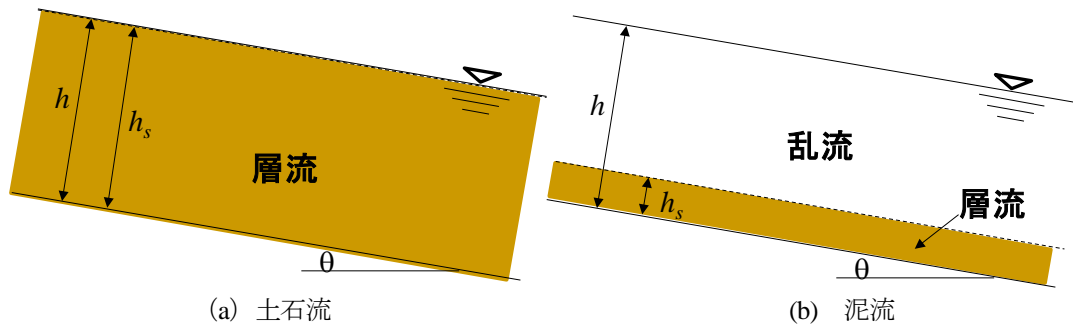


図-1 土石流と泥流

2. 土石流・泥流を対象とした河床変動の解析方法

2.1 概説

土石流・泥流は、水と土砂が混合した固液混層流である。固液混層流は、水を液体、土砂を固体として扱う二流体モデルと水と土砂の混合物を一つの流体として扱う一流体モデルが存在する。土石流・泥流の場合、非常に多くの土砂粒子が流体中に存在し、これら全てを固体粒子として扱う二流体モデルは、計算負荷が非常に高く、工学的に実用性のある解析は条件が非常に限定される。そのため、ここでは、一流体モデルとして土石流・泥流の流れをモデル化する。急勾配の山地溪流を荒々しく流れる土石流は、非常に複雑な流れに見え、多くの方が土石流は乱流状態で流れていると考えているかもしれない。しかし、土石流中には流動深と同スケールの粒径の大きい砂礫が含まれているため、乱れが発達しにくく、流れ全体の特性は層流となる。一方、泥流の場合は、河床近傍では土石流と同様に層流域が形成されるが、流動深に対して土砂の粒径が小さいため、図-1 に示すように層流域の上には乱流域が形成される。ここで紹介する解析モデルは、層流・乱流の二層の流れの状態で作成された泥流にも適用可能である。

2.2 支配方程式（江頭・佐藤・千代，1994，江頭・伊藤，2004，Takebayashi・Fujita，2020）

従来の土石流の数値シミュレーションは、上流域は一次元モデルを用い、下流の土石流堆積域に平面二次元モデルを適用することが多い（和田・里深・水山，2008）。しかし、このようなモデルでは支川からの土石流の扱いが別途必要となる。また、伊豆大島で見られたような尾根を土石流が超える場合の解析や土石流の流動幅の時間的な変化の評価が困難となる。そこで、本解析では全解析区間に平面二次元モデルを適用した。基礎方程式は以下のようである。

水及び土砂の混合物の質量保存則は以下のようである。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = \frac{E}{c_s} \quad (1)$$

ここに、 t は時間、 h は泥流の流動深である。 u と v は x と y 方向における速度成分、 c_s は静止堆積層の砂礫の濃度、 E は河床の浸食速度であり、以下の式を用いる。

$$\frac{E}{\sqrt{u^2 + v^2}} = c_s \tan(\theta - \theta_e) \quad (2)$$

ここに、 θ は流動方向の河床勾配であり、以下の関係がある。

$$\sin \theta = \frac{u \sin \theta_x + v \sin \theta_y}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (3)$$

ここに、 θ_x は x 方向の河床勾配、 θ_y は y 方向の河床勾配である。 θ_e は水及び土砂の混合物中の鉛直平均土砂濃度 \bar{c} に関する流動方向の平衡河床勾配であり、図-1のように、水と土砂の混合物に対して河床近傍に層流域、その上に乱流域を有する二層流を考えると、以下の関係が得られる。

$$\tan \theta_e = \frac{(\sigma/\rho-1)\bar{c}}{(\sigma/\rho-1)\bar{c}+1} \frac{h_s}{h} \tan \phi_s \quad (4)$$

ここに、 ϕ_s は土砂の内部摩擦角である。流体中の土砂の質量保存則は以下のようである。

$$\frac{\partial \bar{c}h}{\partial t} + \frac{\partial \bar{c}hu}{\partial x} + \frac{\partial \bar{c}hv}{\partial y} = E \quad (5)$$

運動量保存則は以下のようである。

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial huu}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_m} \quad (6)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hvv}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_b}{\partial y} - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho_m} \quad (7)$$

ここに、 g は重力、 z_b は河床位である。 P は圧力であり、静水圧近似を用いる。 ρ_m は以下の関係がある。

$$\rho_m = (\sigma - \rho)\bar{c} + \rho \quad (8)$$

ここに、 ρ は水の密度、 σ は土砂の密度である。 τ_{bx} と τ_{by} は x と y 方向における掃流力成分であり、以下のようである。

$$\tau_{bx} = \left\{ \tau_y + \rho f_b (u^2 + v^2) \right\} \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (9)$$

$$\tau_{by} = \left\{ \tau_y + \rho f_b (u^2 + v^2) \right\} \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (10)$$

τ_y は降伏応力であり、本解析では以下の関係を用いる。

$$\tau_y = \left(\frac{\bar{c}}{c_*} \right)^{\frac{1}{4}} (\sigma - \rho) \bar{c} g h_s \cos \theta \tan \phi_s \quad (11)$$

f_b は抵抗係数であり、本解析では以下の関係を用いる。

$$f_b = \frac{4}{25} \left\{ k_f \frac{(1-\bar{c})^{\frac{5}{3}}}{\bar{c}^{\frac{5}{3}}} + k_d \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2) \bar{c}^{\frac{1}{3}} \right\} \left(\frac{h_s}{d} \right)^{-2} \quad (12)$$

$$f_b = \frac{C_{mu}}{8} \alpha^2 \left(1 - \frac{h_s}{h} \right) \quad \alpha = 0.37 \quad (13)$$

ここに、 $k_f=0.16$ 、 $k_d=0.0828$ 、 e は粒子の反発係数、 d は土砂の平均粒径である。河床位方程式は以下のようである。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{E}{c_*} \quad (14)$$

3. 2018年7月に広島市安芸区矢野東で発生した土石流 (竹林, 2019)

3.1 概要

2018 (平成 30) 年 7 月 6 日と 7 日に中国・四国地方を中心として、西日本の広い範囲で豪雨となった。広島市においても市の南部を中心に長時間雨が降り続けるとともに線状降水帯が形成され、降雨強度の強い雨が観測された。その結果、非常に多くの土砂災害が発生し、甚大な被害が発生した。広島市では、4 年前の 2014 年にも多くの土砂災害が発生している。そのため広島県では、一般には土石流を捕捉する機能が無い治山ダムについても可能な場合は土石流を捕捉できる機能を持たせた設計とするなど、様々な対策が進められているところであった。

本章では、広島市安芸区矢野東で発生した土石流について現地調査の結果を紹介するとともに、第 2 章で紹介し

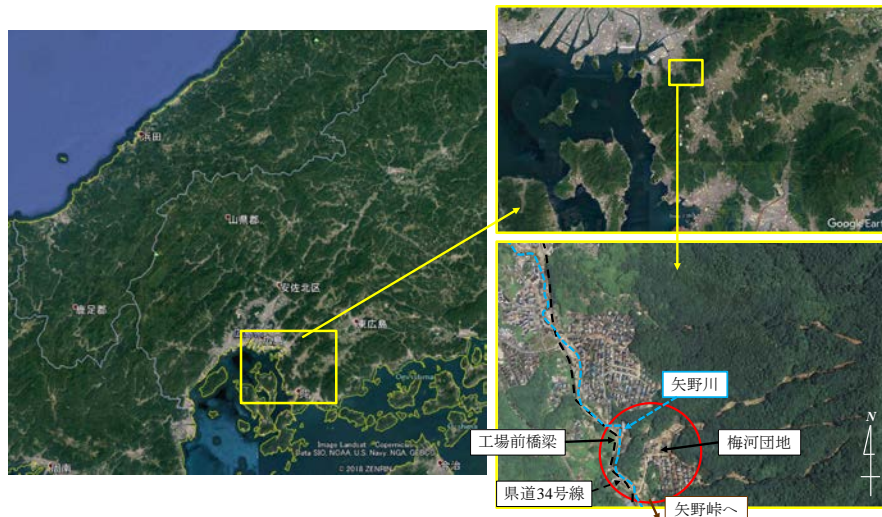


図-2 広島市安芸区矢野東梅河団地の場所 (Google)



図-3 梅河団地北西の溪流の被災後の様子



(a) 土石流が宅地に流れ込んだ地点の被災後



図-4 被災後の治山ダムの様子



(b) 土石流が宅地に流れ込んだ地点の被災前 (Google)



(c) 宅地内の土石流の流動経路

図-5 溪流が宅地に流れ込んでいる場所の様子

た平面二次元土石流数値シミュレーションの基礎方程式を用いた解析の結果およびその利用方法を紹介する。

3.2 広島市安芸区矢野東梅河団地の概要

広島市安芸区矢野東の梅河団地は、図-2のように、広島市南部の矢野峠に続く県道 34 号線と矢野川の東に位置している。多くの人的被害を発生させた土石流が流下した図-3 に示す溪流は、梅河団地の北東に位置しており、団地の北端付近に東から西に土石流が流入した。梅河団地の西側は崖となっており、崖の下には後に図-7 (a) として示す工場が県道及び矢野川の東に位置している。溪流の地質は花崗岩であり、地盤の表層は花崗岩が風化した真砂土に加えて、球状風化した直

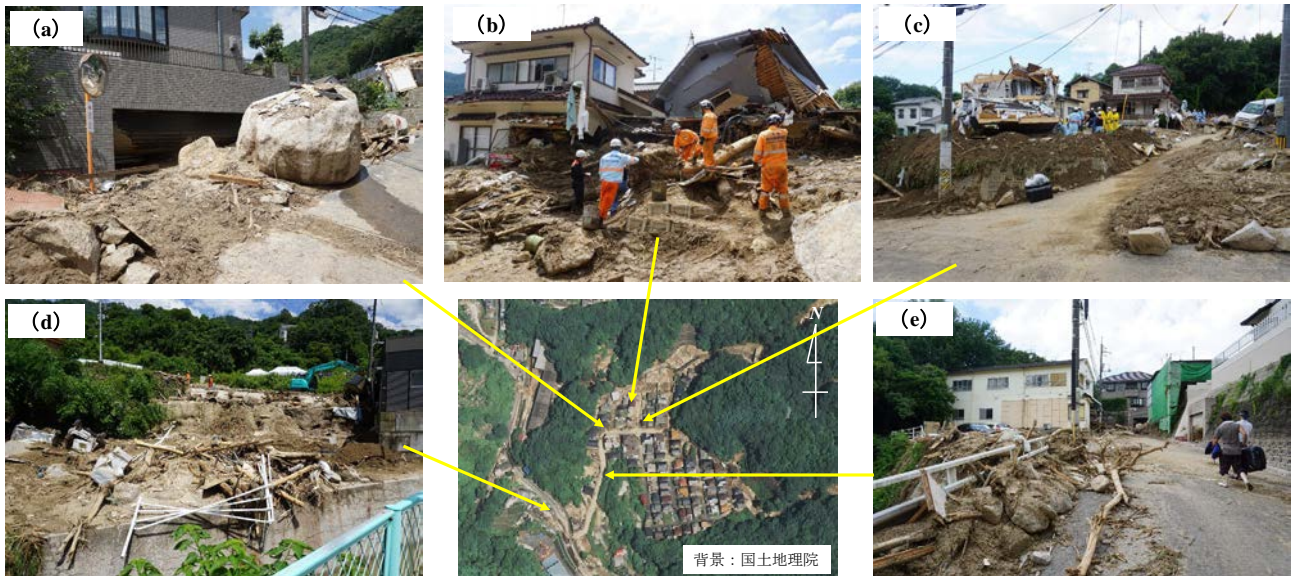


図-6 土石流流下後の宅地内の様子

径数 m の巨礫が存在している。山頂から宅地までの斜面は平均 24 度の急斜面となっている。土石流は大きく二つの溪流から発生しているが、両溪流は宅地に流入する直前に合流しており、合流点のすぐ下流に図-4 に示す治山ダムが建設されている。治山ダムは、2018 年 2 月に完成したばかりのものであり、発災直前の時点では土砂は全く貯まっていなかったと考えられる。一般に、治山ダムは土石流を受け止めるようには設計されていないが、本治山ダムは土石流による流出土砂を堆積させることも目的となっている。

3.3 現地調査

図-3 に斜面の様子を示す。斜面崩壊は、図中に赤丸で示した山頂付近の三カ所で発生しており、図中の真ん中と右の崩壊が発生した溪流は、約 100m 下流で合流して南側の溪流（写真右側）となっている。また、北側の溪流（写真左側）と南側の溪流は治山ダムの直上流で合流している。溪流の浸食幅は北側の溪流の方が広く、土石流の規模は南側の溪流よりも北側の溪流の方が大きかったと考えられるが、この点は数値シミュレーション結果のところで議論する。浸食された溪流には、球状風化した直径数 m の花崗岩が残されている。

図-4 は被災後の治山ダムの様子を示す。治山ダムは二つの溪流の合流点の直下流に位置しており、写真左上が北側の溪流、写真右上が南側の溪流である。治山ダム建設時の堆積可能容量は 2659m³ であり、ダム建設後に大きな出水を経験していないこととダムが満砂して土石流が越流したことから、2659m³ 以上の土砂が流れてきたことがわかる。ここで、治山ダム両岸の浸食状況に着目すると、右岸側（写真左側）斜面はほとんど浸食されていないのに対して、左岸側（写真右側）斜面は非常に高い位置まで浸食されていることがわかる。これは、南側（写真右側）の溪流からの土石流が先に治山ダムに到達し、治山ダムの堆砂域を埋め、北側（写真左側）の溪流からの土石流が、先に堆積した土砂の上を流れた可能性が高いことを示す。なお、住民によると、宅地には少なくとも 2 回は土石流が流れてきており、一回目は 19 時 50 分頃、二回目は 10 分後の 20 時頃に発生している。

図-5 (a) は溪流から土石流が宅地に流れ込んだ場所である。写真の奥には、治山ダムが見える。図-5 (b) の Google Earth のストリートビューが示すように、被災前には多くの家屋が存在していたことがわかる。図-5 (c) は溪流からの土石流が宅地に流れ込んだ場所を上空から下流に向かって撮影したものである。土石流が宅地に流れ込んでいる場所は家屋に作用する土石流の応力が大きいため、多くの家屋が破壊されていることがわかる。宅地内の大まかな土石流の流れを赤い矢印で示している。前述のように、土石流は宅地北側（写真右側）を流れて宅地西側（写真奥）の崖から崖下の工場に流れている。また、一部の土石流は南（写真左側）に分岐して宅地内の道路を流れ、一部は矢野川まで達している。

図-6 (b) は宅地内で土石流が分岐した地点の被災後の様子である。写真右の家屋は家屋全体が破壊されている

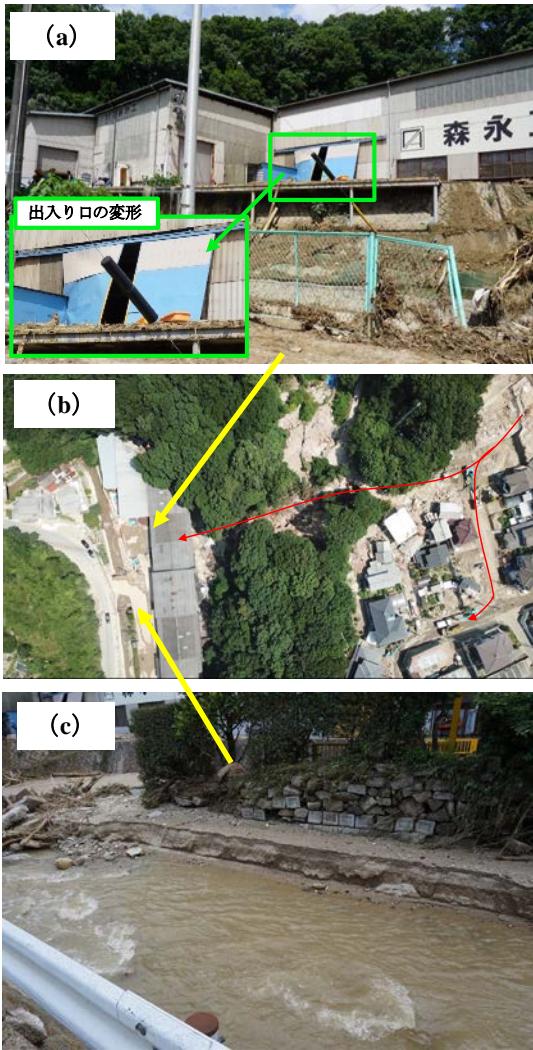
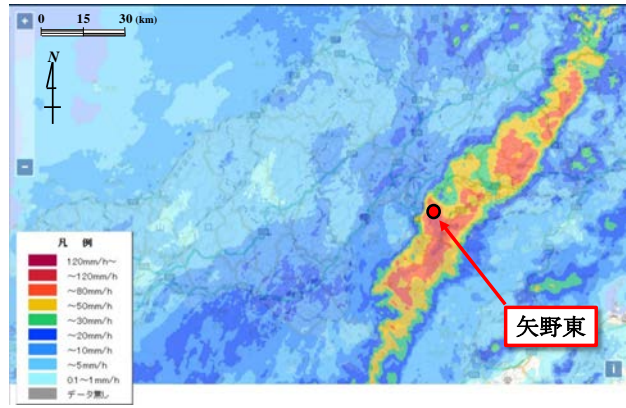


図-7 宅地の西の崖の下の様子

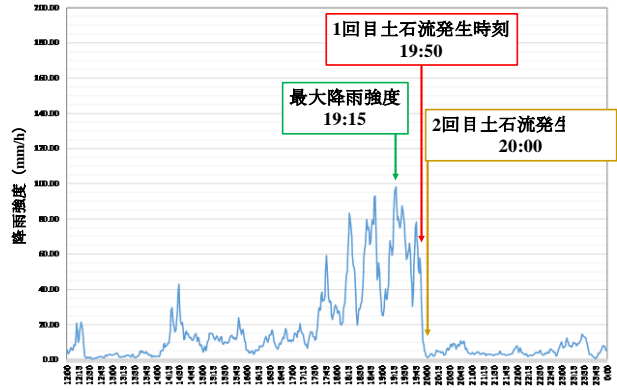
土石流が家屋に作用する応力を数メートル解像度のオーダーで推定する重要性を示すものである。図-6 (c) は、図-6 (b) の写真の位置よりも 10m 程度南の T 字路である。手前の道路は、写真右から左に急勾配の下りの道路となっている。写真中央に損傷した家屋が写っているが、この家屋は上流から流れてきたものであり、この場所は被災前は畑であった。そのため、土石流は写真奥から畑の上を流れて左の道路の下の方に流下したようである。図-6 (a) は、図-6 (c) から急勾配の道路を西に 20m 程度下ったところである。球状風化した直径約 2m の花崗岩が流れてきていることがわかる。図-6 (a) よりも上流域の道路のアスファルト舗装がほとんど損傷していないことなどから、図-6 (a) に示す花崗岩は真砂土などの細粒土砂と混合した土石流として流れてきたものと考えられる。図-6 (e) は図-6 (a) の地点から南南西に直線的に伸びた道路の様子である。この道路を流れてきた土石流は、県道 34 号線と県道と平行する矢野川に流れ込んだ。道路上の土石流の最大深さは約 1m である。また、一部の土石流は図-6 (d) のように、道路の途中で道路西側斜面を流れ下り、斜面の下の矢野川に直接流れ込んでいる。

図-7 (b) は宅地西側の崖の様子である。土石流が宅地の北側道路を直進して流れ、西の崖から崖下の工場に流れていったことがわかる。図-7 (a) に工場を西側から撮影した様子を示す。工場の出入りが宅地西側の崖から流れてきた土石流で工場内側から押されて変形している様子がわかる。図-7 (c) は図-7 (a) に示す工場と県道を繋ぐ橋の上流の様子である。橋の上流側は梅河宅地などから流れてきた土砂と流木で閉塞されている。

図-8 (b) は、CXバンドレーダーによって得られた梅河宅地における2018年7月6日の降雨強度の時間変化である。雨は14時ごろから強くなり、19時15分に最大降雨強度となっており、時間換算で97mmの強い雨となっている。宅地に流れ込んだ土石流が発生したのは19時50分ごろと20時ごろであり、ちょうど雨が降り止むタイミングであった。図-8 (a) に一回目の土石流が発生した19時50分におけるCXバンドレーダーによって得られた矢野東周辺の降雨強



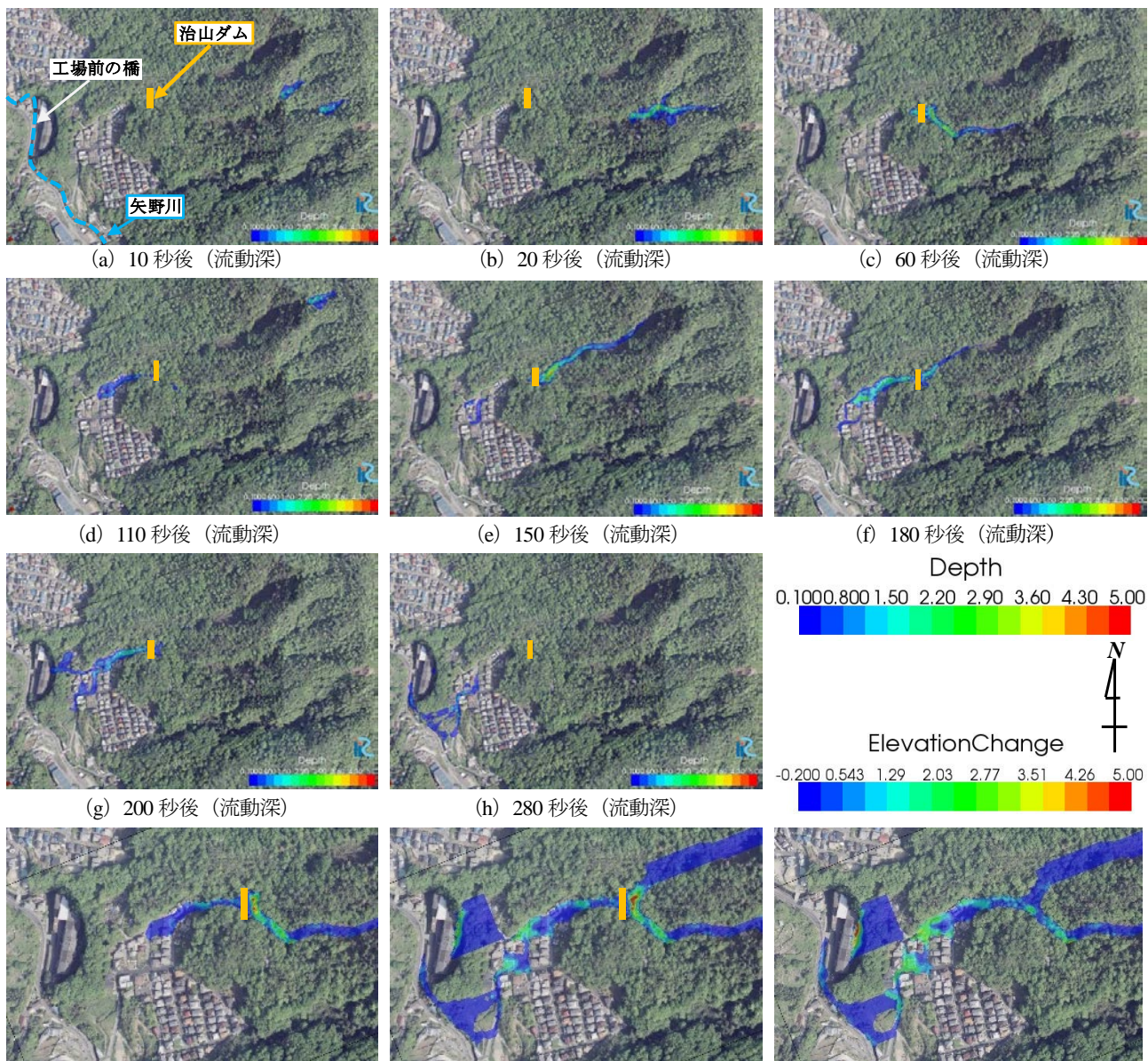
(a) 19時50分におけるCXバンドレーダーによる降雨強度



(b) 梅河団地における降雨強度の時間変化

図-8 梅河団地における2018年7月6日の降雨強度

が、写真左の家屋は一階のみが被害を受けて二階は全く損傷していないことがわかる。このように、僅か数メートルの位置の違いで家屋の損傷状態が大きく異なっている。これは、



(a) 10 秒後 (流動深) (b) 20 秒後 (流動深) (c) 60 秒後 (流動深)
 (d) 110 秒後 (流動深) (e) 150 秒後 (流動深) (f) 180 秒後 (流動深)
 (g) 200 秒後 (流動深) (h) 280 秒後 (流動深)
 (i) 110 秒後 (地盤変動量, 治山ダムあり) (j) 280 秒後 (地盤変動量, 治山ダムあり) (k) 280 秒後 (地盤変動量, 治山ダム無し)

図-9 梅河団地で発生した土石流の数値シミュレーションによる流動深さと地盤変動量の時間変化(単位:m)度の平面分布を示す。土石流が発生した時間帯は南西から北東方向に伸びる線状降水帯が形成されている。一回目の土石流が発生した19時50分の時点における総降水量は168mmであり、2014年に広島市で発生した斜面崩壊・土石流の多くが総降水量200mm以上の場所で発生したことを考えると(松四, 2014), 少し小さめの値である。

3.4 解析条件

初期地形データは国土地理院により被災前に測定されたものであり、平面的に5mの解像度のDEMデータである。解析格子は、道路上を流れる土石流を表現するとともに家屋の形状を表現するため、2m×2mの比較的細かい正方形格子を用いる。なお、地形データは、DEMデータを三次スプライン曲線で内挿補間した。土石流は実現象に即して斜面崩壊を発端として発生するものとした。そのため、本解析の境界条件は、約5m³の流体化した水と土砂の混合物が斜面崩壊物質として初期の斜面に流速ゼロで存在するとしている。表層崩壊は、図-3に示すように、北側の溪流の山頂付近に一カ所、南側の溪流の山頂付近に二カ所の合計三カ所を考慮する。これら三カ所の斜面崩壊の発生時刻の関係は不明であるが、治山ダム周辺の状況から、南側の溪流からの土石流が北側の溪流の土石流よりも先に発生していると考えられるため、本解析では南側の溪流の二カ所の斜面崩壊が最初に同時に発生し、後から北側の溪流の斜面崩壊を発生させている。なお、宅地を襲った二回目の土石流は、一回目の土石流が宅地に流れ

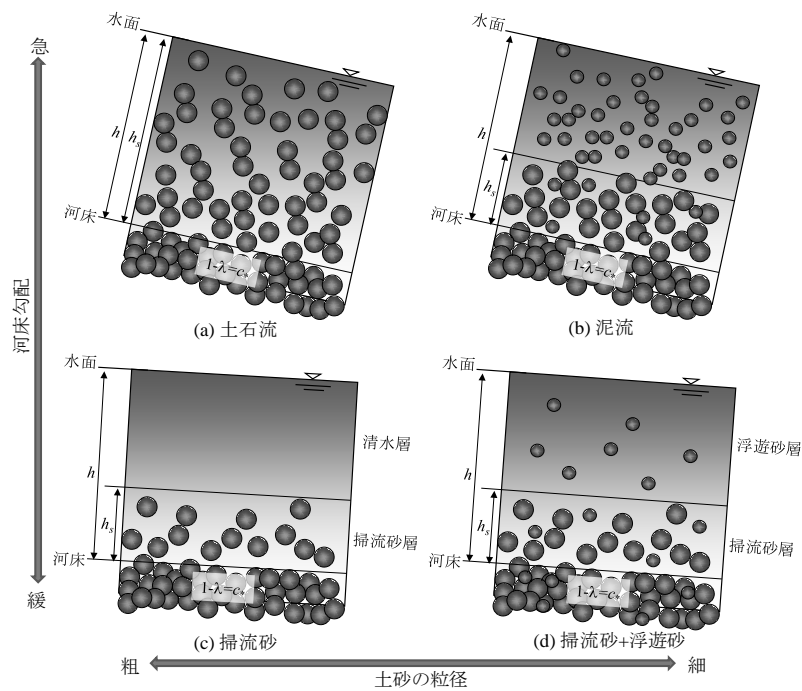


図-10 土石流，泥流，掃流砂，浮遊砂の関係

込んでから 10 分後に発生していると考えられるが，本解析では解析時間短縮のため，南側の溪流からの土石流が流れ下った直後に（南側の溪流の土石流発生から 100 秒後）北側の溪流で斜面崩壊を発生させている．なお，下流域での土石流の規模は土石流の流動過程で溪床や河岸などを浸食して取り込んだ土砂と水の量で決定されるため，本土石流のように土石流の流動距離が長い場合は斜面崩壊の大きさは土石流の規模にほとんど影響を与えない（Takebayashi・Fujita, 2020）．河床材料の粒径は，現地の材料を参考に 1cm とした．治山ダムは非浸食性の構造物とし，高さは現地で計測した値を用いた．宅地の中の家屋は，高さ 8m の非浸食域とした．ただし，土石流によって流された家屋については，本解析では家屋が無いと仮定して扱っている．

3.5 結果と考察

図-9 に数値シミュレーションによって得られた土石流の流動深と地盤変動量の時空間的な変化を示す．南側の溪流で発生した二つの土石流は 20 秒後には合流し，溪流を流下した後の 60 秒後には治山ダムに流れ込んでいる．治山ダムに流れ込んだ土石流は，治山ダムに土砂を堆積させるとともに，一部は治山ダムを乗り越えて下流の宅地に流れている．その後，北側の溪流で発生した土石流が治山ダムに流れ込み，ほぼ満砂の治山ダムを乗り越えて宅地に流れ込んでいる．

数値シミュレーションによると，山頂付近の南側溪流の崩壊発生から土石流が溪流出口付近の家屋に到達するまで 65 秒となっており，斜面における土石流の平均速度は約 8.6m/s である．また，北側溪流からの土石流が溪流出口付近の家屋に到達するまでは 58 秒となっており，斜面における土石流の平均速度は約 9.6m/s である．北側の溪流からの土石流が宅地に到達した時点の土石流の深さは約 3m であり，宅地内では家屋に衝突した時に 5m 以上となっている場所もある．

数値シミュレーションによると，治山ダムよりも上流域の地盤の浸食量は 6376m³ であり，治山ダムの堆積可能容量である 2659m³ を大きく上回っている．なお，本数値シミュレーションによる治山ダム上流の堆積土砂量は 2425m³ であり，堆積可能容量に近い値である．また，北側溪流と南側溪流で土石流による浸食幅を比べると，現地調査と同様に治山ダムに近いところでは，北側溪流の浸食幅の方が南側溪流の浸食幅よりも広がっている．しかし，南側溪流は二カ所で斜面崩壊・土石流が発生しているため流出土砂量は 2983m³ となっており，北側溪流からの流出土砂量 3393m³ と大きな違いは無い．そのため，従来，溪流からの土砂流出量の予測は，最も規模の大きい単一の溪流からの土砂流出量を用いることとなっているが，本研究の対象溪流のような場では流出土砂量をかな

り小さく見積もってしまう危険性がある。

図-9 (j) より、宅地内を南南西方向に流れた土砂の一部が矢野川に流れ込み、工場と県道を繋ぐ橋の近くまで流れ、河道に土砂を堆積させていることがわかる。

図-9 (k) に治山ダムを考慮していない条件で得られた280秒後の地盤変動量を示す。図-9 (j) と比較すると、治山ダムへの土砂の堆積が無い場合、宅地に流れ込んだ総土砂量は多くなっている。しかし、土石流氾濫範囲はほとんど変わっていないことがわかる。これは、土石流が宅地の北端を東から西に流れ込み、ダムが無いことによって増えた土砂の多くが宅地を通過して宅地西の崖を通過して崖下の工場に流れ込んだためである。よって、治山ダムが無いことによって工場の被害は大きくなるが、宅地内の氾濫域には大きな影響が出ない。つまり、今回のケースは、土石流を宅地外に速やかに流せるような道路形状を考えて宅地を造成することにより、土石流の被害を少なくすることが可能となる一つの例となっている。

4. 掃流砂・浮遊砂を対象とした河床変動の解析方法

4.1 概説

図-10 に土石流・泥流と掃流砂・浮遊砂との関係を示す。土石流と掃流砂の基本的な力学特性は同一であり、勾配が急で土砂が水面まで到達し、河床から水面まで層流域が形成されていると土石流と呼ばれ、勾配が緩やかとなり土砂の輸送領域が河床近傍に限定されるときに掃流砂と呼ばれる。河床材料の粒径に細かいものが含まれないときは、掃流砂層の上に乱れた清流域が形成される。土砂に細かいものが含まれ、掃流力が大きいときは、浮遊砂が発生する。浮遊砂層は掃流砂層の上の乱流域に形成され、河床材料との交換が行われるが、河床とのコンタクトは掃流砂よりも少ない。泥流は、粒径が細かく河床勾配が急なときに形成され、水面付近において乱流状態であるとともに土砂濃度も高い。

掃流砂・浮遊砂が形成された流れは、土石流・泥流による流れに比べて土砂濃度が低いため、簡単のため、一般には水の流れと土砂の流れを別々に取り扱う。つまり、流水中の土砂の体積などは無視し、流砂の影響は河床変動を通じて流れに影響を与えるものとする。

4.2 支配方程式 (Takebayashi, 2017, Takebayashi・Okabe, 2009)

河道平面線形は一般に曲線であるため、境界適合型の解析格子が用いられるとともに、基礎式は一般座標系で記述される (Takebayashi, 2017)。しかし、一般座標系で記述された式は複雑であり、式の物理特性を理解しづらいと感じる受講生も多いと思う。そこで、本講義ノートでは、デカルト座標系で示された平面二次元河床変動解析の支配方程式を示す。一般座標系で記述された式については、既発表の論文 (Takebayashi, 2017) を参考にしてください。

流れの質量保存則は、以下のようになる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

ここに、 t は時間、 z は水位、 h は水深、 u と v は x と y 方向における水深平均の流速成分である。

流れの運動量保存則は以下のようである。

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial huu}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y} = -gh \frac{\partial h + z_b}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} + \frac{\partial h\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial h\tau_{yx}}{\partial y} \quad (16)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hvv}{\partial y} = -gh \frac{\partial h + z_b}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} + \frac{\partial h\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial h\sigma_{yy}}{\partial y} \quad (17)$$

ここに、 g は重力、 τ_x と τ_y は流下方向と横断方向の剪断力であり、以下のように、河床面近傍の速度ベクトルを用いて算定されている。

$$\tau_x = \tau_b \frac{u_b}{\sqrt{u_b^2 + v_b^2}}, \quad \tau_y = \tau_b \frac{v_b}{\sqrt{u_b^2 + v_b^2}} \quad (18)$$

$$\tau_b = \rho u_*^2 \quad (19)$$

$$u_*^2 = \frac{n_m^2 g}{R^{1/3}} (u^2 + v^2) \quad \text{or} \quad u_*^2 = \frac{u^2 + v^2}{(6 + 2.5 \ln(h/k_s))^2} \quad (20)$$

ここに、 u_* は摩擦速度であり、 n_m はマンニングの粗度係数である。 R は径深、 k_s は代表粗度高さである。(20)式の抵抗則は、実河川での現象を対象とした解析ではマンニング則が用いられ、水路実験での現象を対象とした解析では対数則が用いられることが多いようである。 u_b と v_b は流下方向と横断方向の河床面近傍の流速であり、水深平均流れの流線の曲率により、以下のように算定されている。

$$u_b = u_{bs} \cos \alpha_s - v_{bs} \sin \alpha_s \quad (21)$$

$$v_b = u_{bs} \sin \alpha_s + v_{bs} \cos \alpha_s \quad (22)$$

$$u_{bs} = 8.5 u_* \quad (23)$$

$$v_{bs} = -N_* \frac{h}{r} u_{bs} \quad (24)$$

ここに、 $\alpha_s = \arctan(v/u)$ 。 N_* の値は多くの研究者により提案されており (Zimmermann, 1977), 7.0 程度の値をとる (Engelund, 1974)。 r は水深平均流れの流線の曲率であり、以下の関係より予測されている (Shimizu, and Itakura, 1991)。

$$\frac{1}{r} = \frac{u \left(u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial y} - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)}{(u^2 + v^2)^{3/2}} \quad (25)$$

σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} と τ_{yx} は乱流応力であり、例えば、以下のような関係により予測する。

$$\sigma_{xx} = 2\nu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma_{yy} = 2\nu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \nu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (26)$$

$$\nu = (\kappa/6) u_* h \quad (27)$$

ここに、 ν は渦動粘性係数である。

数値解析実行時は、安定な解を得るため、水深が河床材料の平均粒径以下となったときは、運動方程式中の圧力項と剪断力項以外の項を無視する (長田, 1999)。

河床・河岸材料は、一般に粒度を有する混合砂である。混合砂の取り扱い、一様砂の取り扱いを援用した方法による (芦田・道上, 1972)。つまり、粒度分布をいくつかの粒径階に分け、各粒径階内での粒度は一様とし、粒径階ごとに流砂量などを求める。このとき、各粒径階の土砂の存在率を粒径階ごとの流砂量に乘じ、これらの線形和を全体とする。さらに、図-11に示すように鉛直方向に土層を設定し、各層ごとの粒度を計算する。交換層と第1堆積層の粒径階ごとの質量保存則は、以下のようである (Takebayashi, Egashira, and Okabe, 2003)。

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_b E_b f_{bk}) + (1-\lambda) F_{bk} \frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_{bxk}}{\partial x} + \frac{\partial q_{byk}}{\partial y} + w_k (c_{sbk} - c_{sbk}) \right) = 0 \quad \begin{cases} F_{bk} = f_{d1k}, \partial z_b / \partial t \leq 0 \\ F_{bk} = f_{bk}, \partial z_b / \partial t \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (E_{d1} f_{d1k}) - F_{dk} \frac{\partial E_{d1}}{\partial t} = 0 \quad \begin{cases} F_{dk} = f_{d1k}, \partial z_b / \partial t \leq 0 \\ F_{dk} = f_{bk}, \partial z_b / \partial t \geq 0 \end{cases} \quad (29)$$

ここに、 E_b は交換層厚さ、 f_{bk} は交換層内の粒径階 k の存在率、 f_{dk} は交換層底面から m 番目の堆積層内の粒径階 k の存在率、 c_b は交換層内の土砂濃度である。一般には、河床面を交換層上面に設定するため、交換層内の土砂濃度 c_b は静止堆積濃度が想定され、河床の空隙率 $1-\lambda$ が用いられる。さらに、交換層厚さ E_b は、交換層内の土砂の90%粒径程度の値が用いられている (芦田・江頭・劉, 1991)。また、取り扱う現象のスケールによっては、砂河床に対して砂堆の波高

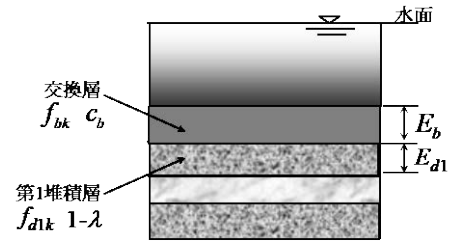


図-11 交換層の概念図

を交換層厚 E_b として用いられる(関根, 1993). つまり, 交換層上面を河床面と考えた場合, 交換層厚さの物理的意味は薄れ, 粒度を適切に予測できるように無理のない値を交換層厚さと考えて用いられているようである. 一方, 河床面を交換層下面に設定した場合, 交換層は掃流砂層となり, 交換層内の土砂濃度 c_b は, 掃流砂の濃度となる. さらに, 平衡交換層厚さ E_{be} は, 掃流砂層厚さとなり, Egashira and Ashida (1992) を参考にすると以下のものである.

$$\frac{E_{be}}{d_m} = \frac{1}{c_b \cos \theta (\tan \phi - \tan \theta)} \tau_{*m} \quad (30)$$

ここで, d_m は交換層内の土砂の平均粒径, τ_{*m} は平均粒径に対する無次元剪断力である. 交換層厚さ E_b は, 河床に十分土砂が存在し, かつ全粒径の土砂が移動する条件では, 平衡交換層厚さと等しくなるが, 粗粒分などが限界掃流力以下の時は, 平衡交換層厚さよりも薄くなる. q_{bzk} と q_{byk} は x と y 方向における粒径階 k の掃流砂量成分であり, 以下の式により得る(芦田・道上, 1972, 芦田・江頭・劉, 1991, Kovacs and Parker, 1994).

$$q_{bzk} = q_{bk} \cos \beta_k, \quad q_{byk} = q_{bk} \sin \beta_k \quad (31)$$

$$q_{bk} = \frac{17\rho u_{*e}^3}{(\sigma - \rho)g} \left(1 - \sqrt{K_c} \frac{u_{*ck}}{u_*}\right) \left(1 - K_c \frac{u_{*ck}^2}{u_*^2}\right) f_{bk} \quad (32)$$

ここに, u_{*e} は有効摩擦速度である. 有効摩擦速度とは, 流砂量算定において有効となる摩擦速度であり, 全摩擦速度から砂堆下流などの後流や植生抗力などによる摩擦速度を差し引いたものである. 砂堆下流の後流の影響を考慮した有効摩擦速度の算定式は, 多くの研究者により提案されており, 芦田・道上 (1972) によるものを示すと以下のものである.

$$u_{*e}^2 = \frac{u^2 + v^2}{\left(6 + 2.5 \ln \frac{h}{d_m (1 + 2\tau_{*m})}\right)^2} \quad (33)$$

u_{*ck} は粒径階 k の限界摩擦速度であり, 粒子の遮蔽効果を考慮した以下の関係がよく用いられる(Egiazaroff, 1965, 芦田・道上, 1972).

$$u_{*ck}^2 = u_{*cm}^2 \left[\frac{\log_{10} 19}{\log_{10} (19 d_k / d_m)} \right]^2 \frac{d_k}{d_m} \quad d_k / d_m \geq 0.4 \quad (34)$$

$$u_{*ck}^2 = 0.85 u_{*cm}^2 \quad d_k / d_m \leq 0.4 \quad (35)$$

ここで, 限界摩擦速度とは, 静止状態にある河床上の砂礫が運動を開始する摩擦速度である. 平均粒径に対する限界摩擦速度は, 岩垣式(岩垣, 1956)等の実験式により算定されており, 0.05 程度の値である.

斜面上を土砂が輸送される場合, 流砂ベクトルは河床近傍の流れのベクトルよりも斜面下方となる. さらに, 限界掃流力も斜面上では異なる値となるため, これらの補正が行われている. 一般には, 長谷川による横断勾配の影響を考慮した式(長谷川, 1981)が広く用いられているが, ここでは, 縦横断勾配を有する斜面上を移動する一砂粒子の運動より得られた式(芦田・江頭・劉, 1991, Kovacs and Parker, 1994)を示している. K_c は河床の局所勾配の影響による補正関数であり, 以下のものである.

$$K_c = 1 + \frac{\left(\frac{\rho}{\sigma - \rho} + 1\right) \cos \alpha \tan \theta_x + \sin \alpha \tan \theta_y}{\mu_s} \quad (36)$$

ここに, θ_x と θ_y は x と y 方向における局所河床勾配である. これらの勾配は, 以下のものである.

$$\theta_x = \arctan \left(\frac{\partial z_b}{\partial x} \right) \quad (37)$$

$$\theta_y = \arctan \left(\frac{\partial z_b}{\partial y} \right) \quad (38)$$

μ_s は静止摩擦角であり, x 軸からの河床近傍流速の偏差角 α は以下のものである.

$$\alpha = \arctan(v_b/u_b) \quad (39)$$

粒径階 k の掃流砂ベクトルの x 軸からの偏差角 β_k は以下の関係より求める。

$$\tan \beta_k = \frac{\sin \alpha - \Pi \Theta_y (u_{*ck}^2/u_*^2) \tan \theta_y}{\cos \alpha - \Pi \Theta_x (u_{*ck}^2/u_*^2) \tan \theta_x} \quad (40)$$

$$\Pi = K_{ld} + 1/\mu_s \quad (41)$$

$$\Theta_y = 1/(1 + \tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y) \quad (42)$$

$$\Theta_x = \Theta_y + \rho/(\rho_s - \rho) \cos^2 \theta_x \quad (43)$$

ここに、 $K_{ld} (=0.85)$ は抗力と浮力の比である。

浮遊砂の沈降速度 w_{fk} は、以下の Rubey (1933) による式がよく用いられる。

$$w_{fk} = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd_k^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd_k^3}} \right) \sqrt{sgd_k} \quad (44)$$

ここに、 s は砂の水中比重である。基準面高さにおける k 粒径階の平衡浮遊砂濃度 c_{sbek} も多くの研究者により提案されている (Itakura and Kishi, 1980)。ここでは、使用頻度が高く、且つ、計算が容易な Lane and Kalinske (1941) の式を示す。

$$c_{sbek} = 5.55 \left(\frac{1}{2} \frac{u_*}{w_{fk}} \exp\left(\frac{-w_{fk}}{u_*}\right) \right)^{1.61} f_{bk} \quad (\text{単位:ppm}) \quad (45)$$

ここで、基準面高さとは、浮遊砂鉛直濃度分布形が決定した場合、絶対濃度を求めるための河床近傍濃度、つまり基準面濃度を推定する河床面からの高さである。基準面高さは、掃流砂層上面高さや水深の 5% 高さなどが提案されているが、精度の高い実験データに基づいて得られているとは言い難い (吉川, 1985)。また、河川中・下流域のような水理条件では掃流砂層厚は非常に薄いため、河床位を基準面高さに近似した解析も行われている。

浮遊砂の鉛直濃度分布を指数分布と仮定すると、 k 粒径階の水深平均濃度 c_{sk} と基準面高さにおける k 粒径階の浮遊砂濃度 c_{sbk} の関係は以下のようである (Rouse, 1937)。

$$c_{sk} = \frac{c_{sbk}}{\beta_{sk}} (1 - e^{-\beta_{sk}}), \quad \beta_{sk} = \frac{w_{fk} h}{D_h} \quad (46)$$

ここに、 D_h は鉛直方向の浮遊砂の拡散係数であり、簡単のため、一般には渦動粘性係数と同一の値を用いる。粒径階 k の水深平均浮遊砂濃度は、以下の浮遊砂の質量保存則より求める。

$$\frac{\partial hc_{sk}}{\partial t} + \frac{\partial hc_{sk} u}{\partial x} + \frac{\partial hc_{sk} v}{\partial y} = w_{fk} (c_{sbek} - c_{sbk}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h D_x \frac{\partial c_{sk}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h D_y \frac{\partial c_{sk}}{\partial y} \right) \quad (47)$$

ここに、 D_x と D_y は流下方向と横断方向の浮遊砂の拡散係数である。これらについても渦動粘性係数を用いる。

河床位方程式は、全ての粒径階に対する式 (28) の和より、以下のようになる。

$$\frac{\partial c_b E_b}{\partial t} + (1 - \lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{k=1}^n q_{bxk} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{k=1}^n q_{byk} \right) + \sum_{k=1}^n w_k (c_{sbek} - c_{sbk}) \right) = 0 \quad (48)$$

ここに、 n は粒径階の総数である。

河床・河岸材料は非粘着性材料と考えているため、局所河床勾配は安息角以上とはならない。そのため、局所河床勾配が安息角以上となる場合は、安息角となるように河床位を修正する (永瀬・道上・檜谷, 1996)。

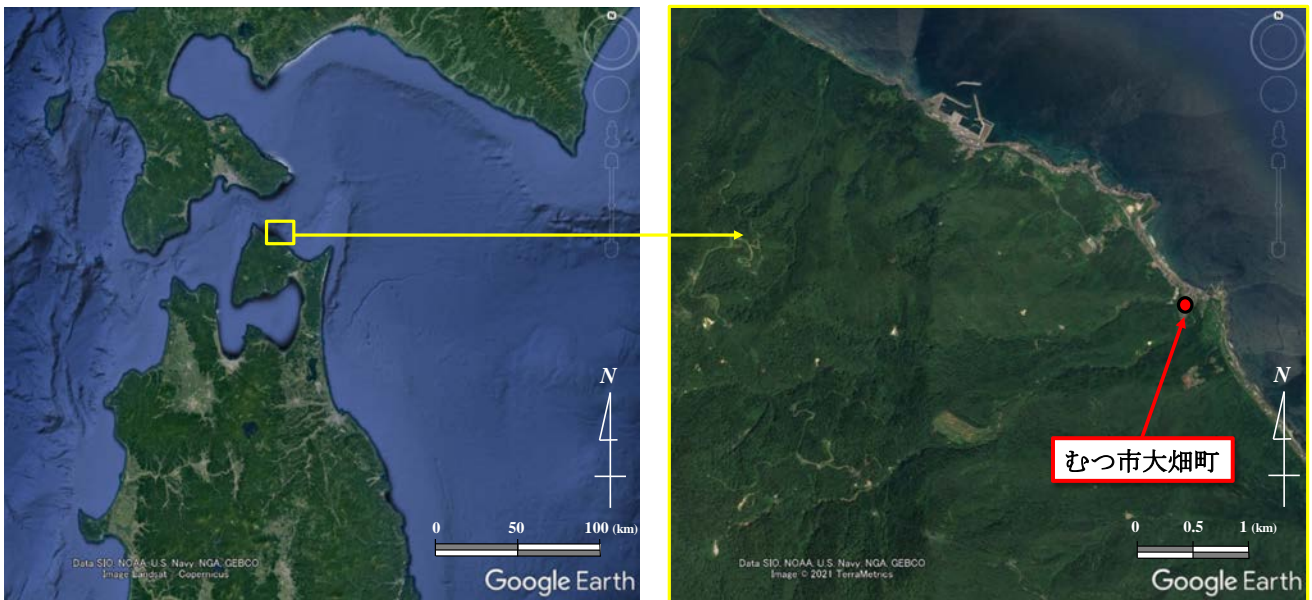


図-12 青森県むつ市大畑町

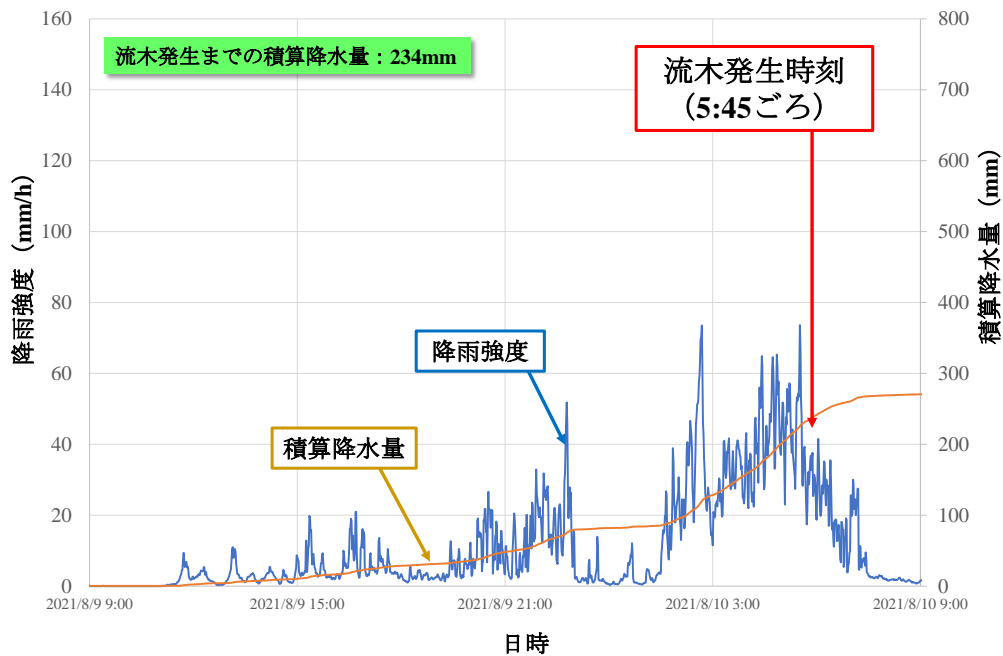


図-13 CX レーダーから得られたむつ市大畑町の斜面崩壊発生斜面の降雨強度の時間変化

5. 青森県むつ市大畑町で発生した橋梁の落橋

5.1 概要

2021年8月9日から10日にかけて台風9号から変化した熱帯低気圧の影響を受けて青森県下北半島北部で発生した豪雨によって多くの斜面崩壊や流木の流出が発生した。人的被害は発生していないが、橋梁の落橋や道路への土砂の流入などによって道路交通が遮断され、多くの住民が孤立した。図-12に示す青森県むつ市大畑町では小赤川橋が落橋するとともに、上流で発生した斜面崩壊によって多くの流木が下流に流れ、小赤川橋に集積して河道閉塞が発生し、洪水の氾濫を発生させた。

5.2 降雨特性

図-13にCXレーダーから得られたむつ市大畑町の斜面崩壊発生斜面の降雨強度の時間変化を示す。雨の降り始めは7月9日午前11時ぐらいであり、7月10日午後3時まで断続的に雨が降った。9日午後11時ぐらいから10日午前2時ぐらいまでの降雨強度が弱い時間帯を経て午前2時以降に再び降雨強度が強くなり最大降雨強度は



図-14 被災後の小赤川橋（撮影：アジア航測株式会社）



図-15 8月10日午前5時頃の小赤川橋の様子（撮影：青森県）

74mm/h を記録した。流木が河道を閉塞させたのは10日午前5時45分ごろであり、雨の強さはピークを過ぎていたとはいえ、32mm/h の強い雨であった。CX レーダー雨量による10日午前5時45分までの降り始めからの累積雨量は235mm であり、2018年の西日本豪雨時の広島市安芸区矢野東7丁目の土石流発生時の累積雨量168mm より多く、2019年の佐賀水害時の佐賀市金立の土石流発生時の累積雨量554mm よりも少ない値であった。

5.3 小赤川橋の落橋

図-14 は、被災後の小赤川橋の様子である。小赤川橋は上流側が歩行者用の側道、下流側が車道となっており、車道部分のみが落橋している。橋の左岸側は河床まで落橋しているが、橋の右岸側は支承もしくは下部構造上に乗

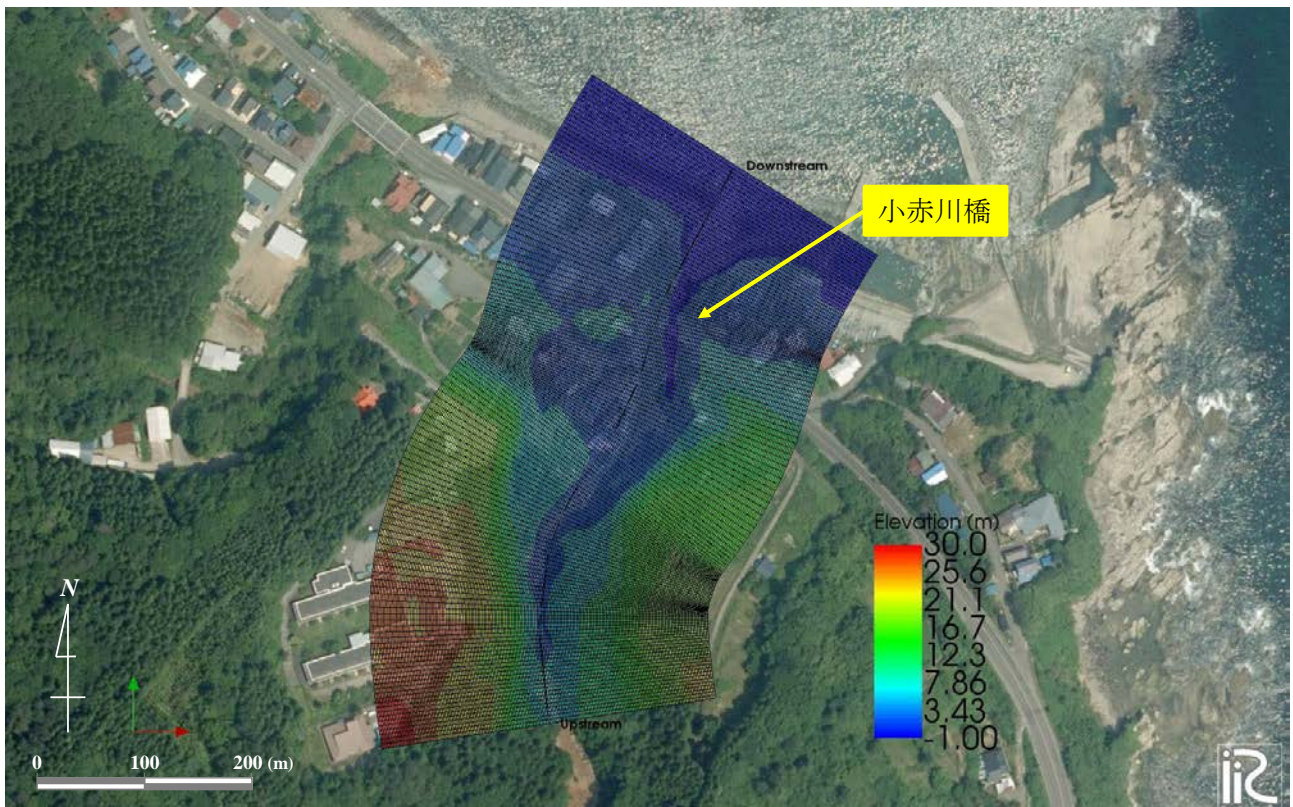


図-16 解析メッシュと地盤高

っていることから、落橋は左岸側から発生したことがわかる。さらに、上流側の側道は落橋していないことを考えると、流木が橋に衝突した衝撃による落橋では無いことが予想される。一方、流木が小赤川橋に集積して河道閉塞が発生したため、河道から氾濫した流れが小赤川橋下流で河道に戻る迂回流による落橋の可能性もある。しかし、青森県によって午前5時頃に撮影された図-15を見ると、小赤川橋落橋時は洪水の氾濫は発生していないようである。つまり、流木の流出前に小赤川橋が落橋したと考えられ、落橋は別の要因が考えられる。

5.4 解析条件

図-16に解析に用いた解析メッシュと河床位を示す。地盤高は国土地理院による5mDEMを用いた。平均格子幅は流下方向に1m、横断方向に0.5mであり、格子総数は96621である（流下方向301、横断方向321）。河床材料の平均粒径は5mmとしている。流量は26.5m³/sを定常的に与えた。流量の値は、合理式によって得られたピーク流量の値であり、流出係数0.7、降雨強度30mm/s、流域面積45000m²を用いた。降雨強度については、図-13に示したCXレーダー雨量の値の10日2時から7時の間の平均値を用いた。なお、これらの値については、さらなる検討が今後必要である。

図-14など、被災後に撮影された写真等から氾濫域の水深は多くの場所で2m以下であり、一階建ての家屋の屋根に到達していないと考えられるため、家屋は越流しない非浸食性の不透過障害物として扱った。なお、被災前に右岸氾濫域に存在し、氾濫流によって小赤川橋まで輸送された小屋については、流れ着いた小赤川橋の右岸側に配置した。

解析は、流木を考慮していないCase 1と流木を考慮したCase 2の2ケースを行った。流木が小赤川橋に集積した後は、流木によって小赤川橋が閉塞して河道内はほとんど水が流れていなかったと考えられる。そのため、橋梁と流木は、越流可能な非浸食性不透過障害物として扱った。

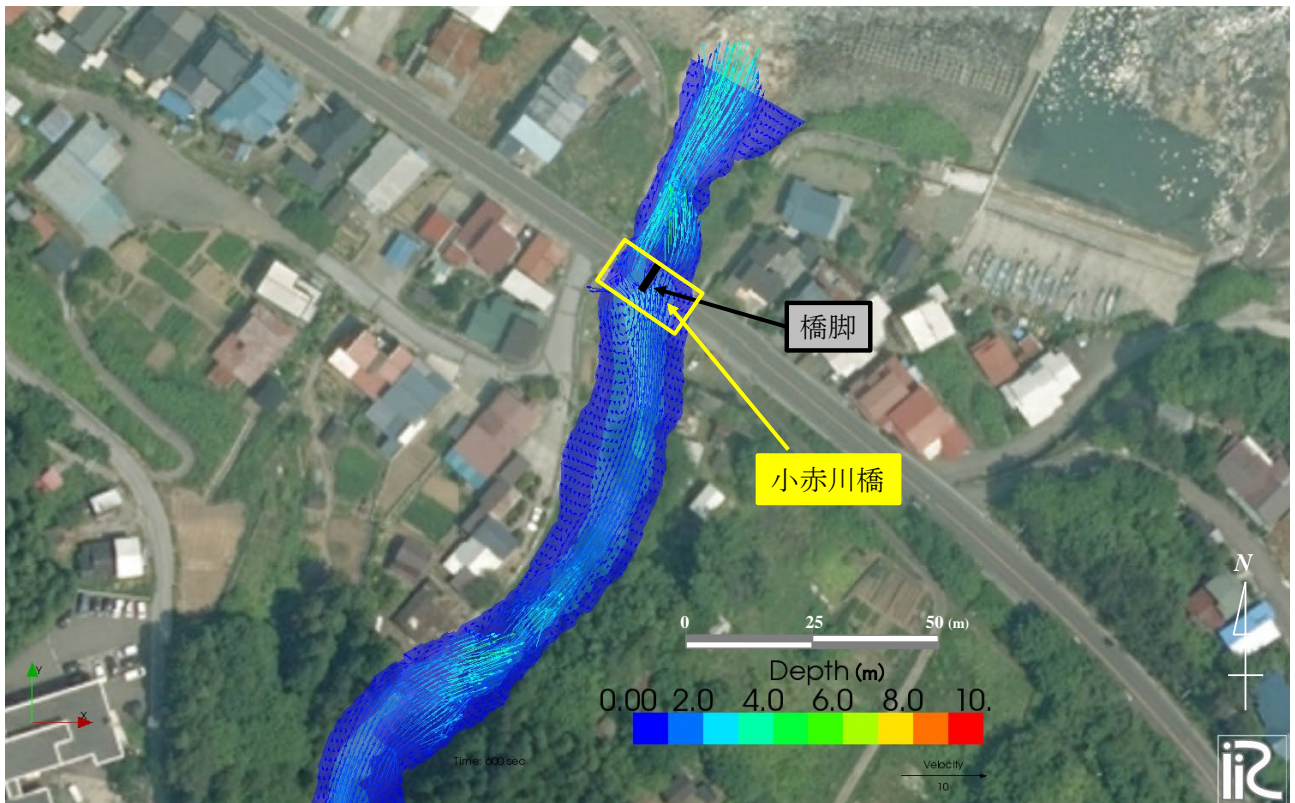


図-17 水深と流速ベクトルの平面分布 (Case 1)

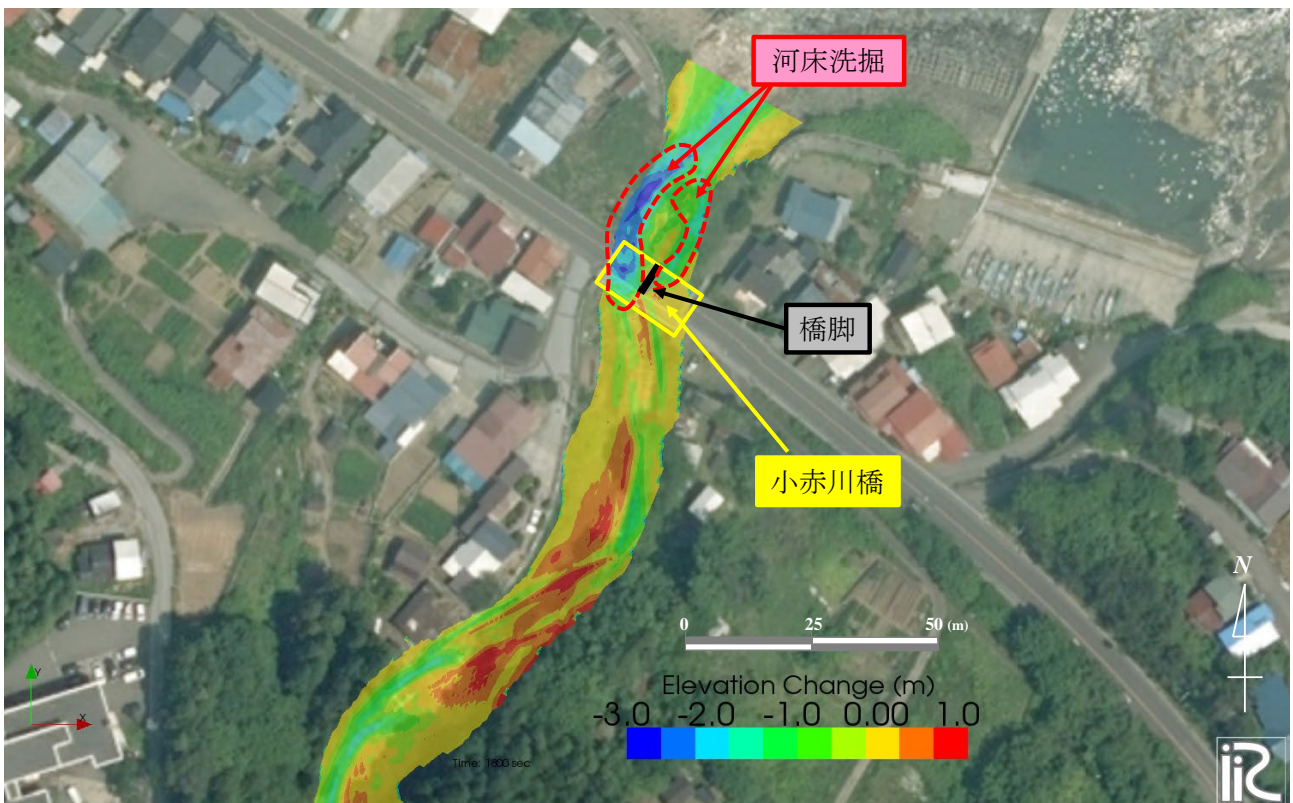


図-18 河床変動量の平面分布 (Case 1)

5.5 結果と考察

図-17に Case 1 の水深と流速ベクトルの平面分布を示す。図-17より、流木の流出が無い状態であれば、洪水は氾濫しないことがわかる。また、水の流れは小赤川橋を通過するときに橋脚によって左右に分断されるとともに、小赤川橋直下流では右岸側の流れも左岸に流向を変え、流れが左岸に集中していることがわかる。図-18に Case 1 の 1200 秒後の河床変動量の平面分布を示す。橋脚の左岸側及び下流右岸側で河床の浸食が発生していることがわ

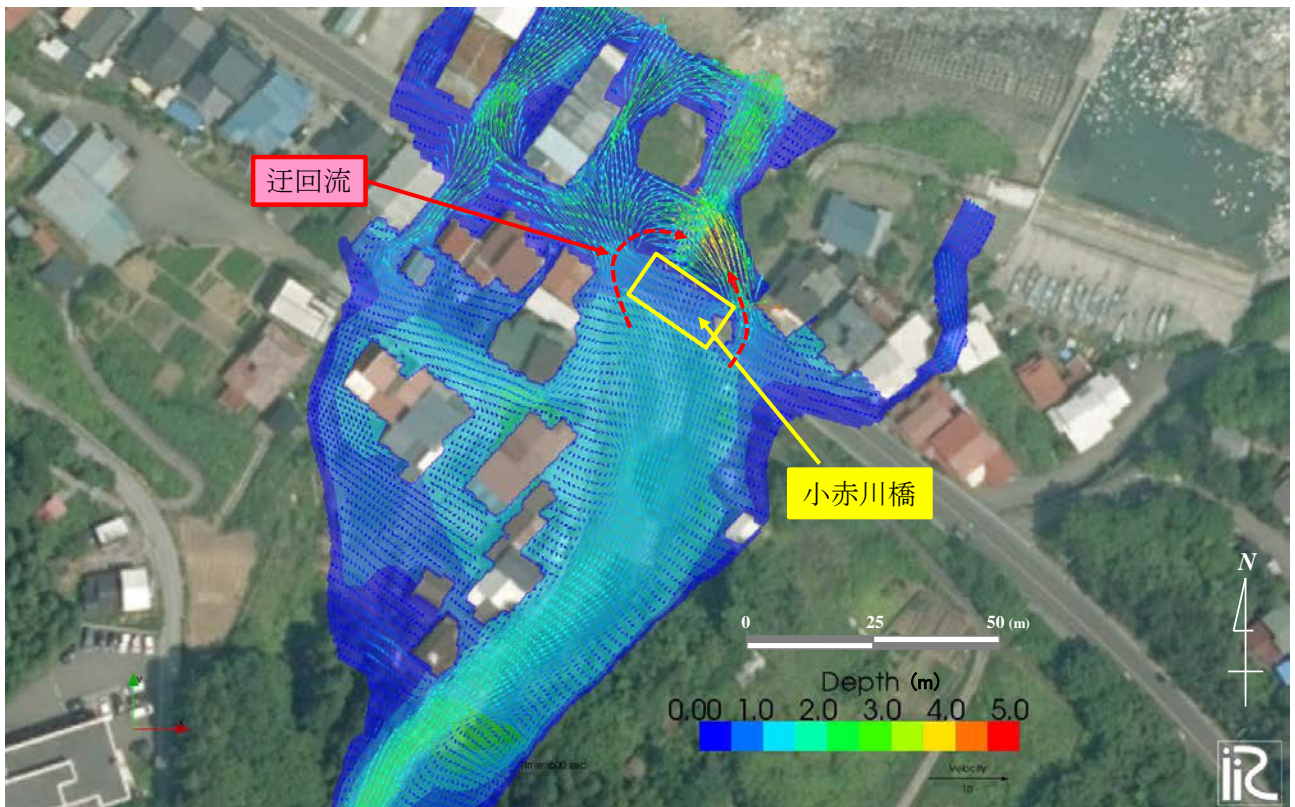


図-19 水深と流速ベクトルの平面分布 (Case 2)

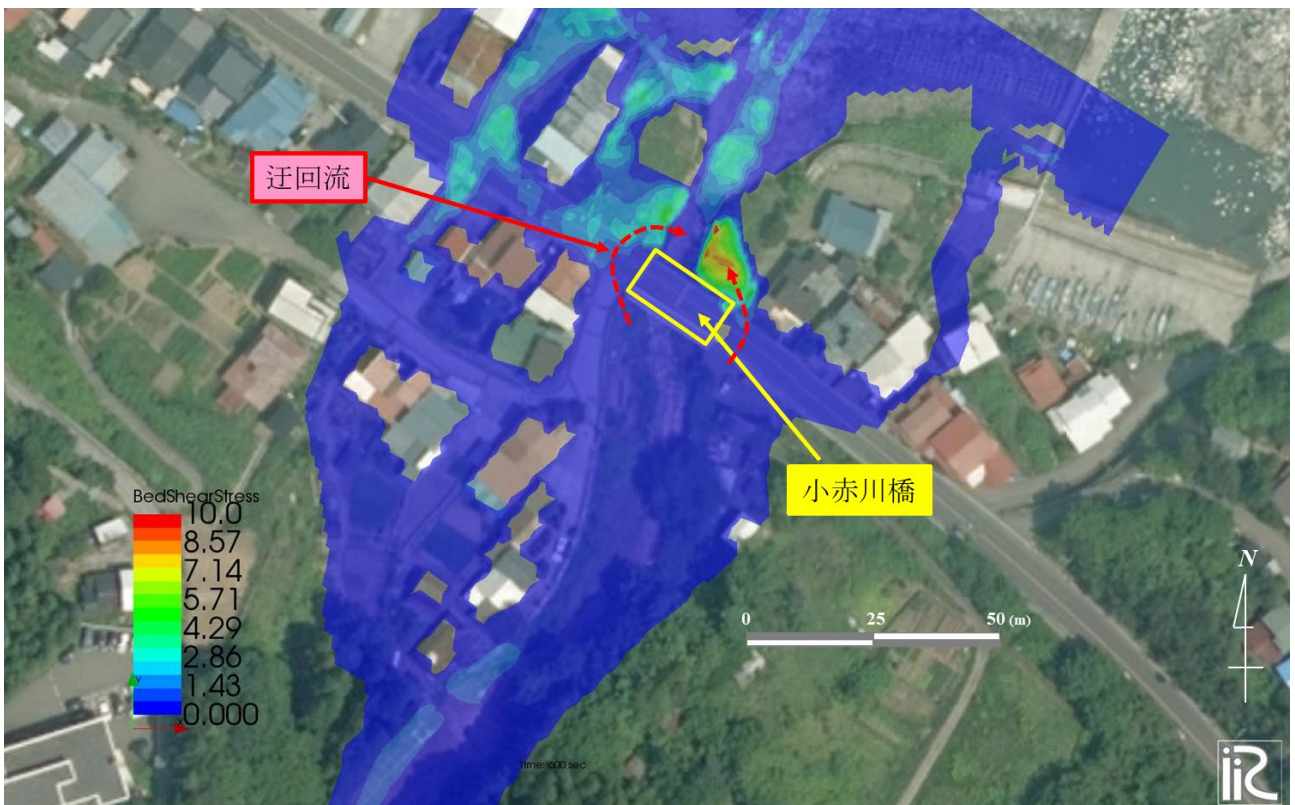


図-20 無次元掃流力の平面分布 (Case 2)

かる。特に、小赤川橋から下流の左岸側において、河床が深く浸食されていることがわかる。これらの橋脚周辺及び左岸側護岸脚部の河床低下によって、図-14 及び図-15 で見られる橋脚の沈下および小赤川橋左岸側の護岸の損傷が引き起こされた可能性が高いと判断される。

図-19 に Case 2 の水深と流速ベクトルの平面分布を示す。図-19 より、流木による河道閉塞によって洪水が氾濫していることがわかる。また、赤い破線の矢印で示すように、氾濫した水が橋梁を迂回して下流の河道に戻る流れ

である迂回流が小赤川橋の右岸と左岸の両方で発生しており、右岸からの迂回流の方が流速が速いことがわかる。迂回流は橋梁下流で地盤の高い河岸から地盤の低い河道内に流れ込むため、河岸が急速に浸食される（和田ら、2015）。図-20に無次元掃流力の平面分布を示す。図-20に示すように、小赤川橋左岸の下流で無次元掃流力が大きくなっており、河岸の土砂が流出しやすい流況となっていることがわかる。図-14を見ると、左岸側は先に河床低下によって護岸が崩れて落橋していたことも関係し、大きく河岸が浸食されていることがわかる。これは、迂回流が流れた左岸側の地表が土であったことが大きな原因と考えられる。迂回流発生時は河岸から浸食が始まり、浸食域が徐々に上流に伝播する（和田ら、2015）。小赤川橋についても小赤川橋側道左岸側まで浸食域が到達していることがわかる。これらのことは、流木の流出に起因した迂回流の形成は落橋の原因ではないが、迂回流は小赤川橋左岸側の被害を大きくした原因となっている。一方、無次元掃流力が大きく、迂回流の流速も速い右岸側は明確な河岸浸食が発生していない、これは、迂回流が流れ込んだ橋梁の右岸側の地盤はコンクリートで覆われていたことと、さらに右岸側（東側）は家屋が存在し、地盤の浸食が抑制されたことによるものと考えられる。

以上のことより、洪水時の橋梁の落橋及び迂回流による河岸浸食を抑制するためには、橋脚周辺及び流れが集中する河岸の脚部に十分な浸食対策を実施するとともに、河岸を非浸食性材料で保護することが重要であることが示された。また、河道内の流れの水衝部が橋梁断面で河岸付近とならないように河道線形を設計することも重要である。

6. おわりに

平面二次元流れの土石流・泥流を対象とした河床変動解析の基礎方程式を示すとともに、2018年に広島市安芸区矢野東で発生した土石流災害の現地調査結果を紹介するとともに、平面二次元数値シミュレーションの結果を例にして、土石流の数値シミュレーションによる解析技術と解析結果の利用方法について紹介した。また、平面二次元流れの掃流砂・浮遊砂を対象とした河床変動解析の基礎方程式を示すとともに、2021年の青森県むつ市で発生した橋梁落橋及び河道閉塞による水と土砂の氾濫現象の現地調査結果を紹介するとともに、橋梁周辺で発生する河床変動及び堤防・河岸浸食の平面二次元数値シミュレーションの結果を用いて、河床変動及び堤防・河岸浸食の特長と対策例について紹介した。

これまでの多くの流砂・河床変動の研究者による研究成果によって、様々な流砂形態による土砂災害現象について、工学的に有用な結果が得られる数値シミュレーションが可能となっている。土石流・泥流数値シミュレーションによる氾濫域の解析は、従来の土石流の土砂災害警戒区域の計算方法に比べると時間がかかると思われがちであるが、著者らが開発している無料の解析インターフェース iRIC に導入している土石流シミュレーションモデルを使うと、非常に短時間で土石流氾濫域の解析が可能である。例えば、本論文で紹介するような解析の場合、細かい点の検討や修正を除けば1~2日で初期条件の設定から解析結果の動画作成まで実施可能であり、解析時間の問題も解決しつつある。これらの数値シミュレーション技術を積極的に利用して、より経済的、効果的、合理的な土砂災害対策が実施されることが期待される。

参考文献

- 芦田和男・江頭進治・劉炳義：蛇行流路における流砂の分級および河床変動に関する数値解析，水工学論文集，Vol.35，383-390，1991.
- 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，Vol.206，pp.59-69，1972.
- 五十嵐孝浩・竹林洋史・浜田裕貴・的場萌実・飛岡啓之・澤田悦史・平川了治：“生命の危険からの自発的回避”のための土砂災害危険情報サービスの構築，土木学会論文集 B1(水工学) Vol.72, No.4, I_1285-I_1290，2016.
- Itakura, T. and Kishi, T.: Open Channel Flow with Suspended Sediments, Proc. ASCE, Vol. 106, No. HY8, pp.1325-1343, 1980.

- 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文報告集，Vol.41，pp.1-21，1956.
- Egashira, S. and Ashida K.: Unified view of the mechanics of debris flow and bed-load, *Advances in Micromechanics of Granular Materials*, (Edited by H.H.Shen et al.) Elsevier, pp.391-400, 1992.
- 江頭進治，伊藤隆郭：土石流の数値シミュレーション，日本流体力学会数値流体力学部門 Web 会誌，Vol. 12, No. 2, pp. 33-43, 2004.
- 江頭進治，佐藤隆宏，千代啓三：砂粒子を高濃度に含む流れに及ぼす粒子径の影響，京都大学防災研究所年報，37号，B-2, pp. 359-369, 1994.
- Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, *Jour. of Hy. Div. ASCE*, Vol. 100, No. HY11, 1974.
- Egiazaroff, I. V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, *Proc. ASCE*, Vol. 91, No. HY4, pp.225-247, 1965.
- 吉川秀夫編著：流砂の水理学，丸善，1985.
- Kovacs, A. and Parker, G.: A new vectorial bedload formulation and its application to the time evolution of straight river channels. *J. Fluid Mech.* Vol. 267, pp. 153-183, 1994.
- 産業技術総合研究所地質調査総合センター：20 万分の 1 日本シームレス地質図.
- Shimizu, Y. and Itakura, T.: Calculation of flow and bed deformation with a general non-orthogonal coordinate system, *Proc. of XXIV IAHR Congress, Madrid, Spain, C-2*, 41-48, 1991.
- Zimmermann, C.: Roughness effect on the flow direction near curved stream beds, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.15, No.1, 1977.
- 関根正人：蛇行河川における土砂のふるい分けに関する研究，土木学会論文集，Vol.467, II-23, pp.29-38, 1993.
- Takebayashi, H.: Modelling braided channels under unsteady flow and the effect of spatiotemporal change of vegetation on bed and channel geometry. *GBR 8*, 671-702, 2017.
- Takebayashi, H., Egashira, S. and Okabe, T.: Braided streams formed on beds with non-uniform sediment, *Proc. 3rd IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*, pp.787-798, 2003.
- 竹林洋史・藤田正治：2018 年 7 月に広島市安芸区矢野東で発生した土石流の流動特性，土木学会論文集 B1 (水工学)，Vol.75, No.2, I_859-I_864, 2019.
- Takebayashi H. and Fujita, M.: Numerical Simulation of a Debris Flow on the Basis of a Two-Dimensional Continuum Body Model, *Geosciences*, 10, 45, 2020.
- Takebayashi, H. and Okabe, T.: Braided streams with vegetation presence under unsteady flow, *Water Management, Institution of Civil Engineers, Thomas Telford Publishing*, Volume 162, Issue 3, pp. 189 -198, 2009.
- 永瀬恭一，道上正規，檜谷治：狭窄部を持つ山地河川の河床変動計算，水工学論文集，Vol.40, pp.887-892, 1996.
- 長田信寿：一般座標系を用いた平面 2 次元非定常流れの数値解析，水工学における計算機利用の講演会講義集，土木学会，pp.51-76, 1999.
- 長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸浸食量式に関する研究，土木学会論文報告集，Vol.316, 1981.
- 松四雄騎：2014 年広島豪雨災害時の斜面崩壊・土石流について（速報その 2：降雨と崩壊の分布），http://www.slope.dpri.kyoto-u.ac.jp/disaster_reports/20140820Hiroshima/201408Hiroshima_Rep2.html, 2014.
- Rouse, H.: Modern Conceptions of the Mechanics of Turbulence, *Trans. ASCE*, Vol 102, pp.463-543, 1937.
- Rubey, W. W.: Settling velocities of gravel, sand and silt particles, *American J. of Science*, Vol.25, pp.325-338, 1933.
- Lane, E. W. and Kalinske, A. A.: Engineering calculation of suspended sediment, *Trans. AGU.*, 22, 1941.
- 和田孝志，里深好文，水山高久：土石流計算における 1 次元・2 次元シミュレーションモデルの結合，砂防学会誌，Vol. 61, No. 2, pp. 36-40, 2008.
- 和田高宏・竹林洋史・久加朋子・眞間修一・藤田正治・岡本隆明・戸田圭一：橋梁周辺に発生する迂回流の流れと河岸浸食特性，土木学会論文集 B1 (水工学)，第 59 卷，2015.