

高潮の基礎と防災の枠組み

高知工科大学 教授，学長

磯部 雅彦

土木学会

水工学委員会・海岸工学委員会

2021年8月

高潮の基礎と防災の枠組み

Fundamental Theories of Storm Surges and Framework of Disaster Reduction

磯 部 雅 彦

Masahiko Isobe

1. はじめに

(1) 高潮とは

高潮とは、低気圧、特に台風に伴う気象擾乱によって海水面が上昇する現象である。行政などにおいて高潮対策という時には、高潮による潮位上昇と高波浪が合わせて考えられる。気象擾乱の時間スケールが数時間から数日であることから、高潮の時間スケールもその程度で、通常は高潮位が1時間程度以上継続する。なお、台風は北西太平洋海域での呼び名であり、北インド洋・ベンガル湾海域ではサイクロン、北西大西洋・カリブ海・メキシコ湾海域ではハリケーンと呼ばれ、いずれもトロピカルサイクロンの一種となる。以下では、日本に馴染みのある台風という名称を使う。

実際に生じる海水位は、気象擾乱による水位上昇分である気象潮、すなわち高潮偏差が、満潮・干潮などの天文潮位に加わったものとなる。したがって、海水位が極めて高くなるのは、大きな高潮偏差と大潮の満潮が重なった場合である。高潮は、津波の遡上高が数十mにも達するのに比べれば小さいし、また、規模の不確実性も地震に比べれば小さいので、相対的には上限が設定しやすい。しかし、ひとたび高潮の浸水が始まると、時間スケールが長いために、陸上の奥まで浸入するので特に注意が必要である。また、高潮には高波浪が伴うので、海水が侵入しやすいとともに、破壊力が大きい。

本稿では、まず過去の高潮災害を概観し、高潮の発生メカニズムを説明する。続いて、高潮に関係する長波の基礎理論を紹介することにより、高潮を含む長波の基本的な特性が理解できるようにする。それを踏まえて、高潮の数値シミュレーションを概観し、それらを踏まえた将来の高潮対策について述べる。

(2) 過去の高潮災害

表-1には日本において画期をなす過去の高潮災害を示す。まず、大正6年の東京湾の高潮は、東京湾において歴史的な災害をもたらした。

昭和9年の室戸台風は、上陸時の中心気圧が過去の記録の中で最も低かった台風である。これは他の記録に比べて著しく低く、統計解析により現状の気候の下では千年に一度程度となるので、最大クラスの高潮を予測するモデル台風として使われている（農林水産省・国土交通省、2020）。

昭和28年の台風13号は伊勢湾から本州を縦断して広範囲に甚大な被害を及ぼした。これが契機となって、海岸法が制定され、海岸保全が組織的かつ大規模に行われるようになった。

昭和34年の伊勢湾台風は、記録上高潮偏差が最も大きく3.4mであり、天文潮を加えた最高潮位が3.9mに達した。死者・行方不明者数も5,000人を超えて過去最大である。海岸法の下で、これを契機に高潮対策の水準が上がり、基本的に現在まで引き継がれている。すなわち、被災した伊勢湾のみならず、東京湾および大阪湾におい

ても、この伊勢湾台風モデルが海岸保全施設の設計外力として採用されることになった。これによる整備が進み、三大湾においてはその後同規模の高潮災害は被っていない。また、これ以前に始まっていた、海岸堤防の海側、天端、陸側の三面をコンクリートで被覆する三面張りの構造が越波に有効であることが実証され、以後の普及につながったとされる。

昭和45年の台風10号による高知県の高潮では、土佐湾沿岸での碎波によるウェーブセットアップが顕著であり、再現計算においてこれを考慮することが必要となった（柴木ら、2001）。

平成11年の台風18号は八代海において大きな高潮が発生し、多数の死者を出した。また、平成16年は10個の台風が日本に上陸するという最高記録となった。そのうち台風16号は高松港で既往最高潮位をもたらした。さらに平成30年の台風21号は、大阪や神戸などで既往最高潮位を超える高潮をもたらした。海岸保全施設の天端高に迫る高さとなった。1970年代から1980年代にかけて顕著な高潮が少なかった時期を経て、1990年代に入ってからこれらの高潮は今後の高潮対策に大きな問題を投げかけた。

表－1 画期をなす高潮災害（国内）

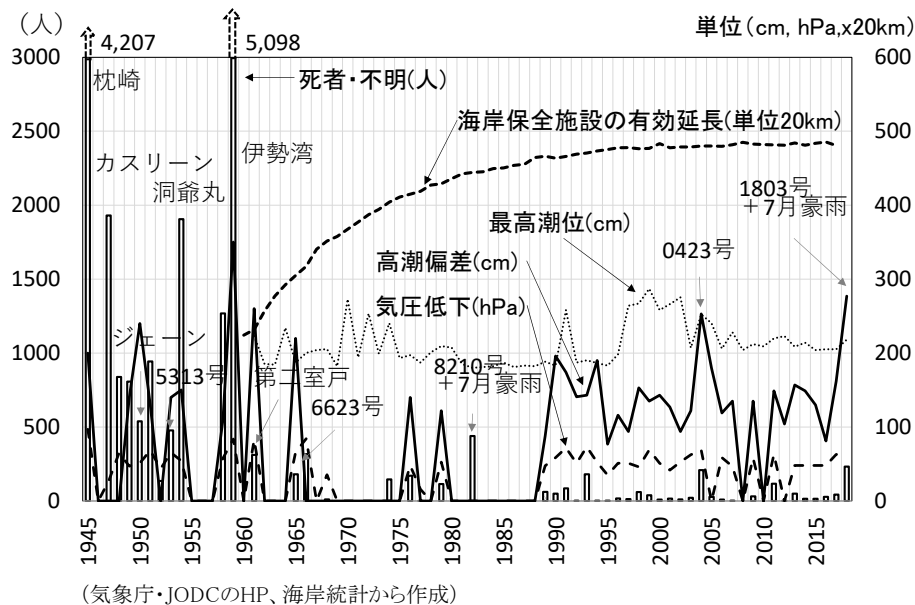
上陸 年月日	台風名	被害区域	中心気圧 (hPa)	最高 潮位 (T.P.m)	高潮 偏差 (m)	死者・ 不明 (人)	全壊・ 半壊 (戸)
1917.10.1 (T.6)	台風	東京湾	—	3.0	2.1	1,324	57,733
1934.9.21 (S.9)	室戸台風	大阪湾	911 室戸岬（高知県）	3.1	2.9	3,036	88,046
1953.9.25 (S.28)	台風13号	伊勢湾	948 潮岬（和歌山県）	2.8	1.5	478	26,071
1959.9.26 (S.34)	伊勢湾台風	伊勢湾	929 潮岬（和歌山県）	3.9	3.4	5,098	86,869
1970.8.21 (S.45)	台風10号	土佐湾	960 黒潮町（高知県）	3.1	2.4	13	4,439
1999.9.24 (H.11)	台風18号	八代海	944 牛深（熊本県）	3.1	1.8	31	3,972
2004.8.30 (H.16)	台風16号	瀬戸内海	954 枕崎（鹿児島県）	2.6	1.4	17	256
2018.9.4 (H.30)	台風21号	大阪湾	950 徳島県南部	3.3	2.8	14	901

「海岸50年のあゆみ」（全国海岸協会）、「災害をもたらした気象事例」（気象庁）等から作成

図－1は高潮の規模と被害の経年変化を示す図である。被害の代表としては死者・不明者数を取り、災害外力となる高潮の規模としては、台風の中心気圧の低下量（気圧深度）と高潮偏差をとった。台風データは気象庁によるものを用いたが、1990年から台風の採用基準が変わったので、その不連続性に問題がないことを確認するために、JODCによる全国の潮位（有明海を除く太平洋・瀬戸内海沿岸）からの年間最高潮位もプロットした。

この図から、戦後から1960年代まではしばしば大きな高潮災害を被っていたことがわかる。これに対応して、台風による気圧低下・高潮偏差も大きく、災害外力が大きかった。1970年代に入ると災害外力が低下し、それに応じて災害が著しく減った。そして、1990年代に入ると、再び大きな台風が来襲し災害外力が大きくなったことがわかる一方で、被害はそれほどでない。同図では、上で述べた昭和28年台風13号や伊勢湾台風を契機として、海岸法により、1980年までに海岸保全施設の建設が急速に進んでいることもわかり、それによって1990年代になって外力が増大しても、被害は深刻にならなかったと解釈できる。

近年の海外の巨大高潮災害を示したのが表－2である。高潮災害の頻度が高い地域は、北アメリカ東岸、東南アジア、バングラデッシュなどである。特に、バングラデッシュはベンガル湾の湾奥にあり、後述の基礎理論からもわかるように、この湾が遠浅であるために大きな高潮になりやすく、また湾奥ほど幅が狭くなっているため高潮が集中しやすい。また、天文潮の潮位幅も大きいために、満潮と重なれば極めて大きな高潮となる。1970年のサイクロン・ボーラは、東パキスタンがバングラデッシュとして独立するきっかけにまでなったと言われる。表からは抜けているが、北海での季節風によるオランダなどの高潮も大きくなることもあり、1953年には大災害となった。



図ー1 高潮の規模と被害の経年変化

表ー2 近年の巨大高潮災害（海外）

上陸 年月日	名称	国名	中心気圧 (hPa)	最高潮位 (MSL m)	高潮偏差 (m)	死者・不明 数（人）
1970.11.12	ボーラ	東パキスタン	966	—	—	500,000
2005.8.25	カトリーナ	米国	902	4.04m ^{※1}	3.53m ^{※1}	1,335
2007.11.	シドル	バングラデッシュ	944	6.7m ^{※2}	—	4,234 ^{※2}
2008.4.27	ナルギス	ミャンマー	962	—	—	138,366
2013.10.	サンディ	米国	940	3.6m ^{※3}	2.9m ^{※3}	199 ^{※3}
2013.11.	ヨランダ (ハイヤン)	フィリピン	895	—	—	7,986 ^{※5}

※1 ハリケーン・カトリーナについて、気象研究所台風研究部・榊原均・中澤哲夫：高野洋雄、天気、53(1)、49-59、2006

※2 2007年バングラデッシュ・サイクロンSIDR 高潮水害調査報告書、土木学会バングラデッシュ水害調査に対する災害緊急調査団、2008.3（浸水高さ調査に基づく高潮偏差は数値シミュレーション結果の最大値）

※3 Hurricane Sandy, National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), U.S. Dept Commerce, 60p., 2013.1.24

※4 米国ハリケーン・サンディに関する現地調査報告書（第二版）、国土交通省・防災関連学会合同調査団、2013.7

※5 Effects of Typhoon "YOLANDA" (HAIYAN), National Disaster Risk Reduction and Management Council, Republic of the Philippines, 62p., 2014.1.14

(3) 高潮の発生メカニズム

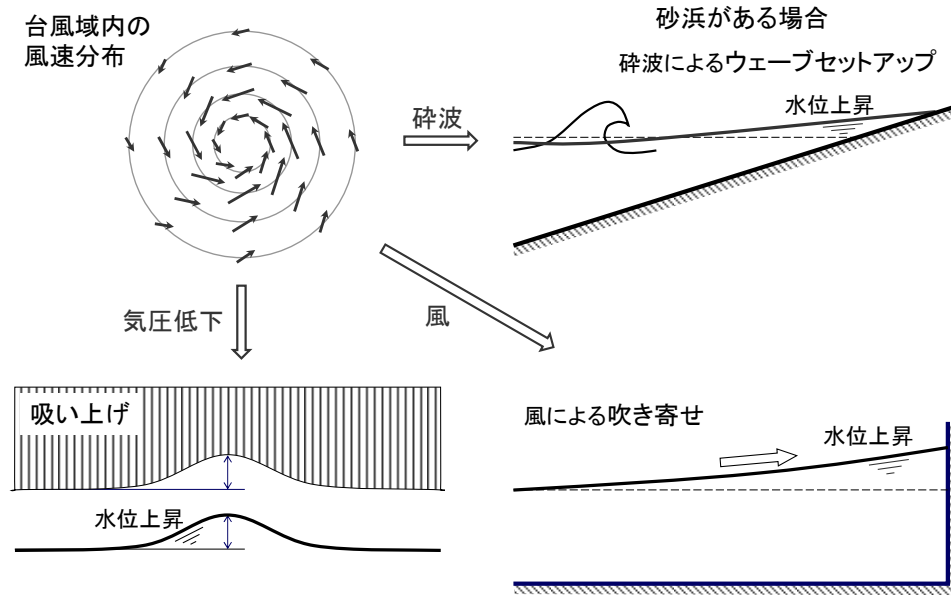
図ー2は高潮発生の諸要因を示す模式図である。

まず第1の要素として、台風域では海水面での気圧が低下するので、これとバランスするために、海水面が上昇する。これが、吸い上げ効果である。

第2に、台風域では強風が吹く。これが海水面に摩擦力を及ぼし、その力とバランスするために、海水面が風下に向かって上昇する。これが吹き寄せ効果である。

第3に、砂浜海岸などで海底が傾斜している場合、沖合いで波が碎波する。波が存在することにより、静水状態に比べて過剰な運動量が流入するが、これによる応力をラディエーション応力と呼ぶ。岸沖方向について見れば、波の進行方向に向かって押す力が働いていることになるが、同時に、岸側からも沖側に力が働いている。波高が一定ならば、ある海水の断面要素に対して岸向きと沖向きの力が一定であるから、正味の力は生じない。し

かし、碎波変形により岸に向かって波高が減少すると、その分ラディエーション応力も減少して、沖側が大きく、岸側が小さくなり、海水の断面要素に岸向きの正味の力が働くことになる。これとバランスするために、岸側に向かって水位が高くなる。これがウェーブセットアップである。この第3の要素は、外海に面した砂浜海岸などで大きな影響を及ぼす。1970年10号台風による高知市の高潮の再現には、この要素が不可欠である。



図－2 高潮発生の際要素

2. 高潮に関する基礎理論

(1) 定常状態での海面の上昇

a) 吸い上げ

吸い上げによる海面上昇量 $\bar{\eta}_p$ は、気圧低下量 Δp との圧力のつり合いより、

$$\bar{\eta}_p = (1/\rho g)\Delta p \quad (1)$$

と表される（図－3）。ここに、 ρ は海水の密度、 g は重力加速度である。

ここで、 $\rho = 1.03 \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$ 、 $g = 9.8 (\text{m/s}^2)$ を代入すると $\bar{\eta}_p (\text{cm}) = 0.991 \Delta p (\text{hPa})$ となり、気圧低下1hPaあたり約1cmの海水面の上昇を起こすことになる。仮に、台風の中心気圧を940 (hPa)、すなわち周辺からの気圧低下（気圧深度）を70 (hPa)とすれば、 $\bar{\eta}_p = 69 (\text{cm})$ である。

b) 吹き寄せ

図－4において、風が沖側から岸側に向かって風速 W で吹いているとすると、海面摩擦応力は $\tau_s = \gamma_s^2 \rho_a W^2$ と書ける。ここに、 γ_s^2 は海面摩擦係数、 ρ_a は大気密度である。この時、海水面では岸向きの流れが生じ、岸で海底に潜り込んで沖向きの流れが生じる。この流れにより、海底面では岸向きの摩擦力 τ_b が生じるが、簡単のためにこれを $\tau_b = \lambda \tau_s$ と表現する。これらと釣り合うために、海水面が岸に向かって上昇する。この水面勾配による沖向きの正味の圧力は、着目する海水要素に対して $\rho g (d\bar{\eta}_w/dx)\Delta x$ となる。ここに、 $\bar{\eta}_w$ は吹き寄せによる水位上昇、 x は岸向きの座標である。そこで、摩擦力と水面勾配による力を等置すると、

$$\rho g \frac{d\bar{\eta}_w}{dx} \Delta x h = (\tau_s + \tau_b) \Delta x = (1 + \lambda) \gamma_s^2 \rho_a W^2 \Delta x \quad (2)$$

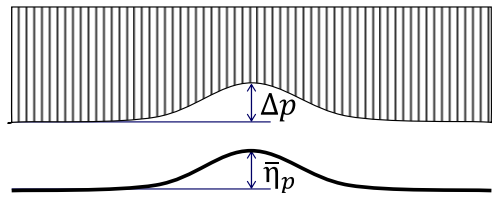


図-3 吸い上げの模式図

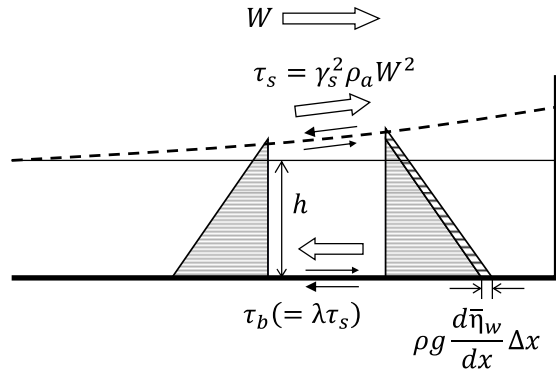


図-4 吹き寄せの模式図

である。水深 h が一定の場合に、これを整理し、積分すれば、

$$\bar{\eta}_w = \gamma_s^2 \frac{\rho_a}{\rho} (1 + \lambda) \frac{W^2 F}{g h} \quad (3)$$

を得る。ここに、 F は岸沖方向の距離である。上式が定常状態での吹き寄せの評価式である。これより、吹き寄せ効果は、風速 W の二乗に比例し、また湾の長さ F に比例して水深 h に反比例することがわかる、つまり、奥に長く、水深の浅い湾に対して、湾口から湾奥に向かって強い風が吹いたときに吹き寄せ効果は強まる。したがって、東京湾、伊勢湾、大阪湾のように湾口が南に向き、浅く奥深いと、台風が湾のやや西側に来襲した時に、湾内に岸（湾奥）向きの風が吹き、大きな高潮を起こしやすい。しかも、台風の東側（危険半円）では中心回りで回転する風に加え、台風の移動による風の成分により、風速も増大している。湾奥にバングラデッシュが位置するベンガル湾は、南からサイクロンが来襲し、水深が浅く、奥行きが長い。さらに湾奥に向かって海域が狭くなるために高潮が集中することもある、サイクロンの規模の割に高潮が極めて高くなる。

一例として、東京湾の諸元を念頭に置き、 $\gamma_s^2 = 0.003$ 、 $\lambda = 0.3$ 、 $\rho_a/\rho = 1.2 \times 10^{-3}$ 、 $F = 50(\text{km})$ 、 $h = 15(\text{m})$ を代入すれば、 $\bar{\eta}_w(\text{cm}) = 0.16 \times W^2(\text{m/s})^2$ となる。仮に風速 $30(\text{m/s})$ とすれば、 $\bar{\eta}_w = 143(\text{cm})$ であり、上記の吸い上げ効果よりも吹き寄せ効果の方が大きくなることをわかる。

c) ウェーブセットアップ

海岸工学の教科書等で扱われているが、ラディエーション応力 S_{xx} の勾配は正味の力となり、これが水面勾配による圧力差に等しくなることから（図-5参照）

$$\frac{dS_{xx}}{dx} = -\rho g(h + \bar{\eta}) \frac{d\bar{\eta}}{dx} \quad (4)$$

ここに、微小振幅の長波に対しては、

$$S_{xx} = \left(\frac{2c_g}{c} - \frac{1}{2} \right) E = \frac{3}{2} E = \frac{3\rho g}{16} H^2 \quad (5)$$

であり、線形長波に対する波速 c および群速度 c_g は $c = c_g = \sqrt{gh}$ 、（単位幅・単位奥行き当りの）波エネルギーは $E = \rho g H^2 / 16$ である。

ここで、砕波帯における波高水深比を一定値 γ とすれば、

$$H = \gamma(h + \bar{\eta}) \quad (6)$$

である。式(5)および(6)を式(4)に代入し、整理すれば

$$\left(1 + \frac{8}{3\gamma^2} \right) \frac{d\bar{\eta}}{dx} = -\frac{dh}{dx} \quad (7)$$

であり、 x で積分すれば、

$$\left(1 + \frac{8}{3\gamma^2}\right)(\bar{\eta} - \bar{\eta}_B) = -(h - h_B) \quad (8)$$

となる。汀線 $h = h_s(< 0)$ では $\bar{\eta}_s + h_s = 0$ であり、これを式(8)に適用すれば、

$$\bar{\eta}_s - \bar{\eta}_B = \frac{3\gamma^2}{8}(h_B + \bar{\eta}_B) = \frac{3\gamma}{8}H_B \quad (9)$$

となり、平均海水位の上昇量は碎波波高に比例することになる。ただし、碎波波高水深比 γ は海底勾配や波形勾配により0.8～1.2程度の値を取るものの、これを式(9)に代入すると比例定数が過大となる。有限振幅性等の影響により、実際の比例定数は0.1～0.2程度である。それでも、碎波波高によってはウェーブセットアップが1～2mになり得るので、外海に面した海浜などでは考慮しなければならない。

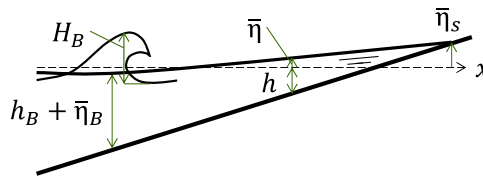


図-5 ウェーブセットアップの模式図

(2) 長波の波速と波高変化

a) 線形長波の波速

長波の波速は最も基本的かつ重要な量と言える。ここでは、簡便な方法により線形長波の波速を導く。

図-6において、左側が水深 h で静止状態の水域であり、右側から中央の波面まで波が到達し、わずかな波高 H だけ高く、水も流速 u で運動しているものとする。以下では、長波の仮定より圧力が静水圧分布となり、微小振幅の仮定より $H \ll h$ であるものとする。

まず質量保存式だが、 Δt の時間内に右側から流入する水塊の質量は $hu\Delta t$ であり、これは波面の進行にともなって水没した部分 $Hc\Delta t$ に等しい。よって、

$$hu\Delta t = Hc\Delta t \quad (10)$$

また、運動量保存式については、まず両側から逆方向に働く水圧の差引分 $\rho g H h$ に時間 Δt を乗ずれば力積になる。その間にAの部分が静止状態から流速 u になった分だけ運動量が増加するが、これは $\rho h c \Delta t u$ と表される。そこで、力積と運動量変化を等置して、

$$\rho h c \Delta t u = \rho g H h \Delta t \quad (11)$$

となる。式(10)および(11)を u について解き、等置すれば

$$u = \frac{c}{h} H = \frac{g}{c} H \quad (12)$$

であり、これから

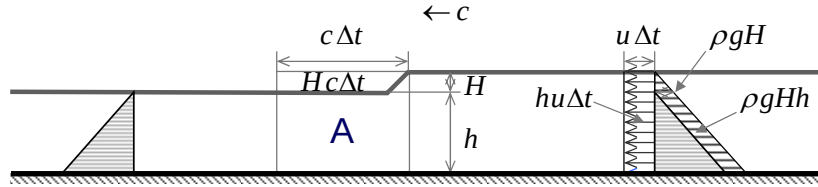
$$c = \sqrt{gh} \quad (13)$$

という長波の波速の表示式を得る。さらに式(13)を式(12)に代入すれば

$$u = H \sqrt{g/h} \quad (14)$$

を得る。

この式の特徴は水深のみによって波速が決まるというものであり、近似が成り立つ範囲内で、周期または波長、あるいは波高に無関係である。津波も長波であるので、具体例を紹介する。まず、海水浴場で水深1mのところにいたとすると、津波の波速は11.3 km/hであり、海中でこの速さで歩くのは無理であるから、津波につかまってしまう。また、太平洋の平均水深4,000mに対する波速は713 km/hであり、ジェット旅客機よりやや遅い程度である。チリ津波は、この速さで約1日かかってハワイを越えて日本を襲った。



図－6 長波の波速の説明図

b) エネルギー輸送速度と波高変化

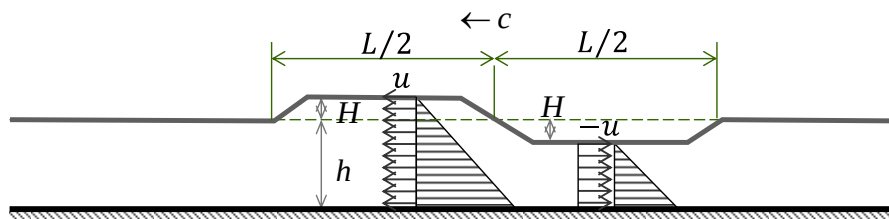
波のエネルギー輸送とは、時間平均値を考えたときに、波が存在するために静水状態に比べて余分に輸送されるエネルギーである。上記の波速のように静水域に侵入する流れとして扱うと、流れによってエネルギーをもった水塊が時々刻々一方的に入り込むことによるエネルギー輸送が含まれてしまうので波（の平均量）として扱うには適当でない。長波と言っても水面勾配に起因する加速度が存在し、それによって流速が振動することが、波の本質的な性質であるから、その平均を考えなければならない。理論的には、流れとして扱うならば、まず時々刻々の運動方程式などを使って流れを解析する。これから波による振動現象の平均を取れば、波による平均量の議論ができることになる。しかし、ここでは、初めから波の存在による過剰な平均量を求めることを念頭に置いて、議論を進める。ただし、このような議論は汀線付近で水深が0に近づくときと破綻する。それを避けるために運動方程式を直接解いている一例が、後述の斜面上の線形長波の理論である。

波の平均量をとるために、図－7のように、前半の $L/2$ が峰で、後半の $L/2$ が谷で、それぞれ一定値をとる波を考える。ここでも微小振幅を仮定する。上記の波速の導出と同じ考え方により谷の移動速度も $\sqrt{gh}$ となる。峰が通過し始めてから谷が通過し終わるまでの周期を T とし、右側から左側の水域に対する仕事＝力×距離を定式化する。峰の通過中には水粒子が正の方向に動くので、水圧と移動方向が同一の正方向であり、したがって仕事は正である。谷の通過中には水圧はやや小さくなるものの正方向であるが、流速が負方向なので、仕事は負になる。正味の仕事率、すなわち単位時間当たりの仕事量は、右側のエネルギーの増加率と等しく、これが波による（平均）エネルギー輸送 F_w と呼ばれる。これを式で表せば、

$$F_w T = \frac{\rho g}{2} (h + H)^2 \times u \frac{T}{2} - \frac{\rho g}{2} (h - H)^2 \times u \frac{T}{2} = \rho g H^2 \sqrt{gh} T \quad (15)$$

したがって、

$$F_w = \rho g H^2 \sqrt{gh} \quad (16)$$



図－7 波のエネルギー輸送の説明図

を得る。通常の微小振幅波理論のように1/2が付かないのは、正弦波ではなく、矩形波を仮定したためである。

なお、波の（存在による過剰な）エネルギー E_w は、運動エネルギー E_k と位置エネルギー E_p の和によって表され、それぞれ

$$E_k L = \frac{\rho}{2} u^2 h \frac{L}{2} + \frac{\rho}{2} u^2 h \frac{L}{2} = \frac{\rho g}{2} H^2 L \quad (17)$$

$$E_p L = \left\{ \rho g (h + H) \frac{L}{2} \frac{(h + H)}{2} + \rho g (h - H) \frac{L}{2} \frac{(h - H)}{2} \right\} - \rho g h L \frac{h}{2} = \frac{\rho g}{2} H^2 L \quad (18)$$

であるから、

$$E_w = E_k + E_p = \rho g H^2 \quad (19)$$

を得る。そこで式(16)と(19)を比較すれば、エネルギー輸送速度、いわゆる群速度 c_g が波速 c と等しく

$$c_g = c = \sqrt{gh} \quad (20)$$

であることがわかる。

ここで、図-8のように、線形長波が水深 h_0 、幅 b_0 の海域から、水深 h_1 、幅 b_1 の海域に進行し、波高が H_0 から H_1 に変化する状況を考える。両断面でエネルギーフラックスの総量が等しいことから

$$\rho g H_0^2 \sqrt{gh_0} b_0 = \rho g H_1^2 \sqrt{gh_1} b_1 \quad (21)$$

であり、これより、グリーンの法則と呼ばれる次式

$$\frac{H_1}{H_0} = \left(\frac{h_1}{h_0} \right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{b_1}{b_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

が導かれる。

この式によれば、例えば水深が1,600mから100mになったとき波高が2倍になり、また幅が1,000mから250mになったとき波高が2倍になることになる。

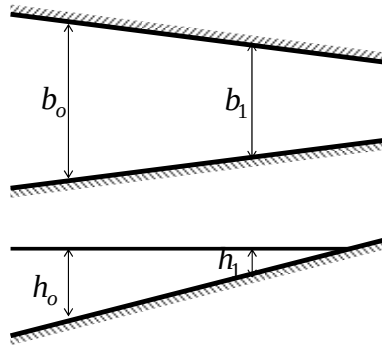


図-8 海域の水深変化と幅変化の模式図

(3) 線形長波の変形

a) 線形長波の基礎方程式

以下では、微小振幅を仮定した線形理論の範囲内で、沿岸方向に一樣で岸沖方向のみに伝播する長波を、一般的に取り扱う。まず、このための基礎方程式を導く。岸方向の座標を x 、時間を t とする。線形長波の仮定より、水圧は静水圧分布で、水平流速の鉛直分布は一樣であるから、水面変動は $\eta(x, t)$ 、水平流速は $u(x, t)$ と書ける。

まず、連続式を定式化する。図-9において、区間 Δx に着目し、時間 Δt 後の水位上昇 $(\partial \eta / \partial t) \Delta t$ は、左右の流入出の差によって生ずることから、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} \Delta t \Delta x = -\frac{\partial(hu)}{\partial x} \Delta x \Delta t \quad (23)$$

であり、これより連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

を得る。

次に、図-10において台風域などでは大気圧が一定ではなく、 x と t の関数 $p_a(x, t)$ で与えられることを勘案すると、同じ高さでの左右の水圧の差は $\partial(\rho g \eta + p_a)/\partial x \cdot \Delta x$ であるから、運動方程式は、

$$\rho h \Delta x \frac{\partial u}{\partial t} = -h \frac{\partial}{\partial x} (\rho g \eta + p_a) \Delta x + (\tau_s + \tau_b) \Delta x \quad (25)$$

と表される。なお、右辺第2項は海面摩擦応力および海底摩擦応力を表す。この式を整理すれば、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = g \frac{\partial \eta_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} (\tau_s + \tau_b) \quad (26)$$

となる。ここに、 $p_a = -\rho g \eta_a$ により、気圧低下を海水柱の高さに変換した η_a を用いている。

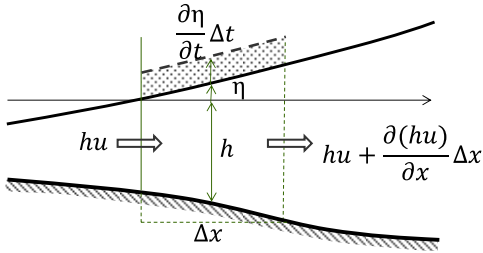


図-9 線形長波の連続式

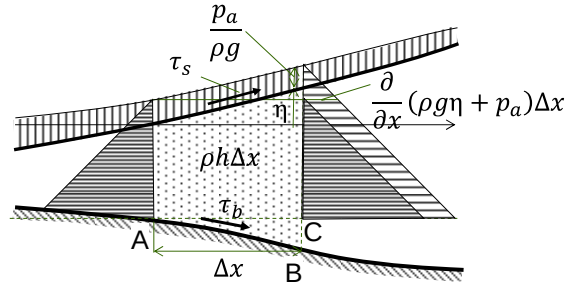


図-10 線形長波の運動方程式

連続式(24)を t で微分し、また運動方程式(26)には h を乗じてから x で微分すれば

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\partial^2(hu)}{\partial t \partial x} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2(hu)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \eta_a}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\tau_s + \tau_b)}{\partial x} \quad (28)$$

となるが、これらの2式から u を消去すれば、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \eta_a}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\tau_s + \tau_b)}{\partial x} \quad (29)$$

という、 η のみに関する2階の偏微分方程式を得る。 η が解ければ、 u は式(24)または(26)を用いて求めればよい。

b) 一様水深中の線形長波 —自由波

大気圧が一定値で大気からの外力（擾乱）がなく($\eta_a = 0$)、また海面と海底の摩擦もない場合 $\tau_s = \tau_b = 0$ を考える。さらに、水深が一様ならば式(29)は、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (30)$$

となる。この式は次のように因数分解される。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \sqrt{gh} \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + \sqrt{gh} \frac{\partial}{\partial x}\right) \eta = 0 \quad (31)$$

上式においてどちらかの演算を0にすればよいので、2つの独立な解 $\eta_r^\pm$ は

$$\eta_r^\pm = f_r^\pm(x \mp ct) \quad (32)$$

と表せる。ここに $c = \sqrt{gh}$ であり、 $f_r^\pm$ は任意の関数である。複合のそれぞれは、任意の波形 $f_r^\pm$ が x 軸の正の方向および負の方向に波速 c で変形せずに伝播することを表している。

なお、このとき水平流速は式(24)より

$$u_r^\pm = \pm \sqrt{\frac{g}{h}} f_r^\pm(x \mp ct) \quad (33)$$

となる。

解(32)および(33)から、初期条件として全体が静止し、海面の一部分に凹凸がある状況を考えると、その波形の半分ずつがそれぞれ波速 c で左右に伝播し、分離していくことがわかる。津波の発生後の伝播はこれに近い。

c) 一様水深中の線形長波 一強制波

次に大気圧分布や摩擦などによる強制外力がある場合を考える。この場合には、強制外力に応じた特解に、上で求めた自由波を加えればよい。大気圧分布と摩擦は取り扱いとしては類似しているので、以下では、大気圧分布のみを取り上げる。

まず、簡単な例として、気圧分布は一様でないものの、時間的には移動しない場合、

$$\eta_a = f_0(x) \quad (34)$$

と置く。

これに対する式(29)の解は

$$\eta = \eta(x) = f_0(x) \quad (35)$$

となる。これは、単に気圧低下分だけ海水面が上昇するということであり、2.(1)a)の吸い上げに相当する。

台風の移動による高潮の発生を念頭に置くと、強制外力が移動する場合を扱う必要がある。今、

$$\eta_a = f_0(x - U_0 t) \quad (36)$$

のように、 f_0 の分布の気圧低下が一定速度 U_0 で移動するとき、

$$\eta = \eta(x - U_0 t) \quad (37)$$

のように解を予想して、式(29)に代入すれば

$$(U_0^2 - gh)\eta'' = -ghf_0'' \quad (38)$$

を得る。この式を2回積分するが、積分定数部分は物理的に意味がないので、

$$\eta = \frac{1}{(1 - F_0^2)} f_0(x - U_0 t) \quad (39)$$

となる。ここに、

$$F_0 = \frac{U_0}{\sqrt{gh}} \quad (40)$$

はフルード数である。また、水平流速は式(24)より、

$$u = \frac{U_0}{h} \frac{1}{(1 - F_0^2)} f_0(x - U_0 t) \quad (41)$$

となる。

最終的に、初期値問題として初期条件が与えられたときは、強制波に自由波を加えて、解を求めることができる。

代表的な例として、初期値を

$$t = 0 \quad \text{において} \quad \eta = u = 0 \quad (42)$$

とすれば、式(32)と(39)、および式(33)と(41)を重ね合わせて、

$$\eta(x, t) = \bar{f}_0(x - U_0 t) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{U_0}{c} \right) \bar{f}_0(x - ct) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{U_0}{c} \right) \bar{f}_0(x + ct) \quad (43)$$

$$u(x, t) = \frac{U_0}{h} \bar{f}_0(x - U_0 t) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \left(1 + \frac{U_0}{c} \right) \bar{f}_0(x - ct) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \left(1 - \frac{U_0}{c} \right) \bar{f}_0(x + ct) \quad (44)$$

ここに、

$$\bar{f}_0 = \frac{1}{(1 - F_0^2)} f_0(x - U_0 t) \quad (45)$$

である。

式(43)および(44)の右辺第1項は強制波成分であり、第2、3項は長波の波速 c で x 軸の正および負の方向に進行する自由波の成分である。第1項のように気圧変動の移動とともに海面および水平流速が移動するとともに、その成分に対して初期条件を満たすために加わる第2、3項の自由波で構成されている。

通常、自由波は様々な原因で減衰することを念頭に置いて、第1項の強制波に着目する。その振幅 $\bar{f}_0$ は式(45)によって、移動速度を使ったフルード数によって、元々の気圧変動 f_0 が増幅されることがわかる。移動速度が波速に近ければ、自由波を追いかけながら水面変動を増大させるので、増幅率が大きくなる。特に、移動速度と波速が等しくなったときには共振現象が起こり、気圧変動による水位変動が無限大に発散する。ただし、結果としての $\bar{f}_0$ を有限値にするように、 F_0 が1に近づくとともに f_0 を0に近づけるとする。すると、式(43)および(44)の第1項は、強制力 f_0 が0のときの自由波に一致する。

このことから、台風の移動速度が波速に近い場合には増幅率が大きくなることがわかる。例えば、水深50mならば、 $\sqrt{gh} = 80(\text{km/hr})$ であり、通常の高潮の移動速度と同程度の値である。したがって、この増幅のメカニズムに注意する必要がある。また、数値シミュレーションを行う際に、通常は台風の移動速度を速くする方が東の危険半円の風速が増すので高潮偏差が大きくなり、危険側になる。しかし、水深と移動速度の関係によって、共振現象が発生することもあるので、計算条件を設定する際には注意すべきである。

d) 一様勾配斜面上の線形長波

ここからは、海岸線付近を念頭に置いて、一様勾配斜面上の線形長波の理論を紹介する（例えば、Hotta et al., 1981参照）。

理論解が得られることを勘案して、水面や流速が角振動数 σ で正弦運動するものとする。解を複素表示して、

$$\eta = \text{Re}\{\hat{\eta}(x)e^{-i\sigma t}\} \quad (46)$$

$$u = \text{Re}\{\hat{u}(x)e^{-i\sigma t}\} \quad (47)$$

とおく。ここに、 Re は実数部を取ることを意味する。また、図-11のように一様勾配斜面であることから

$$h = x \tan \beta \quad (48)$$

であり、式(46)および(48)を式(29)に代入し、右辺の外力項を0とすれば、

$$\frac{d}{dx} \left(gx \tan \beta \frac{d\hat{\eta}}{dx} \right) + \sigma^2 \hat{\eta} = 0 \quad (49)$$

となる。ここで、微分方程式を標準化するために

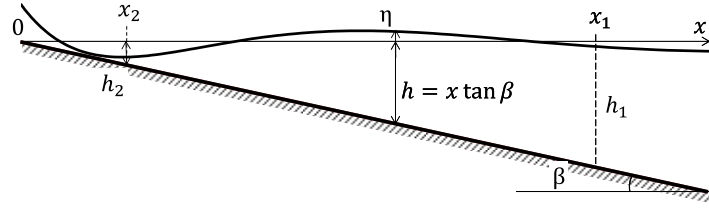


図-11 一様勾配斜面上の線形長波の定義図

$$\hat{x} = 2\sigma \sqrt{\frac{x}{g \tan \beta}} \quad (50)$$

と変数変換すれば次の0次のベッセル方程式を得る。

$$\frac{d^2 \hat{\eta}}{d\hat{x}^2} + \frac{1}{\hat{x}} \frac{d\hat{\eta}}{d\hat{x}} + \hat{\eta} = 0 \quad (51)$$

この2階の常微分方程式の2つの独立な解は、0次のベッセル関数 $J_0(\hat{x})$ とノイマン関数 $Y_0(\hat{x})$ 、あるいは0次の第1種および第2種のハンケル関数 $H_0^{(1)}(\hat{x})$ および $H_0^{(2)}(\hat{x})$ であり、次の関係がある。

$$H_0^{(1,2)}(\hat{x}) = J_0(\hat{x}) \pm iY_0(\hat{x}) \quad (52)$$

ここに、ハンケル関数の第1,2種に対してそれぞれ複合の+および-をとる。今、ベッセル関数とノイマン関数を用いて一般解を表せば、

$$\hat{\eta}(\hat{x}) = AJ_0(\hat{x}) + BY_0(\hat{x}) \quad (53)$$

である。ベッセル関数・ノイマン関数の微分公式によれば

$$Z_0'(\hat{x}) = -Z_1(\hat{x}) \quad (54)$$

であり、 Z_0 および Z_1 は0および1次のベッセル関数またはノイマン関数である。このとき、式(26)、(47)および(54)より

$$\hat{u}(\hat{x}) = \frac{2i\sigma}{\hat{x} \tan \beta} \{AJ_1(\hat{x}) + BY_1(\hat{x})\} \quad (55)$$

と書ける。

e) 汀線での増幅率

ここで、汀線 $\hat{x} = 0$ を含む解を求めようとすれば、独立な解の中でベッセル関数のみが $\hat{x} = 0$ で発散せずに有限値をとるので、式(53)より

$$\hat{\eta}(\hat{x}) = 2a_0 J_0(\hat{x}) \quad (56)$$

である。ここに、 $A = 2a_0$ とした。

このとき、水面変動 $\eta(x, t)$ は、式(46)、(50)および(56)より、

$$\eta(x, t) = 2a_0 J_0 \left(2\sigma \sqrt{\frac{x}{g \tan \beta}} \right) \cos \sigma t \quad (57)$$

となる。これは斜面上の完全重複波を表しており、図-11のような波形で、各地点の水面がその場で上下振動する様子を表している。

次に、式(56)を、式(52)を使ってハンケル関数で表せば、

$$\hat{\eta}(\hat{x}) = a_0 H_0^{(1)}(\hat{x}) + a_0 H_0^{(2)}(\hat{x}) \quad (58)$$

となる。ところで、 $\hat{x}$ が大きい場合のハンケル関数の漸近展開式は

$$H_0^{(1,2)}(\hat{x}) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi \hat{x}}} \exp\left\{\pm i\left(\hat{x} - \frac{\pi}{4}\right)\right\} \quad (59)$$

と与えられる。ここで、ある程度沖合いの地点 x_1 の周辺 $x = x_1 + \Delta x$ に注目して、テーラー展開する。まず、

$$\hat{x} \sim \hat{x}_1 + \frac{d\hat{x}}{dx} \Delta x = \hat{x}_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{gx_1 \tan \beta}} \Delta x = \hat{x}_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{gh_1}} \Delta x = \hat{x}_1 + k_1 \Delta x \quad (60)$$

$$k_1 = \frac{\sigma}{\sqrt{gh_1}} \quad (61)$$

であり、これと式(58)～(60)を式(46)に代入すれば、

$$\eta \sim a_0 \sqrt{\frac{2}{\pi \hat{x}_1}} \cos\left(\hat{x}_1 + k_1 \Delta x - \sigma t - \frac{\pi}{4}\right) + a_0 \sqrt{\frac{2}{\pi \hat{x}_1}} \cos\left(\hat{x}_1 + k_1 \Delta x + \sigma t - \frac{\pi}{4}\right) \quad (62)$$

となる。すなわち、第1項は x 軸の正の方向に進行する波で、言わば入射波であり、第2項はそれが汀線で完全反射して戻ってきた、負の方向に進行する反射波である。両者が重なって完全重複波の場になっており、その節や腹の位置は $(\hat{x}_1 - \pi/4)$ の値によって決まる。

ここで、入射波の振幅と汀線での振幅の関係式を導いておく。式(58)の第1項が入射波成分であるから、これを $\hat{\eta}^+(\hat{x})$ と書けば、

$$\hat{\eta}^+(\hat{x}) = a_0 H_0^{(1)}(\hat{x}) \quad (63)$$

であり、 $\hat{x} = \hat{x}_1$ での入射波の振幅を a_1 と書けば

$$a_1 = |\hat{\eta}^+(\hat{x}_1)| = |a_0 H_0^{(1)}(\hat{x}_1)| = a_0 \sqrt{\{J_0(\hat{x}_1)\}^2 + \{Y_0(\hat{x}_1)\}^2} \quad (64)$$

である。したがって、入射波の分の振幅 a_1 と、汀線での振幅の $(1/2)$ である a_0 との比は

$$\frac{a_1}{a_0} = \sqrt{\{J_0(\hat{x}_1)\}^2 + \{Y_0(\hat{x}_1)\}^2} \quad (65)$$

と表される。漸近展開式から右辺は $(\hat{x}_1)^{-1/2}$ に比例するが、さらに定義式(50)より $(x_1)^{-1/4}$ に比例する。さらに、水深 $h_1 = x_1 \tan \beta$ を使えば、最終的に次式を得る。

$$\frac{a_1}{a_0} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi \hat{x}_1}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \sigma} \left(\frac{g \tan \beta}{x_1}\right)^{1/4}} = \sqrt{\frac{\tan \beta}{\pi \sigma} \left(\frac{g}{h_1}\right)^{1/4}} \quad (66)$$

この式は振幅が水深 h_1 の $(-1/4)$ 乗に比例することを意味しており、長波の浅水変形に対するグリーンの法則に他ならない。

図-12の点線は、式(65)の逆数をとって、水深 h_1 （無次元座標 $\hat{x}_1$ ）での入射波の振幅 a_1 が、汀線において何倍に増幅されるかを表す a_0/a_1 をプロットしたものである。ただし、汀線での実際の振幅は反射波を含んで2倍の $2a_0$ となることに注意されたい。また、汀線に近づくと、ベッセル関数の漸近展開式の適用範囲を超えるので、点線は $\hat{x}_1 \geq 1$ の範囲でプロットしてある。

この曲線とグリーンの法則(66)とはほぼ一致する。図-11で汀線の手前の最後の腹となる $x = x_2$ の地点は、ベッセル関数の数表より $\hat{x}_2 = 3.83 \dots$ であり、この地点での両者の差は1%程度に過ぎない。そして、ここでの振幅に対して汀線での振幅は一律に2.48…倍となる。したがって、もし水深 h_1 での波高が固定されているとすれば、 $x = x_2$ までのグリーンの法則による増幅率が大きいほど汀線での増幅率も大きくなる。定義式(5)を使えば、 $H_2/H_1 = (h_2/h_1)^{-1/4} = (g \hat{x}_2 \tan^2 \beta / 4 \sigma^2 h_1)^{-1/4}$ 、すなわち汀線での増幅率は周期 $T = 2\pi/\sigma$ および海底勾配 $\tan \beta$ の平方根に反比例することがわかる。つまり、周期が短く、海底勾配が緩いほど、最後の腹の位置の水深が小さくなるためにそこまでの増幅率が増し、その2.48…倍となる汀線での増幅率も増す。

一例として、海底勾配 $\tan \beta = 1/100$ 、離岸距離 $x_1 = 50(\text{km})$ （水深 $h_1 = 500(\text{m})$ ）、周期 $T = 60(\text{min})$ のとき、増幅率 $a_0/a_1 = 2.00$ である。また、離岸距離を $10(\text{km})$ にすれば、増幅率は 1.36 となる。このように、斜面上の長波の増幅は無視できない影響を与える。

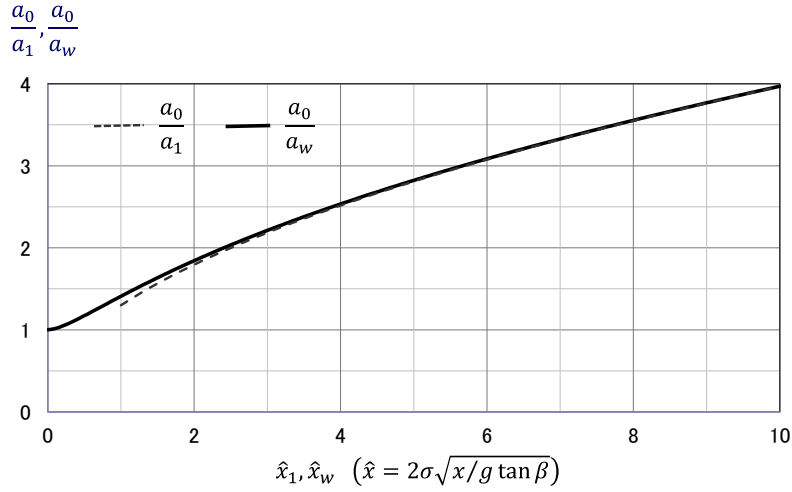


図-12 一様勾配斜面上の線形長波の増幅率

f) 深海域からの増幅率

さて、与えられた周期に対して、離岸距離が非常に大きくなり、水深が無限に増大すると、長波の仮定が満たされなくなる。しかし、この海域では、深海から長波領域を含む通常の微小振幅波理論が適用できる。そこで、長波の仮定が満たされる範囲の沖合で、微小振幅波理論と斜面上の線形長波を接続することを考える。上記の水深 h_1 の地点は、離岸距離が十分なのでベッセル関数の漸近展開が有効であり、かつ周期（波長）の割に水深が十分浅いので長波の仮定が成り立つ地点である。

深海と地点1でのエネルギーフラックスは等しいから

$$E_{\infty} c_{g\infty} = E_1 c_{g1} \quad (67)$$

ここに、 E は波エネルギー、 c_g は群速度（エネルギー輸送速度）を表し、添え字の ∞ および 1 はそれぞれ深海と地点1を示していて、

$$E_{\infty} = \frac{\rho g}{2} a_{\infty}^2, \quad c_{g\infty} = \frac{g}{2\sigma}, \quad E_1 = \frac{\rho g}{2} a_1^2, \quad c_1 = \sqrt{gh_1} \quad (68)$$

である。これより、

$$\frac{a_1}{a_{\infty}} = \frac{1}{\sqrt{\hat{x}_1 \tan \beta}} \quad (69)$$

となる。当然、 x_1 が変化すれば $\hat{x}_1$ は $\sqrt{x_1}$ に比例するから、式(69)は x_1 の $(-1/4)$ 乗に比例することになり、グリーンの法則に一致する。そこで、斜面上の線形長波の式(66)を合わせると

$$\frac{a_0}{a_{\infty}} = \sqrt{\frac{\pi}{2 \tan \beta}} \quad (70)$$

となることがわかる。すなわち、摩擦などの減衰要素がなく、微小振幅波として沖合いから進行し、汀線で砕波せずに完全反射して沖合いに波が戻るような場合には、海底勾配のみにより増幅率が決まることになる。しかも、この増幅率は $\tan \beta = 1/100$ のとき $a_0/a_{\infty} = 12.5$ でわかるように、極めて大きな値になる。

g) 鉛直壁による増幅率の低減

次に、図-13のように、海岸線に鉛直壁が設置されている場合に、増幅率がどの程度低減するかを考える。一様勾配斜面上の線形長波の一般解は既に式(53)および(55)のように求められているから、これに鉛直壁で水平流速が0となる境界条件をあてはめればよい。すなわち、

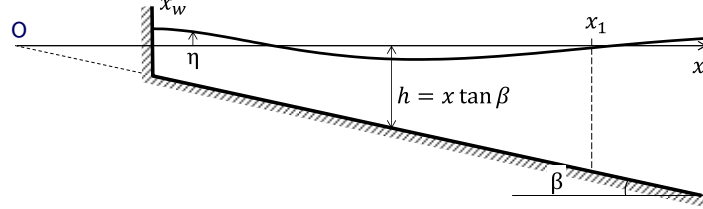


図-13 汀線に直立壁が設置された一様勾配斜面

$$\hat{u}(\hat{x}_w) = \frac{2i\sigma}{\hat{x}_w \tan \beta} \{A J_1(\hat{x}_w) + B Y_1(\hat{x}_w)\} = 0 \quad (71)$$

である。これより、

$$B = -\frac{J_1(\hat{x}_w)}{Y_1(\hat{x}_w)} A \quad (72)$$

であるから、

$$\hat{\eta}(\hat{x}) = A \left\{ J_0(\hat{x}) - \frac{J_1(\hat{x}_w)}{Y_1(\hat{x}_w)} Y_0(\hat{x}) \right\} \quad (73)$$

を得る。したがって、鉛直壁での振幅 $2a_w$ （上記の汀線まで勾配が続く場合と同様に、入反射波の重ね合わせであることを念頭に、 a_w を振幅の半分とした）は、

$$2a_w = |\hat{\eta}(\hat{x}_w)| = A \left| J_0(\hat{x}_w) - \frac{J_1(\hat{x}_w)}{Y_1(\hat{x}_w)} Y_0(\hat{x}_w) \right| \quad (74)$$

と表される。式(73)をハンケル関数で置き換え、前と同様に入射波成分となる第1種ハンケル関数 $H_0^{(1)}(\hat{x})$ のみを取り出せば、

$$\hat{\eta}^+(\hat{x}) = \frac{A}{2} \left\{ 1 + i \frac{J_1(\hat{x}_w)}{Y_1(\hat{x}_w)} \right\} H_0^{(1)}(\hat{x}) \quad (75)$$

であり、これより $\hat{x} = \hat{x}_1$ での振幅 a_1 は

$$a_1 = |\hat{\eta}^+(\hat{x}_1)| = \frac{A}{2} \sqrt{1 + \left\{ \frac{J_1(\hat{x}_w)}{Y_1(\hat{x}_w)} \right\}^2} \sqrt{\{J_0(\hat{x}_1)\}^2 + \{Y_0(\hat{x}_1)\}^2} \quad (76)$$

と表される。したがって、式(74)および(76)より

$$\frac{a_w}{a_1} = \frac{|Y_1(\hat{x}_w)J_0(\hat{x}_w) - J_1(\hat{x}_w)Y_0(\hat{x}_w)|}{\sqrt{\{J_1(\hat{x}_w)\}^2 + \{Y_1(\hat{x}_w)\}^2} \sqrt{\{J_0(\hat{x}_1)\}^2 + \{Y_0(\hat{x}_1)\}^2}} \quad (77)$$

となる。さらに、式(65)および(77)を用いて、鉛直壁における振幅に対する、汀線まで一様勾配が続いている場合の振幅の比率 a_0/a_w を求めると、

$$\frac{a_0}{a_w} = \frac{a_0}{a_1} \frac{a_1}{a_w} = \frac{\sqrt{\{J_1(\hat{x}_w)\}^2 + \{Y_1(\hat{x}_w)\}^2}}{|Y_1(\hat{x}_w)J_0(\hat{x}_w) - J_1(\hat{x}_w)Y_0(\hat{x}_w)|} \quad (78)$$

を得る。図-12には実線を用いてこの値がプロットされている。

この図の点線から、 $\hat{x} = \hat{x}_1$ における入射波の振幅に対する、汀線での振幅（の半分 a_0 ）の倍率 a_0/a_1 が読み取

れ、さらに、直立壁が $\hat{x} = \hat{x}_w$ にある場合の汀線での振幅との比 a_0/a_w が読み取れるので、前者を後者で割れば、鉛直壁がある場合に $\hat{x} = \hat{x}_1$ での振幅に対する鉛直壁での振幅の倍率 a_w/a_1 が分かることになる。

具体例をとると、前記と同様の海底勾配 $\tan \beta = 1/100$ 、離岸距離 $x_1 = 50(\text{km})$ 、周期 $T = 60(\text{min})$ に対して、 $x_w = 1(\text{km})$ （水深 $h_w = 10(\text{m})$ ）に鉛直壁が設置されると、鉛直壁と汀線での振幅比 a_0/a_w は1.11なので、増幅率 a_w/a_1 は1.81となり、汀線まで一様勾配が続く場合の $a_0/a_1 = 2.00$ よりも若干低減する。また、離岸距離が $10(\text{km})$ であれば $a_w/a_1 = 1.23$ となり、 $a_0/a_1 = 1.36$ よりさらに低減する。

ここでの理論がより大きな影響を及ぼすのは、津波のように高潮より周期が短く、かつ発生後は自由波として伝播する波に対してである。たとえば、津波の周期を $10(\text{min})$ とすれば、同じ海底勾配 $\tan \beta = 1/100$ 、離岸距離 $x_1 = 50$ および $10(\text{km})$ に対して汀線での増幅率は4.85および3.26であり、さらに水深 $h_w = 5(\text{m})$ に鉛直壁が設置されれば増幅率は2.97および1.99となる。特に、津波の発生海域を念頭に、離岸距離 $x_1 = 100(\text{km})$ （水深 $h_1 = 1,000(\text{m})$ ）とし、しかも海溝軸での周期の短い成分で $T = 5(\text{min})$ とすれば、汀線での増幅率は8.15と、極めて大きな値になる。すなわち、沖合いで発生した周期の短い津波の増幅は極めて顕著となるので、注意が必要である。

3. 高潮の数値予測

高潮の計算に関する文献は極めて多い。土木学会論文集B2に限っても網羅的に取り上げることができない。以下では、説明の流れの中で必要な文献を例示することにとどめることをご容赦願いたい。

(1) 高潮計算の基礎方程式

a) 連続式と運動方程式

実際の複雑な海域において、任意の台風条件に対する高潮の計算は数値計算によることになる。高潮が大水深中を長距離進行する特殊な状況を除いて、長波の仮定が有効であり、水圧は静水圧分布となる（差分式を含めた詳細は例えば山下ら、1991を参照されたい）。

このとき、 (x, y) 方向の水平流速 (u, v) より平均流速 $(\bar{u}, \bar{v})$ を下記のように定義する。

$$\bar{u}(x, y, t) = \frac{1}{(h + \eta)} \int_{-h}^{\eta} u dz = \frac{1}{(h + \eta)} q_x \quad (79)$$

$$\bar{v}(x, y, t) = \frac{1}{(h + \eta)} \int_{-h}^{\eta} v dz = \frac{1}{(h + \eta)} q_y \quad (80)$$

基礎方程式では (q_x, q_y) を未知関数にする場合が多いが、ここでは $(\bar{u}, \bar{v})$ と水面変動 $\eta(x, y, t)$ を未知関数として、基礎方程式は連続式(81)と、運動方程式(82)および(83)となる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \{(h + \eta)\bar{u}\}}{\partial x} + \frac{\partial \{(h + \eta)\bar{v}\}}{\partial y} = 0 \quad (81)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = f\bar{v} - g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial x} + \frac{(\tau_{sx} - \tau_{bx})}{\rho(h + \eta)} + M_x - R_x \quad (82)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -f\bar{u} - g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial y} + \frac{(\tau_{sy} - \tau_{by})}{\rho(h + \eta)} + M_y - R_y \quad (83)$$

ここに、式(81)は、左辺第2、3項で表される流量の流入出の差が、第1項の水面の時間変化と釣り合うという、質量保存の式である。式(82)および(83)の左辺は水平2方向の加速度であり、このうち第2、3項は非線形となる移流

項である。右辺第1項はコリオリ力を表し、 f はコリオリの係数である。この項は時間スケールが日オーダーのように長い場合に無視できなくなるが、内湾の高潮の計算などでは省略してよい。右辺第2項は水面の高さ η と気圧の低下量 η_a の影響による水圧の勾配を表す。右辺第3項のうち、 (τ_{sx}, τ_{sy}) は風による海面摩擦応力の (x, y) 方向成分であり、 (τ_{bx}, τ_{by}) は海底摩擦応力の (x, y) 方向成分である。さらに、右辺第4項の (M_x, M_y) は乱流による水平拡散項、第5項の (R_x, R_y) はラディエーション応力の影響を表す。

海面摩擦応力は、摩擦係数 C_D あるいは γ_s^2 を用いて、

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \rho_a C_D \sqrt{W_x^2 + W_y^2} (W_x, W_y) \quad (84)$$

または

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \rho_a \gamma_s^2 \sqrt{W_x^2 + W_y^2} (W_x, W_y) \quad (85)$$

と表される。ここに、 W_x, W_y は風速の x, y 方向成分であり、 $W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$ は風速の絶対値である。

海面摩擦係数の評価には本多・光易(1980)によるものが使われることが多い。しかし、実験範囲を超える高風速で、例えば50m/sに対して式をあてはめると $C_D = \gamma_s^2$ は 3.73×10^{-3} となるのに対し、Powell (2007)による高風速の場合の観測結果では、摩擦係数の増加が顕著でない。データ数は少ないものの風速50-59m/sでの沖合での摩擦係数 $C_D = \gamma_s^2$ は 2.27×10^{-3} であるので、実務では上限値が設定されることも多い。ただし、浅海域では 3.22×10^{-3} という全体のトレンドから離れて大きな値も存在することには留意する必要がある。この値は、高潮の外力として直接影響するので、今後の観測成果の蓄積が必要である。

同様に、海底摩擦応力は、一般的な表示式で使われる底面摩擦係数 C_f を用いて

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \rho C_f \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} (\bar{u}, \bar{v}) \quad (86)$$

と表されるが、簡便に与えられるマンニングの粗度係数 n_f 、またはシェジューの粗度係数 C_h を用いて、

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \frac{\rho g n_f^2}{(h + \eta)^{(1/3)}} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} (\bar{u}, \bar{v}) \quad (87)$$

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \frac{\rho g}{C_h^2} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} (\bar{u}, \bar{v}) \quad (88)$$

がしばしば使われる。

右辺第4項の水平拡散項は、流れの平均流成分に勾配がある場合、乱流成分による混合によって流速が平均化される、すなわち高流速部の流速が低下し、低流速部の流速が上昇することを反映している。これによる応力は

$$(M_x, M_y) = \nu_e \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) \quad (89)$$

という表示式が通常は用いられる。ここに ν_e は水平拡散係数である。

なお、ニュートン性流体と同様な表示式では、乱流によるレイノルズ応力を

$$\tau_{eij} = \nu_e \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (90)$$

と定式化すると、正味の力はその勾配（変化率）であるから、

$$M_i = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_e \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (91)$$

となる。ここに添え字 $i, j=1, 2$ はそれぞれ x, y 方向を表し、総和規約に従う。ここで、2次元の非圧縮性流体の場合のように

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (92)$$

が成り立つとすれば、式(91)の第2項が省略できるので、式(89)と一致する。

右辺第5項のラディエーション応力項は次式で表される。

$$(R_x, R_y) = \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y}, \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \quad (93)$$

ここに、ラディエーション応力は下記のように表される。

$$S_{xx} = E\{n(1 + \cos^2 \theta) - (1/2)\} \quad (94)$$

$$S_{yy} = E\{n(1 + \sin^2 \theta) - (1/2)\} \quad (95)$$

$$S_{xy} = S_{yx} = En \cos \theta \sin \theta \quad (96)$$

なお、 $E = \rho g H^2 / 8$ は波のエネルギー密度、 $n = c_g / c$ は群速度 c_g と波速 c の比、 θ は波向である。なお、波浪の不規則性を考慮する場合には、成分波ごとのエネルギーは独立に重ね合わせることが可能であるため、ラディエーション応力も重ね合わせによって求めればよい。

運動方程式の右辺に現れる外力項のうち、高潮で最も重要なのは気圧低下 η_a （単位は水柱の高さ）と海面摩擦応力 (τ_{sx}, τ_{sy}) である。台風域では気圧が低下し、また強風が吹くために強い海面の摩擦応力が生ずる。また、強風により発生・発達した波浪が、砂浜海岸など傾斜した海岸で碎波すると、汀線に向かってラディエーション応力が減少し、この減少率が正味の外力となって、汀線に向かって水位が上昇したりする。

上の基礎方程式は非線形長波に対する一般的なものであり、簡単で特殊な場合には既に2.で取り上げた方程式と解に帰着する。まず、定常的な気圧低下や風のみを考慮すれば、吸い上げや吹き寄せの式となる。また、ウェーブセットアップにも適用できる。さらに、一様水深を仮定し、また微小振幅の仮定から線形化すれば、一様水深中の強制波の方程式に一致する。そして、一様勾配斜面上の線形長波の方程式に帰着させることもできる。

高潮の基礎方程式は式(81)-(83)であり、高潮偏差 $\eta(x, y, t)$ が計算される。ここで、ラディエーション応力が無視できないときは波浪場を入力しなければならないし、いずれ高潮対策には波浪が必要となる。従来は、高潮と波浪とは独立して計算されてきたが、たとえばKimら(2008)ではそれらを同時に解くための手法が示されている。

b) 台風モデル

高潮計算で最も重要なのは、式(82)と(83)で右辺第2、3項に含まれる気圧低下 p_a と海面摩擦 (τ_{sx}, τ_{sy}) である。したがって、これらを決めるための台風の条件、広義に言えば気象条件が必要となる。

台風モデルのうち、最も簡単なのは藤田の式やMyers (1954)の式と呼ばれるものであり、後者は

$$p(r) = p_c + \Delta p \exp(-r/r_0) \quad (97)$$

と表される。ここに、 p_c は中心気圧、 Δp は気圧低下量（ $(p_c + \Delta p)$ は遠方の気圧）、 r_0 は台風の代表半径である。この式から、気圧分布とともに、気圧勾配から経度風を経て海上風が計算される。

このモデルは簡単であり、現在でも実務で一般的に使われている。しかし、気象、すなわち大気の力学的条件を満たすわけではなく、また、陸上の地形の影響も入っていない。この点を改良するために、台風ボーガスと呼ばれる初期条件を使い、密な格子での気象計算から台風の条件を与える方法などが開発されている（たとえば、吉野ら、2008、鈴山ら、2012）。

c) その他の高潮評価法

以上のような力学的な基礎方程式によって高潮を計算する方法に加え、近年発展しているAI技術を応用する方

法もある。たとえば、荒木ら(2020)のようにニューラルネットワークを用いる方法がある。気候変動の将来予測シミュレーションから将来の高潮を推定することも可能であり、今後従来の力学的な方法に加えて、特徴を生かした発展がみられるものと思われる。

(2) 将来の高潮予測

気候変動による地球温暖化後の高潮予測は、今後の高潮対策を考えるうえで重要である。これに関する研究成果は、森ら(2020)によく取りまとめられており、予測手法の体系的分類がなされ、それぞれの特徴が整理されている。

もっとも簡単だが、使いやすく実用的なのが、気候変動の影響を取り入れて上述の台風モデルを増大させるものである。河合ら(2007)は温暖化に伴って台風位置を北へ緯度にして1.5度移動すると仮定した上で、モンテカルロ法によって台風を与えている。

近年では、大気循環モデル(GCM)を用いて方程式を、温暖化後まで長期間にわたって解くことによって気候変動を予測する方法が世界中でとられている。この結果から台風の変化を得るには、格子サイズが粗いことによるバイアスを補正する必要がある(たとえば、安田ら、2015)。2016年に気象研究所の全球モデルと領域モデルを用いた計算結果のデータベース(d4PDF/d2PDF)が公開されてからは、これが広く用いられている(たとえば、梅田ら、2019)。また、台風が十分に発達しないという問題に対して、計算された気象場から、理論的な可能最大強度(MPI)の台風を求める方法も開発されている(たとえば、森・森、2020)。しかし、今度は可能最大まで実際に発達するかという問題も残されている。

格子の粗さの問題を解決するための直接的な方法は、対象領域に限ってより細かい格子を使った領域モデルによるダウンスケーリングの手法である。これには、入力条件としてGCMから得られる将来気候を直接用いる方法と、現在と将来の月単位の平均値の差を加算した場で、台風計算などを行う疑似的な方法とがある(たとえば、吉野ら、2019)。領域モデルでは、米国から公開されているWRF(Weather Research and Forecasting model)がしばしば使われている(たとえば、白井ら、2020)。

4. 高潮防災

(1) 高潮防災施設

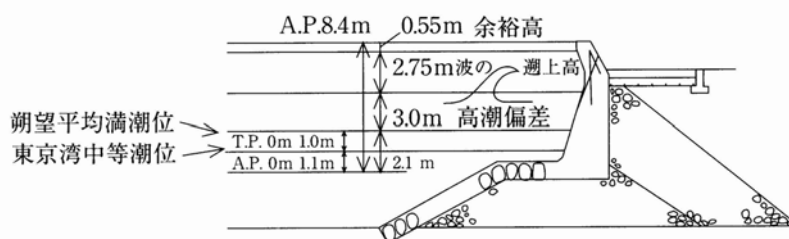
港湾・漁港は高潮・高波の影響を直接的に受ける。このため、高潮時の潮位と波浪に対して構造物の安全性が確保できるように設計される。また、港内の稼働率が必要水準を満たすように、外郭施設の配置が決められる。

高潮から陸域を守る第一線が海岸であり、必要な海岸線には堤防や護岸などの海岸保全施設が建設される。制度面でいえば、海岸法の下で、まず国によって海岸保全基本方針が策定され、そこで定められた全国71の沿岸に対して海岸管理者(都道府県)が海岸保全基本計画を策定する。このとき、1999年の海岸法改正によって、法の目的がそれまでの防護に加えて、環境と利用となり、3つの目的になったので、それに沿って策定される。そして、基本計画に基づいて海岸保全事業が進められる。

高潮対策には高潮とともに高波が考慮される。図-14は東京湾での高潮堤防(外郭堤防)の計画天端高の一例である。まず、平均海面に対して、朔望平均満潮位(大潮の満潮位)まで上げ、それに高潮偏差を加えて設計高潮位とする。高潮偏差の計算には上に述べた解法が用いられる。ただし、全国的には、高潮偏差や設計高潮位の決定に、観測された過去の最高値も用いられている。この水位に波の打上げ高、または許容越波流量から決まる

必要高を加え、さらに余裕高を上乗せしたものが計画天端高となる（海岸保全施設の技術上の基準・同解説）。

日本の海岸線の総延長は約35,000kmであり、そのうち津波、高潮、海岸侵食に対する海岸保全区域は約14,000kmである。さらにそのうち何らかの海岸保全施設が建設済みの海岸は約9,600kmであり（海岸統計）、図一1の中に見られるように1980年代までは急速に延びていたが、近年はそれほど大きな変化がない。



図一14 高潮堤防の計画天端高の例示

高潮が起こりやすい内湾では、大都市を控えるとともに、大河川と中小河川・水路が入り込んでいる。そこで、まず海側に海岸堤防・護岸を配置する。大河川に対しては海岸堤防をそのまま上流側の影響範囲まで延長する。小河川や水路に対しては、海や大河川との接続部に水門を設置して海側からの水位上昇を止める。同時に、陸側で発生する小河川の流量や雨水で内水氾濫が起らないように、水門の陸側でも護岸をある程度の高さに設定するとともに、それを越えないように排水機場を設け、海側に排水する。これがハードによる高潮防災システムの概要である。

(2) 高潮防災システム

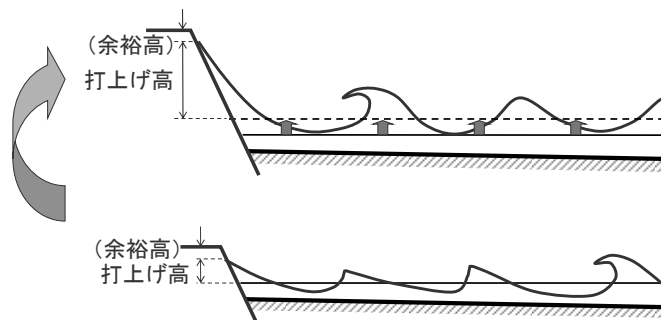
上記のようなハード施設による浸水防護に対して、想定を超える高潮が発生する可能性がある。そのような際にはソフト対策を中心に生命を守ることなどが必要である。そこで、2015年に水防法が改正され、最大クラスの高潮に対する浸水予測計算を行い、高潮浸水想定区域を指定するとともに、避難のためのリードタイムが確保できるように、特別高潮警戒水位（高潮氾濫危険水位）情報を発出することとなった。東京湾、伊勢湾、大阪湾などで、公表済みあるいは検討中である。今後は、このような大規模氾濫に対する避難計画を策定することが課題となる。

(3) 気候変動への適応策

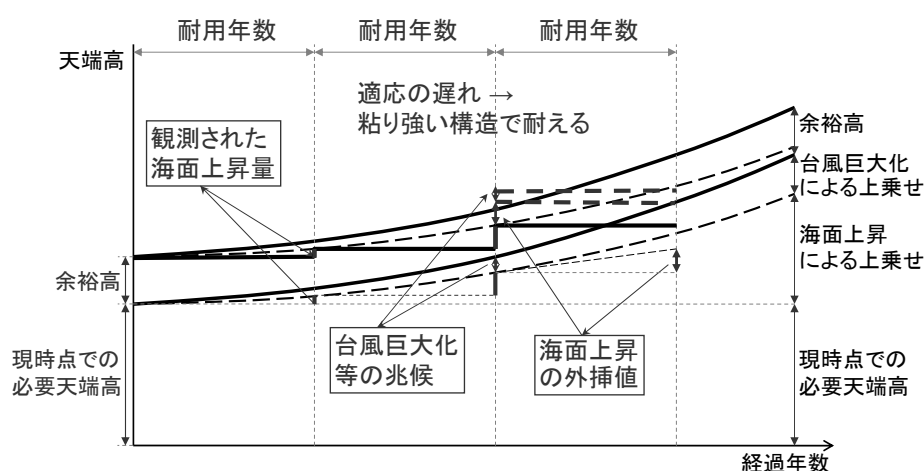
将来の高潮対策で最も重要なのは、施設の維持管理とともに、気候変動の影響である。2018年に気候変動適応法が制定され、それに基づいて気候変動適応計画が策定された。その中で海岸に関しては、ハード・ソフトの最適な組み合わせで戦略的かつ順応的に進めることとされている。

気候変動により海面上昇が起こった場合、特に図-15のように堤防や護岸が汀線付近に設置されていると、水深が増大することによって堤前波高が増大するので打ち上げ高が顕著に増大し、これともとの海面上昇量と合わせて、全体では3倍以上の必要天端高の増大になることもある。

これらを勘案して適応計画では、将来の海面水位上昇への対応を考慮した整備や施設更新を行うなど、順応的な対策を行うとされている。図一16は順応的な対策の模式図であり、海面上昇や台風の巨大化に対して、実績値および予測値を適切に評価しながら更新時期に合わせて適応させていく概念が図示されている。



図－15 海面上昇による必要天端高の上昇の模式図



図－16 海岸保全施設の順応的適応策

このような原則の下で、首都圏などは人口や産業の集積度が極めて高いので、ハード整備による防護の必要性が高い地域であり、このための計画策定作業も行われている。

5. おわりに

高潮の災害の歴史を概観し、基礎理論を解説した上で、数値計算の枠組みと現状を取りまとめた。その上で、高潮防災の現状と将来について述べた。今後の方向性は示せたと思うが、さらに精度を上げ、環境や利用に配慮した海岸保全を実現するためには研究すべき課題が多く残されている。

参考文献

- 1) Hotta, S., M. Mizuguchi and M. Isobe (1981): Observations of long period waves in the nearshore zone, Coastal Engineering in Japan, 24, 41-76.
- 2) Kim, S. Y., T. Yasuda and H. Mase (2008): Numerical analysis of effects of tidal variations on storm surges and waves, Appl. Ocean Res., 30-4, 311-322.
- 3) Myers, V. A. (1954): Characteristics of United States hurricanes pertinent to levee design for Lake Okeechobee, Florida. Hydro-

Meteorological Rep. of U.S. Weather Bureau, 32, 106p.

- 4) Powell, M. D. (2007): Drag coefficient distribution and wind speed dependence in tropical cyclones, Final report to the JHT, 26 p.
- 5) 荒木裕次・安田誠宏・Adrian Webb・森信人(2020): 畳み込みニューラルネットワークによる台風気象場を用いた高潮の時系列予測と長期評価, 土木学会論文集B2, 76, I_1093-1098.
- 6) 梅田尋慈・中條壮大・森信人(2019): 大規模アンサンブル気候予測データ (d4PDF) を用いた全球確率台風モデルの開発, 土木学会論文集B2, 75, I_1195-1200.
- 7) 河合弘泰・橋本典明・松浦邦明(2007): 確率台風モデルを用いた内湾の高潮の極値と継続時間の推定, 海岸工学論文集, 54, 301-305.
- 8) 柴木秀之・加藤史訓・山田浩次(2001): 密度成層とWave Setupを考慮した土佐湾異常高潮の推算, 海岸工学論文集, 48, 286-290.
- 9) 白井知輝・藤原和弘・渡部真史・有川太郎(2020): WRFを用いた高潮・波浪予測計算の計算時間及び予測精度についての検討, 土木学会論文集B2, 76, I_247-252.
- 10) 鈴山勝之・柴木秀之・尾形竹彦(2012): 台風ボーガスを導入したWRFの計算方法に関する研究, 土木学会論文集B2, 68, 471-475.
- 11) 農林水産省・国土交通省(2020): 高潮浸水想定区域図作成の手引き、Ver. 2.00, 84p.
- 12) 本多忠夫・光易恒(1980): 水面に及ぼす風の作用に関する実験的研究, 海岸工学講演会論文集, 27, 90-93.
- 13) 森壮太郎・森信人(2020): d4PDF/d2PDFにもとづく気候変動による熱帯低気圧強度の将来変化, 土木学会論文集B2, 76, I_1099-1104.
- 14) 森信人・福井信気・志村智也(2020): 気候変動を考慮した我が国の三大湾の高潮最大潮位偏差についての研究レビュー, 土木学会論文集B2, 76, 1-6.
- 15) 安田誠宏・片平成明・森信人・間瀬肇・澁谷容子(2015): 気候モデル台風のバイアス補正手法の開発と高潮の将来変化のアンサンブル予測, 土木学会論文集B2, 71, I_1507-1512.
- 16) 山下隆男・山中久生・土屋義人(1991): エスチャリーにおける長周期波の数値計算, 京大防災研究所年報, 34, B-2, 449-469.
- 17) 吉野純・児島弘展・安田孝志(2008): 台風予測精度向上のための渦位に基づく新しい台風ボーガス手法の構築, 海岸工学論文集, 55, 436-440.
- 18) 吉野純・山本康平・村田昭彦・小林智尚(2019): 直接ダウンスケーリングによる伊勢湾における可能最大高潮の将来変化, 土木学会論文集B2, 75, I_1189-1194.