

洪水と河道管理

Flood and channel roughness control

北海道大学大学院
公共政策学連携研究部
泉 典洋

Norihiro Izumi

Public Policy School, Hokkaido University

1 はじめに

河川は単に水を流すだけの水路ではない。自然や生物にとって必要不可欠な様々な物質を輸送する重要な輸送路である。河川によって輸送される陸地由来の有機物やミネラルは、海の生態系にとってなくてはならないものである。また、河川によって輸送される土砂は、陸地を作り平野を作る。このとき、土砂と一緒に堆積した様々な栄養物質によってエジプト文明などの古代文明が誕生したことは言うまでもないであろう。現在でも、陸地や平野は陸上生物や人間にとって重要な生活の場となっている。特に河川が持つ土砂輸送機能は、河川の物理的な性質を単なる水路のそれとは異なるものとし、河川を河川ならしめている重要な機能である。

土砂を輸送する河川では、河床は通常土砂によって覆われている。河床を覆う土砂は水の流れによって運ばれるが、その際、流れと土砂の境界である河床には河床形態と呼ばれる様々な形状が現れる。ここでは、河床に現れる波状の形態を河床波と呼び、河床波と平坦床を合わせて河床形態と呼ぶことにする。河床の凹凸は河床上を流れる流水に対して抵抗となることから、どのような河床形態が現れるかによって流水に対する河床の流水抵抗が変化する。したがって、洪水時の水位を予測するためには、水理条件に応じてどのような河床形態が現れるのかを精度良く予測することが必要となる。

近代以降の河川工学では、降雨量から流出量を予測し、流量から水位を予測することで、河道の計画や管理が行われてきた。降雨量からの流出量の予測は河川水文学の分野で、流量からの水位の予測は河川水理学の分野で研究が行われ、河川工学の両輪としてその理論的根拠となってきた。降雨量からの流出量予測が地形や地質、土地利用など様々な要因に影響を受けることから予測が困難であるにも関わらず、実用的なレベルに達しているのに対して（というより、不確定要素が多いことから期待できる精度には達しているというべきか？）、純粋に水理学的関係から導かれるはずの流量と水位の関係が、未だマンニングの粗度係数や HQ カープ（水位流量曲線）の域を出ていないのは前述した水理条件と現れる河床形態の関係が未だに十分に明らかになっていないためである。

近年、地球規模の環境変化によって集中豪雨の頻度が増加している。集中豪雨では、短期間で河川の流量は増加し、水位の上昇が生じる。堤防への負担も増大し、避難の役割も重要となっている。このような時代にあって、洪水時の水位を精度よく予測することはこれまで以上に重要となっている。この講義では、洪水時に見られる河床形態に焦点を当て、洪水時における河床粗度の観点からの河道管理について解説する。

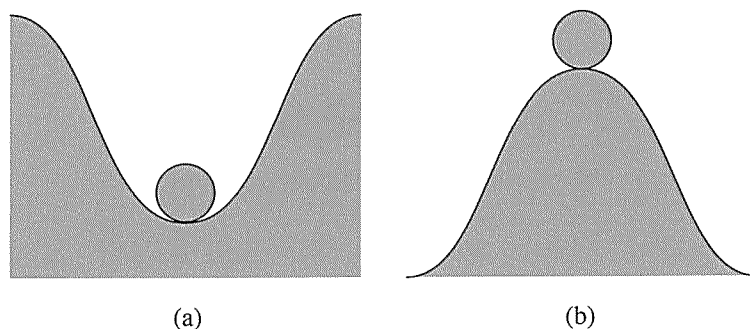


図1 二種類の平衡状態。(a) 安定な平衡状態, (b) 不安定な平衡状態。

2 自律形成現象と不安定性

水が河床上を流れるとき、河床上の土砂は流れによって輸送される。河床上の土砂が輸送されると河床の形状が変化する。河床形状の変化に応じて、河床上の流れも変化する。すなわち、河床形状が境界条件として流れを決定しているのと同時に、流れは境界の形状を決定している。このように、流れとの相互作用によって河床の形状が自律的に形成される現象をここでは自律形成現象と呼ぼう。河床形態の発生も自律形成現象の一つである。

河床形態がどのように自律形成されるかを見てみよう。まず、一様勾配で平坦床の状態があるとする。この上に水を流すと流速および水深が流下方向に変化しないような等流状態が発生する。土砂で覆われた河床の形状変化は、後述するように土砂収支によって発生する。すなわち、ある区間に入って来る土砂より出て行く土砂が多い場合、河床は低下し、逆にある区間に入って来る土砂より出て行く土砂が少ない場合、河床は上昇する。したがって土砂輸送量が流れ方向に一定であれば河床高さは変化しない。等流状態で流れている限り河床も平坦床のまま維持される可能性がある。ここで可能性があるという言い方をしたのは、維持されない場合があるからである。平坦床の状態が維持されたり、維持されなかったりするメカニズムを理解するには、次に述べる平衡状態と安定性の概念が必要になる。

力学では、力が釣り合っている状態を平衡状態という。例えば、図1(a)のように、谷の一番低いところにボールが静止している状態は一種の平衡状態である。ボールには、鉛直下向きに重力が働いており、同時にそれと釣り合う抗力が地表面から鉛直上向きに働いているため、ボールは静止する。では、図1(b)のように山の頂上にボールが置かれた状態はどうであろうか。実はこれも平衡状態である。ボールには鉛直下向きの重力と鉛直上向きの抗力が働いており、二つの力は釣り合っている。

いま、二つの平衡状態にわずかな擾乱を与えてみよう。ほんのちょっとだけ蹴とばしてみるのである。図1(a)の平衡状態では、ボールは谷壁に沿ってちょっとだけ駆け上がるが、地表面に対する接線方向の重力成分が谷底に向かって働くため、元の位置に戻って来る。一方、図1(b)では、わずかでも頂上からずれると、地表面に対する接線方向の重力成分は山裾の方向に働くため、ボールは二度と頂上には戻って来ない。図1(a)のように、多少の擾乱を受けても元の状態に戻る平衡状態を安定な平衡状態と言い、図1(b)のように、微小な擾乱を受けると元の状態に戻らない平衡状態を不安定な平衡状態と言う。自然界では、不安定な平衡状態は瞬く間に消滅してしまうため、我々は通常、安定な平衡状態しか目にすることはない。

河床形態に話を戻そう。平坦床等流状態は一つの平衡状態である。重力の流下方向成分と底面せん断力が釣り合っており、その底面せん断力によって流れ方向に一様な土砂が輸送されている。この平衡状態が安定であれば平坦床は維持され、我々は平坦河床を目にすることができる。ところが、この平衡状態が不安定

であればたちまち平坦床は消滅してしまい、別の河床形態が現れるのである。特に、複数の性質の異なる物質の界面に現れる不安定現象のことを界面不安定現象と呼ぶ。流体と固体（粒状体）の界面である河床に現れる河床形態も界面不安定現象の一種である。次節では水理条件によってどのような河床形態が現れるのかを見てみる。

3 河床形態のいろいろ

水理条件の変化に伴って様々な河床形態が現れる。河床形態と水理条件の間の厳密な議論については後で行うこととし、ここでは流速あるいは Froude 数 Fr の観点から河床形態の変遷を概観する。Froude 数とは次式で定義される無次元数であり、

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gH}} \quad (1)$$

U は平均流速、 g は重力加速度 ($= 9.8 \text{ m/s}^2$)、 H は水深である。Froude 数は平均流速を長波の伝搬速度 $\sqrt{gH}$ で無次元化したものである。

流速が十分に遅く、底面せん断力が土砂の移動限界より小さいとき、当然のことながら河床形態は形成されない。最初に平坦であった河床は、平坦のまま維持される。この状態を lower regime plane bed（低レジーム平坦床）という（図 2(a)）。ここで regime という言葉は、パラメータの範囲という意味で使われており、lower regime とは Froude 数の小さい範囲という意味である。

流速が増加し、土砂が移動し始めて最初に現れるのは ripple（リップル）と呼ばれる、波高が数センチ、波長が数十センチの、比較的小さなスケールの河床波である（図 2(b)）。ripple は次式で定義される粒子 Reynolds 数 $R_p (= u_* d_s / \nu)$ が 10 程度より小さい場合に現れることが知られている。すなわち次の条件が成り立つ場合である。

$$R_p \equiv \frac{u_* d_s}{\nu} \leq 10 \quad (2)$$

ここで u_* は摩擦速度、 d_s は砂の粒径、 ν は水の動粘性係数 ($= 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) である。摩擦速度 u_* は次式で定義される。

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \quad (3)$$

ここで τ_b は河床に働く底面せん断力、 ρ は水の密度 ($= 1000 \text{ kg/m}^3$) である。

河川の流れは一般的に乱流であり、粘性応力と比較して乱流変動によって発生する Reynolds 応力が卓越する。しかし、底面の粗度が小さい場合、底面近傍に粘性の効果が卓越する薄い層、粘性底層が現れる。粘性底層の厚さは $10\nu/u_*$ 程度であり、この厚さより粗度あるいは粒径が大きくなると粘性底層は現れなくなる。粒径と粘性底層の厚さの比が粒子 Reynolds 数であることから、ripple は粘性底層が存在する場合に現れることがわかる。このことから、ripple は長らく粘性底層の不安定によって発生する河床波であり、そのスケールは粘性底層や粒径のスケールによって決定されると考えられてきたが、近年、ripple は後述する dune と類似の不安定現象であり、底面せん断力が移動限界よりわずかに大きい領域で現れるという研究結果も発表されている [1]。

さらに流速が増加すると dune（デューン）と呼ばれる河床波が現れる。dune は波高が水深の 10–50 % 程度、波長が水深の 5–20 倍程度の河床波であり、一般に ripple より遥かに大きい。流速が大きくても粒子 Reynolds 数が十分に小さいければ、dune と ripple が共存する場合もある（図 2(c)）。粒子 Reynolds 数が大きくなると ripple は消滅し、dune だけが現れる（図 2(d)）。dune は上下流方向に非対称の形状を持って

いる。上流側では流下方向に向かって徐々に高さを増し、最も高くなる地点（頂点）を過ぎると急激に高さを減少させるスリップフェース（滑落面）を有する。このスリップフェースで流れの剥離が生じるため、dune は流れに対して大きな抵抗となるという特徴を持つ。また、上流側の斜面を輸送された土砂はスリップフェースに堆積するため、dune は全体として下流に向かって進行する。

流速が増加し Froude 数が 1 に近くなると、dune は消滅し、再び平坦床が現れる（図 2(e)）。これを upper regime plane bed（高レジーム平坦床）という。Froude 数が比較的大きい領域で発生する平坦床であるため upper regime と呼ばれている。

さらに流速と Froude 数が大きくなると、今度は antidune（反砂堆）と呼ばれる河床波が現れる（図 2(f)）。antidune は上下流方向にほぼ対称の形状を持っており、頂点より下流側の斜面上から輸送された土砂が上流側の斜面に堆積するため、一般に上流側に進行する。また、河床波の波高と比較して水面波の波高が高い。洪水時に激しい水面波が現れることから河床の凹凸もよほど顕著なものであろうと期待して洪水後に河床形状を測定しても、ほとんど凹凸が観察されないため期待外れに終わることになる。さらに dune とは

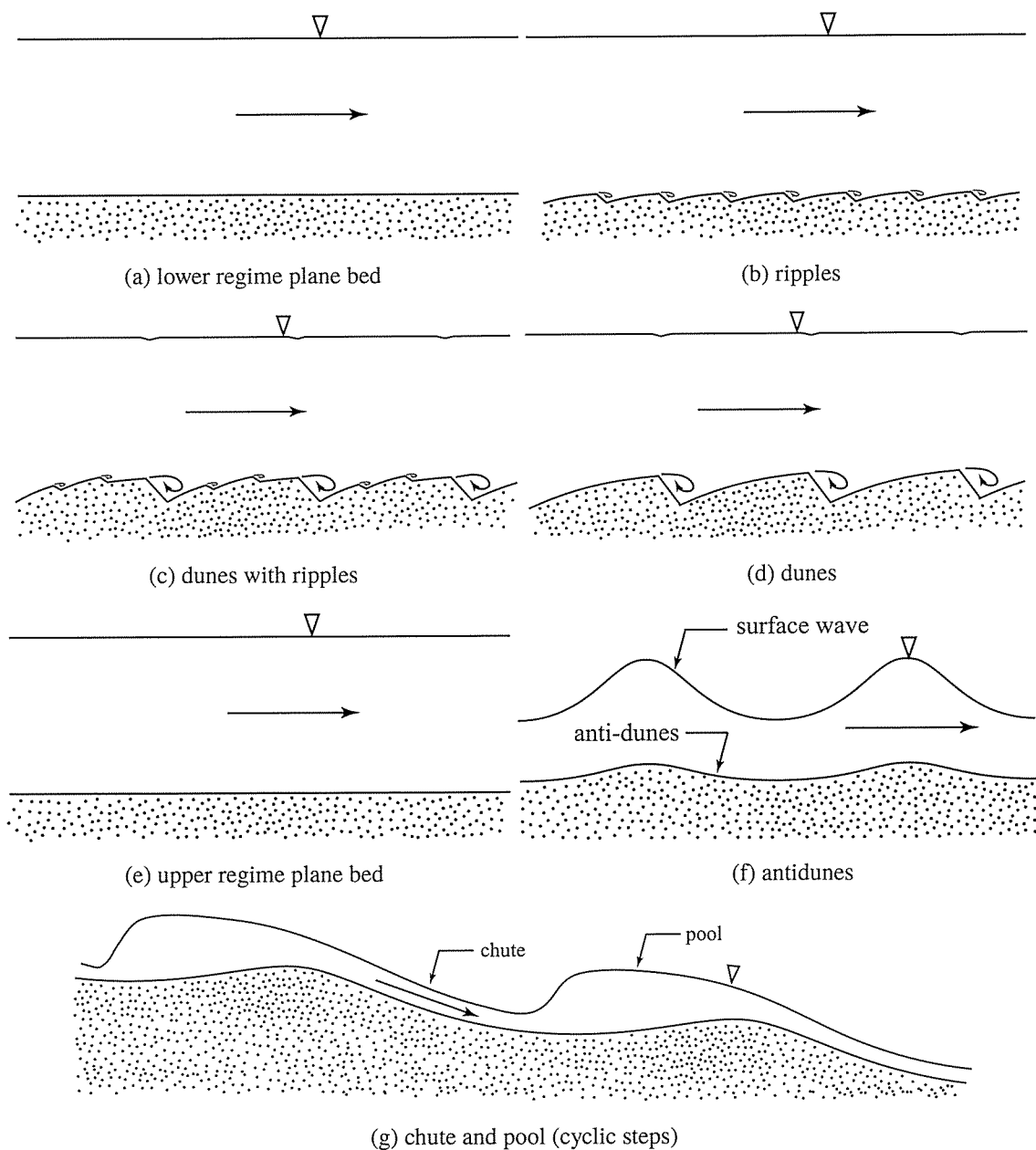


図 2 Froude 数の変化による河床形態の変遷。

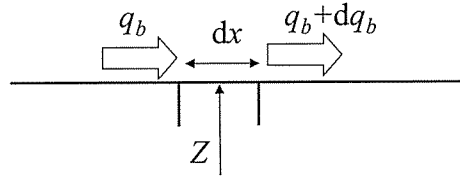


図3 河床高さの時間変化の概念図.

異なりスリップフェースを持たないため、剥離は発生せず流れに対して大きな抵抗とはならない。

antidune には、稀に dune と同様下流に向かって進行するものもある。上流側に進行するものを upstream-migrating antidune (上流進行反砂堆) と呼ぶのに対して、下流が w に進行するものを downstream-migrating antidune (下流進行反砂堆) と呼んで区別する。downstream-migrating antidune は、形状も dune に近く、上下流方向に非対称性を有しており、水面波の波高も河床波の波高と比較してそれほど大きくなることはない。downstream-migrating antidune が発生する水理条件については、未だあまりよくわかっていない。

antidune はある条件下で、跳水を伴う波長の長い河床形態に移行する (図 2(g))。この河床形態上では、勾配の小さい領域で流れは常流であり、勾配が徐々に増加するにしたがって流れは常流から射流に緩やかに遷移する。勾配が大きい領域から小さい領域に変化する地点では跳水を起こして流れは射流から常流に急激に変化する。かつては、跳水前の射流状態の領域を chute、跳水後の常流状態の領域を pool、この河床形態自体を chute and pool と呼んでいたが、最近では cyclic step と呼び [2, 3, 4]、河床だけでなく海底や火星の極冠等に形成されていることが明らかとなっている [5, 6, 7, 8]。砂で構成された河床に形成される cyclic step の場合、Froude 数が十分大きいだけでなく、浮遊砂が十分に発生していることが重要な条件となる。

4 河床形態の発生メカニズム

既に述べたように、河床波は流れと砂で構成された河床面の間に発生する界面不安定現象であり、平坦床等流状態が不安定となって現れる。この節では、この不安定がどのようにして発生するのかを、できるだけ数式を用いずに概念的に説明する。そのための準備として、河床高さの時間変化がどのように表されるかを見てみよう。

いま、図 3 に示すように、ある微小長さ dx を有する流下方向 (x 方向) の区間を考える。この区間に時間 dt の間に上流側から入って来る土砂輸送量を $q_b dt$ とすると、下流側に出ていく土砂輸送量は $(q_b + dq_b) dt$ と表される。この微小区間の高さ Z の時間 dt の間の変化量 dZ は、微小区間に入ってくる土砂と出ていく土砂の差であるから、次式が成り立つ。

$$(1 - \lambda_p) dZ dx = q_b dt - (q_b + dq_b) dt \quad (4)$$

ここで η は河床の高さであり、 λ_p は土砂の空隙率である。空間は土砂によって 100 % 満たされているわけではなく、空隙がある。上式では土砂の間の空隙のことを考慮して河床高さの変化による体積変化量に $1 - \lambda_p$ が掛けられてる。上式を変形して次式が得られる。

$$\frac{dZ}{dt} = -\frac{1}{1 - \lambda_p} \frac{dq_b}{dx} \quad (5)$$

上式は、流砂量が流下方向に増加するとき河床は低下し、逆に減少するとき河床は上昇することを示している。

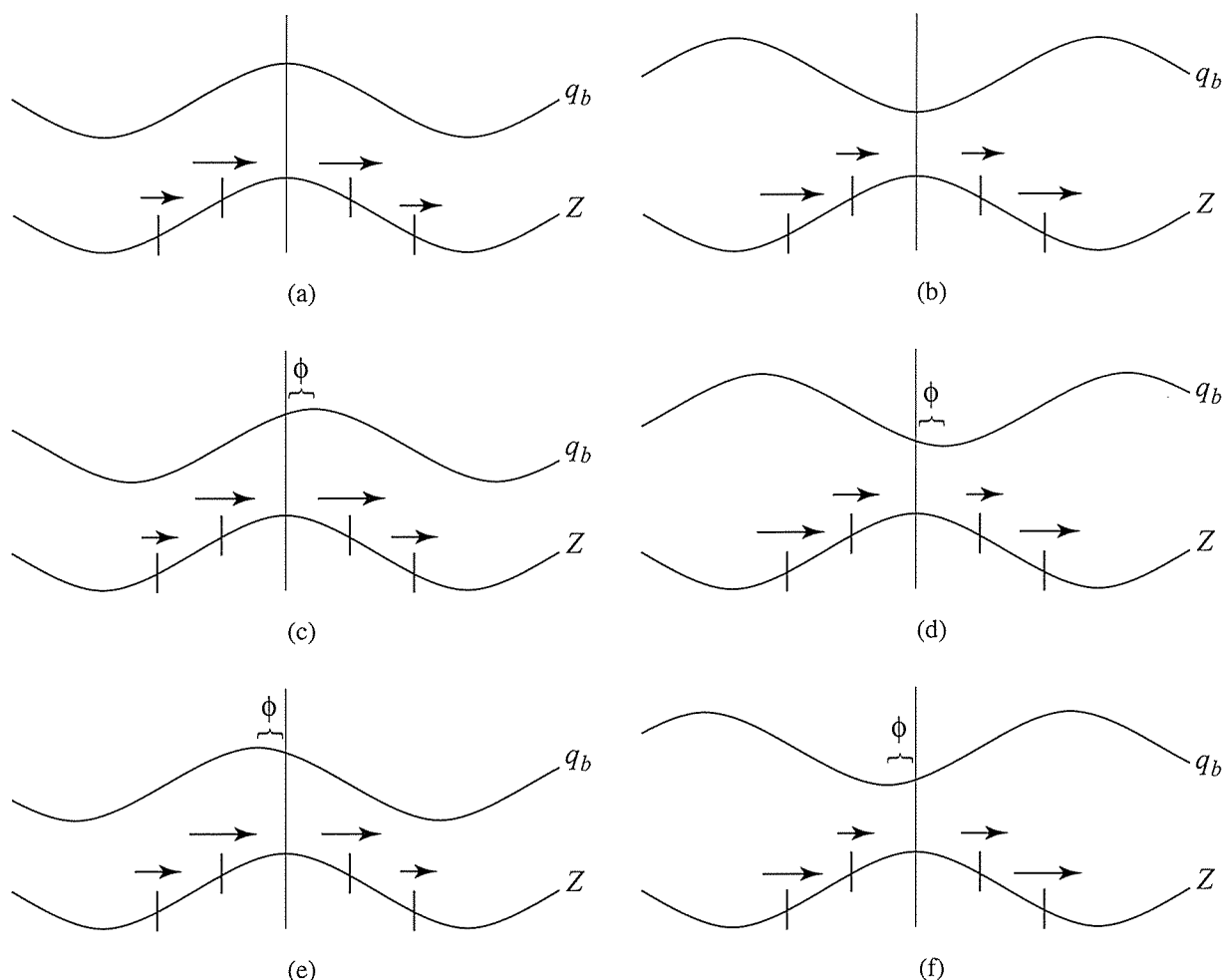


図4 擾乱の位相差と平坦床等流状態の安定性.

河床に対して次のような微小な擾乱を与える.

$$Z = Z_0 + AZ_1 \cos(kx - \omega t) \quad (6)$$

ここで添字 0 は平坦床等流状態での変数を表し, 添字 1 は擾乱を表す. また A および k , ω は擾乱のそれぞれ振幅および波数, 角周波数であり, $A \ll 1$ であるとする. 上式は波長 $2\pi/k$ を持ち, 波速 ω/k で進行する正弦波を表している. 河床に与えられた擾乱によって, 流れや水深, 流砂量にも同様の擾乱が発生する. $t = 0$ において流砂量が次式で表されたとする.

$$q_b = q_{b0} + Aq_{b1} \cos(kx + \phi) \quad (7)$$

ここで ϕ は河床に与えられた擾乱と流砂量に発生した擾乱の間の位相差である. q_{b1} の正負と ϕ の値に応じて考えられ得るケースについて図示したのが図 4 である.

図 4 中の下のサイン曲線は底面形状を表しており, 矢印は流れおよび流砂の方向, 上のサイン曲線が流砂量の大きさを表している. それぞれの図の場合における擾乱の挙動は次のようになる.

- (a) 流砂量が河床形状と同位相 ($q_{b1} > 0$) で位相差がない ($\phi = 0$) 場合. このとき河床の擾乱のピークでは, 流砂量は流下 (x) 方向に変化しない. したがってピークの高さは変化しない. ピークの上流側では流砂量は流下方向に増加し, 下流側では減少する. したがって上流側で河床は低下し, 下流側で上昇する. すなわち擾乱は発達も減衰もしないで下流方向に移動する. これは十分に発達した dune や downstream-migrating antidune に対応している.

- (b) 流砂量が河床形状と逆位相 ($q_{b1} < 0$) で位相差がない ($\phi = 0$) 場合. このとき河床の擾乱のピークでは流砂量は流下方向に変化しないため, ピークは高さを変化させない. また, ピークの上流側では流砂量は流下方向に減少し, 下流側では増加するため, 上流側で河床は上昇し, 下流側で低下する. したがって擾乱は発達も減衰もしないで上流方向に移動する. これは十分に発達した upstream-migrating antidune に対応している.
- (c) 流砂量が河床形状と同位相 ($q_{b1} > 0$) で位相遅れ ($\phi < 0$) がある場合. このとき河床の擾乱のピークでは流砂量は流下方向に増加することから, ピークの高さは減少する. またピークの上流側では流砂量は流下方向に増加し, 下流側では減少するため, 上流側で河床は低下し, 下流側で上昇する. したがって擾乱は減衰しながら下流側へ移動する. これは, 平坦床が安定となって dune が消滅する様子に対応している.
- (d) 流砂量が河床形状と逆位相 ($q_{b1} < 0$) で位相遅れ ($\phi < 0$) がある場合. このとき河床の擾乱のピークでは流砂量は流下方向に減少することから, ピークの高さは増大する. また, ピークの上流側では流砂量は減少し, 下流側では増加するため, 河床は上流側で上昇し, 下流側で低下する. したがって擾乱は発達しながら上流方向に移動する. これは, 平坦床が不安定となって upstream-migrating antidune が発達する様子に対応している.
- (e) 流砂量が河床形状と同位相 ($q_{b1} > 0$) で位相進み ($\phi > 0$) がある場合. このとき河床の擾乱のピークでは流砂量は流下方向に減少することから, ピークの高さは増加する. またピークの上流側では流砂量は流下方向に増加し, 下流側で減少するため, 河床は上流側で低下し, 下流側で上昇する. したがって, 擾乱は発達しながら下流側に進行する. これは, 平坦床が不安定となって dune や downstream-migrating antidune が発達する様子に対応している.
- (f) 流砂量が河床形状と逆位相 ($q_{b1} < 0$) で位相進み ($\phi > 0$) がある場合. このとき河床の擾乱のピークでは流砂量は流下方向に増加することから, ピークの高さは減少する. またピークの上流側では流砂量は流下方向に減少し, 下流側では増加するため, 河床は上流側で上昇し, 下流側で低下する. したがって, 擾乱は減衰しながら上流側に進行する. これは, 平坦床が安定となって upstream-migrating antidune が消滅する様子に対応している.

ここでもう一点, 位相と Froude 数の関係について指摘しておこう. 底面摩擦の影響を無視すると運動方程式を水深積分した次式が得られる.

$$U \frac{dU}{dx} = -g \frac{dH}{dx} - g \frac{dZ}{dz} \quad (8)$$

ここで単位幅当たりの流量 $q (= UH)$ が一定であることを用いると上式は次のように変形することができる.

$$\frac{dH}{dx} = \frac{1}{Fr^2 - 1} \frac{dZ}{dx} \quad (9)$$

上式によれば, Froude 数が 1 より小さい場合, 水深 H が x 方向に増加するとき底面高さ Z は減少し, 水深 H が減少するとき底面高さ Z は増加することになる. すなわち, 水深 H と底面高さ Z は逆位相となることがわかる. 水深と流速は逆数の関係にあり, 流砂量は流速と正の相関を持つから, Froude 数が 1 より小さい常流の状態では流砂量 q_b と底面高さ Z は同位相となる. すなわち図 4(a) および (c), (e) の状態は常流の場合に発生することがわかる. 逆に Froude 数が 1 より大きい射流では, 水深 H と河床高さ Z は同位相となり, 流砂量 q_b と河床高さ Z は逆位相となる. したがって図 4(b) および (d), (f) の状態は射流の場合に発生することになる. このことから dune は常流域で発生し, antidune は射流域で発生することが

わかる。

ここでは河床形状と流砂量の位相の関係が与えられた場合、擾乱がどのように挙動するのかを見てきた。実際の位相関係は水理条件によって自動的に決まる。特に位相関係に対して重要なパラメータは、後述するように Froude 数と擾乱の波数である。これらパラメータによって位相関係がどのようなになるのかを知るためには次節で述べる線形安定解析の手法が必要となる。

5 河床形態発生の理論

既に述べたように、河床波は平坦床等流状態が不安定となって発生する。\$2 の図 1 で平衡状態にあるボールに微小擾乱を与えて安定性を調べたように、平坦床等流状態にほんの僅かの擾乱を与え、その擾乱がどのような挙動をするか、発達するのか減衰するのかを調べることで河床波発生の有無を知ることができる。このような手法は線形安定解析と呼ばれる。Engelund[10] は、せん断流モデルを用いた線形安定解析を行うことによって、位相差の発生まで含めた dune および antidune の形成を説明することに初めて成功した。それ以来、数多くの研究が行われているが [11, 12, 13, 14]、ここでは解析の詳細には立ち入らず、線形安定解析のコンセプトと、それによって得られる重要な知見についてみてみよう。

線形安定解析では、前述したように河床高さ Z に正弦波擾乱を与える。解析が容易になるよう式 (6) を複素表示した次式を用いる。

$$Z = Z_0 + AZ_1 \exp i(kx - \omega t) + \text{c.c.} \quad (10)$$

ここで c.c. は直前の項の複素共役を表す。擾乱の時間発展を考える線形安定解析では ω を複素数と仮定する。 ω を実部と虚部に分け、 $\omega = \omega_r + i\Omega$ と表すと上式は次のようになる。

$$Z = Z_0 + AZ_1 \exp \Omega t \exp i(kx - \omega_r t) + \text{c.c.} \quad (11)$$

上式中の $\exp \Omega t$ の部分は、 Ω の正または負である場合、時間とともに指数関数的にそれぞれ増加または減少する部分である。 Ω が正のとき擾乱は時間とともに指数関数的に増大し、負のとき擾乱は時間とともに減衰し、最終的には消滅してしまう。これは、 $\Omega < 0$ のとき平坦床は安定であり、多少の擾乱が与えられても最終的に平坦床に戻ってしまうのに対して、 $\Omega > 0$ のとき平坦床等流状態は不安定であり、擾乱が発達し、河床形態が形成され得ることを意味している。この Ω を擾乱の増幅率あるいは成長率と呼ぶ。線形安定解析の目的は、擾乱の増幅率 Ω の値を理論的に導くことである。

掃流砂のみを考慮すると、河床波の発生を支配する無次元パラメータは Froude 数 Fr および相対粗度高さ d_s/H である。前節でみたように、河床の安定性に大きな影響を与えるのは、そのうち Froude 数である。また、安定性は波数に大きな影響を受け、それによってどのようなスケールの不安定が発生するかが決まる。すなわち増幅率 Ω は Froude 数と波数の関数となることが予想される。一般に、一方の軸に安定性を決定する重要な無次元パラメータを取り、他方の軸に波数を取った平面上に、擾乱の増幅率のコンタを描いた図を安定性ダイアグラムと呼ぶ。平坦床の安定領域、河床波の発生領域を表す安定性ダイアグラムでは当然ながら波数-Froude 数平面上に増幅率のコンタを描いたものとなる。

図 5 は Colombini[14] によって得られた河床形態発生に関わる安定性ダイアグラムである。横軸の k^* は等流水深で無次元化した波数 ($= kH = 2\pi H/\lambda$) である。図では増幅率がゼロ ($\Omega = 0$) のコンタである中立曲線を太い実線で、正のコンタを細い実線で描いている。図中には、Froude 数が 0.83 よりも小さい領域と 0.95 よりも大きい領域の 2 か所の “unstable” と書かれた領域が $\Omega > 0$ となる領域である。これらの領域で平坦床は不安定となり、河床波が発生することが予想される。Froude 数が小さい領域に現れる不安定領域

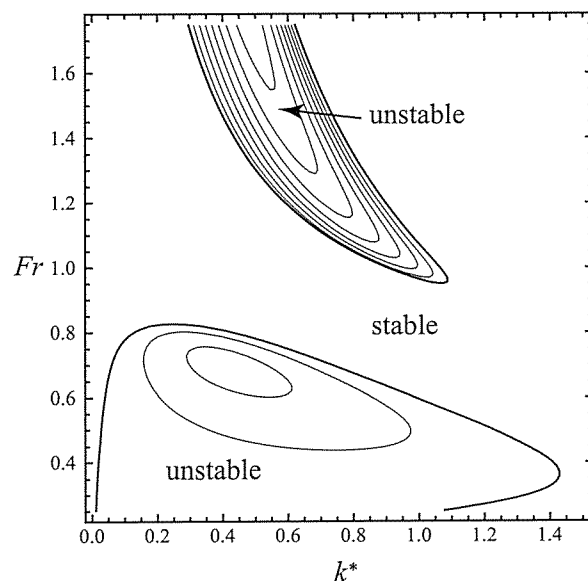


図5 河床形態発生に関わる安定性ダイアグラム.

が dune の発生領域であり，Froude 数が大きい領域に現れる不安定領域が antidune の発生領域である．また，dune の不安定領域が現れる最大の Froude 数を dune の臨界 Froude 数，antidune の不安定領域が現れる最小の Froude 数を antidune の臨界 Froude 数という．

また図5よりわかるように，ある Froude 数で見ると増幅率 Ω が最大となる波数が存在することがわかる．このような波数を持った擾乱は，他の擾乱より早く成長することから，最も現れやすい擾乱であることが予想される．この波数を卓越波数と呼び，対応する波長を卓越波長と呼ぶ．図によれば，dune の卓越波数は Froude 数が 0.8 付近で 0.2，Froude 数が 0.4 付近で 1.2 程度となり，Froude 数が小さくなるにしたがって卓越波数は大きく，卓越波長は小さくなる．また antidune 領域の卓越波数は Froude 数が 0.95 で 1.05 程度，1.8 で 0.6 程度であり，Froude 数が大きくなるにしたがって，やはり卓越波数は小さく，卓越波長は大きくなる．これは Froude 数の増加に伴って，より波長の長い dune や antidune が発生することを意味している．

Colombini[14] の安定性ダイアグラムは dune だけでなく antidune の領域でも実験値との一致が良く，現状では最も優れた線形安定解析であるが，掃流砂のみが考慮されており浮遊砂が含まれていない，downstream-migrating antidune の領域が現れないなどの問題点もある．実際の河川で観測される dune の臨界 Froude 数は 0.83 よりはるかに小さいが，このような臨界 Froude 数の低下は浮遊砂によるものであることが予想される．浮遊砂まで含めた河床形態に関する安定性理論の構築が望まれる．

6 河床形態による流水抵抗

前節で述べたように，主として Froude 数の変化に応じて河床形態が変化し，それに応じて流水抵抗も変化する．後述するように河床形態は Froude 数以外にも，粒径を水深で除した相対粗度高さ (d_s/H) など，複数の無次元パラメータにも依存する．したがって，流水抵抗の変化は複数のパラメータ空間における複雑な相図で表される．ここでは河床形態や流水抵抗の変化の基本特性を理解するために流速 U と底面摩擦係数 C_f および底面せん断力 τ_b の関係の概略を見てみよう．

底面摩擦係数 C_f は次式で定義される．

$$\tau_b = \rho C_f U^2 \quad (12)$$

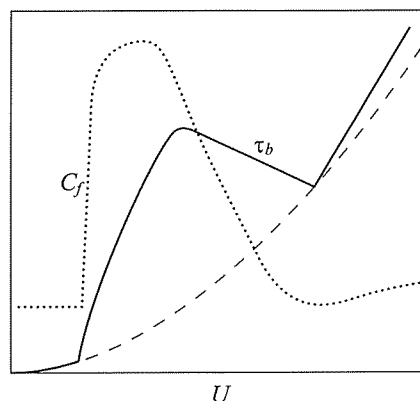


図6 底面せん断力 τ_b および底面摩擦係数 C_f の流速による変化の概念図。

流速が対数分布則で表されることを仮定し、それを水深方向に積分することによって、 C_f は粗度高さ k_s および平均水深 H を用いて、例えば次式で得られる [10].

$$C_f = \left(2.5 \ln \frac{11H}{k_s} \right)^{-2} \quad (13)$$

粗度高さ k_s は平坦床の場合、粒径の 1~3 倍であると言われているが、dune が形成される場合は dune の波高の規模となる。したがって dune が形成される領域では C_f が大きくなり、底面せん断力も大きくなる。

図6は流速の増加に伴って底面摩擦係数 C_f や底面せん断力 τ_b がどのように変化するのかを概念的に示した図である。底面摩擦係数 C_f の変化を点線で、底面せん断力の変化を実線で示してある。また、平坦床の場合の底面せん断力の変化を破線で示した。河床形態が現れない平坦床の場合、 C_f は河床上の粒径 d_s のみで決まる。したがって C_f は一定であり、底面せん断力 τ_b は流速の二乗に比例する。土砂の移動限界以下の流速の小さい領域では河床形態は現れないため、実際の底面せん断力を表す実線は平坦床の場合の底面せん断力を表す破線に一致する。流速が移動限界を超えて土砂が動き始めると河床形態が現れる。すると実線は破線より大きな値を取り始める。最初は波高の小さい ripple が現れるので、粗度高さ k_s は比較的小さく C_f も小さいが、さらに流速が大きくなると dune が現れ、粗度高さ k_s が大きくなるため C_f も大きくなる。流速が大きくなって Froude 数が 1 に近くなると dune は消滅し平坦床が現れる。すると C_f は再び河床材料の粒径のみによって決定されるようになる。ここで実線は破線に再び一致する。さらに流速が大きくなると antidune が現れるため再び C_f は大きくなり、実線は破線から外れるが、antidune はそれほど流水抵抗を増加させないため、実線と破線のずれはわずかである。

デューンで覆われた河床では、デューンによる形状抵抗によって全底面せん断力の一部が受け持たれるため土砂輸送に用いられる無次元の有効せん断力 τ'^* が無次元の全底面せん断力 τ^* より小さくなる。ここで $*$ は無次元であることを示している。Engelund[15] は、力学的相似の仮定から同一の河床形態では有効せん断力が全せん断力のみの関数で表されるとき、Guy, Simons and Richardson[16] の行った実験データを整理することによって、全せん断力と有効せん断力の間の関係を明らかにしている。それによると、全せん断力と有効せん断力の間の関係は図7のようになる。図中右側の破線は、全せん断力と有効せん断力が一致する線であり、この線より上側にある場合、全せん断力は有効せん断力より大きい。有効せん断力は平坦床の場合の底面せん断力であり、全せん断力の有効せん断力からの増加分が河床波による流れの剥離等が発生する形状抵抗による分である。したがって右側の破線から離れるほど河床波による形状抵抗が大きいことを意味している。

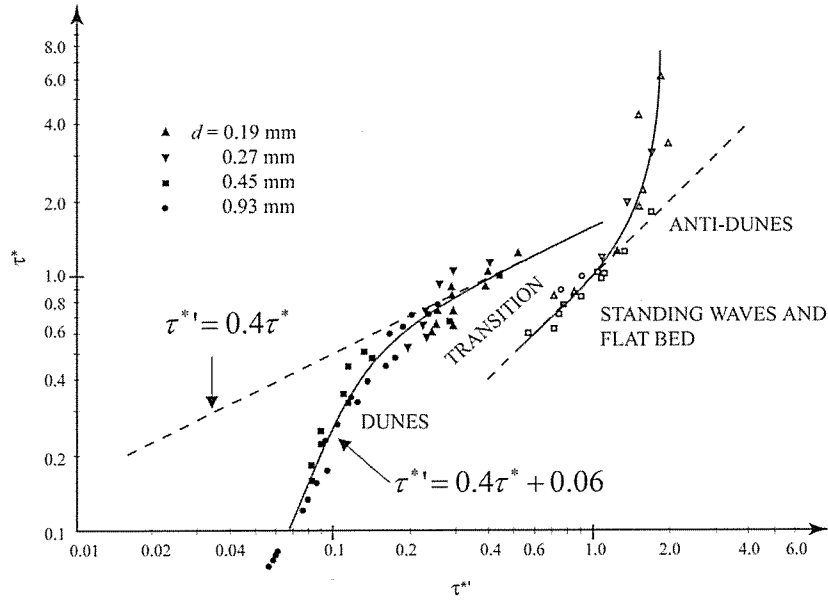


図7 有効せん断力と全せん断力の関係。

図の TRANSITION と書かれた領域には、実際は多くの実験データが存在しているが、図をわかり易くするためにわざと描かれていない。この領域では有効せん断力からの全せん断力の増加分は一意的に決まらないことを意味している。Engelund[15] は、全せん断力が最も大きくなるデータを包絡することで、無次元の全せん断力と有効せん断力との関係を表す式として次式を提案した。

$$\tau^* = 0.4\tau'^{*2} + 0.06 \quad (14)$$

上式を図7中に描いたのが、図中左側の実線である。式(14)は、河床形態によって流水抵抗がどの程度まで増加し得るかを表している。

そこで式(14)を用いてどの程度流水抵抗が増加し、水深が上昇し得るかを具体的に計算してみよう。前述したように有効せん断力を平坦床の場合における底面せん断力であるとする、無次元の有効せん断力 τ'^* は次式で表される。

$$\tau'^* = \frac{\tau'_b}{\rho R_s g d_s} \quad (15)$$

ここで R_s は水中比重 (= 1.65), τ'_b は平坦床の場合の底面せん断力であり、等流を仮定し平坦床の場合の水深 H' を用いて次のように表される。

$$\tau'_b = \rho g H' S \quad (16)$$

τ'_b はまた、平坦床の場合の底面摩擦係数 C'_f を用いて次式で表される。

$$\tau'_b = \rho C'_f \left(\frac{Q}{BH'} \right)^2 \quad (17)$$

ここで Q は全流量, B は川幅である。平坦床の場合の底面摩擦係数 C'_f は、粒径のみで決まるから、例えば式(13)で $k_s = 2.5d_s$ として次式で表されるとする [10]。

$$C'_f = \left(2.5 \ln \frac{11H'}{2.5d_s} \right)^{-2} \quad (18)$$

式(16)–(18)を連立させて解けば H' および τ'_b が導かれ、式(15)から τ'^* が得られる。得られた τ'^* を式(14)に代入し解くことで河床形態が存在するときの無次元全せん断力 τ^* が導かれる。 τ^* は実際の水深 H

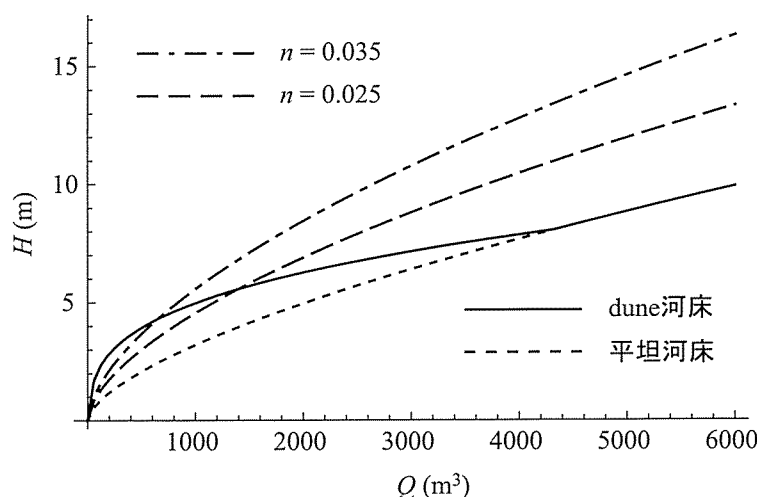


図8 河床形態が存在するときの流量 Q と水深 H の関係. $d_s = 0.0002$ m, $S = 0.0001$, $B = 200$ m.

を用いて次式で表される.

$$\tau^* = \frac{\rho g H S}{\rho R_s g d_s} \quad (19)$$

上式を H について解けば, 河床形態が存在することによって増加した水深 H が求められる.

上述のようにして求められた水深 H の流量 Q による変化を示したのが図8である. 河床勾配 $S = 0.0001$, 粒径 $d_s = 0.0001$ m, 川幅 $B = 200$ m としている. 図中の点線が平坦河床の場合の水位-流量曲線であり, 実線が河床波の影響を考慮して算出した水位-流量曲線である. 流量が 4200 m^3 程度になるまで, 河床波の影響によって水位が上昇しており, それより流量が大きくなると河床波が消滅するため平坦床の場合の水深と一致する. 水位の上昇量が最も大きくなるのは流量が 500 m^3 程度の時で, 水位上昇量は 2 m 近くにも達している. 図中に破線および一点鎖線がマンニングの粗度係数 n をそれぞれ 0.025 および 0.035 としたときの水位-流量曲線であり, 次式を用いて算出した.

$$Q = \frac{1}{n} H^{5/3} S B \quad (20)$$

図8よりわかるように, 実線で表された河床波を考慮した場合の Q - H 曲線は, 流量の小さい領域ではマンニングの粗度係数 $n = 0.025$ や 0.035 の場合の Q - H 曲線に近いものの, 河床波の影響がなくなる流量の大きい領域では $n = 0.025$ や 0.035 の値を用いると水深を過大評価してしまう. このことから, 河床形態を考慮した精度の高い水位の予測の重要性がわかる.

7 おわりに

本稿では, 様々な流れの条件下においてどのような河床形態が, どのようなメカニズムによって現れるのか, またそれによって流水抵抗はどのように変化するかを見てきた. 集中豪雨による洪水の頻度が増加し, 堤防への負担も増加している昨今, 水位の予測技術は洪水時の河道管理を行ったり, 周辺住民に避難情報を提供したりする上でますます重要性を増している. 河床形態とそれによる流水抵抗の精度良い予測は, 言わば古くて新しいテーマである. これまで, 主として水路実験とともに進展してきた河床形態の理論解析や数値シミュレーションは, 実験室で生じる現象をあらかじめ説明できるところまで発展を遂げた. しかし, 実際の河川の洪水時における河床の流水抵抗の変化特性を完全説明できるまでには未だ至っていない. 近年, 洪水時における河床形態の観測技術も急速に進んでいる. それらの観測結果との比較によって, 河床形

態に関する理論解析や数値シミュレーションが、今後、実用に耐え得る技術へと進展して行くことを期待したい。

参考文献

- [1] Colombini, M., and A. Stocchino, Ripple and dune formation in rivers, *J. Fluid Mech.*, 673, 121–131, doi:10.1017/S0022112011000048, 2011.
- [2] Parker, G., and N. Izumi, Purely erosional cyclic and solitary steps created by flow over a cohesive bed, *Journal of Fluid Mechanics*, 419, 203–238, 2000.
- [3] Taki, K., and G. Parker, Transportational cyclic steps created by flow over an erodible bed. Part 1. Experiments, *Journal of Hydraulic Research*, 43(5), 488–501, doi: 10.1080/00221680509500147, 2005.
- [4] Sun, T., and G. Parker, Transportational cyclic steps created by flow over an erodible bed. part 2. theory and numerical simulation, *Journal of Hydraulic Research*, 43(5), 502–514, 2005.
- [5] Fildani, A., W. R. Normark, S. Kostic, and G. Parker, Channel formation by flow stripping: Large-scale scour features along the monterey east channel and their relation to sediment waves, *Sedimentology*, 53(6), 1265–1287, 2006.
- [6] Kostic, S., O. Sequeiros, B. Spinewine, and G. Parker, Cyclic steps: A phenomenon of supercritical shallow flow from the high mountains to the bottom of the ocean, *Journal of Hydro-environment Research*, 3(4), 167–172, 2010.
- [7] Smith, I. B., J. W. Holt, A. Spiga, A. D. Howard, and G. Parker, The spiral troughs of mars as cyclic steps, *Journal of Geophysical Research: Planets*, 118(9), 1835–1857, 2013.
- [8] Yokokawa, M., N. Izumi, T. Naito, G. Parker, T. Yamada, and R. Greve, Cyclic steps on ice, *Journal of Geophysical Research, Earth Surface*, 121, doi: 10.1002/2015JF003736, 2016.
- [9] Izumi, N., M. Yokokawa, and G. Parker, Incisional cyclic steps of permanent form in mixed bedrock-alluvial rivers, *Journal of Geophysical Research, Earth Surface*, tentatively accepted.
- [10] Engelund, F.: Instability of erodible beds, *Journal of Fluid Mechanics*, 42, pp. 225–244, 1970.
- [11] Smith, J. D.: Stability of sand dune bed subjected to a shear flow of low Froude number, *Journal of Geophysical Research*, 75, pp. 5928–5940, 1970.
- [12] Fredsøe, J.: On the development of dunes in erodible channels, *Journal of Fluid Mechanics*, 64, pp. 1–16, 1974.
- [13] Richards, K. J.: The formation of ripples and dunes on an erodible bed, *Journal of Fluid Mechanics*, 99, pp. 567–618, 1980.
- [14] Colombini, M.: Revisiting the linear theory of sand dune formation, *Journal of Fluid Mechanics*, 502, pp. 1–16, 2004.
- [15] Engelund, F., Hydraulic resistance of alluvial streams *Proc. ASCE*, 92, HY2, 315–326, 1966.
- [16] Guy, H. P., Simons, D. B. and Richardson, E. V.: Summary of alluvial channel data from flume experiments, 1956–61, Geological Survey Professional Paper, 462–I, U.S. Government Printing Office, Washington, 1966.