

降雪・積雪・融雪のモデリング

Modeling of snowfall, snow accumulation and snowmelt

風間聰
So Kazama

1. はじめに

1. 1 雪の過程理解の重要性

豪雪地帯¹は国土の 51%ほどを占めると言われ、そこには総人口の約 15%が存在すると言われている。雪に関する研究は、数多くの分野で行われており、土木学会の水工学分野に限らず雪氷学会や雪工学会、気象学会などで過去から活発に行われてきた。教科書も多く、本夏期研修会においても 1993 年（秋田大学で開催）に「降雪・積雪・融雪の観測と解析」（堺）が実施されている。雪は地域の偏在性が強いため西日本では関心の低い内容であるが、水文学、水資源に限らず水工学、土木工学全般に広く関わる問題であり、様々な場面でその理論が必要となることが多い。例えば、道路においては降雪による閉鎖、融雪による斜面崩壊などにおいて物理過程の理解が必要とされる。また、都市計画においては除雪のための流雪溝や消雪パイプの設置などを勘案することが寒冷地において必要とされる。これらの設計や計画には、雪に関する物理的性質を理解することが重要であり、本稿では、雪に関する問題点を述べた後、降雪、積雪、融雪について実務でよく利用されるモデル化について概略を説明する。

1. 2 雪が問題となる例

2011 年の前半は全国的に記録的な豪雪であり、各地で雪害が生じた。この年は様々な雪害が生じ、多くの関心を集めた。

2011 年以降の雪による犠牲者は降雪量の減少に伴い減少傾向にあるが、年間 100 人前後が犠牲になっている。重傷者も同様の傾向を持つが 500 人前後の人人が被害を受けている。簡単に比較はできないが、熊本の地震の犠牲者が 50 名程度であり、毎年の雪害による犠牲者や重傷者は決して無視できない数であることがわかる。首相官邸のウェブページでは「過去 20 年の自然災害による死者・行方不明者数の内訳をみると、雪害は、大震災が発生した年を除き、合計数で風水害に次ぐ第 2 位、年によっては最も犠牲者の多い自然災害となっており、平成 26 年には、121 人の犠牲者が出ています」と記載されている。消防庁による 2014 年の雪害による犠牲者の内訳をみると、もっとも多いのが雪おろしや除雪中によるものであり、犠牲者 83 名のうち 65 名が該当し、さらにこの 65 名中、52 名が 65 歳以上である。他にスキーヤーや冬山登山者が雪崩による犠牲もしばしば大きく取り上げられる。雪崩については斜面災害と同様に都道府県別雪崩危険箇所を公表しているが、一般に認知されていない。2013 年 3 月 2 日からの爆弾低気圧では車外に出た父娘の父の犠牲が話題になったが、雪に埋もれた車中の一酸化炭素中毒で 4 名も犠牲になった。こうした豪雪によって車が動けなくなることはしばしば起こる。道路は閉鎖され、集落の孤立も大きな問題となっている。これは建設業者数の減少（2011 年までの不況による重機の老朽化と労働者の高齢化）に伴う除雪作業が十分でないためであり、道路を閉鎖する方針が取られるためである。除雪をあと何年続けられるかをアンケートした結果を図 2 に示す。5 年ほどで除雪をやめようと思っている企業が全体の 80%程度を占めており（朝日新聞、2011.1.30），同様の犠牲者は増える傾向になると考えられる。

¹ 豪雪地帯対策特別措置法には豪雪地帯と特別豪雪地帯の区別がある。豪雪地帯は累年平均積雪積算値が 5,000cm 日以上の地域を持ち、かつ幾つかの条件（例えばこの条件を満たす面積が 2/3 以上）を満たす市町村であり、特別豪雪地帯は豪雪地帯のうち特に住民の生活に著しい支障が生じる地域としている。

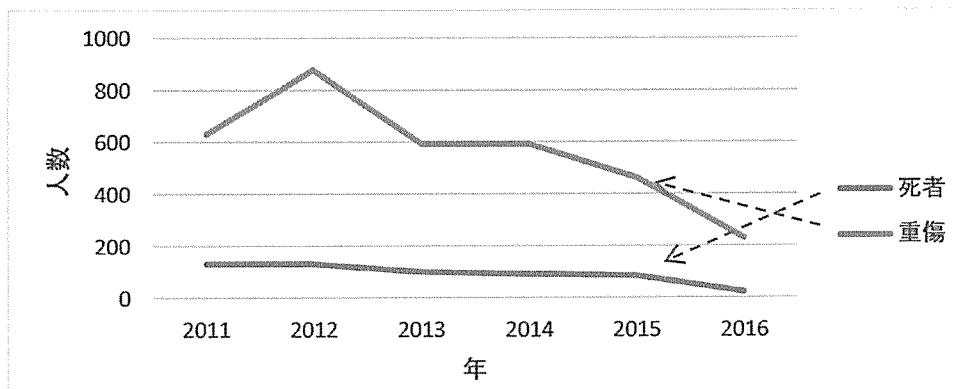


図1 雪害による犠牲者、重傷者数の変化 消防庁調べ

■2年以内 ■3年 ■5年 ■6年以上 ■未回答

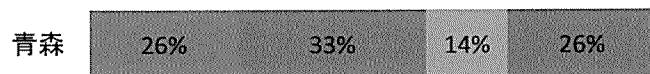
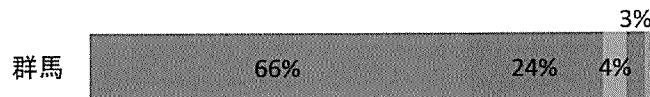


図2 あと何年除雪を担えるか？

青森 2010年10月 118社. 群馬 2009年11月 246社,
長野 2010年1月 301社への県建設業協会インタビューデータ.

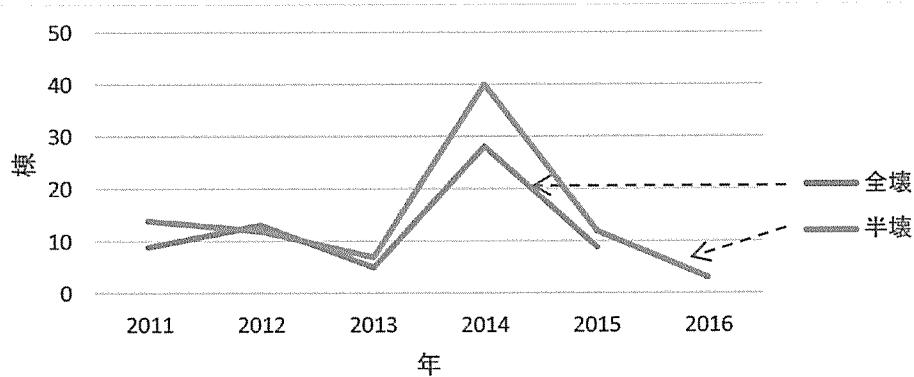


図3 雪害による家屋の全壊、半壊の変化

多くの降雪と積雪により家屋の倒壊も多い。図3に2011年以降の家屋の全壊、半壊の棟数を示す。犠牲者と同様に減少傾向にあるが、毎年10棟程度が全壊している。一般に豪雪地帯の家屋の柱は太いと言われるが、住民の高齢化のため、雪おろしが十分でなく倒壊することがしばしば見られる。この図からも必ずしも多くの降雪が記録

されなくとも、毎年倒壊が生じている。また、逆に多雪の年には倒壊家屋が多くなり、相関は高い。同様の積雪荷重による農業ハウスの崩壊も無視できず、農水省の集計によれば2014年の雪害では1,200億円程度の被害が生じている。畜舎の損壊だけでも200億円近い被害が出ている。

雪の重みで船が沈没することもある。2011年の豪雪では鳥取県において10トン未満の船189隻以上が沈没した（産経ニュース2011.1.2）。船の被害のみならず漁業全体に与える影響も大きい。2014年の豪雪では漁船が全国で80隻、約1億円の被害が生じた。他に交通・物流の障害、通信、送電の障害なども大きな経済損失となる。

こうした問題の対策として、中央防災会議が平成28年5月に出した防災基本計画では第7編が雪害対策編となっており14頁が割かれている。ちなみに火山災害対策は20頁、航空災害対策は6頁である。様々な雪による被害の予防や事後処理について記載されている。政府は「雪処理の担い手の確保・育成のための克雪体制支援調査業務」を募集するなど行っている。

1. 3 融雪洪水、土砂災害と水資源

河川管理において融雪洪水と小雪による渇水が大きな問題である。雪は白いダムと呼ばれ、冬季の膨大な降水量を山岳域に蓄え、春季に融雪し、代掻き期の水量を提供する。しかし、急激な気温上昇や豪雨と相まって洪水が発生する。春季の雪解け水を特に雪代（ゆきしろ）ということもある。また、小雪年には水不足による被害が出ることがある。融雪出水を効率よくダムやため池に貯留することが、梅雨までの水資源として重要であるとともに、融雪洪水の被害に備える必要がある。

融雪洪水は3月から5月に生じることが知られているが、融雪量に降雨が相まって洪水被害をもたらすことがある。1950年4月1~2日には最上川での融雪洪水によって家屋浸水124戸、田畠埋没流失、橋梁流失1ヶ所、堤防決壊12ヶ所、行方不明2名の被害が出ている。1956年4月に北海道で生じた石狩川の融雪出水による氾濫等により死者15名、行方不明者43名が出た。近年では、2015年4月に豪雨と融雪によって米代川流域7観測地点（十二所・下川沿・鷹巣・坊沢・富根・柳・向能代）においてはん濫注意水位を超過した。春季の融雪洪水とは別にしばしば12月や1月に融雪洪水が生じることがある。2006年12月27日6件の浸水が雄物川で生じ、横手市的一部地域で避難勧告が発令されている。このときには最上小国川において床下浸水6戸、床上浸水2戸が発生している。

また、急激な融雪に伴う地下水位の上昇による斜面崩壊によって被害を生じる。例えば、1997年4月上旬、新潟県湯ノ谷村の小平沢上流域の表層崩壊や1996年12月に新潟県と長野県の県境の蒲原沢で14名もの犠牲者を出した土石流災害、1997年5月に16棟の温泉宿を飲みこんだ秋田県鹿角市で発生した土石流災害が発生している（植村ら、1999）。また、2009年2月13日には秋田県上小阿仁村において五反沢川右岸が崩壊し、堤防や村道が被害を受けた。こうした融雪による水災害も注意が必要な災害である。

雪崩は融雪に起因する雪害においてもっとも直接的なものである。雪崩は、生じた層厚によって全層雪崩や表層雪崩や発生源によって点源であるスラフ雪崩と面源であるスラブ雪崩などに区別される。2012年2月1日には秋田県仙北市の玉川温泉において雪崩に巻き込まれた3名や2013年11月23日には立山真砂岳において山スキーヤー7名の犠牲になったことが記憶に新しい。特に近年は山スキーやスキー場の管理区域外での滑走によって雪崩にあうケースが頻発している。雪崩によって道路交通が長い期間遮断されることも多く、雪崩は身近な災害である。だし、本稿では雪崩についての力学的挙動については説明しない。雪崩は流動性、粒状性、混相性を包含した性質を持ち、このモデル化については多くの頁が必要である。モデル化とは別に実務として、雪崩のハザード解析も進んでおり、後述するモデルによる積雪量と融雪量からハザードを推量することが試みられている（例えば平島ら、2008）。

2016年は記録的小雪年であり、春季の水資源が懸念された。利根川水系では春季の降水量が少なく、6月14日から10%の取水制限を行った。これは3年ぶりのことである。東北地方でも2013年が小雪であり、主に農業利水ダムの多くが取水制限を行った。阿武隈川流域の千五沢ダムの貯水率は6月中旬に20%以下となった。しばし

ば積雪量が少なく、春季に十分な貯水ができないために初夏に渴水が生じる。融雪洪水と渴水に備えるために山岳域の積雪量の推定がダム管理者にとって重要である。

水資源の観点では渴水とならんで水質も大きな問題となることがある。酸性雪について多くの研究成果があり、融雪初期の流出に高濃度の酸性物質が流出するアシッドショックも周辺環境に与える影響が危惧されていた(Cadle ら, 1994)。PHが4前後まで下がることが各地で報告されており、このPHの一時的な低下が生態系に与える影響がしばしば議論される(小川, 2010)。また、近年では雪害対策のための融雪作業が周辺環境に与える影響も危惧されている。凍結防止剤は積雪期の安全な交通の確保のために欠かせないものであるが、コンクリートの塩害や水環境の塩分濃度の上昇が懸念される。高速道路、国道それぞれの凍結防止剤の年間散布量は、50~70ton/km、20~40ton/kmであり、道路幅をそれぞれ20m、10mとすると、年間約3kg/m²の負荷がある。融雪量を500mmとすると6kg/m³の濃度となり、海水濃度30kg/m³と比べるとだいぶ少ないが、汽水域の塩分濃度よりは大きく、水環境として無視できない問題かもしれない(コンクリート構造物のLCC評価研究委員会, 2012)。

以上のような問題は河川管理上、時空間的に融雪による河川流量を求めることが重要であり、その入力条件として積雪量を知ることも必要である。そのため、様々な雪の現象のモデル化が行なわれている。

1. 4 雪のモデル化の必要性

図4(1)に分布型流出モデルに空間補間した雨量データを入力した流出解析結果を示す。この場合、モデルの精度を表すナッシュ係数(NS:Nash-Sutcliffe model efficiency coefficient)は0.89であるが、冬季に雨量計のデータを入力すると図4(2)のようにNS値は0.43となり、精度が著しく低下する。この原因として流量の総計が合致していないことから降雪量の補正が必要なことがわかる。降雪量分布が補間にによる問題を調べるために、冬季のレーダー値を雨量計によって補正したデータを用いた流出解析が図4(3)である。この場合もNS値は0.47であり、大幅な精度の向上が見られない。これらのモデルの精度が低いのは、降雪、積雪、融雪の過程を全く無視していることに起因している。地表面に水が達した後の分布型流出モデルの精度はNS値0.89であるので、雪の過程が問題なのは明らかであり、モデルの工夫が必要なのである。

2. 雪のモデル化

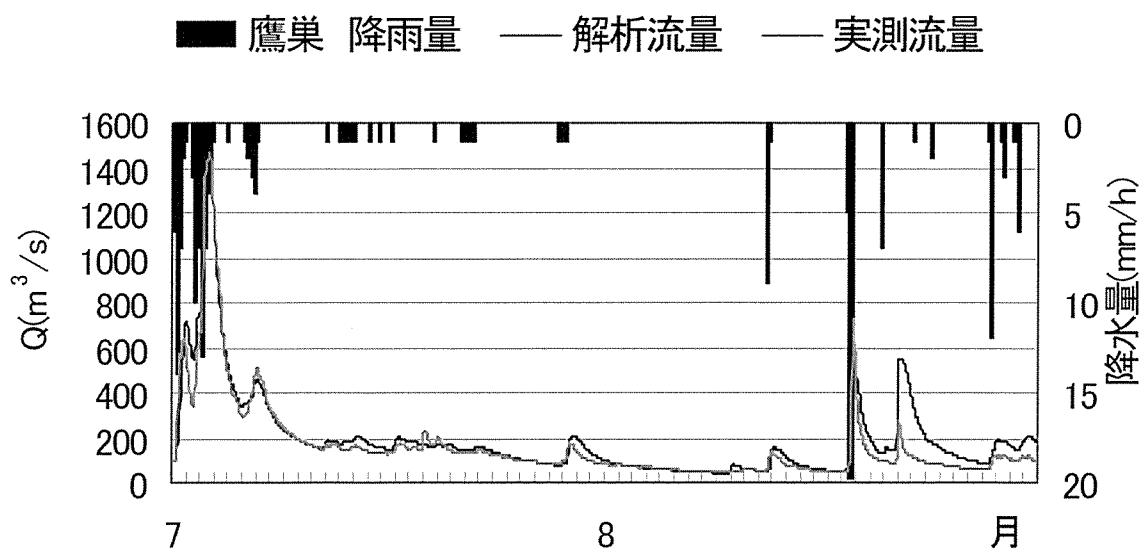
2. 1 降雪のモデル

降雪過程は、大気中の降水過程を解く。特に雲の生成機構を解析する。雲の中では過冷却の水滴と氷粒子が存在し、飽和水蒸気圧が低い氷粒子に水蒸気が集まり、氷粒子は雪として大きく成長する。その後、上昇流による揚力より重力が勝ると落下に転じ、降水となる。溶けたものが雨であり、氷のまま落下したものが雪や雹(ひょう)となる。ちなみに霰(あられ)は粒径が5mm以下のもの、雹(ひょう)は5mm以上のものである。共に氷の粒子であり、雪は氷の結晶となって落下するものと区別されている。ここでは雲の生成過程については詳しく述べないが、近年は複数のレーダーや複数偏波、波長を用いた降雪量の推定精度が上昇しており、より正確に広域の降雪量を推定できるようになりつつある。

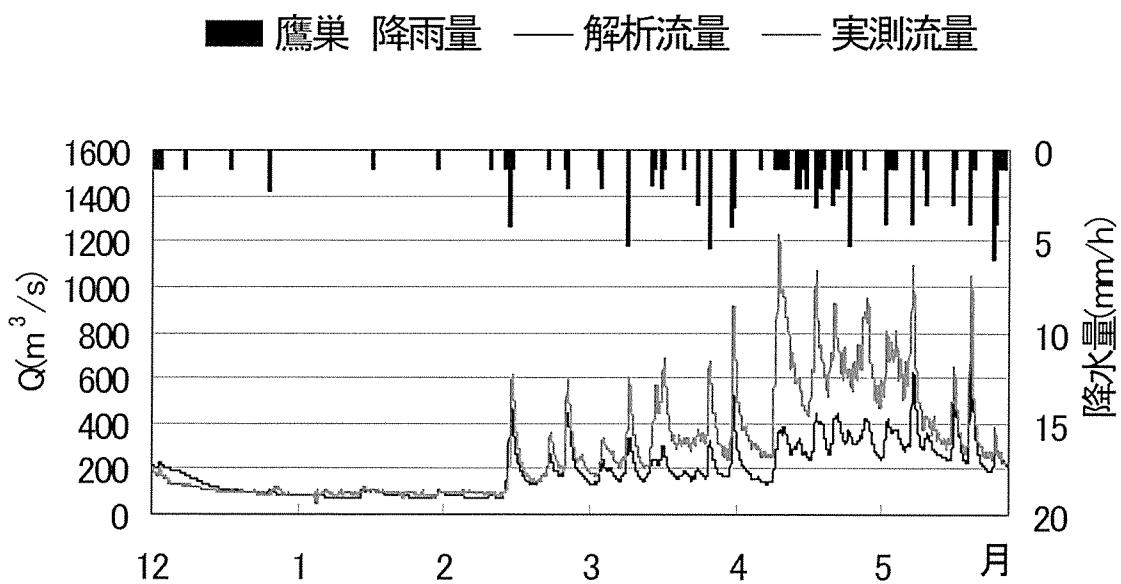
一方、こうした複数のレーダーの利用は、高い技術力が必要なことと、レーダーがカバーしていない地域や山岳域の影の地域において推定できない場合があるなど、現業で十分にまだ利用されていない。そのため、多くの推定モデルは流域内の複数の雨量計のデータを用いることが多い。

降雪量を雨量計から求める場合、幾つか注意することがある。降雪粒子の捕捉性と雨量計内の雪の融解は降雪量を流出モデルに入力する際に大きな誤差を生むことがある。これらはシミュレーション時に注意が必要である。

雪に限らず雨においても、風速が大きいと雨量計が補足する粒子は少なくなることが知られている(図5)。特に降雪では指数関数的に減少する。このため雨量計の降雪量を用いる場合、風による補正を行うことが必要である。一方、山岳域では風速を観測していない場合も多く、風速の補正をできない場合も多い。これらの解決方法として積雪深を用いる方法が考えられるが、これについては後述する。



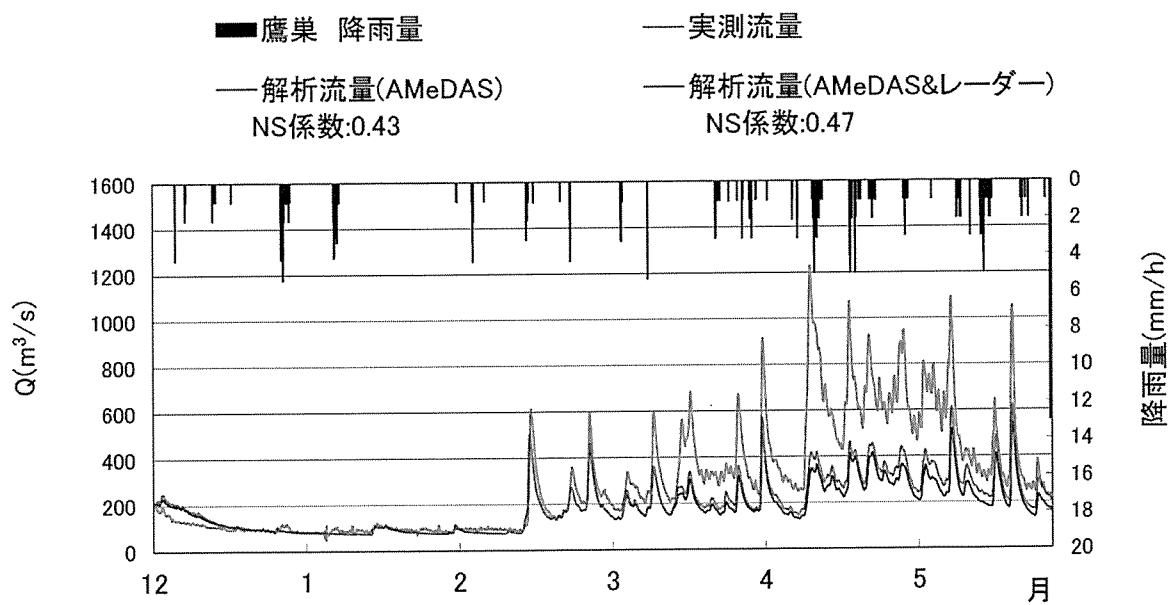
(1) 分布型流出モデルによる夏期の洪水流出解析 ($NS=0.89$)



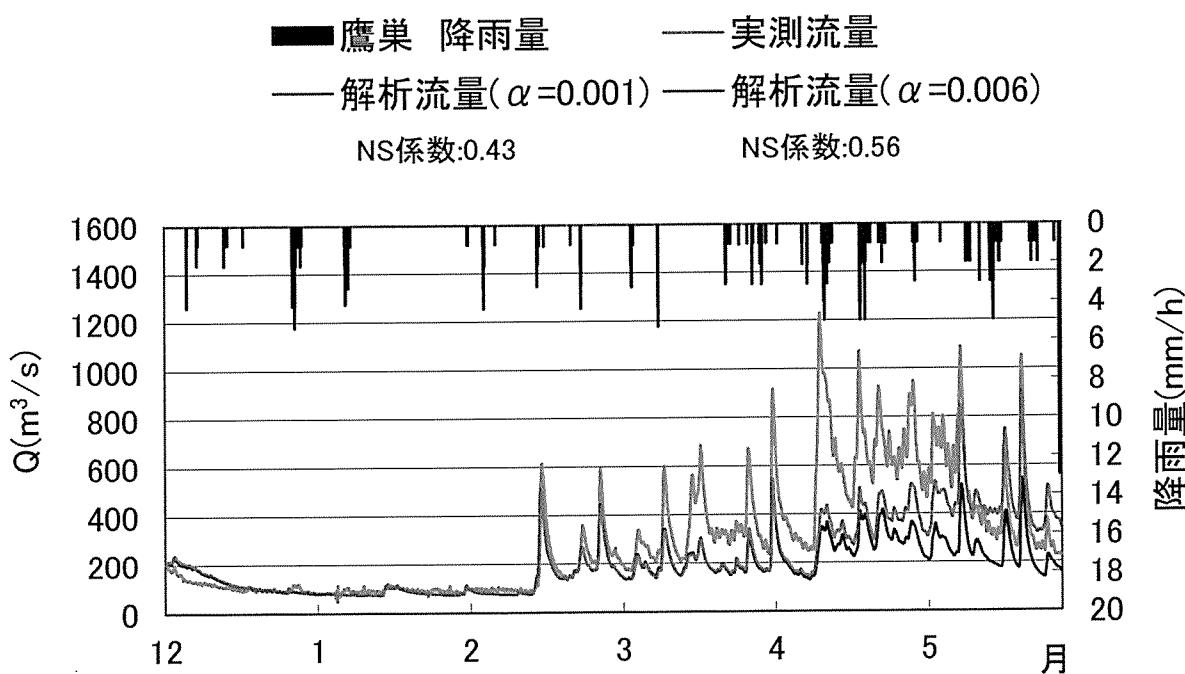
(2) 分布型流出モデルによる冬期の洪水流出解析 ($NS=0.43$) (1)と同じモデルに降水量データをそのまま入力している

図4 米代川流域への分布型流出モデルの適用

2005年12月～2006年5月



(3) (1)のモデルにアメダス降水量で補正したレーダー降水量を入力した冬季流出解析 (NS=0.47)

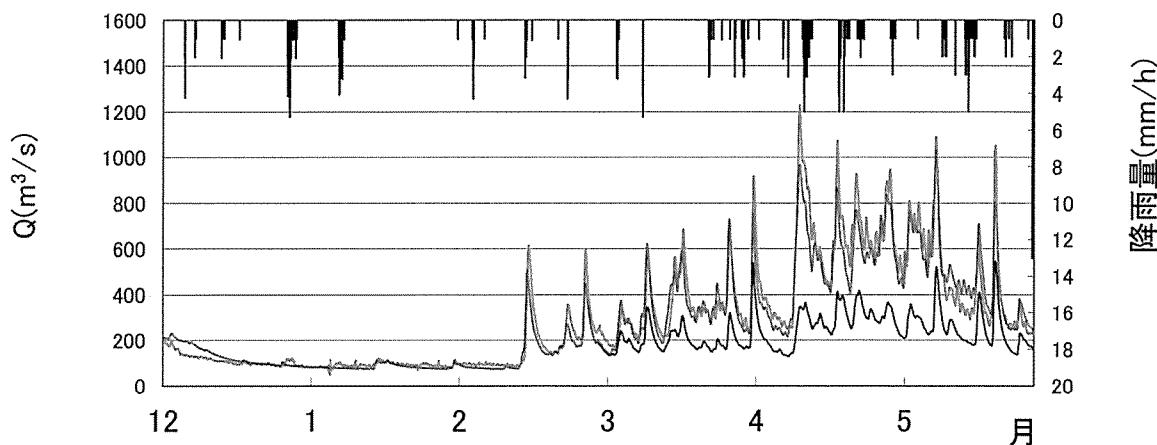


(4) (1)のモデルに高度補正した降水量を入力した冬季流出解析 (NS=0.56)

図4 米代川流域への分布型流出モデルの適用

2005年12月～2006年5月

■鷹巣 降雨量
—実測流量
—解析流量(AMeDAS)
NS係数:0.43
—解析流量(レーダー)
NS係数:0.94



(5)(3)のモデルに積雪深同化した冬季流出解析 (NS=0.94)

図4 米代川流域への分布型流出モデルの適用

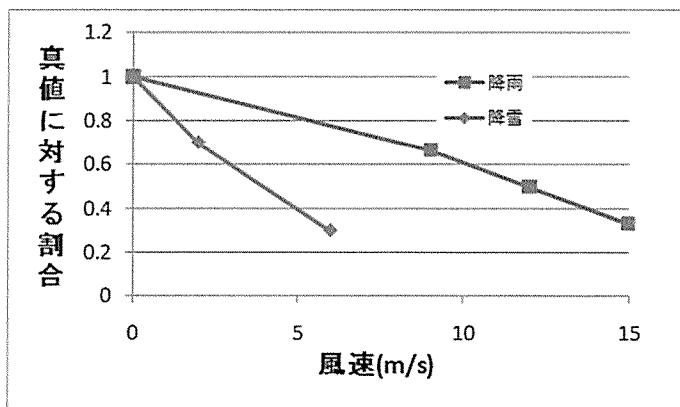


図5 風速による降雪捕捉率

降雪量は雨量計によって水量として計測されるが、ふつうヒーターが入っており、融解して降雪水当量を観測する。この際、降雪量が多い場合、融解に時間要するため、観測降雪量が平滑化する場合がある。積雪モデルを検証する場合にこの誤差を十分知る必要がある。また、降雪深は積雪計で知ることができるので、降雪水当量（降水量）と併せて、降雪密度²を知ることができる。

標高に従って降雪量や積雪量が増えることは良く知られている。また、流域内において積雪深または積雪水当量が標高と線形の関係で表現できることも良く知られている。これは降雪量と気温が高度に従ってそれぞれ増加、減

² SI 単位系の密度の単位は kg/m³ であるが、積雪の場合、水当深に換算しやすいため、慣習的に g/cm³ を用いる。つまり、1m の積雪深の密度が 0.3g/cm³ のとき、水当深は 0.3m のように理解しやすい。

少するためである。この関係は日本全国でばらつきがあるが、流域内の観測データからこの補正を実施し、流出モデルに入力した結果が図4(4)である。NS値は0.56となり、精度の向上が見られる。従来、降水量の観測データ山麓しかなかった場合はこの関係式が良く利用された。現在では気候モデルやレーダーなどの降水量の分布データが広く利用されるため、こうした関係を直接的に積雪を推定することに利用することは少ないが、現業では未だ良く利用される。

着雪や積雪を考える際には降雪密度が重要となる。降雪密度は多くのモデルにおいて 0.1g/cm^3 とされるが、観測値では $0.03\sim0.15\text{g/cm}^3$ と大きな差がある。降雪密度の観測は金沢大学のグループが長い期間観測しており、 $0.04\sim0.15$ 位で変化し、平均0.06位と得られている(Horiuchi et al., 2011)。

降雨と降雪を区別する場合、もっともよく使われるのが気温による判別である。多くの観測実績があり、おおよそ $1.5\sim2.8^\circ\text{C}$ 位とされ、 2.2°C または 2°C がよく用いられる。近藤(1994)は、湿度と気温が降雨降雪を決める大きな要因として、

$$T_C = 11.01 - 1.5e \quad (1)$$

または

$$T_C = 7.7 - 6.6rh, \quad 0.4 < rh \leq 1.0 \quad (2)$$

を判別式とした。ここで T_C は判別温度であり、 T_C 以上であれば降雨となる、 e は地上の水蒸気圧(hPa)、 rh は相対湿度である。

こうした降雪または降水過程を表現するために非静力学メソ数値予報モデルが利用され、気象庁の予報などにも広く利用されている。

2. 2 積雪のモデル

積雪過程を正確に表現するには、数多くのパラメータが必要とされる。熱伝導(熱移流)や融雪、圧密などの過程を考慮しなければならない。

山崎らは(山崎ら, 1991)多層モデルと言える各層の積雪過程を上層から解くことを考慮している。融雪量は次節で記述するとして、ここでは熱移動と力学的な過程について記述する。山崎らのモデルでは雪の温度 T_s 、積雪中の水の含水量 ρ_{IW} 、積雪中の渴き密度³ ρ_{DRY} を変数として1次元積雪層の内部を解く。

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) - \frac{\partial In}{\partial z} - l_F F \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_{IW}}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial z} + F \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho_{DRY}}{\partial t} = \frac{\sigma_s}{\eta} \rho_{DRY} - F \quad (5)$$

ここで、 c_s : 積雪の比熱、 λ_s : 積雪の熱伝導熱、 l_F : 氷の融解熱、 F : 単位時間・単位体積当たりの融雪量、 ε : 積雪の射出率(≈ 0.97)、 In : 積雪内の正味日射フラックス、 z : 積雪面を原点とした深さ、 Q : 水の下向きフラックス、 σ_s : 荷重による応力、 η : 積雪の圧縮粘性係数、である。積雪面の熱收支を解いた後、順次下方にこれらの式を解けば鉛直方向の積雪密度や積雪深を表現することができる。積雪層内の日射量の吸収は指數関数的な減少を表現した以下の式が使われる。

³ 積雪密度は水の密度と氷だけの密度(渴き密度)の和で表現される。 $\rho_s = \rho_{DRY} + \rho_{IW}$

$$\frac{\partial In}{\partial z} = -\mu(1 - ref)S^\downarrow \exp(-\mu z) \quad (6)$$

また、積雪の圧密は圧縮粘性係数 η によって

$$\frac{d\rho_s}{dt} = \frac{\sigma_s}{\eta} \rho_s \quad (7)$$

と表現される。

現在、世界的に利用されているもっとも汎用的なモデルは SNOWPACK モデル (Bartelt ら, 2002) かもしれない。SNOWPACK モデルでは雪の温度を

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_e \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + Q_{PC} + Q_{SW} + Q_{mm} \quad (8)$$

と表現している。ここで、 k_e : 熱伝導係数、 Q_{PC} : 融解再凍結に伴う熱量、 Q_{SW} : 日射量、 Q_{mm} : 潜熱量である。積雪内の氷、水、空気それぞれの体積率を θ_{DRY} 、 θ_{IW} 、空気 θ_A とすれば、熱伝導係数は

$$k_e = k_{DRY} \theta_{DRY} + k_{IW} \theta_{IW} + k_A \theta_A \quad (9)$$

を満たす。また、氷と水の熱移動は

$$\frac{\partial \theta_{IW}}{\partial t} = \frac{C_{DRY} \theta_{DRY} \rho_{DRY}}{l_F \rho_W} \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad (10)$$

と表現され、温度差によって融解と再凍結が表現される。

両モデルとも積雪表面の熱収支を解いて、融雪量、熱量を下に伝えて順次解く。積雪表面の熱収支は次節において説明する。

上の2つのモデルは積雪層内の密度、すなわち雪の状態（ざらめ雪やしまり雪など）を表現できる。一方、様々なパラメータを必要としており、これらのパラメータの与え方が推定精度に大きく影響し、積雪層内の性状を表現する上で重要である。

一方、河川の流出モデルでは、こうした積雪内の性状までは必要とせず、積雪層を1層として解くこともしばしば行われる。もっとも簡単な全層積雪密度の推定式は、友村ら (1982) や太田ら (1993) が用いた

$$\rho_s = aN + b \quad (11)$$

がある。ここで、 N は1月1日起算の経過日数、 a 、 b はそれぞれ係数であり、 a は概ね 0.004 とされ、 b は積雪の多さを表す地域性で決まるとしている。また、気温と降雪深から全層積雪密度を推定した丹羽ら (1990) や風間ら (1997) は、圧密過程を次のように表現している。

$$\frac{dD}{dt} = \beta_N R \left(\frac{D}{10} \right)^{0.35} \frac{\rho_w}{\rho_s} + Dn \quad (12)$$

$$Dn = R \frac{\rho_w}{\rho_{NS}} \quad (13)$$

$$\rho_s = \rho_w \frac{S}{D} + \beta(\rho_w - \rho'_s) \quad (14)$$

ここで、 D : 積雪深、 β_N : 新雪の圧縮係数、 ρ_w : 水の密度、 R : 降水量、 Dn : 降雪深、 ρ_{NS} : 新雪の密度、 ρ'_s は計算前の積雪全層密度、 S は積雪水当深、 ρ_{max} は終局積雪密度である。この式は上述した降雪密度を気温から推定し、後述する融雪量を簡易的な熱収支で推定することによって日単位の積雪深と積雪密度を推定することができる。

積雪過程には、他に蒸発や凝結、遮断などの素過程も詳細なモデル構築時には考慮される。地上の雪面からの蒸発量は凝結量（下向き潜熱）とともに小さな値で相殺されると考え、融雪量推定では無視できることが多い。遮断については、林冠部の多くの貯留があることが知られているが、融雪出水を考える場合、多くは融雪水となって落下し、積雪層の融雪過程の一部として取り込んでいると考えることができる。しかし、遮断された林冠の雪の蒸発量は、樹冠の密度によっては無視できない場合がある。小南ら（1995）によると樹高と樹種による違いはあるが、トドマツであれば0.5~1.5mm/日、杉であれば2.7~4.0mm/日位の蒸発量が観測されている。これらは後に述べる地面からの熱による融雪量と同じ程度であり、有効降水量の推定または融雪量の推定において無視できない量である。

2. 3 融雪のモデル

積雪過程でもっとも重要な過程が融雪である。融雪は積雪の変化をもっとも動的に与える。積雪の熱の授受は積雪表面と底面において生じる。積雪の熱収支は、

$$Q_m = Q_R + Q_a + Q_e + Q_r + Q_g - Q_s \quad (15)$$

と表現される（図6）。ここで、 Q_m ：融雪量、 Q_R ：放射融雪量、 Q_a ：顕熱融雪量、 Q_e ：潜熱融雪量、 Q_r ：降雨による融雪量、 Q_g ：地面からの熱量による融雪量、 Q_s ：積雪の熱量上昇分のエネルギーである。降雨による融雪量を潜熱として与える場合もある。多くの熱収支のモデルでは、 Q_s 、 Q_g 、 Q_r を無視している。これらは放射によるエネルギーに比べて大変小さいためである。 Q_R は主に短波（可視光線）と長波（赤外光線）によって構成され、

$$Q_R = (1 - \gamma)S \downarrow + L \downarrow - \sigma T_s^4 \quad (16)$$

と表される。ここで、 γ はアルベド（反射率）、 $S \downarrow$ は正味放射量、 $L \downarrow$ は大気からの長波放射、 σ はボルツマン係数、 T_s は積雪表面温度である。顕熱と潜熱についてはバルク式によって推定できる。

$$Q_a = c_p \rho C_H U (T_s - T) \quad (17)$$

$$Q_e = l \rho C_E U (q_{SAT} - q) \quad (18)$$

ここで、 c_p は空気の比熱、 ρ は空気の密度であり、 $c_p \rho$ で空気の体積熱容量である。また、 C_H と C_E はそれぞれ顕熱と潜熱のバルク係数、 l は水の気化潜熱、 U は風速、 T は気温、 q_{SAT} は積雪表面の比湿、 q は大気の比湿である。積雪面上のバルク係数は1mの高度の観測値（風速、気温、比湿）を用いた場合、 C_H 、 C_E ともに $1.0 \times 10^{-3} \sim 2.0 \times 10^{-3}$ が良く用いられる。太田らによると（太田ら、1983）凝結による下向きの潜熱量も春季には無視できない場合がある。

放射エネルギーを求める際には斜面の向きや陰影を考慮するのが望ましい。様々な斜面を含むような広域での計算においては傾斜や陰影を無視することもある。しかし、流域スケールの場合、北斜面に残雪が残るような現象を見るにはDEM（標高データ）を用いて、放射の入射角や周辺の地形の陰影を考慮する必要がある。

降雨による融雪量は、気温降雨 $10^\circ\text{C}10\text{mm}/\text{日}$ の場合、その融雪量は水当深で1.25mm程度である⁴。融雪後期の暖かで強い降雨時、例えば日100mm程度の降雨が生じた場合、12mm程度になり、無視できない場合もある。

地面融雪量についても土壤の熱量が融雪水を温める熱量と融雪量に利用されることによって、冬季初期から融雪量が減少することになる。土壤内の熱移流拡散式は、

⁴ $10^\circ\text{C}10\text{mm}$ の熱量 $=4.19 \times 10^5 \text{Jm}^{-2}$ (=10calcm⁻²)。氷の融解熱は $3.34 \times 10^5 \text{Jkg}^{-1}$ なので、 1.25kgm^{-2} =水当深1.25mm。（近藤、1994）

$$\theta_G C_{PW} \rho_W \frac{\partial T_z}{\partial t} = \theta_G C_{PW} \rho_W v_z \frac{\partial T_z}{\partial z} - \theta_G K_W \frac{\partial^2 T_z}{\partial z^2} + G A_G (T_S - T_W) \quad (19)$$

と、水と土壤の熱交換は速やかに生じるとすると簡易的に表現できる。ここで、 T_z は地温であり、 v_z は融雪水の流下速度、 K は熱拡散係数、 θ_G は含水率、 C_P は比熱、 ρ は土壤の密度、 G は水と土壤の熱の交換を表現する熱輸送係数、 A_G は単位体積当たりの接触面積を表し、添え字の S と W はそれぞれ土壤と水を表している。谷口は積雪期間の鉛直地温を計測している(図7)。融雪時期の鉛直土壤の温度は融雪水によって地表面の地温が最も低く、おおよそ 0°C となり、深くなるにつれて地温が上昇している。20cmの深さでは 0°C になることはなく、融雪期を通じて融雪に寄与する熱量が供給されている。土壤の温度の降下に伴い、融雪量は小さくなる一方、実測によると冬季を通して2mm/日が記録されており(大橋ら, 1991)、融雪時期に土壤水分が飽和となると融雪浸透量が少なくななり、地中熱伝導が上方に伝わりやすくなり、融雪を生じさせると考えられる。こうした地中伝導熱の積雪の寄与は、永久凍土帯の形成や融解、高度域の雪田の形成などに重要であり、幾つかの研究成果が見られる。

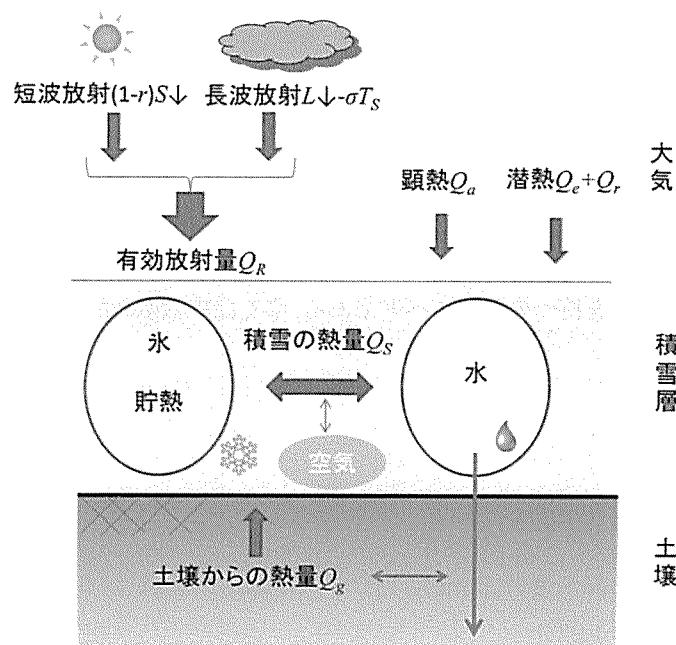


図6 積雪層の熱収支

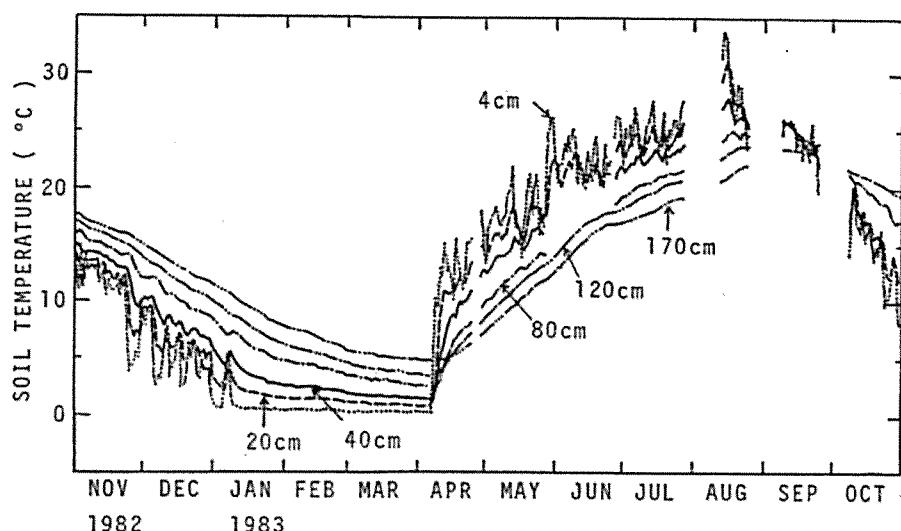


図7 積雪域の地温鉛直分布(谷口, 1985)

熱収支を簡便的に解く方法も幾つか提案されている。丹羽らや風間らは積雪面の潜熱と長波を無視して気温を代表して以下の熱収支式を簡易的に用いた。

$$Q_m = Q_R + Q_a + Q_r + Q_g \quad (20)$$

$$Q_R = mI(T - T_{\min})(1 - \gamma) \quad (21)$$

$$Q_a = (m_T + m_v V Q)T \quad (22)$$

$$Q_r = \frac{RT}{C_m} \quad (23)$$

これらは経験的に得られた熱量を推定する式であるが、融雪量を気温から精度よく融雪量を推定できることが知られている。ここで、 m ：この推定式の融雪係数、 T ：気温、 R ：降水量、 I ：南中高度を1としたときの太陽高度による入射量の割合、 T_{\min} ：日最低気温、 m_T ：気温融雪係数、 m_v ：対流熱伝達係数、 V ：毎時平均風速、 C_m ：氷の融解熱としている。この推定式では積雪層の温度が低い場合の蓄えられる負の熱量として、池淵ら(1995)の概念である熱量コールドコンテンツ CC を用いた。

$$CC = \frac{TRC_s}{2C_m} \quad (24)$$

C_s は全層積雪の比熱である。ここで得られる CC は式(15)の Q_s と同意である。

それぞれのモデルで大きな影響を持つのがアルベドである。多くは指數関数的に減少する経験的な関数が用いられる。山崎ら(1994)は

$$\gamma_0 = \gamma_{MAX} \quad (25)$$

$$\gamma_n = (\gamma_{n-1} - 0.4) \exp(-1/k) + 0.4 \quad (26)$$

と n 日目のアルベドを求めた。日降水量が3mm以下で日平均気温 T が2°C以下の場合、
(27)

$$\gamma_{MAX} = -0.12T + 0.76 \quad (T \geq -1.0^{\circ}\text{C}) \quad (28)$$

$$\gamma_{MAX} = 0.88 \quad (T < -1.0^{\circ}\text{C}) \quad (29)$$

$$k = -4.9T + 4.5 \quad (T \leq 0.1^{\circ}\text{C}) \quad (30)$$

$$k = 4.0 \quad (T > 0.1^{\circ}\text{C})$$

となる。より簡便に新雪からの経過日数 n を用いて風間(1997)は

$$\gamma = 0.85(0.82)^{0.46n} \quad (31)$$

と最大値を0.85として山崎らと同様に指數関数的に減少する関数を与えた。

融雪量を表現するもっとも簡便で、実務に利用されているのが積算温度法(Degree Day法)である。日積算温度と時間積算温度を用いたDegree Day法とDegree Hour法がよく利用される。

$$M_D = f \cdot T_D \quad (32)$$

$$f = \frac{\sum Q_{SM}}{A \sum T_D} \quad (33)$$

ここに、 M_D ：日融雪水当高、 f ：気温日融雪率、 Q_{SM} ：日融雪流量高、 A ：積雪面積、 D ：0°C以上の日平均気温。融雪は、植生、斜面の方向、標高、放射、気温、湿度、風速などの影響を複雑に受けるため、融雪量を正確に求めることが困難である。アメリカ合衆国や日本などにおいては実用的方法として、融雪に対して重要な気象要素であ

る気温に着目して気温日数 (degree day) 法が広く利用されてきた。気温日数は融雪に関する有効な熱量を積算温度の形で表す指標であって、通常 0°C 以上の日平均気温 × 日数で計算される。毎時間の気温が入手できず、平均気温が手に入らない場合は、毎日の同一時刻の気温を利用することもある。短時間の融雪が問題になる融雪洪水時に適用するために、気温時間数 (degree hour) も用いられる。

気温日数 $1^{\circ}\text{C} \cdot \text{day}$ 当たりの融雪高を気温日融雪率 (degree day factor) といい、式(33)で求められる。 f の値は、アメリカ合衆国の例で $2.3\sim 6.8 \text{ mm}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{day}$ 、これらの観測値の平均は $3.6 \text{ mm}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{day}$ の程度であり、日本の例でも $0.7\sim 8.0 \text{ mm}/^{\circ}\text{C} \cdot \text{day}$ 程度の値が得られている。一般に気温日融雪率は森林が少ないと大きな値となり、また融雪の初期には小さく以後次第に増加する傾向がある。また、アルベドが小さい場合に日射の影響が大きくなり精度が落ちることや、積算温度法の適さない日本の地域が示されている。

融雪期には標高の低下に従い積雪深が小さくなる。この積雪深が 0 となる地点を結んだ線を雪線という。式(33)を流域内で考えると次式を得る。

$$M_D = f \int_{H_b}^{H_t} AT_D dH \quad (34)$$

ここに、 H_b ：雪線標高、 H_t ：流域最高標高、 H ：標高。積雪深または積雪水当量は標高が増加すると上昇する傾向にあり、この積雪深または積雪水当量の標高依存性を調べた結果、多くの地域で線形の増加が認められている（松山、1998）。

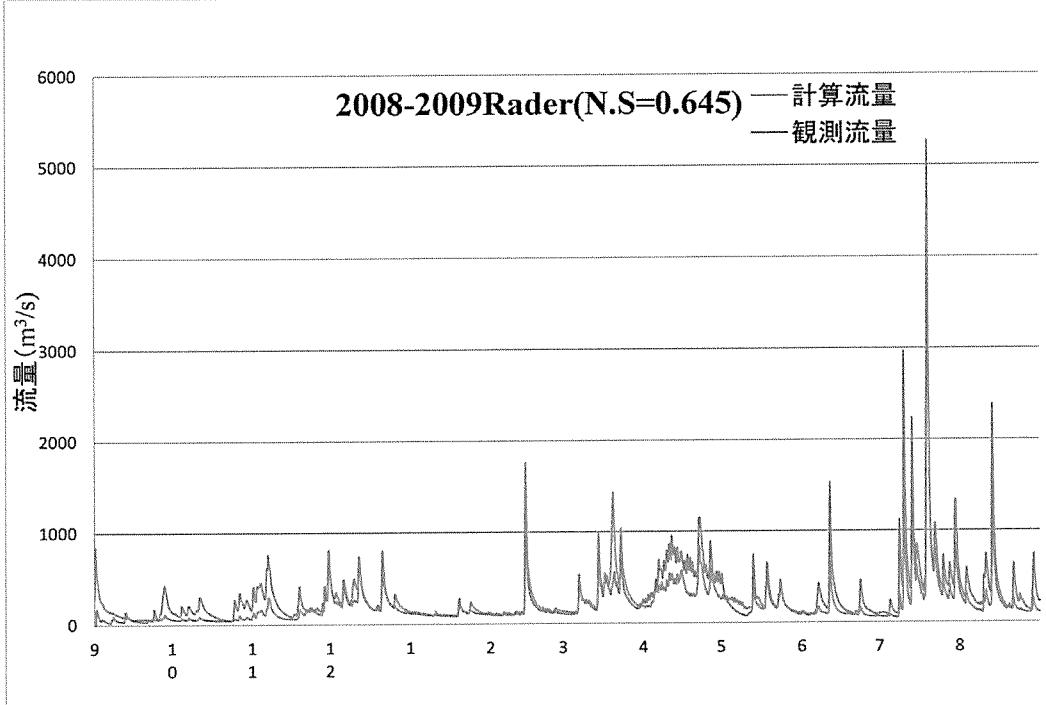
3. なぜ Degree Day 法が好まれるか？

実務においてもっと多く使われるのが Degree Day 法または Degree Hour 法である。図 8 に示すように米代川流域において熱収支法と Degree Hour 法を適用した分布型流出モデルにおいてナッシュ係数は Degree Hour 法のほうが精度が良い。融雪には様々な因子が働くため、温度だけで融雪を表現できないので、熱収支法のほうが良い精度が期待される。しかし、しばしば比較的大きな流域において、Degree Hour 法のほうがよい判定をする場合がある。そのため、様々なデータが揃った近年でも実務において簡便な Degree Hour 法が利用される。宮田らは（2012）、日本国内の 2545 のケースについて観測積雪深を用いて融雪係数を最適化した Degree Hour 法が、約 86% に相当する 2186 のケースにおいて、0.8 以上の高い相関係数を示し、適切な融雪係数を設定すれば多くの地域において Degree-Hour 法による融雪量の推定が有効であることを示した。

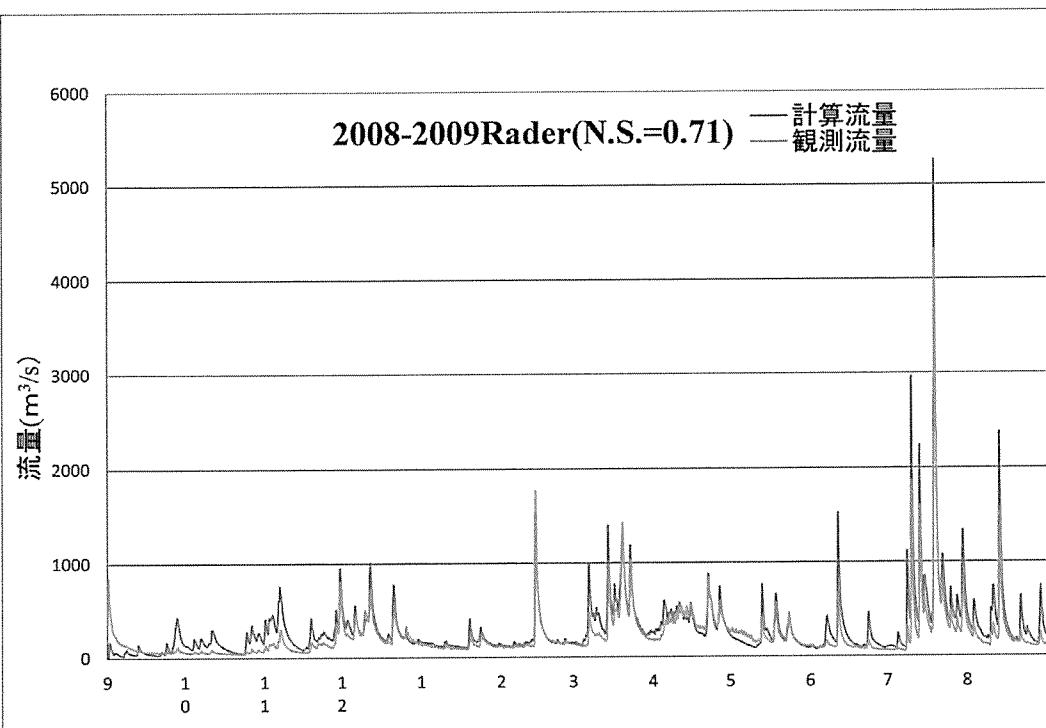
熱収支法と Degree 法の最も大きな違いは日射と風速の効果の有無である。気温と日射については、長い期間をみればある程度の相関があると考えられる。これは 2 月以降、日照時間の長さと気温はともに大きくなることと、降雪日は日照が少なく気温の低い傾向があるからである。融雪に寄与する熱量は短波放射が大きく、気温によって融雪熱量の多くを表現できると考えられる。また、バルク式においても顕熱は雪面と気温差によって表現され、潜熱も比湿が気温の関数で表現されるため、雪面温度が 0°C かつ飽和比湿であるならバルク式の温度勾配と湿度勾配と気温の相関が高い。

一方、風速も顕熱と潜熱に関係しているが、風速と気温は無関係であると考えられる。風が強い場合の融雪は Degree 法では再現できず精度が低くなると思われる。しかし、高（2016）は熱収支法による分布型流出モデルを米代川流域に適用した際、融雪洪水に対する風速と気温の感度分析を行った結果、気温 1°C の上昇よりも風速 75% 増加の影響が小さく、風速の影響の小さいことをモデルにおいて示した。また、観測洪水流量を目的変数、風速、気温、雨量などを説明変数とした重回帰分析においても風速の影響が小さかった。これは米代川の場合、日本海側に位置し、冬季の風が強い場合は西高東低の気圧配置が多く、気温が低下している傾向があるからと考えられた。また、融雪出水に寄与する積雪は山間部にあり、これの多くが林冠内にあることが関係していると考えられた。これらのため、風速を表現していないバルク式が精度よく表現できる原因と考察されている。泉ら（2006）は山岳域において林冠内の積雪が草地の積雪よりも長く春先に存在していることを観測とモデルから示した。これは日傘効果によって日射が遮られることと、樹木の摩擦による風速の減少によって、分布型モデル上の日射と風速がそれ

ほど大きく効かないためとしている。そのため、広域の風速を地表面の効果を抜きにして熱収支法を用いると大きな誤差を生むことがある。



(1)熱収支法



(2)Degree Hour 法

図 8 融雪モデルの差異による流出計算の差

このように Degree Day 法や Degree Hour 法は大変有用であるが、どこにでも適用できるわけではない。宮田ら (2012) は、全国のアメダスにおいて Degree Hour 法のよって求めた積雪深を検証したところ、最大積雪深の増加に伴い、相関係数は増加する傾向にあり、積雪量の多い地域において Degree-Day 法は融雪量の推定に適している一方、気温が低く積雪が少ない北海道南東部において著しい精度の減少が見られた（図 9）。これは気温が低いにも関わらず日射量が多いため、Degree 法では融雪量を表現できないためである。また、平地に広く少ない積雪深が存在する場合、高温暴風時に融雪出水が大きく、degree 法の精度が落ちることも知られている。この場合は気温の上昇を受ける地域が広く、林冠の効果が少ないとされる。また、山崎 (1995) は積雪観測地点において、アルベドが小さい場合に日射の影響が大きくなり Degree 法の精度が落ちることを示しており、融雪後期には注意が必要である。

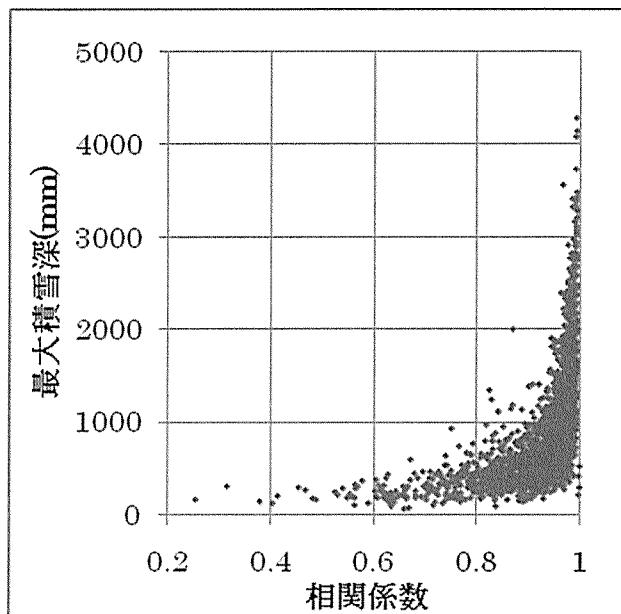


図 9 Degree 法と観測による積雪深の相関係数と最大積雪深の関係

4. 雪のモデルの発達と応用

4. 1 モデルの精度向上

多くの融雪流出モデルは、AMeDAS の降水や気温などの気象データを入力値として、気温減率や山岳域の降水補正を施して流出量を計算している。しかし、熱収支モデルにせよ Degree 法にせよ数多くのパラメータの時空間分布を知ることができず、時間的、空間的に誤差を生むことが多い。特に広域の計算ではこの傾向が強い。この問題に対して、Kazama ら (2008) は全国の積雪量の時空間分布を求める際に、AVHRR/NOAA 画像から得られた積雪面積が合致するように逐次 Degree Day 法の融雪係数を修正して精度よい積雪深の推定を行った。また、分布型流出モデルの積雪深を流域内の積雪深の観測データによって降雪量と積雪深を補正しつつ、流出解析を行う柏ら (2011) の方法は、融雪流出解析の精度を大幅に向上させた（図 4(5)）。積雪融雪流出モデルでは、様々な観測データを利用するが、すでに述べたように降雪量の観測誤差が大きく、これを補正する風速データもしばしば雪のために誤差が生じることが知られている。もっともひどい場合はプロペラに着雪した雪によって、ほとんど風速が観測されない場合もある。一方、積雪深はそこに存在するいわば静的数据であり、観測誤差が小さい。観測積雪深を積極的に用いた流出解析が精度を向上させることからも積雪深の利用が重要であることを示している。柏らは、3 日に一度、観測の積雪深と計算の積雪深の比または差を、高度補正を行いつつ流域全域の積雪深に乘じる方法と加算する方法を試行した結果、加算する方法のほうが精度よいことを示した。上の 2 つのモデルは、積雪観測データをモデル内に用いて、パラメータやデータを修正する科学的ではない実務的なモデルである。過去、積雪データを積極的にモデルに利用した例はあまりなく、今後、様々な観測データをモデルにフィードバックする手法によ

って、融雪出水だけでなく流出モデルや積雪深データの精度の大幅な精度向上が期待できると思われる。

積雪層は長い期間堆積している場合や急こう配の場合、氷河と同様に流動性を示す場合がある。この流速は大変遅く層流状態と仮定した氷河流動式は Glen ら (1958) によると

$$u_n = u_s - \frac{2A}{n+1} (\rho g \sin \alpha)^n (h-z)^{n+1} \quad (35)$$

と表現され、ここで、 u_n は深度 z の流速 (m/年), u_s は表面流速 (m/年), A は流動係数, n は氷の流動側の指数, ρ は氷河の密度, g は重力加速度, α は傾斜角度, h は氷厚であり, n は底面との摩擦応力によって変化する係数である。氷河の進行年間速度は数 m から数 10m であり、日本の融雪現象にはほとんど寄与しないが、雪崩や雪田⁵の解析において精度を求める場合は考慮する必要がある。

4. 2 リモートセンシングの利用

モデルには様々なパラメータがあるが、広域に適用しようとするとパラメータが地域によって異なるため、同定がうまくいかず十分な精度を得られないことがある。そこで様々なデータを用いてパラメータを推定することが考えられている。もっともよく利用されるがリモートセンシングを用いた積雪域のデータである。日本の場合、積雪量が多い地域は降雪量が多いが、これは曇天が多いことであり、可視や赤外の波長帯の光学データは利用できないことが多い。

広域の積雪域を把握するために数多くの手法が用いられているが、その中で Dozier は積雪指標を次式のように定義した。この指標は全球の雪氷域の推定などでよく利用されている。

$$NDSI = \frac{VG - IR_S}{VG + IR_S} \quad (36)$$

ここに、 $NDSI$ は積雪指標 (Normalized Difference Snow Index), VG は緑の輝度, IR_S は短波長赤外域の輝度である。積雪域を判別する閾値は教師付きまたは教師無しの方法⁶によって画像毎に判定するのが望ましい。NOAA や NASA などは衛星観測のコンポジット (複数の画像を重ね合わせる方法) による全球の積雪域データベースが公開されており、近年の気候変動解析によく利用される。また、幾つかの GCM (気候モデル) には現在の全球の積雪深または積雪水当量の全球データが用意されている。

古くからマイクロ波を用いた積雪深の直接的推定が取り組まれている。国内では小池らのグループ (筒井ら, 2010) は、マイクロ波誘電特性に基づいて積雪構造を明らかにする手法の開発を試みており、着実に精度を向上させている。しかし、こうした手法は広域の比較的広い開けた地域に適しており、複雑な地形かつ植生を持つ地域の積雪深を精度よく推定するには至っていない。地球の重力場の変動から地下水や氷床の貯留量を推定する GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) 衛星を用いて、流域の総貯留量の推定も試みられている (Ning, 2014)

4. 3 雪の応用研究

こうした雪のモデルや雪の研究によって、積雪過程や融雪出水のみならず、様々な形の雪の研究があり、現在もその範囲を広げている。ここでは、著者が興味を持った事例を幾つか上げるので、今後の事業や研究の参考にして欲しい。

雪崩の減災と水資源確保の効果を得るために、雪ダムが試行された期間があった。雪ダムは、雪崩の可能性の高い雪をあらかじめ爆発物などによって崩落させることによって被害を防ぐことと、渓谷地などに雪をためることによ

⁵ 夏まで稜線付近に残っている残雪、湿地を形成することが多い。

⁶ 観測データとの比較によって積雪域の NDSI 値を決める方法を教師付き、画像の NDSI 値のヒストグラムから積雪域を判定する値を決める方法を教師無しという。

て長期間の貯留効果を期待するものである。渓谷地での大きな積雪深をかせぐとともに少ない日射の効果によって融雪量を減らすことができる。雪ダムの効果は認められているが、多くの地域で費用対効果が悪いことを理由に継続して実施されていない（例えば関川流域委員会、2006）。

崎谷ら（2008）は積雪経験がある人にとって積雪景観の価値が高いことを CVM で求めた。北海道大学構内では 1000 万円程度の差が出ると報告している。将来のスキー場の営業利益が現在 5000 万円程度が半分以下になるとの報告がある（大田原ら、2014）。スキー場における雪の価値を雪の量ではなく、雪の質として評価する手法も開発されつつある（Taniguchi ら、2016）。北海道の雪の質が悪くなることによるレジャーの価値の低下を示している。東北地方の積雪水量はおよそ 5~10km³と言われ、昨年竣工した津軽ダムの総事業費を 1600 億円として、総貯水容量 0.14km³とすると、東北地方の積雪水資源の価値はおよそ 5 兆円以上あるといえるかもしれない⁷。雪による冷房費用や農産物の保管（雪室、ゆきむろ）、樹氷や地吹雪などの観光価値などは雪の便益と言える。一方、全国積雪寒冷地帯振興協議会によると近年の除雪費用はおよそ 700 億円程度で推移しており、道路交通を確保するために毎年多くの支出している。また、交通傷害や送電障害、転倒による怪我などは費用として計上すべきである。

温暖化による生態系に関する研究も数多い（中静、2009）。ニホンジカは積雪域では餌の獲得が困難であり越冬できないが、ここ 25 年間で生息域が 1.7 倍に増えた。また、温暖化と無雪による乾燥化が高山域に拡大し、湿原の高山植物の消滅が危惧されている。土壤の凍結融解が土砂生産に強く影響しており、積雪や落葉層、植生による保溫効果がなくなることによって、土砂生産が増加することが予想される（泉山ら、2011）。“温暖化”は気温の上昇のみならず、雪田の減少による乾燥化や地表面の出現によって様々な変化が複合的に生じ、多くの問題が顕在化する。

5. まとめ

降雪・積雪・融雪・流出に関する研究は数多くある。中津川（1990）は融雪流出について広く文献をレビューしている。また、D. DeWalle and A. Rango (2008) や Singh (2001) にも多く文献が掲載されており、各過程の詳細な推定手法が紹介されている。また、水文学や地球科学の雑誌以外においても Cold Regions Science and Technology (Elsevier) や Journal of Glaciology (IGS) などは雪氷に特化した最新の研究を入手することができる。

雪の応用研究はそれほど多くはなく、近年では気候変動による水資源の影響の研究が流行である。例えばここ 5 年の雪氷や水工学論文集を見ると、雪の基礎過程や出水の研究のほとんどは気候変動関連である。他に化学的性質の研究も進んでおり、生態や水質分野への応用へ期待できる。一方、基礎的な研究も着々と進められており、新しい発見が何かしらあることは、まだまだ雪の研究の可能性を示しているといえる。

計算機の性能が向上した現在では、数多くの素過程を取り込んだモデルの構築が可能であり、多くの実施例がある。ある意味ではすでに積雪の変性過程や融雪量の推定モデルは完成されたのかもしれない。しかし、広域への適用においては、入力データの推定やパラメータの同定の困難な状況がしばらく続くと考えている。これは山岳域や林地の積雪観測が容易でなく、データの蓄積が進んでいないからである。河川管理上、山岳域のリアルタイムの積雪深観測は、融雪出水予測においてパラメータまたは変数の逐次修正に有効である。積雪密度や地面浸透量などの観測データは定期的に行われておらず、利用することができない。幾つかの流域においてはライシメータによる融雪量や積雪密度の観測がされているが、継続されていない場合や公開されていない場合がほとんどであり、現業において積雪モデルへの利用ができず大変残念である。こうした観測データを共有するような雪の観測ネットワークが構築でき、リアルタイムでの利用が可能になれば様々な雪に関する現業に利用できることが期待できる。

⁷ ここではダムと雪の貯留が等価かつダムの費用便益比を 1 とした代替法での換算であり、雪の経済価値の推定手法は様々あることに注意する。

参考文献：

- 池淵周一ら, 琵琶湖北部の積雪・融雪・流出調査とその解析, 京大防災研究所報告, 27B-2, pp.197-219, 1984.
- 泉宏和ら, 積雪水資源量評価における森林の影響について, 水工学論文集, 50, pp.421-426, 2006.
- 泉山寛明ら, 裸地斜面の凍結融解強度に積雪および地形特性が与える影響, 水工学論文集, 55, pp.715-720, 2011.
- 植村昌一ら, 融雪に起因した表層崩壊発生予測モデル, 日本地すべり学会誌, 36(3), pp.76-84, 1999.
- 太田岳史ら, 盛岡西方山地における積雪水量調査報告, 岩手大学農学部演習林報告, 15, pp.15-23, 1983.
- 大田原望海ら, 地球温暖化による積雪量の変化がスキー場の営業に及ぼす影響—富山県を対象として—, 土木学会論文集 G (環境), 70(5), pp.I_21-I_29, 2014.
- 大橋伸之ら, 北上川ダム貯水池への融雪流入量の計算, 水工学論文集, 35, pp.51-56, 1991,
- 小川眞, ナラ類の枯死と酸性雪, 環境技術, 25(10), pp.603-611, 1996.
- 風間聰, 水文学, コロナ社, 2011.
- 風間聰, 広域における積雪全層密度推定に関する研究, 水工学論文集, 41, pp.245-250, 1997.
- S. Kazama, et al., Estimating snow distribution over a large area and its application for water resources, Hydrological Processes, 22(13), pp.2315-2324, 2008.
- 柏俊輔ら, 積雪深データ同化による融雪出水解析, 土木学会水工学論文集, 55, pp.403-408, 2011.
- 気象庁, メソ数値予報モデル, <http://www.jma.go.jp/jma/kishou/books/nwptext/37/chapter1.pdf>
- 小池俊雄ら, 積雪パラメータとマイクロ波誘電率特性, 水文・水資源学会研究発表要旨集, pp.12-15, 1992.
- 小南裕志, 積雪地域の森林における降雪遮断蒸発,
<https://www.ffpri.affrc.go.jp/labs/kouho/seika/1995/ss95-03.html>, 1995.
- コンクリート構造物の LCC 評価研究委員会, 日本コンクリート工学会東北支部, 2012.
- 近藤純正, 水環境の気象学, 朝倉書店, 1994.
- 崎谷唯比古ら, 北海道大学キャンパス内における雪要素を考慮した景観評価に関する研究, 第38回土木計画学研究発表会, 2008.
- P. Singh and V.P. Singh, Snow and Glacier Hydrology, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- H. Steven, Cadle et al., Retention and release of chemical species by a Northern Michigan snowpack, Water, Air and Soil Pollution, 22(3), pp 303-319, 1984.
- 全国積雪寒冷地帯振興協議会, 平成26年度の降雪・道路除雪費等の状況について, 2014.
- 谷口真人, 長岡市周辺における地中温度形成に及ぼす積雪および融雪浸透水の影響, 地理学評論, 58(6), pp.370-384, 1985.
- Y. Taniguchi, et al., Global Warming-Induced Changes in the Amount and Quality of Snow cover in Dam Catchment Basins, The 7th International Conference on Water Resources and Environment Research, S02-02, 2016.
- D. DeWalle and A. Rango, Principles of Snow Hydrology. New York: Cambridge University Press., 2008.
- 筒井浩行ら, マイクロ波放射伝達モデルへの凍結土壤層の導入と積雪衛星アルゴリズムの改良, 水工学論文集, 54, pp. 415-420, 2010.
- 友村光秀ら, 琵琶湖西北山地における積雪水量の高度分布, 京都大学農学部演習林報告, 54, pp.106-120, 1982.
- J. Dozier, ,Snow reflectance from, Landsat-4 Thematic Mapper. IEEE, Transactions on Geoscience and Remote Sensing, GE-22, pp.323-328, 1984.
- 土木学会水工学委員会, 水理公式集, 2016.
- 中静透, 温暖化が生物多様性と生態系に及ぼす影響, 地球環境, 14(2), pp.183-188, 2009.
- 中津川誠, 雪に関する水文現象を扱った既往知見について, 開発土木研究所月報, 444, pp.105-121. 1990.
- 丹羽薰ら, ダム流入量予測のための融雪流出のモデル化, 土木研究所資料, 2826, 121pp., 1990.

- S. Ning, et al., Calibrating a hydrologic model by step-wise method using GRACE TWS and discharge data, 水工学論文集, 59, pp. I_85-I_90, 2014.
- NASA, <http://modis-snow-ice.gsfc.nasa.gov/>
- NOAA, <https://www.ncdc.noaa.gov/snow-and-ice/snow-cover/>
- P. Bartelt and M. Lehning, A physical SNOWPACK model for the Swiss avalanche warning, Part I: numerical model, Cold regions science and technology, 35, pp.123-145, 2002.
- S. Horiuchi et al., Estimation of the density of the snowfall particle using electric balances and 2DVD, SICE Annual Conference 2011, IEEE, pp.1849-1854, 2011.
- 平島寛行ら, モデルを用いた雪崩発生危険度のリアルタイム予測, 寒地技術論文・報告集, 24, pp.158-161, 2008.
- 関川流域委員会, 自治会意見交換会議事概要, 2008.
- 松山洋, 日本の山岳地域における積雪水当量の高度分布に関する研究について, 水文・水資源学会誌, 11(2), pp.164-174, 1998.
- 宮田俊介ら, 全国 の AMeDAS 観測点における Degree-Day 法および融雪係数の検証, 水工学論文集, 56, pp.I_343-I_348, 2012.
- 山崎剛ら, 積雪の変成過程について : I モデル, 雪氷, 53, pp.115-123, 1991.
- 山崎剛, 融雪係数の熱収支的検討, 雪氷, 57(3), pp.239-244, 1995.