

水工学シリーズ 12-B-8

統一ベンチマークテストによる 数値モデルの特性評価

北海道大学 大学院 工学研究院

渡部 靖憲

土木学会
水工学委員会・海岸工学委員会

2012 年 8 月

統一ベンチマークテストによる数値モデルの特性評価

Benchmark tests of numerical models in wave computations

渡 部 靖 憲
Yasunori WATANABE

1 はじめに

現在まで多様な数値モデルが開発、提案され、海岸工学の研究分野において広く普及しているだけでなく実務においても適用されつつあり、今後更なる応用、実用が期待されている。一方、こうした普及に伴い、数値モデルの開発者、研究者、利用者の棲み分けが進み、個々の計算法の適用限界や不利となる計算対象、モデルの特徴から生じる技術的問題を理解せずに利用者あるいは若手研究者、技術者が問題を抱え更なる応用の障害となることが少なくない。同一計算対象に対する既存の主要な計算法による結果の比較を通して、個々の特徴を正しく理解することは、将来的な数値計算技術の発展と適用範囲の拡張に寄与するだけでなく、海岸工学における数値計算技術において、国際的な競争力を養い、国際的研究及び技術的イニシアチブを取得するために極めて重要である。

こうした背景の下、海岸工学委員会数値波動小委員会は、「数値波動水槽」(土木学会, 2012) で詳しく解説されている VOF 法, MPS 法, CIP 法などを基礎とした計算技術の開発者からなるテストグループによって同一計算対象について数値計算を行い、相互比較並びに実験結果との検証を通して個々の計算法の特徴を整理、検討するワーキンググループを 2010 年 11 月に設置し、公募により決定した 7 つのテストグループが別個の数値モデルを使って 4 つの統一テストを行ってきた。

本稿は、ベンチマークテスト結果を集約、検証を行うものであり、明らかになったモデルの特性から有利となる対象及び応用性を議論するものである。なお、このベンチマークテストでは、Navier-stokes 式を基礎式として展開される微分方程式系を解くための計算法を対象としており、水深積分型波動方程式あるいはポテンシャル流れなどの数値計算を対象としていないことを先に申し添える。

2 ベンチマークテスト

ベンチマークテストは、海岸工学に係る諸問題に関連するあるいは同一力学機構から生じる基礎的現象を対象として決定した。即ち、砕波帯における乱れを含む水面変形及び段波状に遡上する流れを評価するためのモデルとなる 2 次元ダムブレイク問題、同様に砕波帯をモデルとした段波が構造物に衝突する際の複雑流れと構造物上の圧力分布を模擬する 3 次元ダムブレイク、構造物への衝撃波圧のモデルとなるスロッシング流れ、そして砕波ジェットの着水に伴う局所水面変形を評価するモデルとして液滴の着水に伴う流れについてテストを行った。これら 4 つのテストは、既発表の論文において、初期条件及び境界条件が明確であり、かつ比較可能な実験結果が公開されているものを条件として選定している。それ故、海岸工学で使用される波浪水槽実験において来襲する様な一般に波毎に異

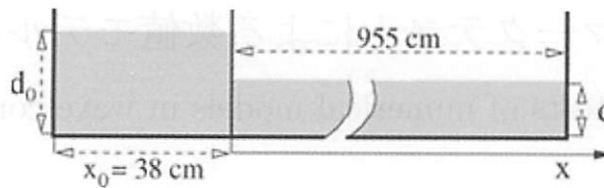


図 1: 2次元ダムブレイクの実験水槽 (Janosi et al. 2004 より)

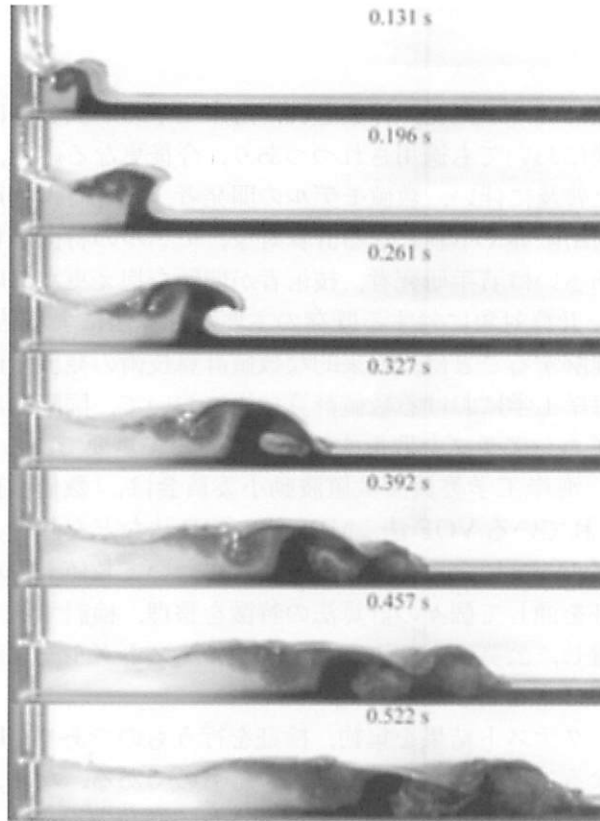


図 2: test1(1) に対する実験結果 ($d=15$ mm, $d_0=15$ cm, Janosi et al. 2004 より)

なる瞬時水面形や構造物に作用する波圧などは、何波目の実験結果であるのかは通常研究論文では記載されておらずまた平均量を公開しているものが殆どであり、公平なモデルの特性比較には適当でないため、数値波動水槽による波浪計算は統一テストには含めなかった。次に個々のテストケースの詳細を説明する。

2.1 2次元水路上のダムブレイクテスト (test1)

仕切られたコンパートメント内に水を溜め仕切りゲートを引き抜くことで発生する段波が水平床上を伝播する、所謂ダムブレイクテストは、ポピュラーな水理実験であり、初期条件、境界条件の明確さ、単純さから数値計算の検証にもよく使われてきた。Janosi et al. (2004) は、ある程度の水深で水が溜められた水路の一端に設置されたコンパートメント内の水柱を同様に崩壊させ、静水上を進行する乱流段波の運動、流速そして乱れの影響を水路中の静水深をパラメータとして実験的研究を行った。このベンチマークテストでは、Janosi et al. (2004) のダムブレイク実験と同一のセットアップ (図-1 参照) で計算を行い、仕切りゲートを速度約 1.5m/s で引き抜き、発生したダムブレイク後の水面波形、局所的に染色した流体の輸送の再現計算を行う。

図-1 中の水路左側コンパートメント内の水柱の水位を $d_0=15$ cm とし、前面計測水槽内

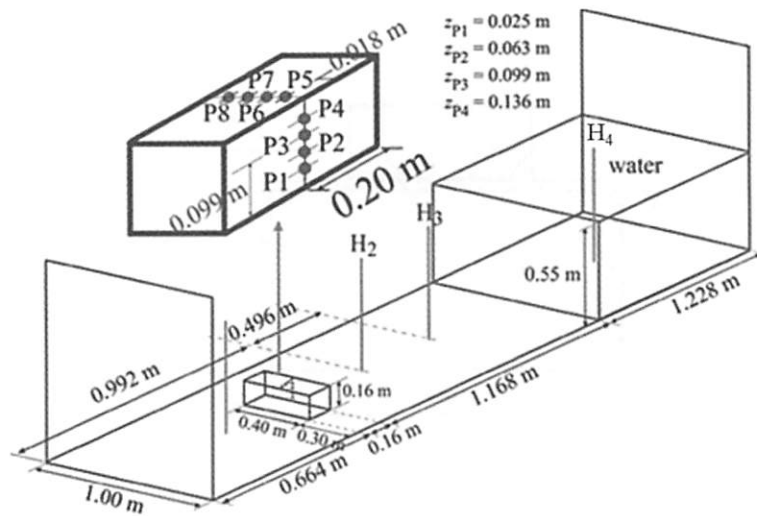


図 3: test2 で使用した実験水槽のセットアップ

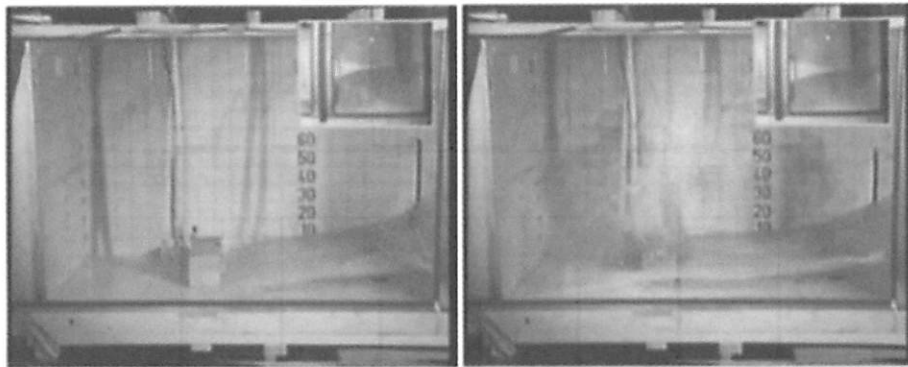


図 4: ダムブレイク段波の矩形体への衝突直前 (0.4s) と衝突後 (0.56s) の水面形のスナップショット (Kleefman et al. 2005 より)

の初期水位 $d=15, 70, 18, 38$ mm をそれぞれ test1(1), (2), (3), (4) と記す実験ケースとする. test1(1) 及び (2) は, コンパートメント前面の水を染色し流塊を輸送を撮影した実験画像と比較が可能である (図-2 参照). なお, 紙面の関係から本稿では test(1) のみについて考察する.

2.2 ダムブレイク流れの矩形体への衝突 (test2)

Kleefman et al. (2005) は, 提案する高次 VOF ベースの有限体積法によるモデルをダムブレイク流れに適用し, 同時に行ったダムブレイク実験結果との比較により, 計算法の妥当性を検証している. この流れは, 図-3 に示す実験水槽において, test1 と同様に仕切りゲートの開放によって発生させた段波が水槽底面に設置したスパン方向に有限長さの矩形体に衝突して発生する 3 次元的水面変形を伴うものであり (図-4 参照), 複雑な水面変化だけでなく矩形体に設置された圧力トランスデューサによって計測された波圧時系列と計算結果を比較することができる. コンパートメント内の水柱高さは 55cm, 底面はドライベッドの単一実験である.

水槽側面から撮影した 0.4s 及び 0.56s 後の水面形 (図-4), 図-3 中の矩形体前方 (H2) 及びコンパートメント内水柱位置 (H4) の水位, 矩形体壁面上の P1, 3, 5, 7 の位置における圧力変化を比較する. なお, 仕切りゲートの引き上げ速度についての言及が原論文にないため, 計算結果にはある程度の不可避な位相差に関するエラーが伴うものと考えられる.

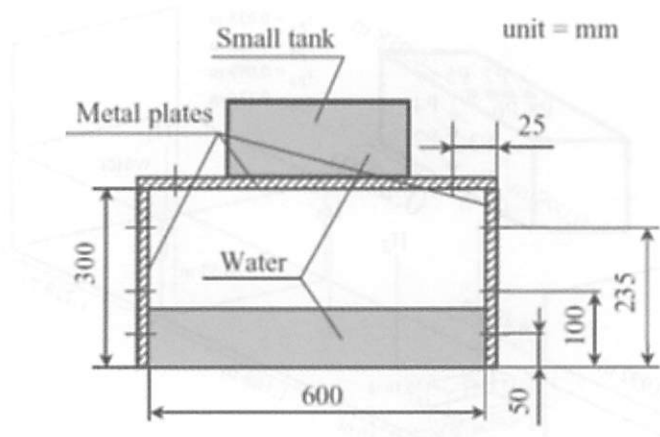


図 5: test3 で使用したスロッシングタンクの寸法と圧力ゲージの位置 (Kishev et al. 2006 より)

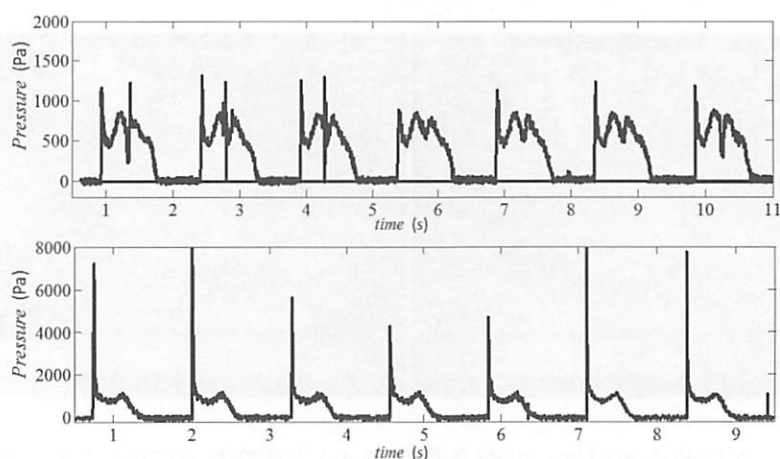


図 6: スロッシングタンク側壁上の波圧時系列; 上 : $h=12$ cm, period (T)=1.5 s, amplitude(A)=5 cm, 下 : $h=12$ cm, period (T)=1.3 s, amplitude(A)=5 cm.

2.3 スロッシング (test 3)

Kishev et al. (2006) は, CIP 法ベースの気液統一解法である CCUP 法と積分型保存形式のセミラグランジュ移流方程式解法 CIP-CSL3 を組み合わせにより, 衝撃圧を伴うスロッシング流れを計算し, 同時に行われた矩形タンク内流れのスロッシング実験から取得した壁面水压変動並びにタンク内の水面形との比較を行った.

スロッシングは, 図-5 に示すタンクを正弦的に水平に振動させることで発生させる. 水深 $h=6.0, 12.0, 25.0$ cm に対してそれぞれ振幅 $A=6.0, 5.0, 5.0$ cm の振動について多様な周波数について実験が行われた. 圧力ゲージはそれぞれの静水深の異なるケースに対して, 水面直下 (深さ 5.0, 10.0, 23.5cm の位置) の位置に設置された (図-5 参照).

それぞれのケースにおける瞬時圧力の時系列 (図-6), 並びに水面形の遷移 (図-7) についての実験結果が紹介されており, これらについてのベンチマークテストが行われる. なお, この問題は, 波-構造物相互作用並びに衝撃砕波圧の再現に関わる基礎数値試験と位置づけられる.

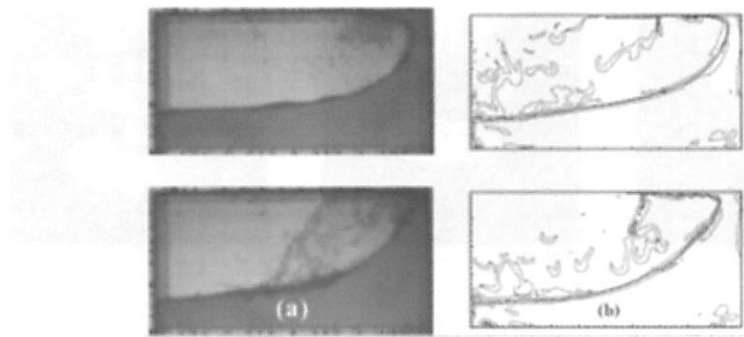


図 7: スロッシングタンク内の水面形の時間変化 ($h=12$ cm, period (T)=1.3 s, amplitude(A)=5 cm). Kishev et al. 2006 より.

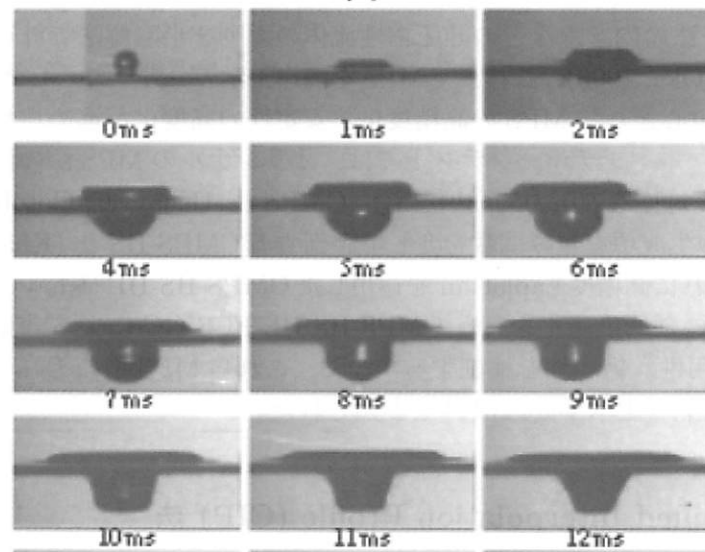


図 8: 液滴の着水に伴うキャビティの発達 (Liow 2001 より).

2.4 液滴の着水 (test 4)

Liow (2001) は、液滴の静水面への着水後の水面形について可視化実験を行い、着水後に形成されるキャビティ遷移に対して多様な落下速度、液滴径によるパラメータスタディを行った。図-8 は、フルード数 $Fr = 219$, ウェーバー数 $We = 134$, 液滴径 $d = 2.12$ mm, 着水速度 $u = 2.13$ m/s に対するキャビティ形状の実験結果であり、これが計算結果と比較される。

一方、Peck & Sigurdson (1994) は静水面上への染色した液滴の着水後の輸送に対する画像計測から渦輪の形成、渦輪軸上に出現する方位角不安定について議論している。図-9, $d=2.6$ mm, $u=80.1$ cm/s, 表面張力:72.1 dyn/cm に対する染色された液滴の対流の実験結果であり、これが計算結果と比較される。

3 数値モデル

それぞれ大きく特徴の異なる基本数値スキームから成る、大別して7つのモデルを以下に紹介する。



図 9: 染色された液滴の着水後，染色流体から構成される渦輪の形成と渦軸上の不安定性の発達 (Peck & Sigurdson 1994 より).

3.1 Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法

MPS 法は粒子法の内，水などの非圧縮性流体の挙動を半陰解法で計算する手法である (Koshizuka and Oka, 1996). これまで MPS を海岸工学の分野へ導入した後藤 (Gotoh and Sakai 1999) を中心として MPS の高精度化，安定性の高度化が進められ多様なモデルが提案されてきた. 本ベンチマークテストでは，オリジナルの MPS 法その他，運動量保存形の MPS 法として対称形の圧力勾配項をもつ CMPS 法 (Khayyer, Gotoh 2008)，圧力の Poisson 方程式の生成項を重み関数を介して評価する CMPS-HS 法 (Khayyer and Gotoh, 2009)，そしてこれに高精度 Laplacian を適用した CMPS-HS-HL (Khayyer, Gotoh 2011)，さらに粒子密度の動的最適化を行う CMPS-HS-HL-ECS-GC による計算結果の比較により，モデルの適用性，信頼性を検証する. なお，これら MPS 系のそれぞれモデルの詳細は「数値波動水槽」(土木学会, 2012) を参照されたい.

3.2 Constrained Interpolation Profile (CIP) 法

CIP 法は，Yabe ら (1991) によって提案された双曲型微分方程式の数値解法であり，幅広い分野において応用されてきた. この方法は，離散化された計算グリッド上で急変する物理量 (例えば，圧縮性流体の衝撃波面前後の密度や気-液界面近傍の密度など) をその空間勾配を拘束した上で特性曲線に沿って物理量を移流させるものであり，シャープな界面を維持したまま移流方程式を解くことが可能である.

Watanabe et al. (2008) は，移流方程式に CIP 法，自由水面検出に Level-set 法を適用し，自由水面における力学的境界条件適合法を導入した LES を提案している. なお，圧力計算については，マルチグリッド法，非移流項の計算には，予測子修正子法が導入され，サブグリッドモデルとして繰り込み群理論による非線形渦粘性モデルが適用される単相流モデルである. 以降，このモデルを Watanabe モデルと称し比較を行う.

川崎・袴田 (2007) は，3 次元気液多相乱流数値モデル DOLPHIN-3D を開発している. これは，混相流中の流速，圧力の移流計算に CIP 法，密度の移流に対して CIP-CLS2 を適用し，非移流計算に拡張 SMAC 法を導入したものである. 密度変化を直接計算し，表面張力を Brackbill et al.(1992) が考案した CSF (Continuum Surface Force) モデルで表した気液両相の流れを同一運動方程式で解くタイプ (付録 A 参照) の LES であり，サブグリッドモデルとして Salvetti and Banerjee(1995) が開発した dynamic 二変数混合モデル DTM (Dynamic Two-parameter Mixed model) が採用されている. 液相，気相，固相それぞれに対して密度関数法を適用した CIP 法により相の移動が計算される.

3.3 Lagrange 粒子付 Euler 型スキーム

陸田ら (2008) は、界面の片側サイドにのみ同一径の粒子を配置するとともに、以下に示す SPH 法との組み合わせによって、移流誤差と計算負荷を大幅に低減させた Lagrange 粒子付 Euler 型スキームを提案している。この方法では、界面を記述する密度関数を保持した粒子が 4 次精度ルンゲクッタ法で時間更新され、これとは別に弾性変位を記述する質量をもった固体粒子を SPH 法によって計算する。これにより、流体-弾性体相互作用が陽的にモデル化される。運動方程式、圧力方程式には CIP Combined, Unified Procedure(CCUP) 法 (Yabe and Wang 1991) が適用され、固体粒子からカーネル関数を介して与えられた固液相互作用を含むオイラー座標上で計算された変数とラグランジュ的に移動する粒子に随時カーネル関数によって内挿される。

3.4 Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法

Monahan(1992) が開発した SPH 法は、粒子を使ったラグランジュ的移流計算とオイラー的非移流計算を組み合わせた Particle In Cell(PIC) 法を発展させ、移流粒子自体に近傍粒子から変数を内挿近似することでグリッドレス計算を達成した、当時画期的な計算法であった。その後、流体計算へ導入するための多様な技術開発が行われ、任意の境界条件モデルの下、乱流モデル、表面張力モデル等多様なモデルが提案されている。これらをオプションとして統合したフリーソフトウェア SPHysics が http://wiki.manchester.ac.uk/sphysics/index.php/SPHYSICS_Home_Page で公開されている。SPH では、粒子密度が解像度の指標となり、内挿近似をするためのカーネルおよび移流計算スキームに精度及び結果の特徴が依存する。非常にロバストなスキームであり、任意の条件においても計算を継続可能な傾向があるが、その再現性には注意深い検討を要する場合がある。本ベンチマークテストでは、SPHysics(Ver.2.2.1) を適用した。

3.5 Volume Of Fluid (VOF) 法

Hirt and Nichols(1981) が開発した VOF 法は、流体体積率の保存式により自由表面形状をモデル化し水面位置の捕捉を行うスキームであり、これまで多様な応用研究が行われてきた。中村ら (2010) は、三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデル FSSM(3-D Coupled Fluid-Structure-Sediment Interaction Model) を提案している。これは、DOLPHIN-3D と同様に表面張力について CSF(Brackbill et al.1992) を適用した気液両相同一方程式系において (付録 A 参照)、サブグリッドモデルとして Dynamic Two-Parameter Mixed Model (Horiuti 1997) を適用した LES であり、Adams-Bashforth 法、MUSCL 法により時間発展される。気液界面の追跡につて MARS(功刀 1997) により VOF 関数の移流が計算される。構造物に壁面の境界条件は、Immersed Boundary 法により体積力としてモデル化され、抵抗力として運動方程式へ反映される。

Open FOAM は、近年注目されている流体計算のオープンソフトウェアであり、計算メッシュ生成からポスト処理いたるまで計算パッケージとして <http://www.openfoam.com/> で公開されている。このソフトウェアは、混相流をはじめとする多様な流況、メッシュ体系、乱流モデル、計算スキーム、境界条件を設計可能である。これも同様に表面張力について CSF を与えた気液両相同一方程式による計算が行われる (付録 A 参照)。このモデルでは、VOF 法カラー関数 F の移流方程式

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}F) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_r F (1 - F)) = 0, \quad (1)$$

により気液二相界面流れが計算される．式(1)の左辺第3項は，VOF 値の数値拡散を抑えるために導入した項であり，界面のVOF 値を液体側へ移流させることで，界面がシャープに保たれる．また， $\mathbf{u}_r$ は界面の法線方向のベクトルで，絶対値はパラメータにより調整し，界面の圧縮の程度を決める．

4 結果

以降，それぞれの計算モデルに対するベンチマークテスト結果を比較していく．MPS系モデルの一連の高精度化に応じた比較（MPS, CMPS, CMP-HS, CMP-HS-HL），SPHのオプションに応じた比較に加え次の大まかなモデルの特徴の差異から結果を検討する．

A 計算流体

単相流モデル: MPS系, SPH, Watanabeモデル(水面境界条件設定スキーム有)

混相流モデル(気液統一方程式系): Mutsudaモデル, DOLPHIN-3D, FSSM, OpenFOAM

B 流体の記述

粒子系モデル: MPS系, SPH, Mutsudaモデル

連続体モデル: Mutsudaモデル, Watanabeモデル, DOLPHIN-3D, FSSM, OpenFOAM

C 移流計算法

Lagrangian 移流粒子モデル: MPS系, SPH, Mutsudaモデル

CIP 移流計算 (Semi-Lagrangian) : Watanabeモデル, DOLPHIN-3D

オイラー的移流計算: FSSM, OpenFOAM

D 自由水面/界面検出法

粒子による水面検出: MPS系, SPH, Mutsudaモデル(密度関数保有粒子)

Level-set 法: Watanabeモデル

密度関数法: DOLPHIN-3D

VOF 法: FSSM, OpenFOAM

E 離散計算法

カーネルによる空間補間: MPS系, SPH, Mutsudaモデル

有限差分法: Watanabeモデル, Mutsudaモデル, DOLPHIN-3D

有限体積法: OpenFOAM, FSSM

F 構造物モデル

壁面，構造物は剛体: MPS系, SPH, Watanabeモデル, DOLPHIN-3D, OpenFOAM

弾性変形モデル: Mutsudaモデル, FSSM

乱流モデルの差異に対するテストは重要かつ興味深いものであるが，乱れに関する実験値がないこと，計算スキームの違いによる流況の変化から乱流モデルによる差異を判別できないことから，本テストでは対象としない．

4.1 2次元水路のダムブレイクテスト (test 1)

図-10, 図-11, 図-12 は，test 1 に対する水面形及び水路の着色流体分布の変化を表している．図-10の実験画像から，水柱の崩壊後，コンパートメント内の流体は前面の着色

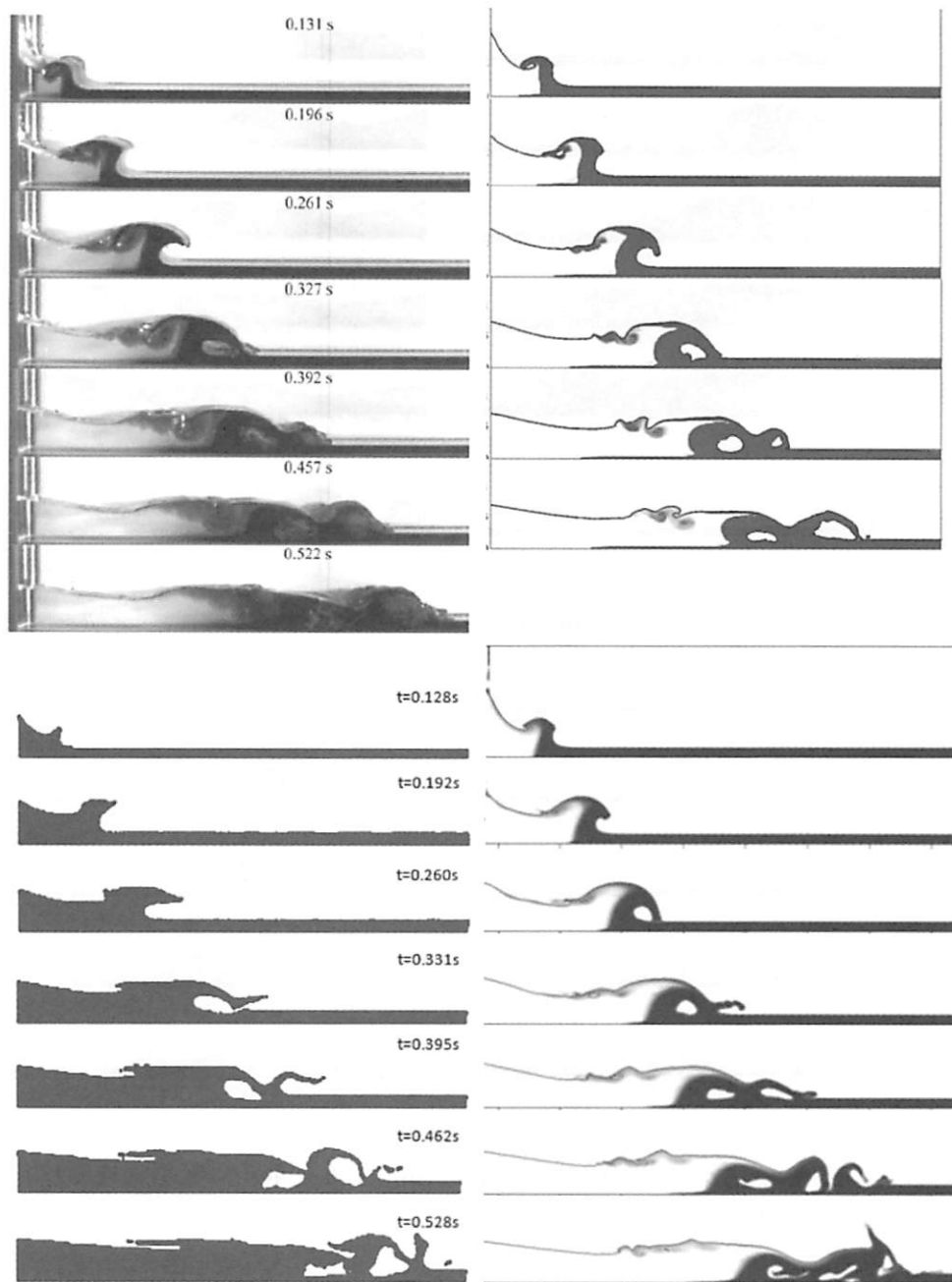


図 10: ダムブレイク後の水面形と着色水輸送の時間変化；左上：実験結果 (Janosi et al. 2004), 右上：Watanabe モデル, 左下：Mutsuda モデル, 右下：OpenFOAM.

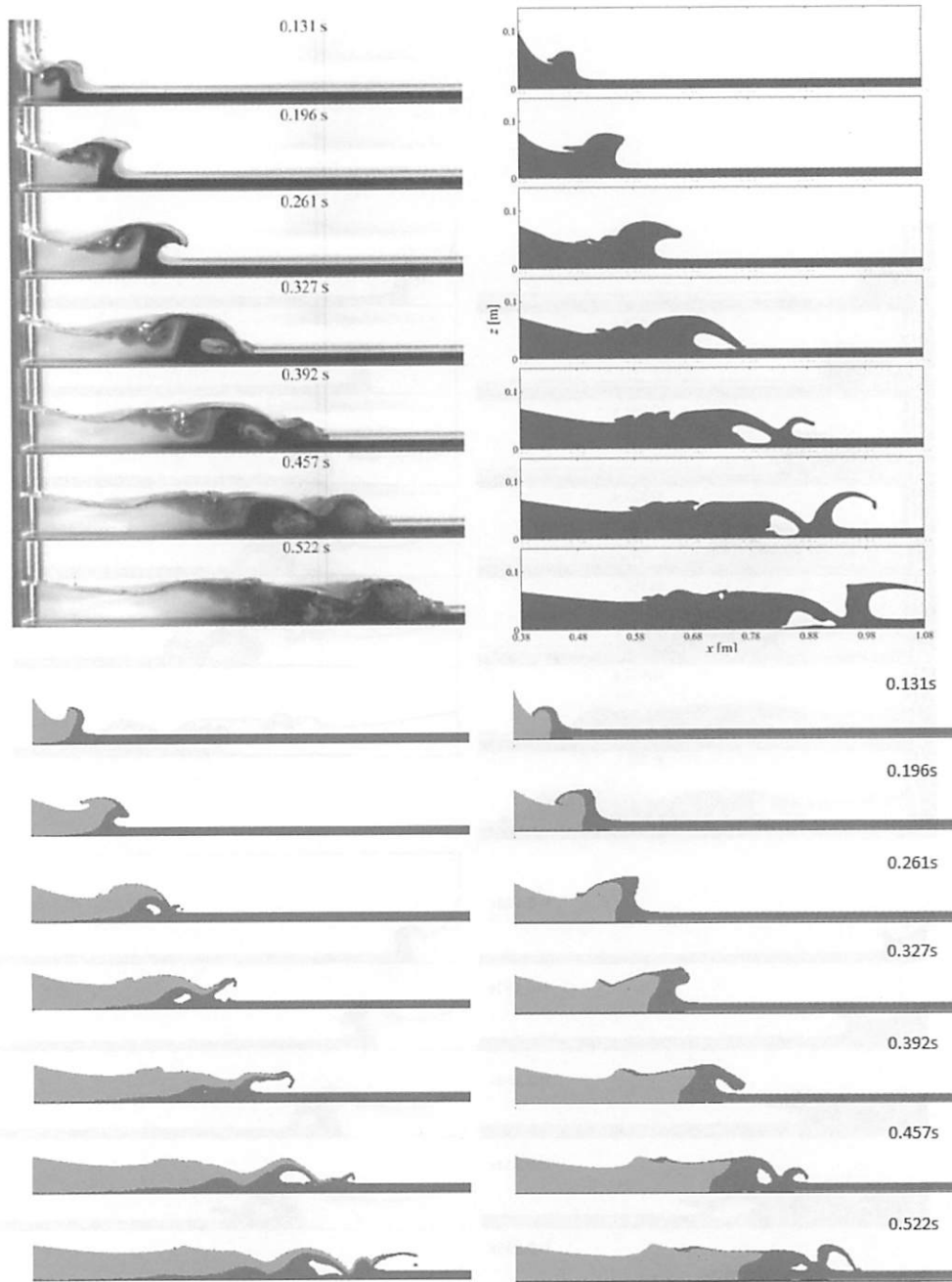


図 11: ダムブレイク後の水面形と着色水輸送の時間変化；左上：実験結果 (Janosi et al. 2004), 右上：FSSM, 左下：SPHysics (Cubic Spline カーネル, 人工粘性使用), 右下：SPHysics (Wendland カーネル, 分子粘性使用)。

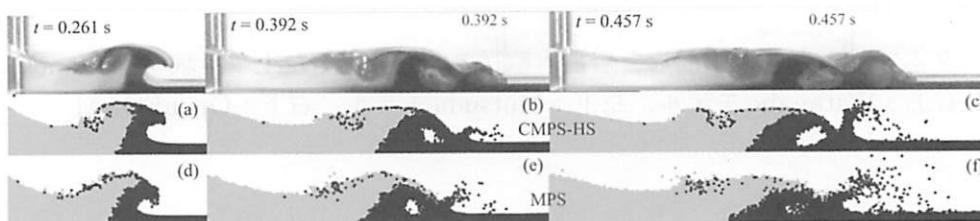


図 12: ダムブレイク後の水面形と着色水輸送の時間変化；上：実験結果 (Janosi et al. 2004), 中：CMPS-HS, 下：MPS。

された静水を押し上げ (0.131s), 着色水が巻き波ジェットとして前方へ着水し (0.327s), その後 2 次ジェットの生成 (0.392s), 再着水 (0.457s) を観察することができる。また, 崩壊直後から, 着色水が水面上背後へ回り込み, 段波の背後で反時計回りの回転運動を示しながら拡散しているのがわかる。

仕切りゲートの引き上げに対する条件の差異は初期の水面形の時間変化に影響を与えるため, それぞれの結果の位相の若干のずれは, 必ずしもモデルの影響を示すものではなく, Watanabe モデル, Mutsda モデル, OpenFOAM, FSSM によって計算された水面変化は, 第一着水点まで良好に実験画像を再現している。着水後は, 実験画像自体の視認が困難になり計算結果の評価が曖昧になることが前提となるが, 単相モデルである Watanabe モデルの結果はおおよそその 2 次ジェットの発達を適当な位相において再現している一方, 混相流気液統一モデルとなる Mutsuda モデル, OpenFOAM は再着水が実験より早く発生し, また FSSM は逆に遅くなるなど気液作用が急変する領域で独特の特徴が表れているようにみえる。

一方, SPHysics の再現性の評価は難しい。図-11 左は SPHysics のデフォルトサンプル (Cubic Spline カーネル, 人工粘性使用) によるもので, 右は Wendland カーネルを使用し, 分子粘性を与えた結果である。これらオプションとして変更可能なカーネル等の選択により, 水面形遷移は全く異なることがわかる。また, 前者では, 着色水の水面付近のボア背後への巻き込みはなく, 着色水は底面付近に厚く広がる一方, 後者では着色水の巻き込みが確認される。これらソフトウェア上で容易に変更可能な設定条件によって大きく異なるアウトプットとなる再現結果の非一意性を認識し, 再現性を吟味したうえで使用する必要性を示すものと考ええる。

図-12 に示す MPS の結果は水面形, 着色水の変化を全体的に再現し, 高精度スキームである CMPS-HS が MPS の不安定な粒子散乱を抑制している一方, 他のモデルの結果と比較すると粒子密度が低下する 2 次ジェット先端付近の不鮮明さの評価が議論になるであろう。

4.2 ダムブレーク流れの矩形体への衝突 (test2)

図-13, 図-14 は, test2 に対するそれぞれのモデルによる水面形の計算結果を表している。実験画像において, 飛沫, 気泡の生成により水面分布が判然としないが, 全てのモデルにおいて, 段波の矩形構造物への衝突後に発生する鉛直ジェットの跳ね上がりの過程を適当に再現しているものと考えられる。2D ダムブレークと同様に CMPS-HS による結果のジェット先端近傍の粒子の飛散が飛沫の飛散の一部を記述しているのか数値的なエラーなのかは, 不鮮明実験画像との比較からは評価できないが, 後に矩形体に作用する圧力変化の特徴から再度議論する。一方, 気液統一方程式系から計算する混相流モデル DOLPHIN-3D, FSSM, OpenFOAM はスパン方向におおよそような鉛直ジェットを与えるのに対して, Watanabe モデルは, 自由水面の力学的境界条件を強制するモデルを与えているため, 不安定な水面変動を再現しジェットのスパン方向への分裂を記述する。

図-15 は, コンパートメント内の地点 H4 及び矩形ブロックの手前 H2 地点における水位の時系列を示している (図-3 参照)。仕切りゲートの引き上げ速度など詳細な実験条件が現論文に記載されていないため, 実験と計算結果には若干の位相差が含まれているものもあるが, 基本的な水位変化の傾向はどのモデルも適当に再現している。

図-16 は, 矩形ブロックの前面 (P1, P3) と天端上 (P5, P6) における段波衝突直後の圧力の時間変化を表す。前面においては, $O(10 - 100\mu s)$ 程度の極めて短期間に高圧力が局所的に働く, 所謂衝撃圧が発生するが, この衝撃圧は流体計算における時空間的な解像度だけではなく, さらに広い周波数レンジにわたる構造物応答の影響も間接的に含まれるため, 数値的にその瞬間最大値を定量的に再現するのは困難である (事実, 計測器の限界か

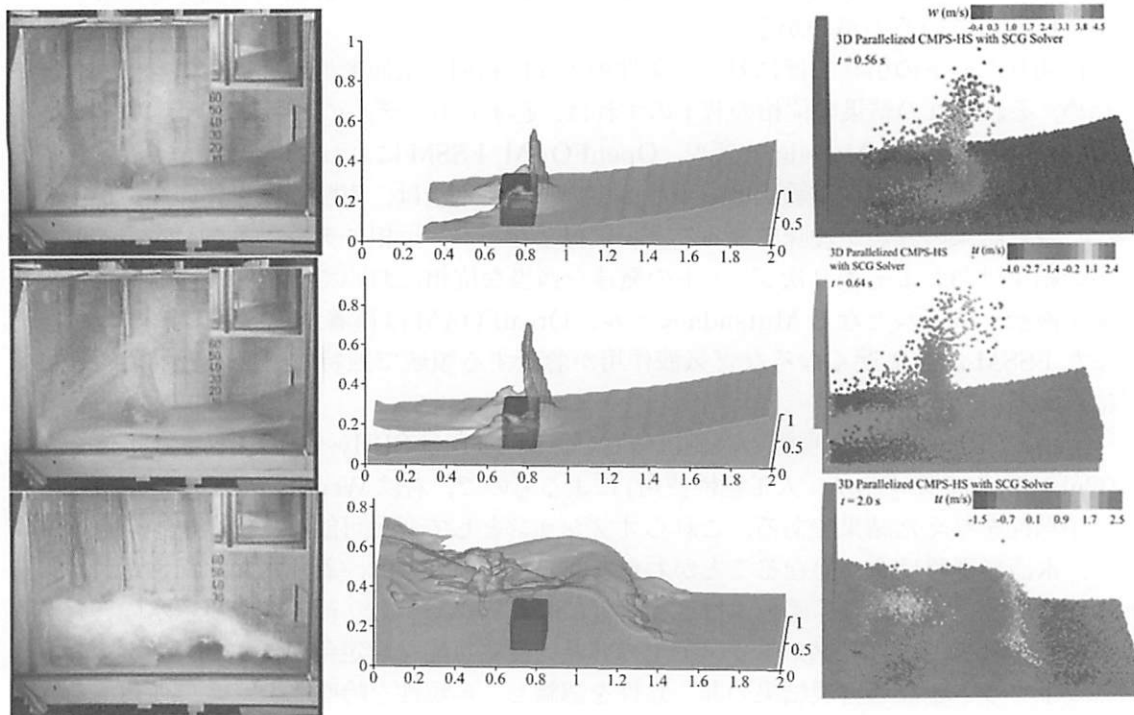


図 13: ダムブレイク後 0.56 s(上), 0.64 s(中), 2.0 s(下) 経過後の水面形 (test2); 左: 実験画像 (Kishevet al. 2006 より), 中: DOLPHIN-3D, 右: CMPS-HS.

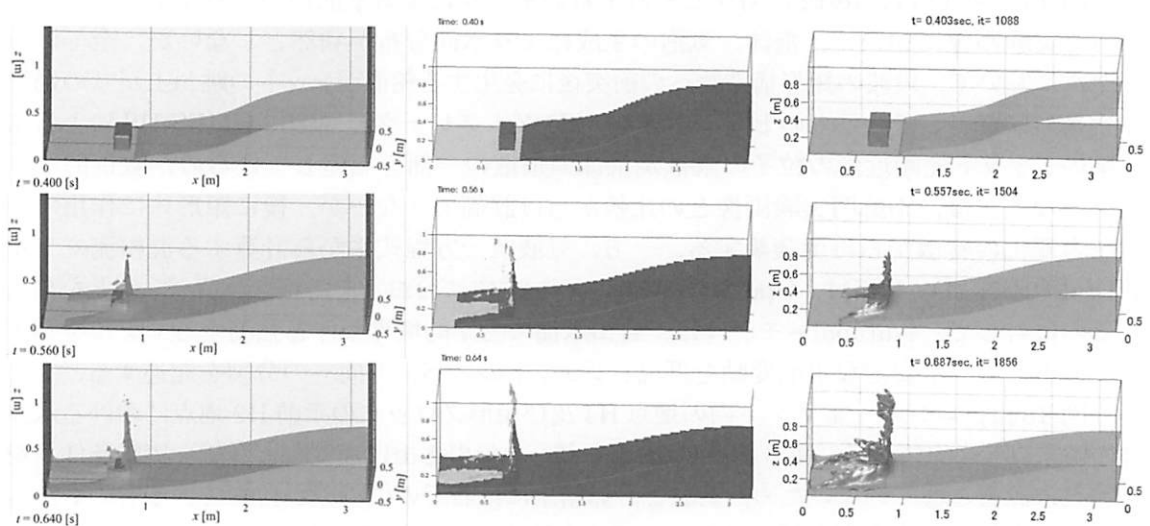


図 14: ダムブレイク後 0.40 s(上), 0.56 s(中), 0.64 s(下) 経過後の水面形 (test2); 左: FSSM, 中: OpenFOAM, 右: Watanabe モデル.

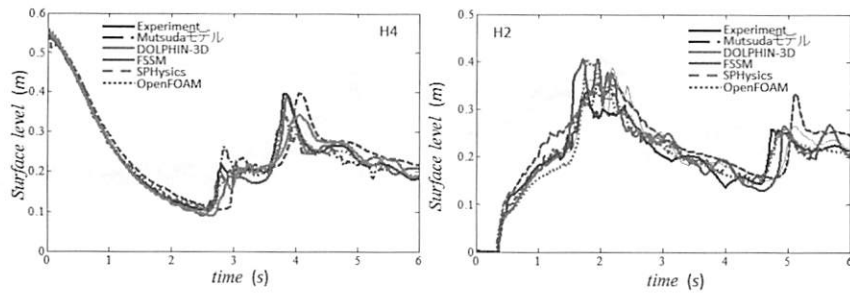


図 15: 水位の時系列 (test2). 左 : H4 地点, 右 : H2 地点. 図-3 参照.

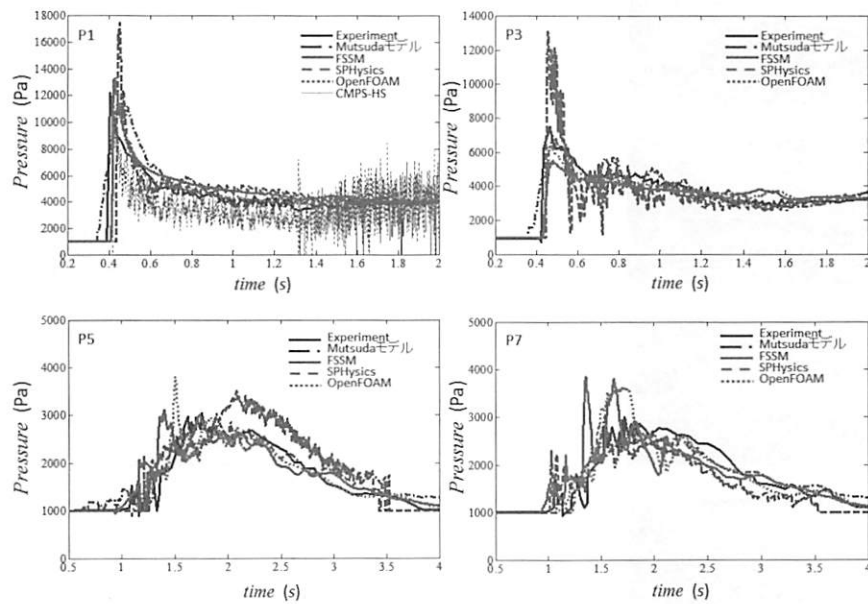


図 16: 圧力の時系列 (test2). 左上 : P1 地点, 右上 : P3 地点, 左下 : P5 地点, 右下 : P7 地点. 図-3 参照.

ら実験においても非再現的傾向がある). それ故, 衝撃圧最大値の再現性については時空間解像度が統一されていない本テストでは検討しない.

P1 において, CMPS-HS の結果が高周波の圧力振動を示す以外, 他のモデルの結果は最大値発生から流れの運動量保存則から決定できる約 4000Pa へと指数関数的に漸近する. なお, CMPS-HS で表れる非物理的な振動は, 高精度ラプラスアンを導入することで大きく低減され, 他モデルと同様に典型的な衝撃圧変化を記述する (図-17). 即ち, 図-13 で現れた CMPS-HS の粒子散乱は, この圧力振動と関係するものであり, これは CPS-HS-HL の導入によって改善されることを表す.

図-16 P3 においても多くのモデルは同様な衝撃圧変化を再現するが, SPHysics(Wendland カーネル, 分子粘性を使用) は最大圧力発生後大きく高周波で振動する圧力振動が発生しているのがわかる. 前述の CMPS-HS で出現したように, 粒子法では特有の振動を伴うことが以前から指摘されており, SPHysics においても同様な症状が現れているものと考えられる. なお, SPH による非圧縮性流体に対する計算結果においても弱圧縮性の性質が生じることも圧力振動の原因の一つになるものとも考えられる.

天端上 P5, P7 地点の水圧変化は, 下流側壁面で反射した段波がオーバーターンして天端上 P5, P7 地点を打ち付けたことにより変化したものと原論文に記述されており, 複雑な流況を経て発生したものである. 初期に生じた僅かな位相のずれあるいは何らかの擾乱は複雑な流れの過程を経て有意に発達することがある. P5, P7 の時系列において, FSSM,

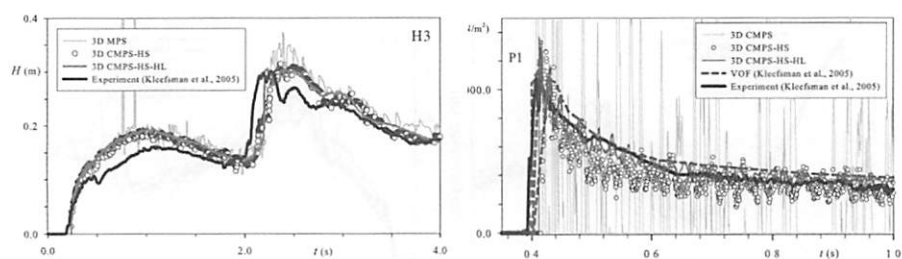


図 17: 水位 (H3 地点) と圧力 (P1 地点) の MPS 系計算結果 (test2).

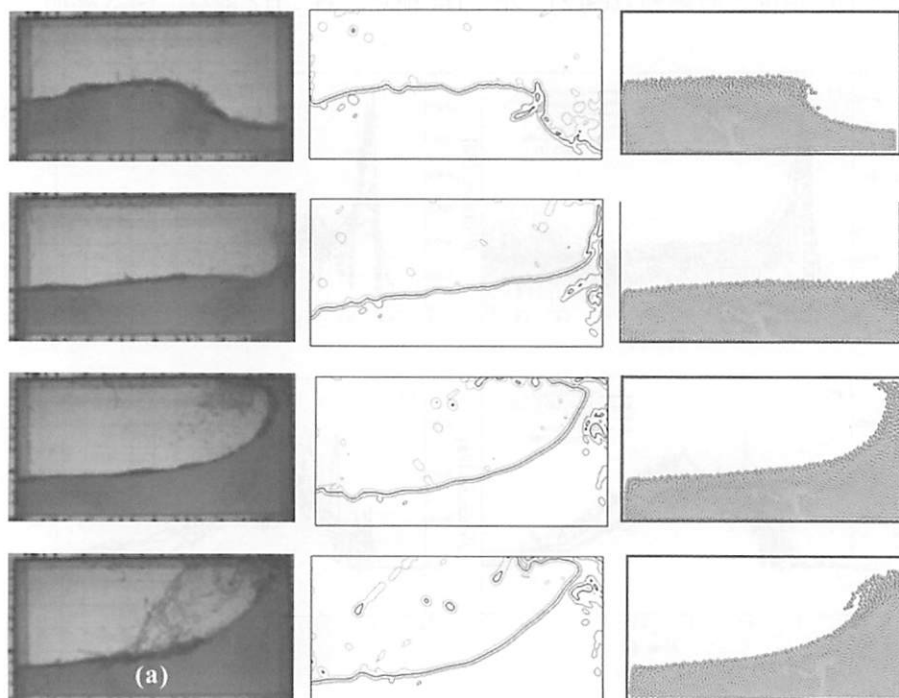


図 18: スロッシングタンク内の水面形変化 (test3). 上から 0.13 s, 0.26 s, 0.39 s, 0.52 s 後. 左: 実験画像 (Kishev et al. 2006 より), 中: Open FOAM, 右: SPHysics.

SPHysics, OpenFOAM の結果が実験値を有意に逸脱しているかのように見えるが, この圧力変化は対象とした衝撃圧と比べると決して大きなものではなく, モデルの性能を示すものではない. 同一の条件で試行実験を行っても同様な差異は生じるため, 圧力や流速の様に僅かな擾乱に対して敏感に変動する物理量と比較する場合は, 瞬時値ではなくやはり統計的な比較が不可欠となる.

なお, 男性モデルとのカップリングがある FSSM, Mutsda モデルと, 構造物を剛体として扱う他のモデルとにおいて, 圧力変化に関する有意な差異は確認できなかった.

4.3 スロッシング (test3)

図-18 及び図-19 は, test3 におけるスロッシングタンク内の水面形の撮影画像と対応する計算結果を比較したものである. タンク内で波が伝播し, 側壁に衝突して情報へ跳ね上がり, 天井に再衝突したジェットが着水するまでのスロッシング過程をどのモデルも適当に再現しているのがわかる. しかしながら, 薄い膜状に伸張するジェット及び飛沫生成の再現は, 高解像計算を要することから容易ではない一方, MPS の結果は明らかに膜状に広がる粒子列群を再現している (図-19).

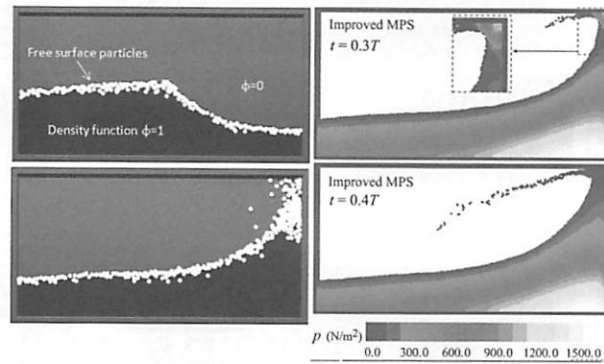


図 19: スロッシングタンク内の水面形変化 (test3). 左 : Mutsuda モデル (0.13 s, 0.39 s), 右 : CMPS-HS-HL-ECS-GC (0.39 s, 0.52 s).

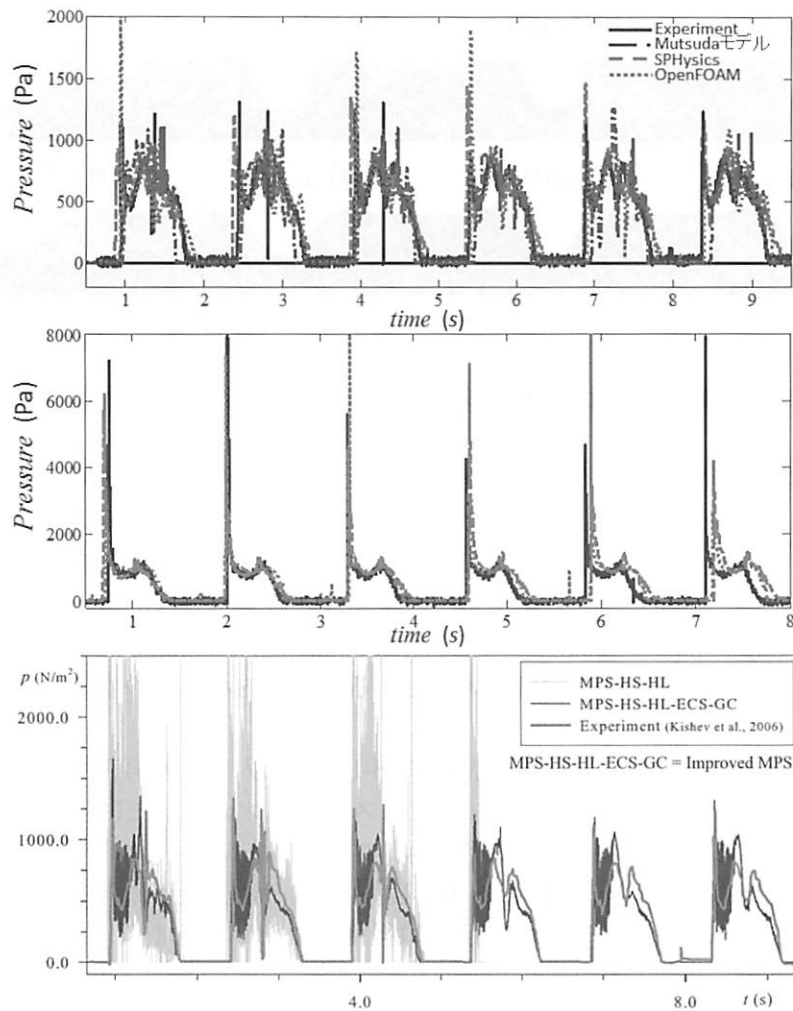


図 20: 壁面に作用する衝撃圧の時系列 (tetst3). 上及び下 : $h=12$ cm, period (T)=1.5 s, amplitude(A)=5 cm, 中 : $h=12$ cm, period (T)=1.3 s, amplitude(A)=5 cm.

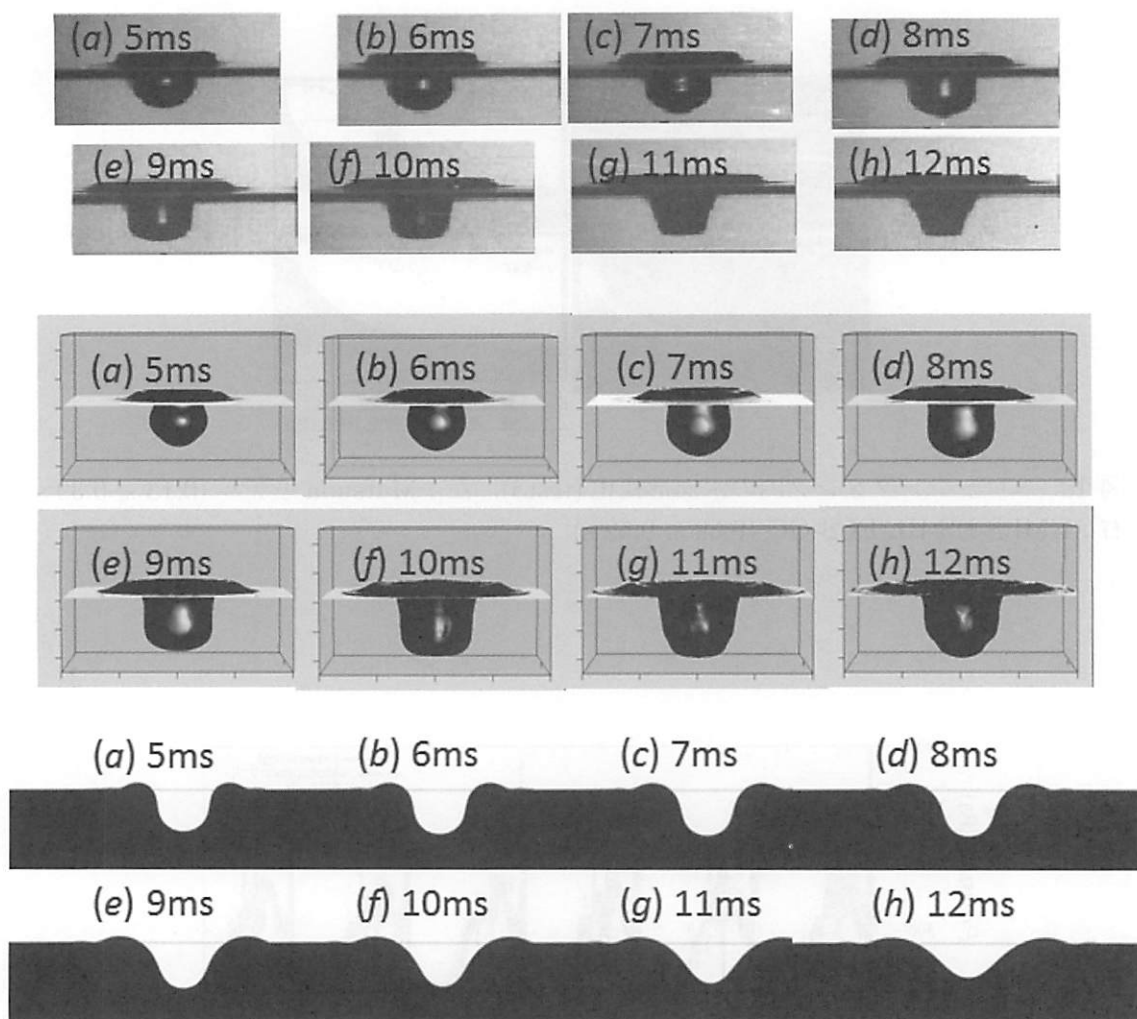


図 21: 液滴着水後に形成されるキャビティの発達に対する実験画像 (上) と Watanabe モデルによる計算結果 (中), OpenFOAM による計算結果 (下, 鉛直断面形状).

図-20 は、側壁面に作用する圧力変化の実験結果とそれぞれの計算結果を比較したものである。波の壁面への衝突に応じて発生する衝撃圧とその後水塊の鉛直方向加速度に伴う圧力低下、そして水塊の降下に伴って圧力が増加する典型的な時間発展をどのモデルもおおよそ再現している。前述したように衝撃圧の瞬間最大値や複雑な流況下における瞬時の圧力変動は、実験においても再現性が低く、実験と計算との差異がモデルの性能に起因するのとは限らないため、定量的な検証は困難である。統計的な評価の下、検討すべき課題である。

前節の段波の壁体衝突に伴う衝撃圧は MPS-HS-HL の導入により再現性が向上するのを確認したが (図-17 参照), 同一モデルにおいてもスロッシング衝撃圧に対しては非常に大きな圧力振動を伴うことがわかる (図-20 参照)。この対応として、粒子密度の動的最適化によるさらなる高精度化により (MPS-HS-HL-ECS), 粒子密度低下に伴う精度低下が誘発する振動を抑制し、相対的に安定した結果を取得することができる。

4.4 液滴の着水 (test4)

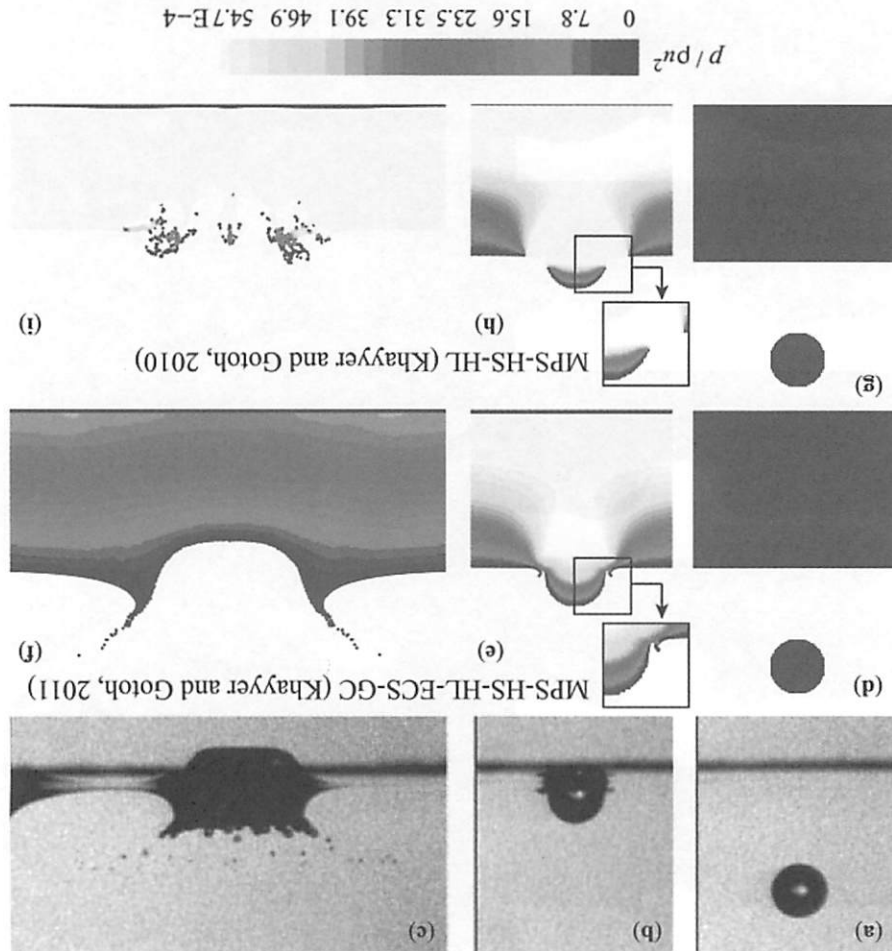
図-21 は、test4 における液滴の静水への着水後に発達するキャビティ形状の時間変化の可視化実験画像と Watanabe モデル及び OpenFOAM による計算結果を比較したものである。初期段階において半球状であったキャビティは徐々に円柱状の形状へ変化し、その後

図-22は、染色した液滴が静水に着水した後、キャピラリー直下で発生する染色水からなる渦輪の発達を可視化実験画像と比較したものである。一般に、曲率のある自由水面では

図-22は、高速で静水に着水する液滴下において形成されるクラウンとその先端から放出する飛沫群の様子を高精度 MPS 系モデルで計算した結果である。CMPS-HS-HL による結果は高速で放出されるクラウンを再現できないが、粒子密度の動的最適化により適当なクラウン形状と飛沫の放出と同一方向へ配列する粒子群を計算している (CMPS-HS-HL-ECS-GC)。

円錐形状へと遷移する。なお、キャピラリー形状は水面上リム部の高曲率水面の形成に起因する表面張力波がキャピラリー内部を伝達することによって発達するため、自由水面あるいは界面上の表面張力を適切に評価することで再現が可能となる。Watanabe モデルでは、自由水面の力学的ジャンプ条件を水面位置で満足させるスキームを導入しているため、局所的な表面張力を正確に計算可能であり、表面張力波の伝達に伴う局所水面変化を良好に再現している。一方、OpenFOAMをはじめとする CSF モデルによる気液統一方程式系では複数個の計算グリッドに渡って滑らかに分布する表面張力分布を体積力として運動方程式に導入するため、一般に界面近傍の力学バランスの不鮮明化が生じ、得られる解も界面近傍において不鮮明解 (smeared solution) となる (付録 A 参照)。このため、計算されたキャピラリー形状もまた滑らかな変化となり、実験結果とは整合しないのがわかる。こうしたモデルは界面の挙動を数値的に安定化させるために高い計算効率を有するが、水面の不安定現象を扱うのは不向きと考える。

図 22: 液滴の着水に伴うクラウンの発達に対する実験画像 (a, b, c), CMPS-HS-HL-ECS-GC による計算結果 (d, e, f), CMPS-HS-HL による計算結果 (g, h, i)。



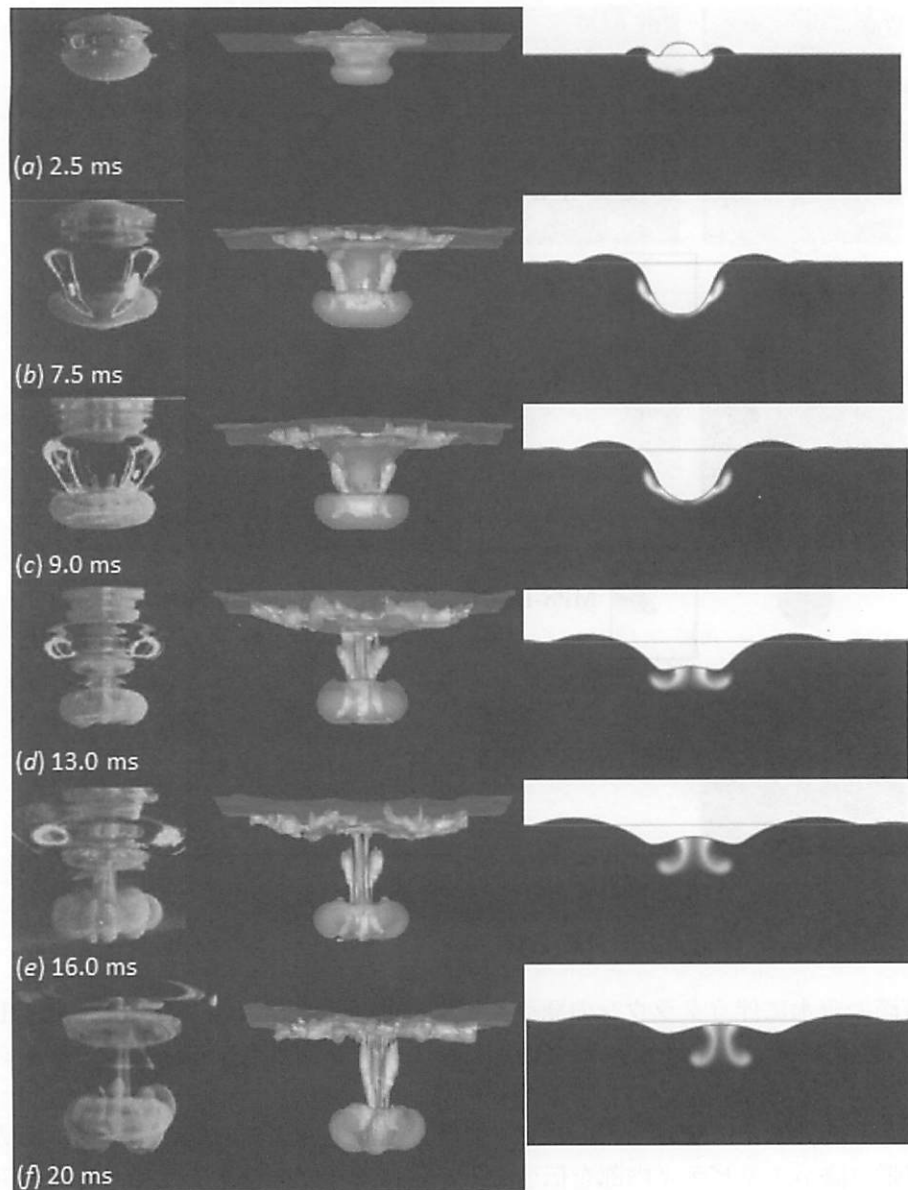


図 23: 染色した液滴の着水によって生成される渦輪の発達に対する実験画像 (左), Watanabe モデルによる計算結果 (中), OpenFOAM による計算結果 (右, 鉛直断面分布).

力学的境界条件の一つであるゼロ接線方向せん断力を満足するために必ず水面上に渦度が発生することが知られている (Longuet-Higgins 1992). 液滴の着水イベントで発生する渦輪は着水時の液滴と接触静水面とがなす高曲率水面形状の形成に起因して発生するものであり, 水面の力学的境界条件を合理的に与えることで再現可能となる. 生成された渦輪は, キャビティ底部から下方へ放出され, 渦輪の軸に沿って規則的に染料分布が変化する方位角不安定が生じているのが実験画像から観察できる. 前述のように Watanabe モデルは, 水面上の力学的ジャンプ条件を強制するスキームを導入しており, 実験結果と矛盾のない渦輪中に捕捉された数値染料分布を再現している. 一方, 界面近傍が不鮮明解となる OpenFOAM の結果においても渦輪の 2 次元断面分布を示すような数値染料分布が現れるが, その発達過程は実験画像と比べて大きな差があると言わざるを得ない.

5 まとめ

多様な特徴をもつ7つの数値モデルにより、4つの独特の特徴をもつ流れに対するベンチマークテストを行った。以下に4章冒頭で述べた大まかなモデルの特徴に沿ってテスト結果を整理する。

A 計算流体

気液相互作用を陽的に含む混相流モデルでは、2次元水路のダムブレイクテストにおいて、巻き波ジェットの着水までは実験結果と矛盾なく水面形状を再現する一方、その後2次ジェットの発達及び再着水過程において、実験値との逸脱が確認された。これは、相互作用が何かしら過剰に計算結果に働いているのか、採用されている気液統一方程式系特有の界面近傍の不鮮明化が影響しているのかは不明であるが、界面が空気を巻き込むような複雑形状へ遷移した後現状のモデルで記述できない応答が現れている可能性がある。一般に界面近傍の力学バランスが不鮮明となる気液統一方程式系混相流モデルでは、着水に伴う局所的な表面張力及び水面の高曲率化に伴う渦度の発達など水面-流れの力学的相互作用の再現は十分ではない。水面の力学的境界条件を強制するスキーム (Watanabe et al. 2008) は、矛盾なくこれら局所水面上の現象を再現するが、スキームはやや複雑で計算コストを要する。計算対象に応じてユーザーが考えるべき選択である。

B 流体の記述

波が壁体に衝突し、衝撃圧を伴う流れにおいては、粒子法特有の圧力振動が増幅し、粒子の散乱さらにこれに起因して低下する解像度のため計算結果が不正確になる傾向がある。MPS系ではPoisson方程式の評価法、高精度Laplacianの適用そして粒子密度の動的最適化を導入し、この問題を改善可能である。SPHysicsでは、高次カーネル関数の導入や人工粘性を導入して強制的に安定化させることが考えられるが、これにより再現結果は大きく異なる可能性があるため、使用においては事前に詳細な検証が必要である。

C 移流計算法

本テストに参加したモデルは、どれも十分高い計算精度をもち、その移流計算に関わる差異は陽的には確認できなかった。しかしながら、A 計算流体で指摘した2次ジェットの発達で生じる不一致は、移流計算法の差異に起因している可能性がある。これについては、気液統一方程式系混相流モデルを使用し移流計算にCIP法を導入しているDOLPHIN-3Dの結果を待って検討する。

D 自由水面/界面検出法

従来VOF法で用いられていたdonor-acceptor法による水面検出は高曲率水面の再構成時に発生する質量損失が問題となっていたが、高次モデルの導入により他の検出法と同等の精度をもって水面追跡が可能である。特にOpenFOAMは安定性、ロバスト性、精度共に高い様に感じた。粒子群の質量保存を考える粒子法は、本来自由水面への適用を前提に考案されたものではなく、特性的に水面の厳密な定義が難しいのは承知した上で、やはり粒子密度が低下した場合の水面形の解釈に曖昧さが存在する。これについては、今後の研究の進展を望みたい。

E 離散計算法

SPHysicsによるカーネルの変更に伴う再現結果の大きな差異は(図-11)、手軽に入手可能なフリーソフトのブラックボックス的使用の危険性を示す一例と考える。マニュアル等で十分にその特徴を把握した上で、検証を行い使用する必要がある。著者は、本来数値計算は、対象とする現象を模擬するためにモデルを変更するようなものではなく、単純に解析的に解けない支配方程式を解くためだけの技術であると考えており、方程式の解は一意でなければならないと信じている。

F 構造物モデル

今回行ったベンチマークテストでは、弾性モデル導入によるテスト結果への寄与は確認できなかった。

本稿で紹介した結果は、行ったテストの一部であり、全テスト結果を整理した成果は別の機会で報告することを申し添える。

A CSF モデルと不鮮明化

Continuum Surface Force (Brackbill et al. 1992) を適用し気液統一解法に用いられる Navier-Stokes 式は、一般に以下の様に書かれる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho(x_i)} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu(x_i)}{\rho(x_i)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \sigma \kappa \delta(x_i - \zeta_i) n_i + g_i, \quad (2)$$

ここで、 σ は表面張力、 κ は曲率、 g は重力加速度である。任意位置での密度、粘性係数は次式で与えられる。

$$\rho(x_i) = \rho^{(2)} + (\rho^{(1)} - \rho^{(2)}) H(x_i - \zeta_i) \quad (3)$$

$$\mu(x_i) = \mu^{(2)} + (\mu^{(1)} - \mu^{(2)}) H(x_i - \zeta_i), \quad (4)$$

ここで、 $\rho^{(1)}, \rho^{(2)}$ は、異なる相のそれぞれの密度を表し、 $\mu^{(1)}, \mu^{(2)}$ は、異なる相のそれぞれの粘性係数である。また、水面とグリッドの距離に応じて滑らかに変化する数値ヘビサイド関数

$$H(x_i - \xi_i) = \begin{cases} 0 & (x_i - \xi_i) n_i < -\epsilon \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(x_i - \xi_i) n_i}{\epsilon} + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi(x_i - \xi_i) n_i}{\epsilon}\right) \right) & -\epsilon \leq (x_i - \xi_i) n_i \leq \epsilon \\ 1 & \epsilon < (x_i - \xi_i) n_i \end{cases} \quad (5)$$

と数値デルタ関数

$$\delta(x_i - \xi_i) = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi|x_i - \xi_i|}{\epsilon}\right) \right) & -\epsilon \leq |x_i - \xi_i| \leq \epsilon \\ 0 & \epsilon < |x_i - \xi_i| \end{cases} \quad (6)$$

で定義される。 ϵ は、界面を挟んで通常 3 から 5 グリッド程度の厚さをもつ。即ち、本来、厳密に界面位置で与えられるべき圧力、せん断力のシャープに変化する力学的ジャンプ条件ではなく、滑らかに界面より遥かに厚い領域で変化する応力が与えられ、これにより特異点となる水面における物理量の微係数の不連続を回避することができる。この統一方程式から解かれた解は界面近傍で不鮮明解となるが、数値的安定性を確保できる。

これとは別に気体と液体の運動方程式を界面で力学的境界条件により結合する二流体モデル (渡部・岩下 2011) も提案されている。

参考文献

- [1] Brackbill J.U., Kothe D.B., and C.Zemach: A continuum method for modeling surface tension, J. Computational Physics, Vol.100, pp.335-354, 1992.
- [2] Gotoh H. and Sakai T. (1999): Lagrangian simulation of breaking waves using particle method, Coast. Eng. J., 41(3-4), pp.303-326.
- [3] Hirt, C. W. and B. D. Nichols(1981) : Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, Journal of Computational Physics, Vol.39, pp.201-225.

- [4] Horiuti K. (1997): A new dynamic two-parameter mixed model for large-eddy simulation, *Phys. Fluids*, 9 (11), 3443 – 3464.
- [5] Janosi I.M., Jan D., Szabo K.G., Teitel T., Turbulent drag reduction in dam-break flows, *Experiments in Fluids* 37 (2004) 219–229.
- [6] Khayyer A. and Gotoh H. (2008): Development of CMPS method for accurate water-surface tracking in breaking waves, *Coast. Eng. J.*, 50(2), pp.179-207.
- [7] Khayyer A. and Gotoh H. (2009): Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure, *Coastal Engineering*, 56, pp.419-440.
- [8] Khayyer A. and Gotoh H. (2011): Enhancement of Stability and Accuracy of the Moving Particle Semi-implicit Method, *Journal of Computational Physics*, 230, pp.3093-3118.
- [9] Kleefsman K.M.T., Fekken G. , Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B., A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems, *Journal of Computational Physics* 206 (2005) 363–393.
- [10] Kishev Z. R., Hu C., Kashiwagi M., Numerical simulation of violent sloshing by a CIP-based method, *J Mar Sci Technol* (2006) 11:111–122.
- [11] Koshizuka S. and Oka Y. (1996): Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-434.
- [12] LIOW J. L., Splash formation by spherical drops, *J. Fluid Mech*, 427, 73-105, 2001.
- [13] Longuet-Higgins M S 1992, Capillary rollers and bores, *J. Fluid Mech.* 240, 659-679.
- [14] Monaghan, J. J. (1992): Smoothed particle hydrodynamics. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 30, pp.543-574.
- [15] Peck B., Sigurdson L., The three-dimensional vortex structure of an impacting water drop, *Phys Fluids*, 6(2), 564, 1994
- [16] Salvetti M.V., Banerjee S.: A priori tests of a new dynamic subgrid-scale model for finite-difference large-eddy simulations, *Phys.Fluid*, Vol.7, No.11, pp.2831-2847. 1995.
- [17] Yabe, T., & Wang, P-Y., 1991. A universal solver for hyperbolic equations by Cubic-Polynomial Interpolation I. One dimensional solver. *Comp. Phys. Comm.*, vol. 66, pp. 219–232.
- [18] Watanabe, Y., Saruwatari, A. & Ingram, D. M., 2008. Free-surface flows under impacting droplets. *J. Comp. Phys.*, vol. 227, pp. 2344–2365.
- [19] 海岸工学委員会 数値波動水槽研究小委員会, 数値波動水槽一砕波波浪計算の深化と耐波設計の革新を目指して一, 土木学会, 2012.
- [20] 川崎浩司, 袴田充哉 (2007), 3次元固気液多相乱流数値モデル DOLPHIN-3D の開発と波作用下での漂流物の動的解析, 海岸工学論文集, 54, 31-35.
- [21] 功刀資彰 (1997), 自由水面を含む多相流の直接数値解析法, 機械学会論文集 B 編, 63, 609, 1576 – 1584.

- [22] 中村友昭・Yim S.C., 水谷法美 (2010), 三次元流体・構造・地形変化連成数値計算モデルの開発と没水物体周辺の洗掘現象への適用, 土木学会論文集 B2(海岸工学), 66 (1), 406-410.
- [23] 陸田秀実・新蔵慶昭・土井康明 (2008), 衝撃砕波圧作用下における固体流体連成解析法と構造物の動的応答特性, 海岸工学論文集, 55, 31-35.
- [24] 渡部靖憲, 岩下厚志 (2011) 気液二相流の界面力学的境界条件適合スキームの開発と風波生成過程への応用, 土木学会論文集 B2(海岸工学), 67 (2), 16 - 20