

水工学シリーズ 12-B-6

海岸構造物の耐波設計と数値波動水槽の活用

大成建設

伊藤 一教

土木学会
水工学委員会・海岸工学委員会

2012 年 8 月

海岸構造物の耐波設計と数値波動水槽の活用

Utilization of a numerical wave flume for structurally resistive design against wave action of coastal facilities

伊 藤 一 教
Kazunori ITO

1. はじめに

海岸構造物の耐波安定性は、波・流、構造物および地盤の相互作用の結果として確保されるべきものである。海岸構造物の設計において、この相互作用を同時に精度よく評価することができる技術が確立できるならば、より高度な設計に到達すると考えられる。

東北地方太平洋沖地震津波以降、想定を超える外力に対しても「粘り強い構造物」の構築が求められている。これを換言するならば、設計条件を超過する外力に対する構造物の限界状態の評価が求められていることになり、波・流、構造物および地盤の相互作用を対象とした評価技術が必要とされていると言える。それを具現化する技術のひとつとして、数値波動水槽の深化には大きな期待がある。

一般的な通念として耐波設計という言葉は、完成断面に対して実施される設計という印象があり、完成断面に対する限界状態を予測することは合理的な設計を確立する上で重要である。一方、施工中の構造物に目を向けるならば、やはり限界状態を評価することの必要性は高いと考えられる。例えば、人工島建設のように大規模護岸建設が数年に及ぶケースを考える。その場合、耐力が低い施工途中の断面で台風等による高波に遭遇する可能性は十分にある。建設期間が数年と短いことから施工時の設計波浪も極値統計的には小さく設定されるが、実際にそれを上回る高波に遭遇したならば、施工途中の構造物には被災が生じ、その結果として施工の手戻りが発生するため建設期間や費用に影響を及ぼす。したがって、仮に施工時設計波浪を上回る外力が施工途中の構造物に作用した場合の限界状態を精度よく把握することができるならば、台風を考慮した工程の設定や仮設構造物の選定などに工夫を凝らすことができ、効率的な施工につながると考えられる。ゆえに、波・流、構造物および地盤の相互作用の結果として生じる限界状態を評価できる技術の確立は、海岸構造物の設計・施工において重要な役割を果たすと考えられ、数値波動水槽の発展はその一翼を担う技術と位置付けられる。

さて、今回の研修テーマである「数値波動水槽 一波浪計算の深化と耐波設計の革新を目指して」¹⁾を受けて、本稿では実務的な観点から、出来る限り構造物と関連性のある数値波動水槽の活用事例について述べることを目指すべくであろうが、2章にて述べるように、波・流、構造物および地盤の相互作用は広範囲にわたる現象であることから、すべてに言及することには限界がある。したがって、既往の研究レビューについては委員会報告書¹⁾ 参照して頂くものとし、本稿では以下の二点に主眼を置いて記述する。

一点目は、マウンドや被覆石といった捨石構造物を対象とした数値解析に着目する。その理由は、数値波動水槽と粒状体を対象とした解析手法を組み合わせた研究が比較的多くの研究者・技術者によって取り組まれているからである。また、捨石構造物を構成する石材が自然材料であることから形状・寸法・質量に対して均一性の確保が容易ではなく、不確定性を考慮した耐波安定性評価が求められる点にも着目して研究事例を示す。二点目は、実際の構造物の形状は直線だけでなく曲線を有する場合も少なくないため数値波動水槽の解析解像度に着目し、非構造格子を用いた解析事例について研究事例を紹介する。

2. 数値波動水槽に期待される解析領域

ここでは、数値波動水槽が解析対象とする現象について整理する。図-1¹⁾ は、波、流れ、構造物および地盤の相互作用を概念的に示した模式図である。耐波設計を実行する上で検討すべき設計項目が多岐にわたることは自

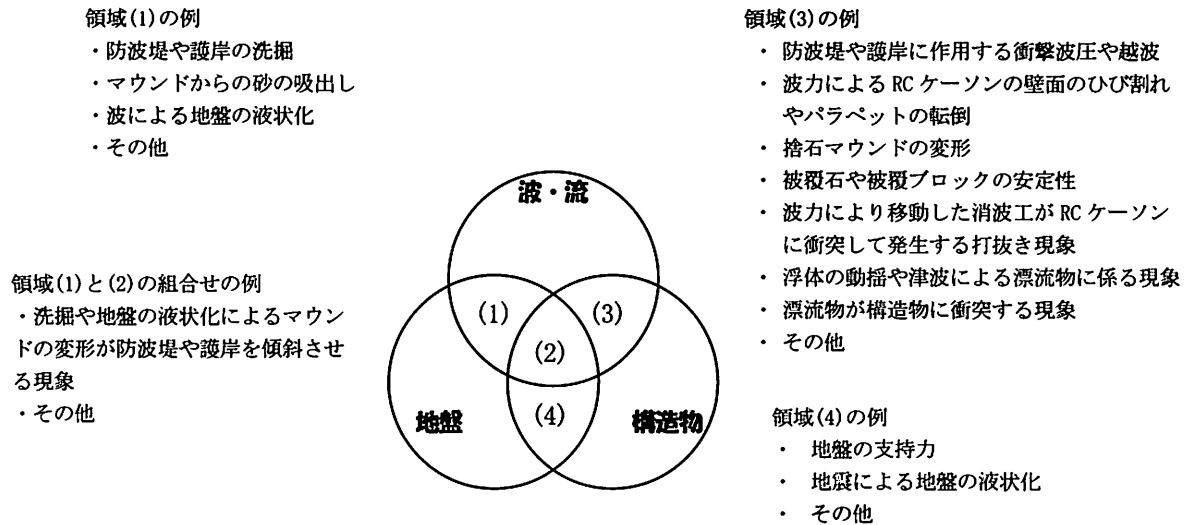


図-1 波・流，構造物，地盤の相互作用の概念図

明であり、図-1の各区分に対して現象を明確に区別することは出来ないが、図中の(1)から(4)に対応する現象の俯瞰を試みるならば以下のように例示できる。図-1(1)領域の現象は、防波堤や護岸の洗掘、マウンドからの砂の吸出しあるいは波による地盤の液状化に対応する。(1)と(2)を合わせた部分は、洗掘や地盤の液状化によってマウンドの変形が生じ、防波堤や護岸本体が傾斜変形する現象が例として対応する。(3)の領域は、地盤を除く波・流と構造物が相互干渉する現象となる。例えば、防波堤に作用する衝撃波圧や越波に関する現象である。その延長線上に位置する問題としては、波力による RC ケーソンの壁面のひび割れ現象やパラペットの転倒現象がある。そして、捨石マウンドの変形、被覆石や被覆ブロックの安定性もこの部分に属する。さらには、波力により移動した消波工が RC ケーソンに衝突して発生する打抜き現象、浮体の動揺や津波による漂流物に係る現象、そして漂流物が構造物に衝突する現象もこの部分に属する。そして、(2)と(3)を合わせた部分の現象は、波による地盤の液状化や洗掘に加え波力によって誘発される防波堤や護岸の変形に対応する総合的な状況を網羅することになる。(4)は波・流れを伴わない地盤と構造物の相互作用であるから、地盤の支持力や地震による地盤の液状化などが対応する。このように俯瞰的な整理からだけでも、波・流，構造物および地盤の相互作用は広範囲の現象であり、数値波動水槽に期待される役割が多岐にわたることを再確認することができる。

3. 数値波動水槽の利点 ～洗掘現象を例にしたケース～

今回の研修テーマである「数値波動水槽」は、文字通り水槽実験に代わる設計ツールという意味が第一の位置づけと考える。それゆえ、出来る限り制約を最小化した数値解析手法という観点から Navier-Stokes 方程式を基礎方程式とする数値解析に主眼が置かれている。一方で、高度な数値解析手法の場合には解析負荷が大きい、例えば、大型計算機のように高性能計算機を必要とする、あるいは計算時間が膨大になるという懸念があり、実務設計への適用を考える場合にはこの点が課題となる。実務の立場からは計算負荷の軽減という視点は極めて重要であることから、例え Navier-Stokes 方程式の数値解法によらない手法でも、その精度および適応性が明確であること、さらには実務適用時の簡便性やロバスト性が担保されるならば、そのような手法も数値波動水槽と捉えることができる。すなわち、広義の位置づけにおいて数値波動水槽は数値解析全般をさし、狭義の意味では Navier-Stokes 方程式に基づく解法もそれ以外の解法もともに数値波動水槽に位置づけられる。

しかしながら、ここでは Navier-Stokes 方程式に基づく数値波動水槽に着目することを前提とするため、Navier-Stokes 方程式に基づく数値波動水槽を耐波設計へ活用する利点について、波・流れと構造物の相互作用の典

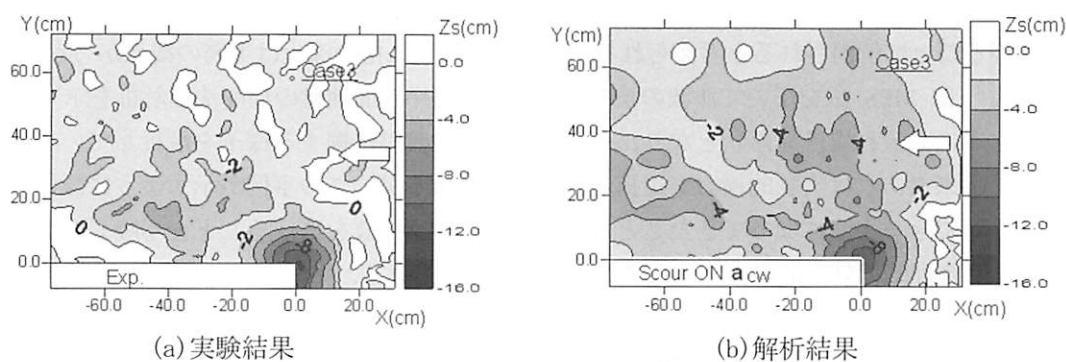


図-2 一様中にある構造物近傍の洗掘事例²⁾

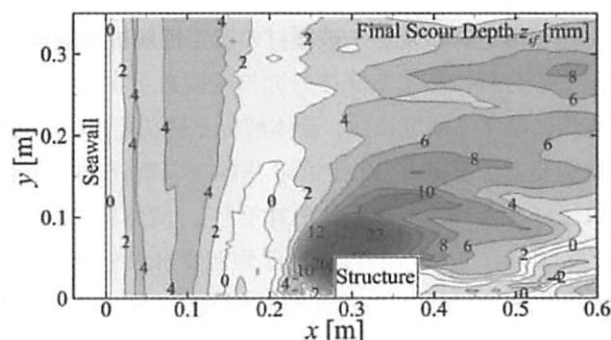
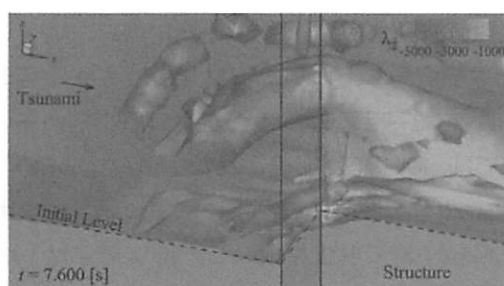


図-3 津波による構造物近傍の洗掘解析の事例³⁾

型的事例である洗掘解析を例に示す。

図-2 は Ohtani ら²⁾が実施した洗掘実験と解析の結果である。Ohtani らは、一様流中に設置された構造物近傍の洗掘を研究対象とし、浅水流方程式を用いた流れの解析と洗掘の発達に伴う地形変化を連成させた簡便性の高い解析方法を提案した。この研究の特徴は、局所渦による洗掘への影響を LES におけるサブグリッド Reynolds 応力に類似した付加掃流力としてサブモデル化し、平面 2 次元解析の流場解析では扱われない 3 次元な流れ場の構造、すなわち、渦の影響を評価する点である。Ohtani らの方法は、3 次元な渦の影響が現れる箇所を与条件として与えるものであり、図-2 の場合であれば、構造物の隅角部を指定する。実現象として隅角部に局所洗掘が現れることは自明であるため、実用上の簡便さや計算負荷が少ない点で極めて有効な手法の一つと考えられる事例である。

一方、図-3 に示す中村・水谷³⁾の研究は、Navier-Stokes 方程式を基礎式とする MARS 法により流体場を解析し、地盤解析に Biot 式に基づく有限要素解析を用いる 3 次元解析を用いて構造物近傍の局所洗掘を解析したものである。この研究の利点は、Ohtani らの方法で渦の影響をサブモデルとして取り込み、局所洗掘箇所を与条件とするのに対し、渦の影響は解析結果に直接再現され、波・流と地盤の相互作用を同時解析することにより、地盤の有効応力の変化から洗掘箇所が自動的に判定される点にある。このように、波・流れと構造物の相互作用を直接的に取り扱う解析手法は、簡便性や計算負荷の点では劣るものの、技術者判断を伴う与条件の減少という点に利点がある。さらには、構造物形状が複雑な場合や従来の経験的な形状でない場合においても適用できる点は、

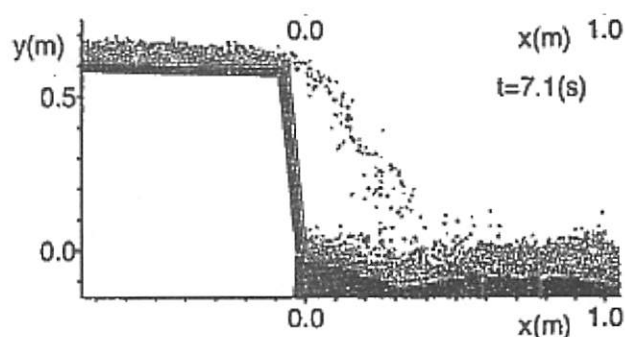


図-4 MPS 法を用いた津波の戻り流れによる護岸前面洗掘の解析事例例⁴⁾

実務的な観点からも有用な手法と言える。少なくとも計算負荷に関しては、近年の計算機性能の進歩の速さを鑑みれば、年を経るごとに解消されると考えられるため、数値波動水槽の深化は実務の観点からも期待される。

また、後藤ら⁴⁾は MPS 法を用いて津波の戻り流れによる護岸前面地盤の局所洗掘解析を示した(図-4)。図-4からも分かるように、流れ場は滝落状となり、その結果海底地盤が洗掘する様子を解析している。滝落による洗掘現象の場合、従来であれば実験的検討が選択されると想像するが、この事例が示すように数値波動水槽によって取り扱うことができるようになってきたことは、検討方法の選択肢を広げること示唆しており、数値波動水槽の深化が、より合理的で効率的な実務遂行に寄与すると考えられる。

4. 数値波動水槽を用いた波・流と構造物の解析事例

波・流と構造物の相互作用に着目した場合、その対象が非常に広範囲であることは2章の図-1を用いて述べた。ここでは、構造物として捨石構造物や被覆石に着目し事例を紹介する。

4. 1 捨石構造物の変形や被覆材の安定性解析を対象とした数値波動水槽の活用事例

まず、この分野に関する既往研究の概観を示す。捨石マウンドや被覆石といった石材で構成される構造物と波の相互作用に関する研究には、流体解析と個別要素法(DEM)^{5, 6)}を組み合わせた手法を用いる事例が多い。流体解析と個別要素法を組み合わせた手法開発の草分け的研究としては、1991年に発表された小田ら⁷⁾の研究がある。小田らは土砂投入時の土砂挙動を対象とし、流体場の解析にはMAC法を土砂粒子の解析には個別要素法を用いた。その後、2000年に重松ら⁸⁾は3次元個別要素法を用いて水中沈降粒子群の解析を検討し、2001年にはVOF法と個別要素法を組み合わせた3次元解析を用いて地すべり津波に代表されるような粒子群の運動が流体運動を誘起する固液混相流解析⁹⁾を試みた。荒木・出口¹⁰⁾は、ブシネスク方程式と個別要素法を組み合わせた解析手法により捨石潜堤の変形を断面2次元で解析し、図-6に示すように400波作用後の捨石潜堤の変形が実験結果を良好に再現できることを示した。この研究で用いた手法は、流体解析にブシネスク方程式を用いていることから2章で述べた広義の数値波動水槽に位置づけられるが、計算負荷が少ないため長時間の不規則波の作用を扱えることに利点がある。被覆ブロックを対象とした解析事例としては、原田ら^{11, 12)}が円形粒子で構成した矩形被覆ブロックを対象に、振動流によるブロックの2次元挙動

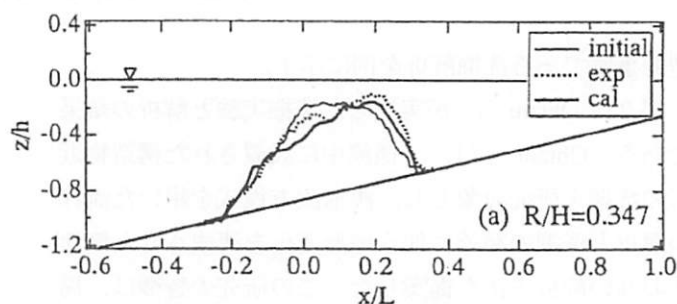


図-6 ブシネスク方程式と個別要素法を組み合わせた解析事例¹⁰⁾

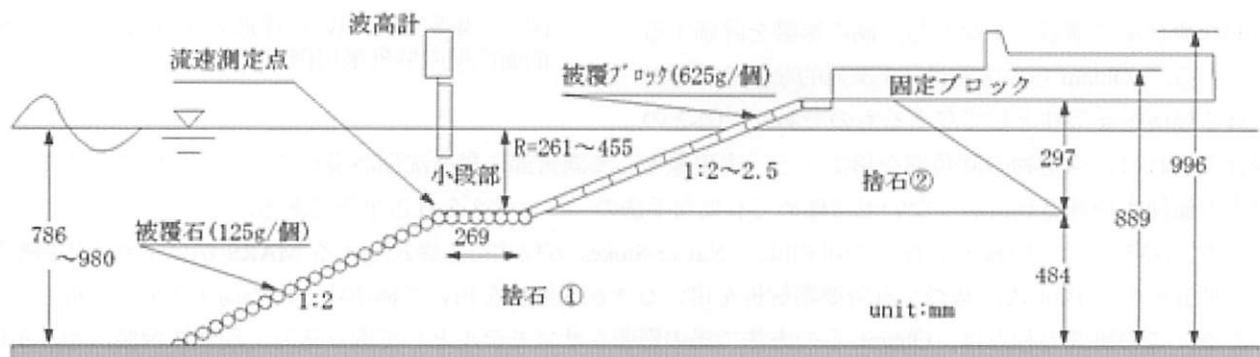
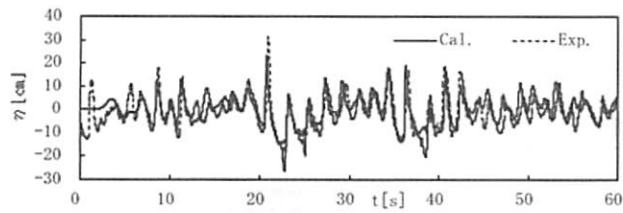
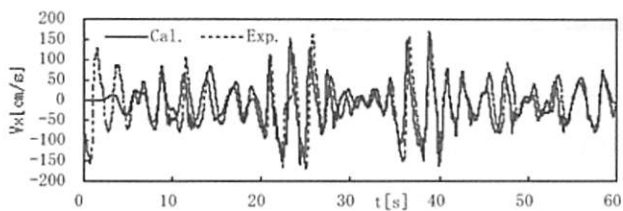


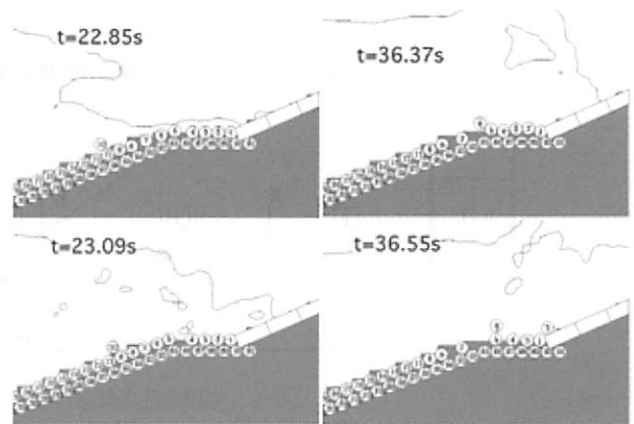
図-7 複断面緩傾斜護岸を対象とした模型実験¹⁸⁾



(a) 水位変動の比較



(b) 小段法肩部の底面近傍流速の比較



(c) 被覆石の移動計算結果

図-8 複断面緩傾斜護岸を対象とした解析事例¹⁸⁾

を検討した。消波ブロックを対象とした研究は断面2次元解析による藤井ら¹³⁾の研究、3次元解析による原田ら¹⁴⁾、後藤ら¹⁵⁾の研究がある。流体と物体の連成に関しても原田ら¹⁶⁾は固相に個別要素法を液相に有限体積法を用いた Euler-Lagrange カップリングモデルを提案した。さらに前野ら¹⁷⁾は流体解析に VOF 法、構造物解析に個別要素法、地盤解析に有限要素法を組み合わせた手法を提案している。

伊藤ら¹⁸⁾は小段を有する複断面緩傾斜護岸(図-7)を対象に小段部に設置した被覆石の挙動解析を試みた。流体解析には CADMAS-SURF¹⁹⁾を、被覆石の挙動解析には個別要素法を用いた。不規則波を対象にした解析結果は、図-8(a)(b)に示すように、水位変動および底面近傍流速を良好に再現している。また、小段部に設置された被覆石の移動状況も概ね再現している(図-8(c))。

ここで紹介した事例だけでなく流体解析と個別要素法を活用した既往の研究は、個別要素法によって捨石構造物、被覆石、被覆ブロック、消波ブロックの挙動を再現しうることを示しており、数値波動水槽の深化という観点からは、期待が大きい分野と考えられる。具体的に、耐波設計への活用という意味においては、精度向上という議論が必要である。そこで、図-6と図-8の解析に着目する。潜堤の断面変形を対照とした図-6の場合、原論文に記載された捨石潜堤を構成する石材と潜堤断面積の関係から個別要素法で用いた要素数は1000個から3000個のオーダーと考えられる。一方、図-8では被覆石を対象としているため要素数は少なく高々100個のオーダーである。捨石潜堤の断面変形に着目した図-6の場合、多くの要素で対象構造物をモデル化するのに対し、被覆石の安定性を対象とした図-8の場合にはひとつの要素がひとつの被覆石に対応したモデル化となっている。モデル化におけるこの違いは、ひとつの要素の挙動が結果に及ぼす影響度に現れ、具体的には以下ようになる。多くの要素で構成される潜堤の場合、要素ひとつの挙動に多少の誤差があっても断面変形に与える影響は少ないが、ひとつの要素がひとつの被覆石に対応するモデルでは一要素の挙動の正確さが直接的に結果に反映されることになる。そのため、図-8のようなモデルの場合にはその挙動をできる限り正確に評価する必要があり、流体力評価の高度化や石材形状に起因する個別要素のモデル化等が課題と考えられる。

4. 2 粒状体の流体力評価と個別要素法を用いた解析の基礎的な研究事例

4.1において、流体力評価の高度化や石材形状に起因する個別要素のモデル化などが、数値波動水槽と個別要素法を用いた解析における課題であることを述べた。ここでは、流体力評価について研究事例を紹介する。捨石構

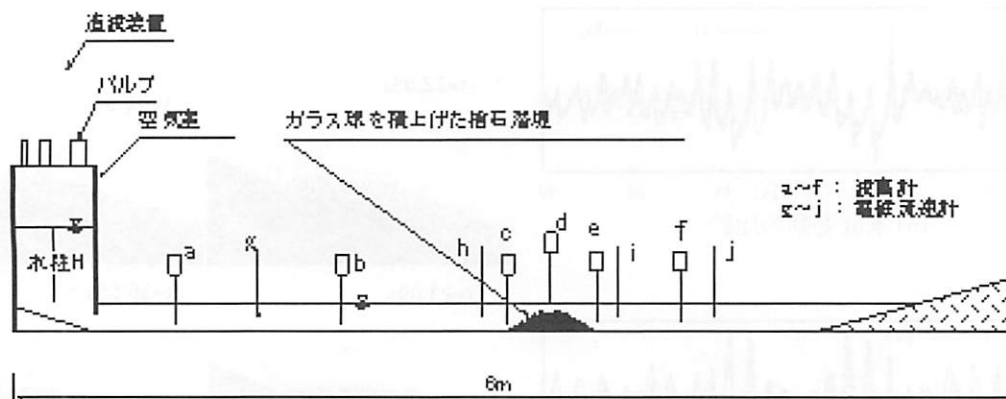


図-9 複断面緩傾斜護岸を対象とした解析事例²⁰⁾

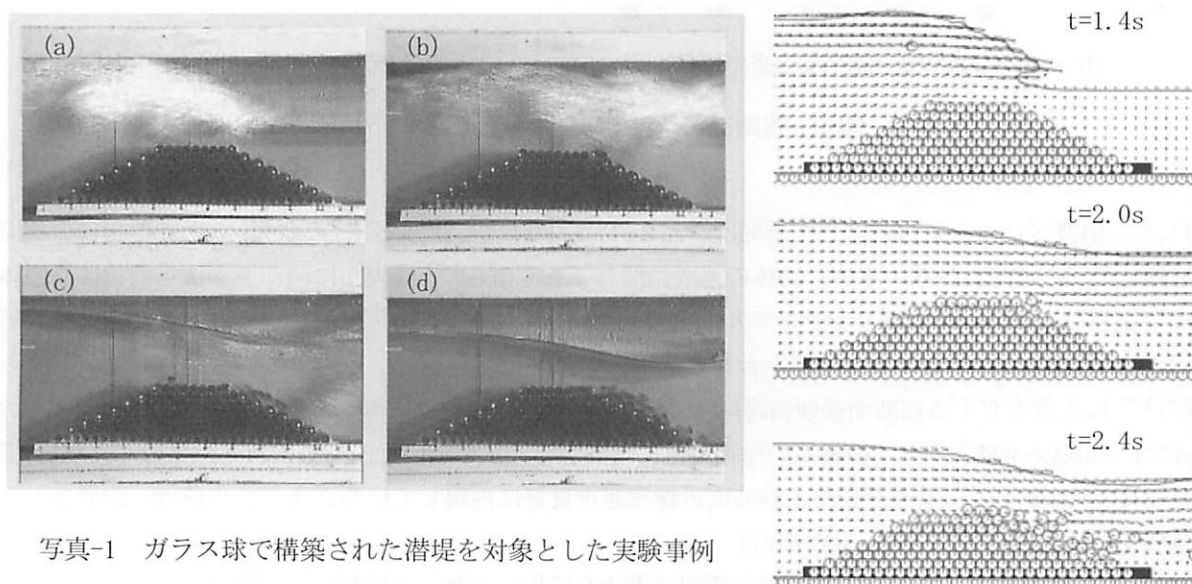


写真-1 ガラス球で構築された潜堤を対象とした実験事例

図-10 流体力を単純評価した解析事例²⁰⁾

造物の変形や被覆石の安定性を対象とし、流体解析と個別要素法を組み合わせた解析手法を用いる研究の多くは、個々の要素に作用する流体力をモリソン式タイプの方法を採用しているケースが多く、流体力係数（抗力係数、慣性力係数、揚力係数）を用いて流体力が算定される。捨石の規模が流体現象に比べて小さいため抗力のみを考慮するケースも多く、流体力係数の組み合わせは研究によって異なる。ただし、抗力と慣性力についてはKC数によって両者の寄与を比較的容易に判断できる。ここでは、流体解析と個別要素法を用いた解析の流体力評価に関する研究事例を紹介する。

図-9は、水路内に写真-1に示すようにガラス球で潜堤を構築し、エアチャンバー方式の造波機で段波状の波を潜堤に作用させる実験装置である²⁰⁾。実験は、写真-1に示すように潜堤を波が通過した際のガラス球の移動挙動を確認するものである。実験結果は、上流側法肩のガラス球がピックアップされ、その後、天端上を移動するとともに（写真-1(c)）、下流側法肩のガラス球が外側から順番に法面上を降下・移動を開始した。

図-10がCADMAS-SURFと個別要素法を用いた再現計算結果²⁰⁾の解析例であり、流体力とし抗力、慣性力および揚力を単純に与えた結果である。この解析結果では、天端上のガラス球が上流側から下流側に向かって玉突き状に移動した。実験のように上流側法肩のガラス球が法肩からピックアップされる状況や、下流側法肩のガラス球が外側のものから順番に法面を転がり落ちる様子を再現することができていない。

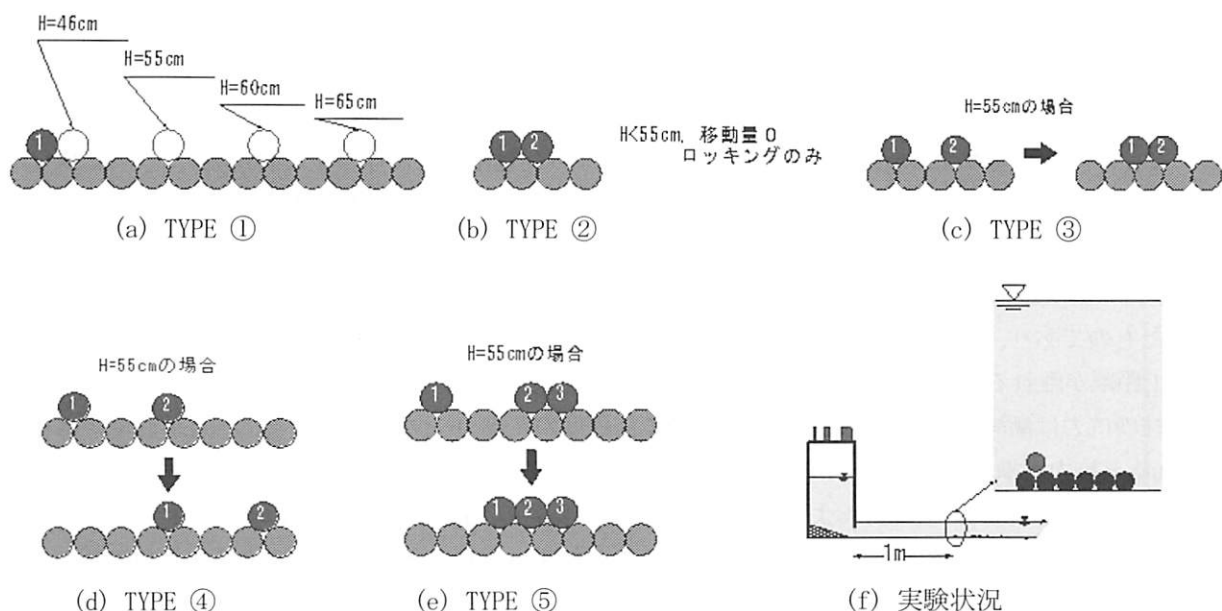


図-11 ガラス球を用いた流体力の相互干渉に関する基礎実験事例^{2 1)}

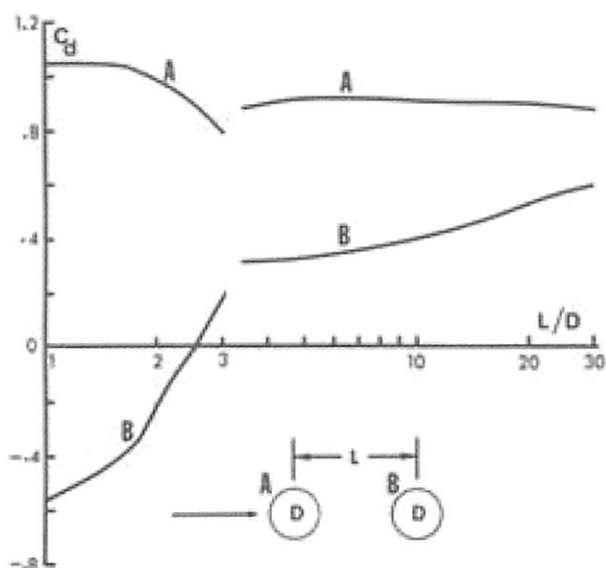


図-12 Zackharov の実験結果^{2 2)}

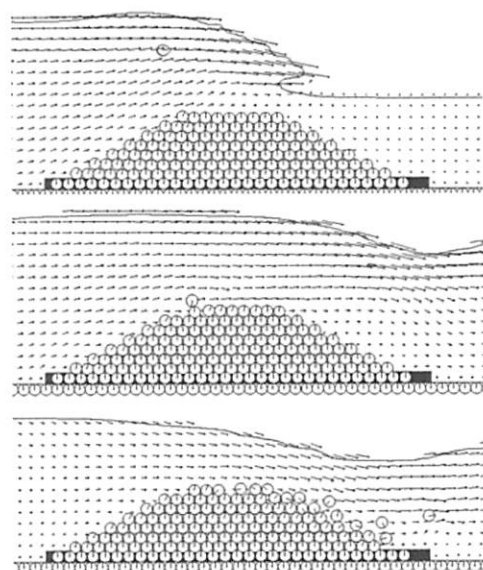


図-13 流体力評価に遮蔽効果などを考慮した解析事例^{2 1)}

この原因を流体力評価に起因すると考え、伊藤ら^{2 1)}は以下のような基礎実験を実施した。図-9 の装置を用い、流れの強度（図-9 中の水柱 H ）とガラス球の移動量の関係を調べた。その際、複数のガラス球の配置を変化させることで隣接するガラス球の交互干渉の影響に着目した。図-11 は実験条件と結果を同時に示しており、図-11(f) は実験の説明図である。

図-11 (a)に示す TYPE①は、ガラス球で作成した固定床上にガラス球を一個配置し、水柱 H を変化させてその移動量を調べた結果である。水柱 H が 46cm 未満ではガラス球がロッキングする程度で移動しないが、 $H=46\text{cm}$ の時にはガラス球一個分（直径 D ）だけ移動した。水柱 H が大きくなるにしたがい移動量も増加し、 $H=55\text{cm}$ の場合には $4D$ 移動した。2 個のガラス球を連続に並べた図-11 (b) TYPE②では、 $H=55\text{cm}$ の条件でもロッキングする程度にとどまった。次に、2 個のガラス球を $1D$ の間隔をあけて並べた図-11 (c) TYPE③では、 $H=55\text{cm}$ の条件で上

流側のガラス球は1D移動するが、下流側のガラス球は移動しなかった。TYPE②とTYPE③の結果より、上流側のガラス球の存在により下流側には遮蔽効果が表れ、単独で存在するガラス球と近接位置に他のガラス球がある場合とでは、流体力が異なることがわかる。ついで、2個のガラス球を2Dの間隔をあけて並べた図-11 (d) TYPE④では、 $H=55\text{cm}$ の条件で両ガラス球はともに移動した。以上より、遮蔽効果は球の中心間距離がおおよそ2D以内にあるときに出現することがわかる。ただし、水中Hが十分に大きい場合には、ガラス球が連続配置されていても、すべてが移動してしまう。

この結果は、図-12のZackharoph^{2,2)}の実験結果から理解できる。図-12は二列円柱の距離を変化させたときの抗力係数を示したものであり、二つの円柱間距離が直径の2~3倍以下の場合には下流側円柱に上流向きの抗力が作用し、それ以上距離が離れると抗力の作用方向が下流方向に逆転する。そして、円柱間距離が直径の2.2倍程度までは下流側円柱の抗力は漸減し、円柱間距離が直径の2.2倍程度のとき0となる。そして、円柱間距離が直径の2.2倍以上離れると抗力が漸増する。図-11の結果は、Zackharophの実験結果と定性的に一致している。

図-13は、流体力として抗力、慣性力および揚力に加えて隣接要素の遮蔽効果、さらには流速分布に起因して要素に作用する回転モーメントを考慮した解析結果である。この結果は写真-1(c)にみられる上流側法肩のピックアップを再現でき、さらには下流側法肩からひとつずつ斜面を転げ落ちる様子も再現できている。このように、流体解析と個別要素法を用いた解析において流体力の評価方法は結果に及ぼす影響が大きく、特にひとつの要素でひとつの被覆石をモデル化するような場合には、流体力の評価方法に留意する必要がある。図-12, 13の結果は一例であり、流体力評価に関しては様々な視点で研究の蓄積が必要である。実務への適用を想定するならば、被覆石の安定性は被災率にして数%の設計をするのが一般的である。したがって、数値解析に求められる精度は、誤差を被災率に換算した場合に数%を十分下回る必要がある。したがって、流体力評価の高度化は今後の課題と考える。ただし、1章でのべたように、想定を超える外力によって発生する限界状態の把握のために、ここで例示したような数値解析手法を用いる場合には、適用性が向上していると考えられる。

4. 3 確率手法を考慮した被覆材等の安定性解析の事例紹介

(1) 不確定性の考慮と簡便手法の問題点

4.1と4.2で紹介したように流体解析と個別要素法を組み合わせた解析手法は、捨石構造物の変形あるいは被覆石の安定性を対象とする場合に有力な方法に発展しうると考えられる。しかしながら、捨石構造物を構成する石材は天然素材であるがゆえに形状やサイズは不均一であるため、石材が移動する挙動には不確定性が内在する。

現状の設計方法において捨石構造物の耐波安定性は捨石の移動規模で評価され、ハドソン式にVan der Meerが提案した安定数を用いて被災率が評価される^{2,3)}。具体的に捨石構造物の変形あるいは被覆石の安定性を確認する水槽実験では、実験に使用する石材の形状やサイズが不均一であったり、噛み合わせ具合のばらつきがあるため、複数回の実験結果を平均することにより代表的な結果を得ることになる。これに対し、流体解析と個別要素法を組み合わせた解析手法は決定論的手法であるため、得られる結果は解析条件に対して確定的に決定される。この決定論的手法を水槽実験と同等のツールに向上させるためには、まず、3次元解析への拡張が考えられる。ついで、要素を球形とする限りは、石材形状の不均一性を表現することはできないため、原田ら^{1,4)}が球形要素により消波ブロックをモデル化したように、石材形状の不均一性も複数

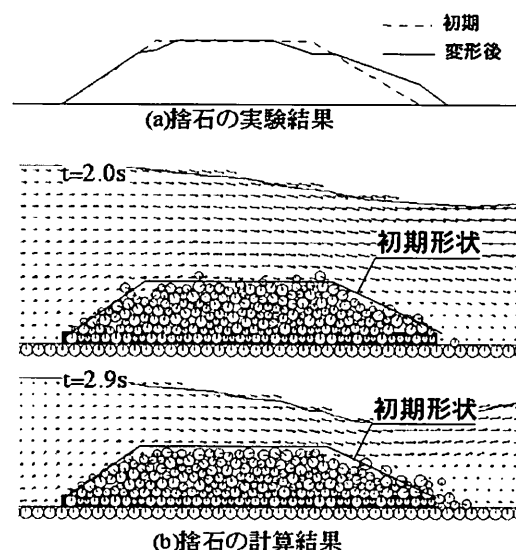


図-14 石材の不均一性を簡便に考慮した解析事例^{2,1)}

の球形要素で表現する必要がある。しかし、そのようなアプローチは、解析の煩雑化や計算負荷の膨大化につながり効率的ではない。したがって、実務的な観点からは、効率的な方法で石材形状の不均一性を考慮できる方法が求められる。

伊藤ら²¹⁾は、石材形状の不均一性を流体解析と個別要素法を組み合わせた断面2次元解析に取り込む方法として、個別要素法に用いる要素のサイズを不均一に設定し、石材の形状に起因する噛み合わせ効果と流体力の差異を、すべて流体力係数に置き換えることでモデル化する検討を行った。具体的には、各要素の流体力係数をランダムに設定する簡便な方法である。同一サイズで複数の円要素を対象とした場合、流体力係数をランダムに設定するため、その値が大きいものも小さいものも存在する。流体力係数が大きい要素は、噛み合わせが弱いあるいは流体力が大きい形状と位置づけ、流体力係数が小さい要素は噛み合わせが強いあるいは流体力が小さい形状と位置づける考え方である。図-14がその解析事例であり、定性的には実験結果を再現している。この考え方であれば3次元解析に適用しても極めて容易である。ただし、この方法は4.1で述べたように、多くの要素で対象構造物をモデル化するケースには適用性が高いかもしれないが、ひとつの要素がひとつの被覆石に対応するようなモデル化、すなわち要素数が少ない場合には、要素ひとつの挙動が結果に大きく影響を与えるため、このような簡便な考え方が適用できない。

(2) 被覆石の安定性に対する不確定性を考慮した解析事例

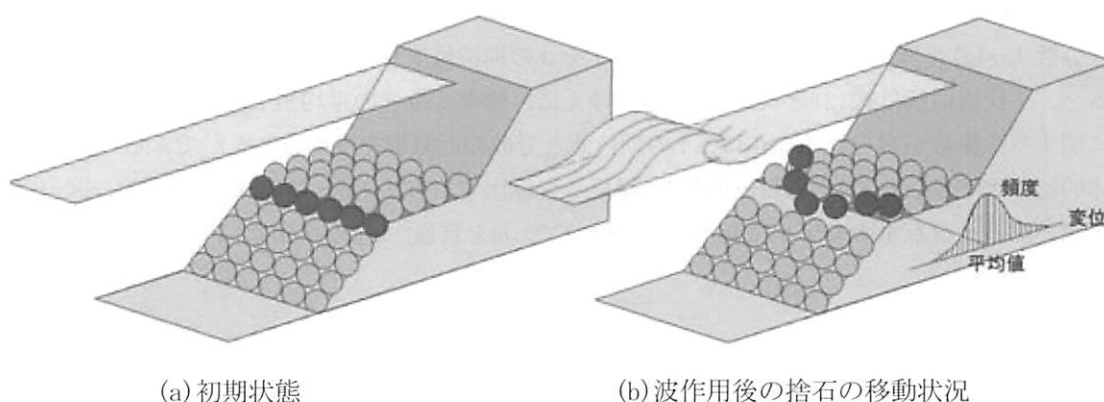


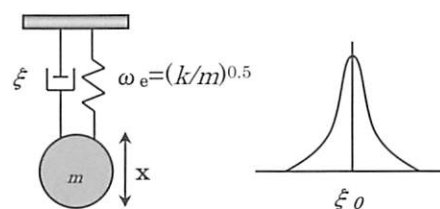
図-15 確率論に基づく被覆石の移動解析を対象とした概念図

石材形状の不均一性に起因する不確定性、すなわち石材同士の噛み合わせ効果や作用する流体力の違いを数値解析により評価する方法としては、モンテカルロシミュレーションが有力である。例えば、図-8で例示した被覆石のシミュレーションを対象にするならば、図-14の説明で述べた考え方で個々の要素に設定する流体力係数をランダムに与えて解析する。その解析を1回の試行とする。流体力係数の設定を何通りも変化させて解析を繰り返した後に結果を評価することになる。耐波設計において被覆石の被災率は数%に設定されるので、モンテカルロシミュレーションの試行回数としては被災率数%より1オーダー低い分解能が要求されるため1000回オーダーの試行回数が求められる。そのため、解析に要する時間も相当な時間となるが、解析時間は計算機能力に依存するた

$$Y = g(X) \quad (1)$$

$$E(Y) = g(\bar{X}) \quad (2)$$

$$Var(Y) \cong Var(X) \left(\left. \frac{\partial g}{\partial X} \right|_{\bar{X}} \right)^2 \quad (3)$$



(a) 一質点モデル (b) ξ の確率分布

図-16 減衰定数が確率変数の一質点モデル^{2,8)}

め、高性能計算機を用いれば十分可能であると考えられる。

ここでは、モンテカルロシミュレーションに代わる解析手法の事例を紹介する。伊藤ら^{24, 25, 26)}は、流体解析と個別要素法を組み合わせた手法に確率理論における1次近似法²⁷⁾を適用した方法を提案している。伊藤らのアプローチは確率有限要素法²⁸⁾と同様であることから、伊藤らはこの手法を確率個別要素法 (SDEM: Stochastic Distinct Element Method) と呼んでいる。

図-15は確率個別要素法を説明する概念図である。この概念図は波作用後に被覆石が移動した状態を模式的に示している。被覆石は同じ波作用下にあっても個々の形状の不均一性から、移動するものもしないものも存在する。初期状態において一線上に並んだ法肩の被覆石に着目して、波作用後の各被覆石の位置を側面から眺めると、図-15(b)のように変位の頻度分布は平均変位を中心にして分布すると考えられる。なぜなら、実際の建設工事で用いられる被覆石は設計に基づく仕様にしたがって材料の品質管理がなされるため、極端にサイズの異なる材料は使用されないからである。伊藤らが提案する確率理論に基づく解析法は、図-15(b)の頻度分布のうち平均変位を決定論的に解析し、頻度分布の広がり確率手法に基づく近似解析によって算出するものである。すなわち、もともと法肩に配置されていた被覆石の平均的な移動量は、流体力係数などの設定値に平均的な値を与える断面2次元問題として扱い、図-15(b)の頻度分布のパラツキは確率的近似法で取り扱うことにより、石材の不均一性を考慮するものである。

そこで、まず図-15(b)の頻度分布のパラツキを評価する確率的近似法である一次近似法について概説する。確率理論における1次近似法は確率変数 X の期待値と分散が既知の場合に、確率変数 X の関数 Y (式(1))の期待値 $E(Y)$ および分散 $Var(Y)$ を算出する近似解法である。 Y を X の期待値周りでテーラー級数展開し Y の平均値と分散を算出すると、1次近似解は式(2)と式(3)となる。ゆえに、確率変数 X の平均値 $E(X)$ 、分散 $Var(X)$ が既知で、関数 g の X に関する微係数が得られるならば、 Y の期待値と分散の近似解を求めることができる。

より具体的に、確率変数 X に対する目的関数 Y の微係数を算出する方法を図-16の例²⁸⁾で示す。図-16は減衰定数 ξ が確率変数である一質点系のモデルである。図-16(a)で、 m を質量、 k をバネ定数、 F を外力とするならば、運動方程式は式(4)となる。

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\xi\omega_e \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_e^2 x = F \quad (4)$$

ここで、減衰定数 ξ を期待値が0の微小確率変数 α と ξ の期待値 ξ_0 によって式(5)のように表すと、 ξ は図-16(b)のように ξ_0 を中心とした狭帯域分布の確率変数と仮定できる。

$$\xi = \xi_0(1 + \alpha) \quad (5)$$

ξ が確率変数のとき、変位 x は ξ の関数となるので、変位 x を α で次式のようにテーラー展開する。

$$\begin{aligned} x &= x(\xi_0) + \alpha\xi_0 \frac{\partial x}{\partial \xi} + 0.5(\alpha\xi_0)^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + \dots \\ &= x^0 + \alpha x^I + \alpha^2 x^{II} + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

式(5)および(6)を運動方程式(4)に代入し、 α の各オーダーでまとめると次の摂動展開式を得る。

$$O(\alpha^0) : \partial_{tt} x^0 + 2\xi_0\omega_e \partial_t x^0 + \omega_e^2 x^0 = F \quad (7)$$

$$O(\alpha^I) : \partial_{tt} x^I + 2\xi_0\omega_e \partial_t x^I + \omega_e^2 x^I = -2\xi_0\omega_e \partial_t x^0 \quad (8)$$

$$O(a^2) : \partial_{tt} x'' + 2\xi_0 \omega_e \partial_t x'' + \omega_e^2 x'' = -4\xi_0 \omega_e \partial_t x' \quad (9)$$

式(7)は期待値 ξ_0 を用いて解くことができ解 x^0 を得る。次に、式(7)の解 x^0 を式(8)の右辺に代入することで解 x' が解ける。また、式(9)も式(8)と同様に解くことができる。したがって、このモデルの目的関数 x の確率変数 ξ に対する微係数が式(8)および(9)から算出できることになり、式(2)～(3)より期待値と分散の近似解を得ることができる。

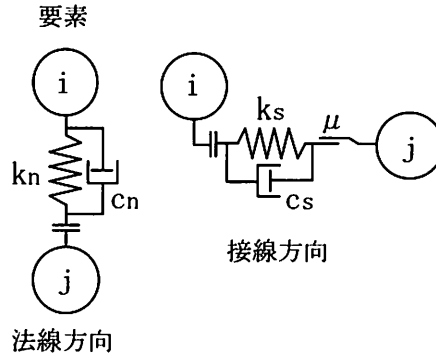


図-17 個別要素法のモデル説明図

確率個別要素法は、以上の考え方を個別要素法に適用したものである。個別要素法の場合、図-17に示すようにバネ定数 k_n 、 k_s 、減衰係数 c_n 、 c_s 、摩擦係数 μ が設定変数となる。さらに捨石構造物の石材や被覆石のように不均一な形状であり流体力を外力とする場合には、各要素の質量、抗力係数、慣性力係数など確率変数として取り扱うべき変数は多い。しかしながら、確率変数となり得るすべての変数を対象とすることは煩雑となる。そこで、伊藤らは各要素のサイズや質量を一様に設定する代わりに流体力係数や摩擦係数を確率変数とすることで、石材形状の不均一性に起因する噛みあわせの効果や流体力の差異を評価する考え方に基づいて、抗力係数 C_D 、慣性力係数 C_M および摩擦係数 μ を式(10)～(12)のように確率変数とした。また、流体解析結果の誤差を考慮する目的で流速ベクトル U も式(13)のように確率変数とした。ただし、 $\alpha_i \sim \alpha_j$ は期待値が0の微小確率変数で、 $-$ の付いた変数は各々の期待値である。

$$C_D = \bar{C}_D (1 + \alpha_1) \quad (10)$$

$$C_M = \bar{C}_M (1 + \alpha_2) \quad (11)$$

$$\mu = \bar{\mu} (1 + \alpha_3) \quad (12)$$

$$U = \bar{U} (1 + \alpha_4) \quad (13)$$

式(10)～(12)の確率変数について要素 i の変位ベクトル X_i をテーラー展開すると式(14)となる。式(14)中の微係数を算出するために、式(15)および(16)に式(14)を代入し、摂動展開することで算出する。詳細については伊藤ら^{2,6)}を参照されたい。

$$\begin{aligned} X_i(C_D, C_M, \mu, U) = & X_i(\bar{C}_D, \bar{C}_M, \bar{\mu}, \bar{U}) + (\bar{C}_D \alpha_1) \frac{\partial X_i}{\partial C_D} \bigg|_{\bar{C}_D} + (\bar{C}_M \alpha_2) \frac{\partial X_i}{\partial C_M} \bigg|_{\bar{C}_M} \\ & + (\bar{\mu} \alpha_3) \frac{\partial X_i}{\partial \mu} \bigg|_{\bar{\mu}} + (\bar{U} \alpha_4) \frac{\partial X_i}{\partial U} \bigg|_{\bar{U}} + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

$$m \frac{\partial^2 X_i}{\partial t^2} + C_i \frac{\partial X_i}{\partial t} + F_{i,k} + F_{i,g} + F_{i,f} = 0 \quad (15)$$

$$I_i \partial_{\theta} \phi + D_i \partial_t \phi + M_i = 0 \quad (16)$$

ここで、 m は要素 i の質量、 X_i は変位ベクトル、 C_i 、 D_i は減衰定数、 $F_{i,k}$ は要素間作用力の合力、 $F_{i,g}$ は重力項、 $F_{i,f}$ は流体力項である。また、 I_i は慣性モーメント、 M_i は要素に作用するモーメント、 ϕ_i は回転変位である。

確率個別要素法の妥当性^{24, 25, 26)}は、図-18に示す凹凸のある床上にひとつの要素が存在し、その要素が振動流下で往復運動する現象を対象にした基礎的な数値実験によって行われた。数値実験では抗力係数のみを確率変数としモンテカルロシミュレーション結果と比較することで適用性が検証された。同じ要素が同じ振動流下にあっても、抗力係数の違いによって移動量が異なるため、図-19のように同時刻に存在する位置も抗力係数の違いから分布がつく。確率個別要素法によって算定する値は時々刻々の移動量の平均値と分布であり、図-19の各時刻における分布の平均値と分布の広がりを示す分散である。図-20はモンテカルロシミュレーションと確率個別要素法による結果の比較である。両者に差異はあるものの、近似解放としては良好な一致度を示していると思われる。

次に、被覆石の安定性実験を対象とした解析結果を例示する。図-21(a)は、松本ら²⁹⁾が実施した混成堤マウンドの被覆石の安定性実験である。この実験は、被覆範囲を5つに区分して被災率を詳細に検討した。図-21(b)はCADMAS-SURFと個別要素法を組み合わせた決定論的手法で実験に合わせて解析した結果である。すなわち、前出の図-8で用いたのと同様の解析である。解析では抗力係数を変化させ、抗力係数が要素の変位量に及ぼす影響について感度を調べた結果である。図より抗力係数の違いは要素の変位量に敏感に影響することが確認できる。この

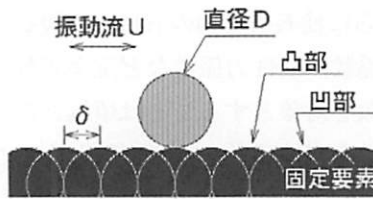
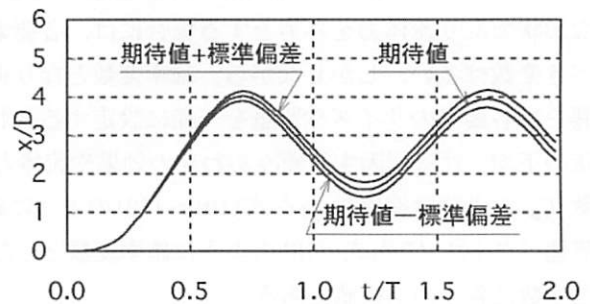


図-17 数値実験のための基礎モデル



(a) 確率個別要素法の解析結果

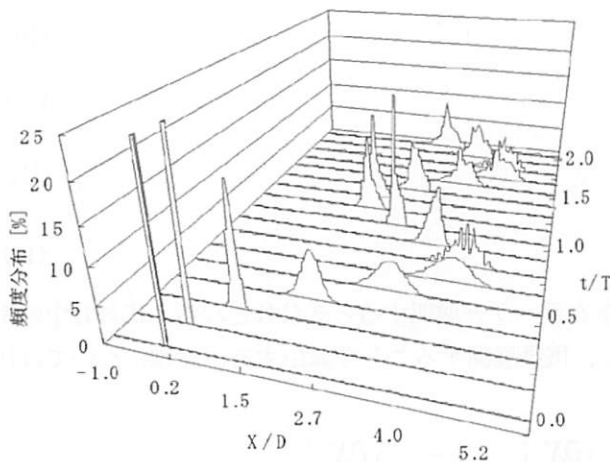
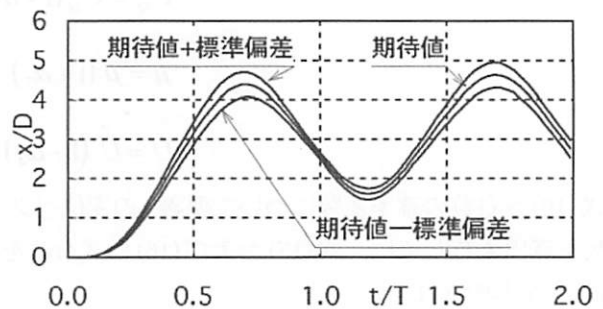
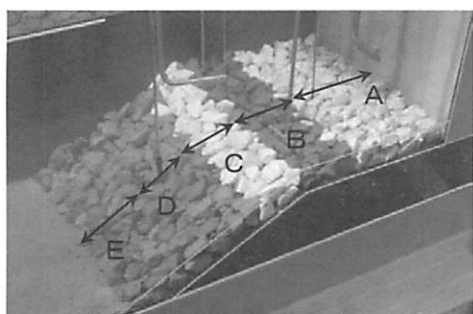


図-19 モンテカルロシミュレーションによる水平変位の頻度分布の経時変化例

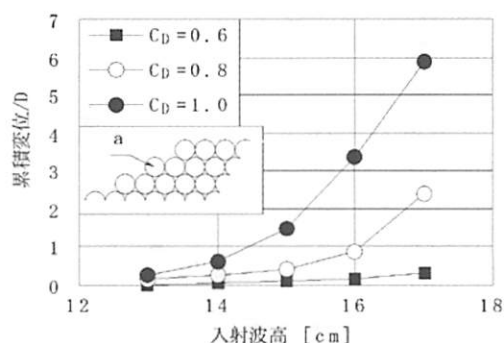


(b) モンテカルロシミュレーションの解析結果

図-20 モンテカルロシミュレーションと確率個別要素法による水平変位の経時変化の比較

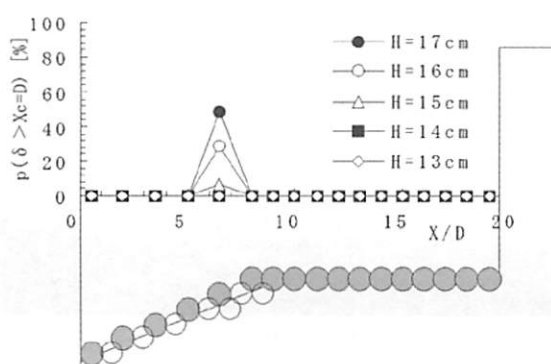


(a) 被覆石安定性実験^{2,9)}

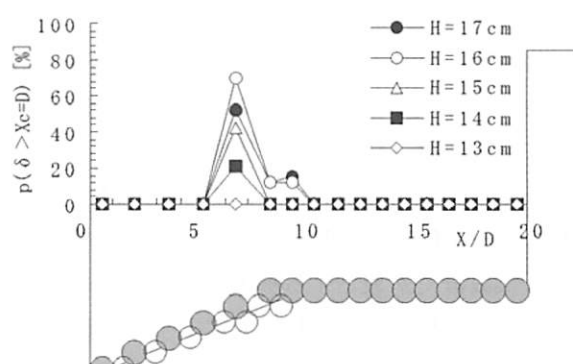


(b) 抗力係数による感度

図-21 決定論的手法による感度分析結果



(a) $\bar{C}_D = 0.8, \bar{C}_M = 1.0, \bar{\mu} = 0.6, \bar{U} = U_{Cal.}$



(b) $\bar{C}_D = 1.0, \bar{C}_M = 1.0, \bar{\mu} = 0.6, \bar{U} = U_{Cal.}$

図-22 表層要素の破壊確率の計算事例

ことは決定論的手法においてパラメタ設定の重要度が高いことを示すだけでなく、石材形状の不均一性による影響を無視して流体力を画一的に扱うことが、過大評価をしたり過小評価したりする危険性を有していることを示唆している。

図-22は、CADMAS-SURFと確率個別要素法を組み合わせた方法で図-21(a)の被覆石の変位を解析した結果である。この解析では各要素の変位の平均値と分散が得られるため、変位の分布関数が正規分布に従うと仮定し、要素の直径を超える確率を破壊確率として表した。確率変数は抗力係数、慣性力係数、摩擦係数、流速である。抗力係数の平均値を0.8と設定した図-22(a)とその平均値を1.0に設定した(b)では、破壊確率が高い範囲が法肩近傍であることは共通しているものの、同一波高条件であっても破壊確率は異なる。

図-23は、図-21(a)の各区分に属する要素の破壊確率から被災率を算定した結果である。図には実験結果も示した。区分C、Bともに抗力係数の平均値として1.0を設定した解析結果は、実験結果と比較的整合していることがわかる。

ここで紹介したCADMAS-SURFと確率個別要素法を組み合わせた手法は、石材形状の不均一性に起因する不確定性を評価しうることを示唆した。しかしながら、実務への適用を考える場合の課題は、パラメタ設定の難しさである。すなわち、抗力係数を例に取れば、石材形状に対応した平均値およびそのバラツキを表す分散値をいかに設定するかという点に課題がある。すなわち、数値波動水槽を活用した構造物解析の場合、解析手法の高精度化が進展すべきである一方で、構造物に係わるパラメタ設定の妥当性に関する研究の深化もまた重要である。また、被覆石の安定性に関する実設計において、被災率は数%程度以下になるように設定される。図-23(a)を例にとれば、

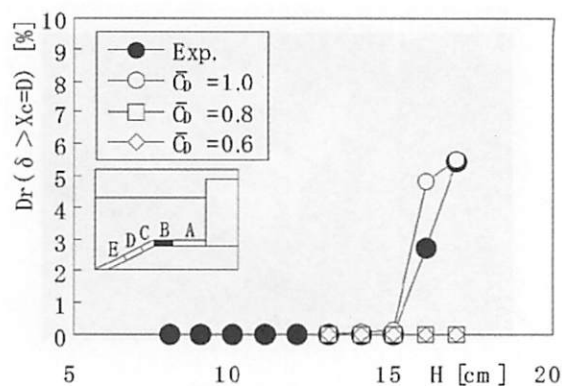
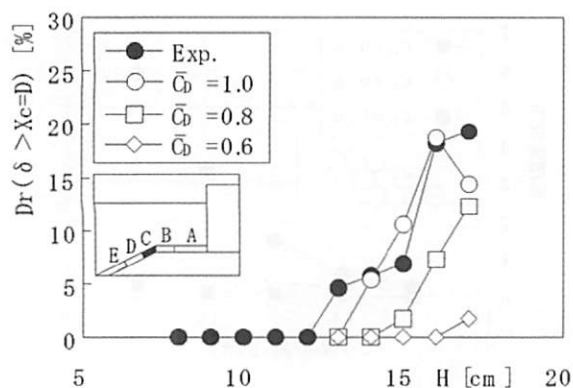
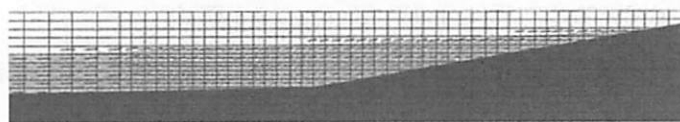


図-23 被災率に関する実験値と計算値

横軸の波高12cmから13 cmの条件の場合に区分Cで数%の被災率である。しかし、その条件における解析結果は実験結果との一致度が低い。このことを鑑みれば、さらなる検討が必要であることがわかる。一方で、波高が大きい条件においては、解析結果と実験結果の一致度が向上していることがわかる。このことは、CADMAS-SURFと確率個別要素法を組み合わせた手法は、実設計で対象とする被災率数%のレベルを対象とする場合には、精度的に不十分さがあるものの、設計条件を上回る限界状態を対象とする場合、すなわち、被覆石の安定性が明らかに低い条件に対しては、有意な適用性があると考えられる。

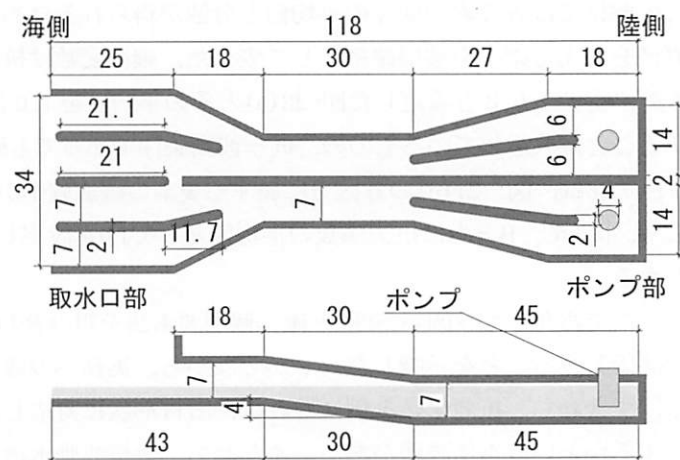
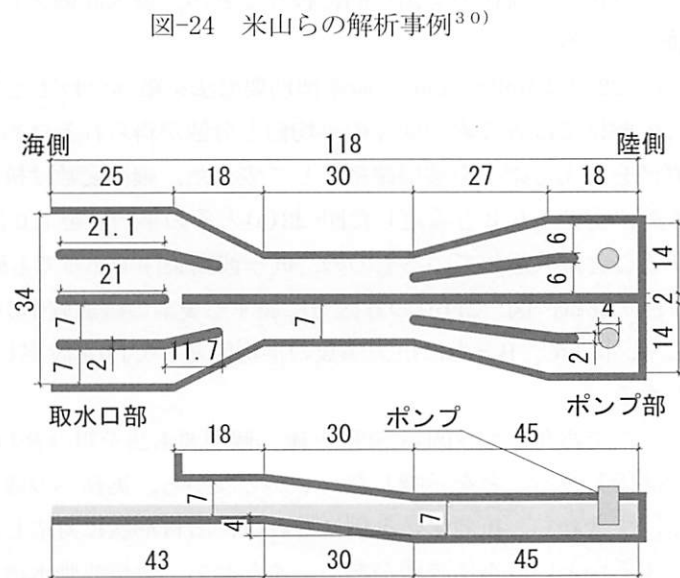


5. 非構造格子を用いた数値波動水槽の活用事例の紹介

実際の構造物の形状は曲線を有する場合も多く、構造物の形状をより再現しやすい非構造格子を用いた解析は、数値波動水槽に求められる機能のひとつと思われる。

図-24に示すように、米山・松山³⁰⁾は津波の遡上解析を対象に海底地形を考慮した積分型の基礎式を用いた解析方法を提案し、斜面を階段状に設定する場合に比べて斜面を滑らかに表現する方が適切化することを示した。この例からわかるように形状の再現性を向上させることは、数値波動水槽の利点につながると考えられる。

ここでは、非構造格子を用いた解析事例として、大型取水路を対象とした解析と、排水路網を対照とした解析事例を示す。



(1) 大型取水路を対象とした解析事例³¹⁾

図-25 は、取水口が4条で構成され、水路中央部が2条に合流したのちポンプ部で再度4条となる解析対象水路である。鉛直断面は、取水口部とポンプ部で敷高が異なり、2条の水路中央部において斜面ですりついた形状である。解析に用いられた手法は有限体積法を基本とする気液二相の三次元乱流解析³²⁾であり、自由表面はVOF法で解析し、乱流モデルは標準 $k-\epsilon$ モデルを適用した汎用解析プログラムを用いた解析結果である。

解析対象は、津波の引き波により海側水位が低下した状態において、ポンプが継続的に取水した際の水路内の流況再現である。

図-26 および 27 は解析結果であり、水路中央部は射流で流れ2条から4条になる隔壁付近で跳水が発生してい

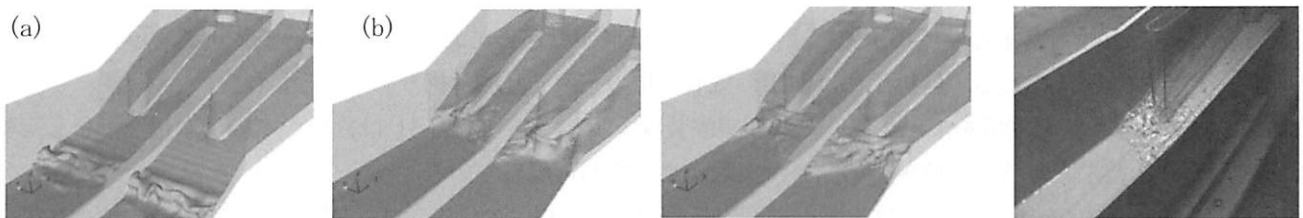


図-26 解析結果のスナップショット

図-27 解析結果と実験結果の流況比較

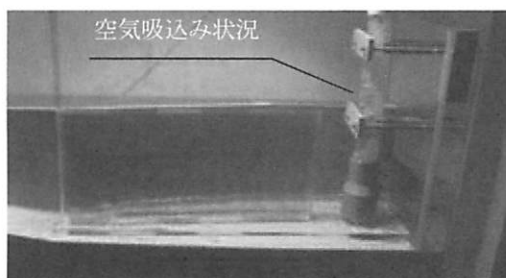


図-28 ポンプの空気吸込み状況

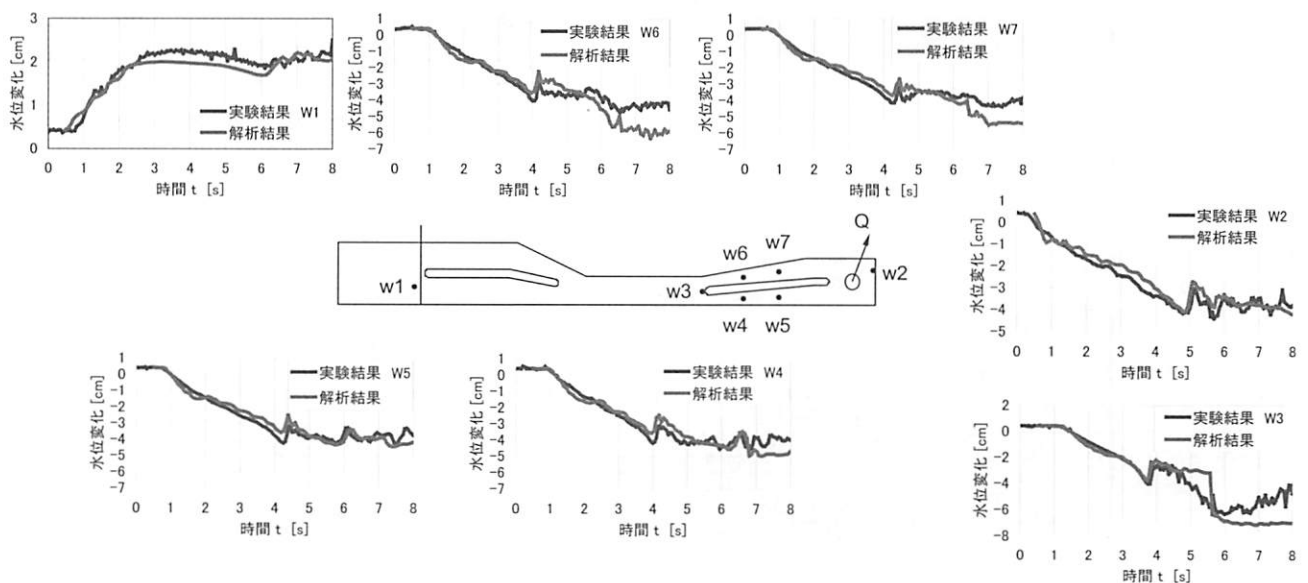


図-29 水位の時系列比較

る状況や、隔壁での跳ね上がりが再現できている。

ポンプは水位低下時も強制的に取水を継続するため、図-28に示すようにポンプ呑み口下端まで水位が低下すると空気を吸い込む。解析では気液二相を考慮しているため解析が継続される。図-29は水路内の各点における水位の時系列波形の比較である。W1の水位は境界条件であり、解析結果と模型実験で一致すべきであるが、 $t=2.5s$ までは概ね一致するものの、それ以降の時間では差異がある。したがって、測点W2からW7の水位変化において $t=2.5s$ 以降の解析精度は低下せざるを得ないが、解析結果と実験結果で比較的再現性が高いと思われる。

この事例より、非構造格子を用いた気液二相の解析は、実験結果の再現性も比較的良好、数値波動水槽として有用な手法となることを示すものである。

(2) 気液二相解析を用いた排水路網からの溢水解析の事例^{33, 34)}

次は、津波による内水氾濫解析を実施した事例である。津波の内水氾濫解析は、防潮堤により津波の遡上を防護しているが、取排水路あるいは排水路によって海域と陸域が繋がっており、津波来襲時に水路を逆流した海水が場内に溢水する現象である。解析手法は前出の気液二相の三次元乱流解析³³⁾である。

図-30は単純な水路と立坑をモデルにした模型実験装置を示しており、図-31は立坑からの溢水量を解析し実験結果と比較した結果である。数値解析の結果は実験結果を概ね再現している。

図-32は300m×300m規模の雨水排水路網に関する設定と解析格子の例を示す。図-33は内水氾濫の解析結果である。図-31の実験結果では陸側立坑⑤からの溢水量が最も多かったが、排水路網では海側マンホールからの溢水量が最も多い。図-31と差異が生じた理由は、排水路の場合、管径の変化やマンホールでの分岐合流など形状が複雑であるため、損失が大きいことに起因していると考えられる。津波の繰り返しの来襲によって排水路内に閉じ込められた空気塊の移動は陸側マンホールからの溢水に寄与しており、気液二相を対象とした数値波動水槽は、有用な手法になると思われる。

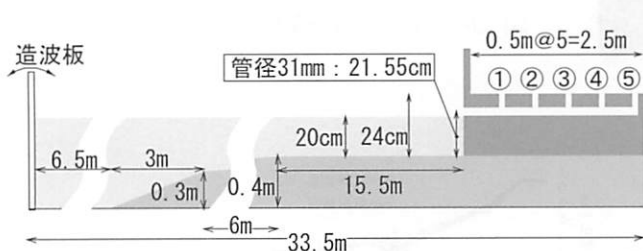


図-29 津波の内水氾濫を対象とした実験例

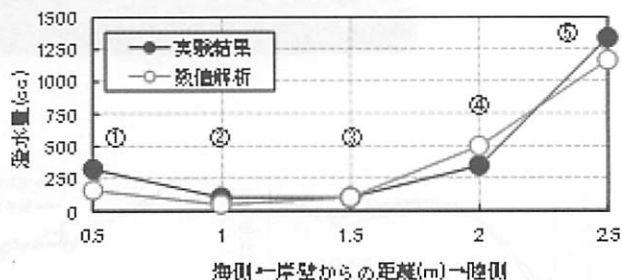
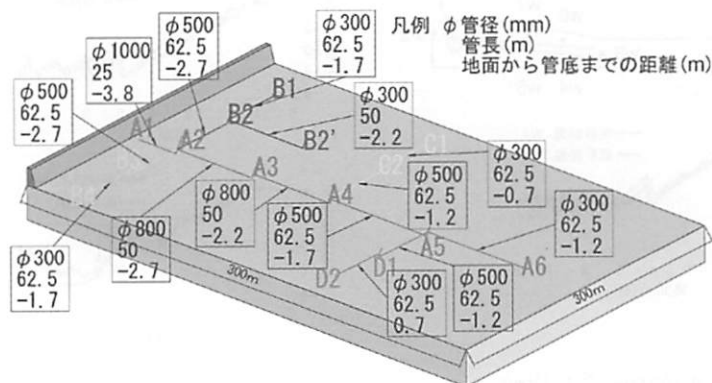
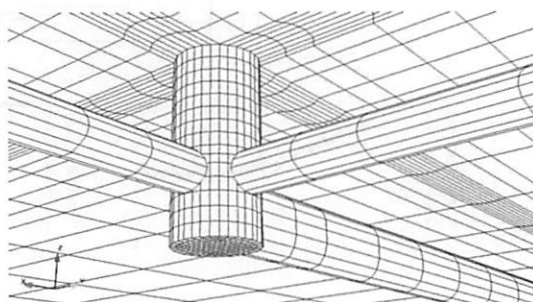


図-30 溢水量の比較



(a) 排水路網の条件



(b) 解析格子の例

図-31 排水路網の条件とマンホール部分の解析格子例

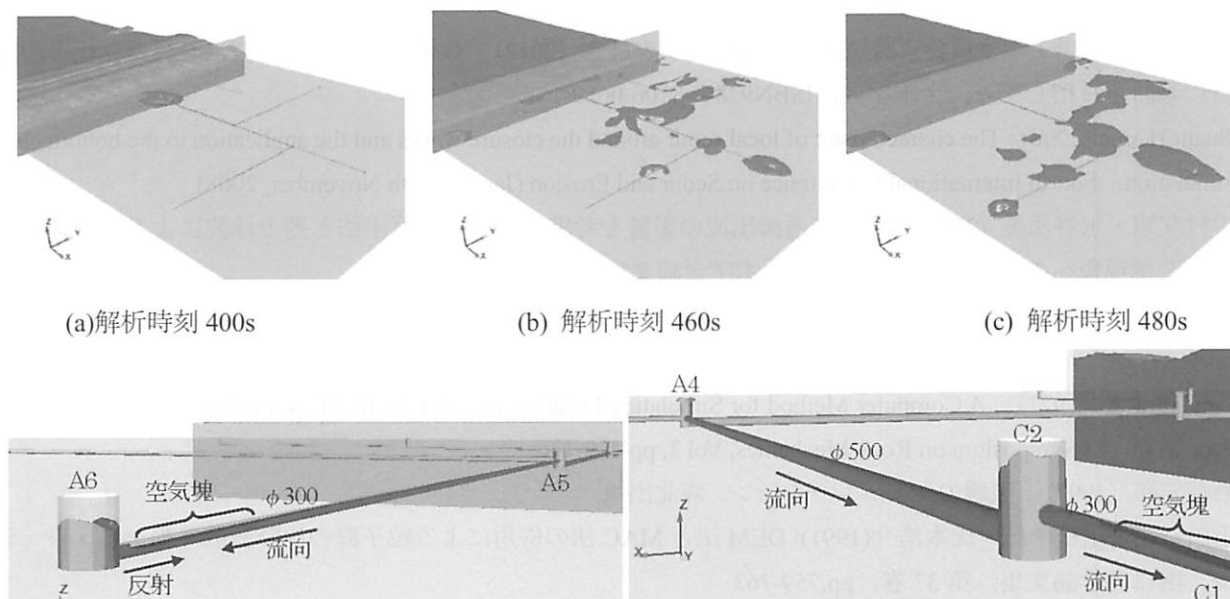


図-32 津波による内水氾濫シミュレーション例

6. 今後の展望と期待

実務においては、具体的な数値解析プログラムの使用を指定される場合があり、それは海外の水理研究所のプログラムであったり、広く利用されている汎用プログラムであったりする。このような状況は特に海外案件にみられる傾向である。

我が国における数値波動水槽に関する研究は、様々な手法の提案がなされており、そのパフォーマンスの高さも検証されている。このような現状においては、優れた研究成果が積極的に実務に活用されることが期待される。優れた数値波動水槽を実務で活用する方策の一例としては、国交省で推進している COMON-MP プロジェクトのような形態が参考になる。COMON-MP プロジェクトは、水理・水文・生態などの複合現象を解析するために、異なった機能を持つ要素モデルを一体的に協調・稼働させるためのプラットフォームである。すなわち、様々なモデルで構築された数値波動水槽を解析エンジンとし、研究者・実務者が各モデルの優れた点を有効に利用できる仕組みを構築することができたならば、各研究者の研究成果が広く実務に展開され、数値波動水槽のさらなる進化が期待できると考える。

7. おわりに

本稿では、数値波動水路を用いた解析事例として、捨石マウンドの変形や被覆石の安定性など捨石構造物を対象とした数値解析の事例を中心に紹介した。紹介事例は、個別要素法を捨石構造物の解析に適用する例であるが、その他の手法を活用した構造物解析手法と流体解析を組み合わせた数値波動水槽の研究が活発に展開されることにより、数値波動水槽と実務設計の関わりは深くなり、設計の高度化に寄与することが期待される。

また、実際の構造物の曲線的な形状を意識して、数値波動水槽の解像度の視点から非構造格子を用いた解析事例も紹介した。

1章でも述べたように、想定を上回る外力に対して海岸構造物が粘り強い耐力を保有することが求められる現在では、その検討・解析ツールとして数値波動水路が担うべき役割は大きく、さらなる深化が期待されている。本稿では数値波動水槽を活用した一部の事例を紹介するにとどまったが、今後の研究開発の発展に何等かの情報を提供できたならば幸いである。

参考文献

- 1) 土木学会 海岸工学委員会 数値波動水槽研究小委員会 (2012): 数値波動水槽 一波浪計算の深化と耐波設計の革新を目指してー, 土木学会, ISBN978-4-8106-0659-1
- 2) Ohtani.H. et.al(2008): The characteristic of local scour around the closure works and the application to the bottom change simulation, Fourth International Conference on Scour and Erosion (Japan, 5-7th November, 2008)
- 3) 中村友昭・水谷法美 (2012): 渦と浸透滲出流の影響を考慮した漂砂計算手法と遡上津波による陸上構造物周辺の洗掘現象への適用に関する研究, 土木学会論文集 (B3), 掲載決定
- 4) 後藤仁志ら(2002): 津波遡上の戻り流れによる護岸法先洗掘のグリッドレス解析, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp.46-50
- 5) Cundall, P.A (1971): A Computer Method for Simulating Progressive Large Scale Movement in Blocky Rock System, Proc of Int ㉑I Symposium on Rock Mechanics, Vol 2, pp.129-136.
- 6) 伯野元彦 (1997): 破壊のシミュレーション, 森北出版.
- 7) 小田一紀・重松孝昌・氏本浩介(1991): DEM 法と MAC 法の併用による粒子群の沈降分散挙動シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp.759-763.
- 8) 重松孝昌・小田一紀・野田雅彦・広瀬真由(2000): 個別要素法による水柱沈降粒子群の 3 次元挙動に関する研究, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp.966-1000.
- 9) 重松孝昌・広瀬真由・錦織陽一・小田一紀 (2001): DEM 法と VOF 法を併用した 3 次元固液混相流解析モデルの開発とその適用性, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp.6-10.
- 10) 荒木進歩・出口一郎(2000): 個別要素法を用いた捨石潜堤の断面変形計算, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp.761-765.
- 11) 原田英治・後藤仁志・酒井哲郎 (2001): 被覆ブロックの幾何配列特性の破壊抵抗に及ぼす影響, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp.936-940.
- 12) 原田英治・後藤仁志・酒井哲郎・大野正博 (2002): ブロック形状特性を考慮した被覆層破壊過程のシミュレーション, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp.796-800.
- 13) 藤井直樹・興野俊也・安田勝則(2002): 個別要素法による小はブロック被覆堤の変形計算, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp.761-765.
- 14) 原田英治・後藤仁志・酒井哲郎・大野正博 (2002): 3 次元モデルによる消波ブロック群の崩壊過程におけるブロック間応力推定, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp.801-805.
- 15) 後藤仁志・原田英治・高山知司・他 3 名 (2005): 高波浪による消波ブロック群高密度化のメカニズム, 海岸工学論文集, 第 52 巻, pp.781-785.
- 16) 原田英治・細田尚・後藤仁志(2004): Euler-Lagrange カップリングモデルによる捨石堰の崩壊過程の計算力学的研究, 土木学会論文集, No.775II-69, pp.45-54.
- 17) 前野詩朗, 小川誠, Lechoslaw G. Bierawski, L. G. Bierawski (2006): VOF-DEM-FEM 連成モデルによる潜堤の挙動解析, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp.886-890.
- 18) 伊藤一教, 織田 幸伸, 東江 隆夫(2002): 複断面緩傾斜護岸の断面変形に関する研究, 海洋開発論文集 Vol: 18 巻, pp.245-250.
- 19) (社)沿岸開発技術研究センター(2001): 数値波動水路の耐波設計への適用に関する報告書, 沿岸開発技術ライブラリー No.12.
- 20) 伊藤一教, 東江隆夫, 勝井秀博(2000): DEM 法と VOF 法を用いた粒状体構造物の破壊シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp.746-750.
- 21) 伊藤一教, 樋口雄一, 東江隆夫, 勝井秀博(2001): 個別要素法に基づく捨石のランダム性を考慮した潜堤の変形予測手法, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp.806-810.
- 22) Zdravkovich, M.M.(1977): Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements, Jour. of

flouds engineering, Trans. ASCE, Vol.499,Ser.1, No.4, pp.618-633.

- 23) 日本港湾協会(1999): 港湾の施設の技術上の基準・同解説, pp.552-562.
- 24) 伊藤一教, 樋口雄一, 東江隆夫, 勝井秀博(2002): 確率理論に基づく個別要素法の拡張, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.771-775.
- 25) 伊藤一教, 東江隆夫, 勝井秀博(2003): 被覆石の被災率に対する確率個別要素法の適用性, 海岸工学論文集, 第50巻, pp.706-710.
- 26) 伊藤一教, 安田孝志(2004): 確率個別要素法の開発とその応用—捨石構造物を対象とした信頼性設計の試み—, 土木学会論文集, No.768/II-68, pp.113-130.
- 27) Ang.A.H-S,W.H.Tang:土木・建築のための確率・統計の基礎,伊藤学・亀田弘行訳,丸善,p.195,1977.
- 28) 中桐滋, 久田俊明 (1985):確率有限要素法入門, 培風館, p309.
- 29) 松本朗,高橋重雄(2001):流速場に基づく混成堤マウンド被覆材の高度設計,海岸工学論文集,第48巻,pp.911-915.
- 30) 米山望,松山昌史:自由液面解析コード(FRESH-FV)を用いた津波遡上解析, 海岸工学論文集, 第44巻, pp.266-270.
- 31) 伊藤一教,片倉 徳男,大黒 雅之(2011): 津波による水位低下時の取水路内における流況解析, 年次学術講演会講演概要集 第2部 Vol: 66巻, pp. 429-430,II-215.
- 32) CD-adapco(2010): METHODOLOGY STAR-CD VERSION.4.14, CD-adapco.
- 33)伊藤一教, 織田幸伸, 高山百合子, 古田敦史 (2010): 津波来襲時の水路を介した溢水現象に関する基礎検討, 土木学会論文集 B2(海岸工学) Vol. 66, No.1, pp.941-945
- 34) 古田敦史, 伊藤一教, 織田幸伸 (2011): 津波による内水氾濫のシミュレーション, 土木学会論文集 B2(海岸工学) Vol. 67, No.1, pp.206-210
- 35) URL: <http://framework.nilim.go.jp/project/index.html>