

水工学シリーズ 12-B-2

VOF 法による数値波動水槽

名古屋大学 大学院 工学研究科

川崎 浩司

土木学会
水工学委員会・海岸工学委員会

2012 年 8 月

VOF 法による数値波動水槽

Numerical Wave Flume Based on VOF Method

川崎 浩司
Koji KAWASAKI

1. はじめに

高精度な計算スキームの開発とコンピュータの計算処理能力の向上により、海岸工学分野においても、理論や水理模型実験の代替手法として、数値計算、つまり水理模型実験水槽をコンピュータ上で模擬し、複雑な流動場を解析可能な「数値波動水槽」の位置づけが重要視されている。特に最近では、流体の支配方程式を直接計算することにより、強非線形かつ非定常な物理現象をより精緻に解明しようとする試みが積極的に実施されており、今後より一層、数値波動水槽の役割が高まるものといえる。

本稿では、オイラー表記に基づく自由表面流体解析モデル（川崎, 2007）のうち、自由表面捕捉法の一つである VOF (Volume Of Fluid) 法を取り上げ、その概念を解説するとともに、VOF 法に基づく数値波動水槽の適用例として、現在、実務設計に活用されつつある CADMAS-SURF/3D (SUper Roller Flume for Computer Aided Design of MAritime Structure / 3 Dimension) について紹介する。

2. VOF 法に基づく自由表面流体解析モデル

自由表面流体解析の一手法として、Nichols et al.(1980), Hirt and Nichols(1981)が開発した VOF (Volume Of Fluid) 法がある。同手法では、流液体積率の保存式により自由表面形状を模擬している。VOF 法を用いた計算例として、藤間ら(1984)は我が国で初めて VOF 法を海岸工学分野に適用し、ソリトン分裂について検討した。また、van der Meer et al.(1992)は、VOF 法を用いて碎波を伴う非一様斜面上における波変形の数値解析を行い、碎波の数値計算手法として VOF 法が有用であると述べている。また、van Gent et al.(1994)は、VOF 法を用いた透過性潜堤による碎波変形の数値計算を行い、水位変動、流速および圧力変動の実験結果と比較することにより、VOF 法と彼らが提案した porous media flow モデルの妥当性を確認している。岩田ら(1995, 1997), 川崎・岩田(1996, 1997), 川崎(1998), 川崎ら(1998), Iwata et al.(1996), Kawasaki and Iwata(1996, 1998), Kawasaki(1999)は、ソースによる造波方法 (Brorsen and Larsen, 1987; 川崎, 1998) と付加減衰領域による開境界処理法 (Hinatsu, 1992) を組み合わせた SOLA-VOF 法に基づく数値波動モデルを、2 次元のみならず 3 次元波動場に対して構築し、潜水構造物による碎波変形・再生過程および一様斜面上の碎波過程について数値計算と水理実験の両面より系統的に研究を行った。特に川崎・岩田(1996)は我が国で最初に VOF 法を用いた無反射造波機能を有する 3 次元数値波動水槽を構築した。榎山・今井(1996), 榎山・香山(1997)は、透過性構造物内の波動場を計算するためにポーラスボディモデルを用いた VOF 法を構築し、消波護岸の越波現象に適用した。さらに、各研究・教育機関の研究者による研究会（数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会）が 1998 年に発足し、沿岸構造物の耐波設計に特化した数値モデルとして、数値波動水路 CADMAS-SURF (磯部ら, 1999 ; (財)沿岸開発技術研究センター, 2001 ; 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会, 2002 ; (財)沿岸技術研究センター, 2008) が開発された。

最近では、さらに数値計算を軸とした研究が積極的に実施されるようになった。VOF 法に関しては、数値波動水路 CADMAS-SURF プログラムの公開に伴い、数多くの研究者が波の伝播、越波、波-構造物あるいは

は波一構造物一地盤の相互干渉問題に数値波動水路 CADMAS-SURF を適用し、その妥当性を検証するとともに、複雑な海象現象の解明を目指している（例えば、（財）沿岸開発技術研究センター、2001；（財）沿岸技術研究センター、2008）。

2.1 VOF 法

2.1.1 基本概念

VOF 法の基本概念について述べる。流体中に存在するある物理量 F を時間的に追跡する、つまり F をラグランジュ的に捉えるための式は一般に次式で表される。

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

物理量 F を、 $F=0, 1$ でそれぞれ気体、流体を表すと仮定すると、式(2.1)の F は一見流体の体積率を表現しているように考えられる。しかし、式(2.1)が意味することは、 $F=0$ あるいは $F=1$ という物理量が x, y, z 方向の流速 u, v, w で輸送されることのみを示し、必ずしも 0 と 1 である必要がなく、単なる気体と流体を区別する指標にすぎない。つまり、式(2.1)は流体粒子の挙動を表すが、自由表面上の点を直接計算するものではなく、 $F=0$ と $F=1$ の間に自由表面の存在が分かるのみであり、式(2.1)による F は流体の体積率として考えることができない。そこで、 F を流体の体積率とみなすために、非圧縮性流体に対する連続式を用いて式(2.1)を保存形表示すると、式(2.2)となる。

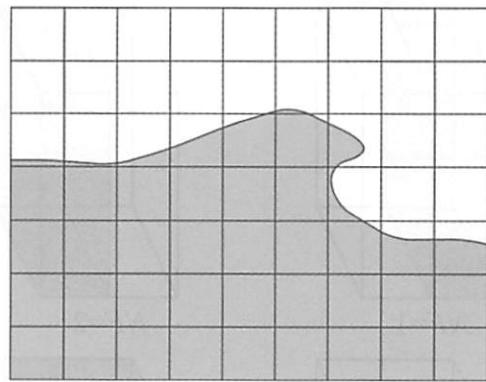
$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(uF)}{\partial x} + \frac{\partial(vF)}{\partial y} + \frac{\partial(wF)}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

以上のことから、式(2.2)は流体領域だけでなく、期待領域も含む解析領域全域に用いることができる。つまり、 F の値（VOF 関数）により、 $F=0$ のとき気体セル、 $F=1$ のとき流体セル、 $0 < F < 1$ のとき表面セルとして表現することが可能となり、図 2.1(a)に示すような自由表面形状を VOF 法によって、図 2.1(b)のようにモデル化することができる。なお、表面セルを VOF 関数の値のみで $0 < F < 1$ と定義すると、境界処理の際に不都合を生じることがあるため、表面セルは F 値だけで判断せずに、必ず気体セルに隣接するという条件を課す必要がある。また、その移流方程式を離散化する際には、境界面を明瞭に区別できるように特別に工夫された donor-acceptor 法が用いられている。さらに、図 2.1(c)に示すような界面の傾きを考慮した方法も提案されている。なお、donor-acceptor 法、界面の傾きを考慮した方法および表面の向きの決定方法については後述することとする。

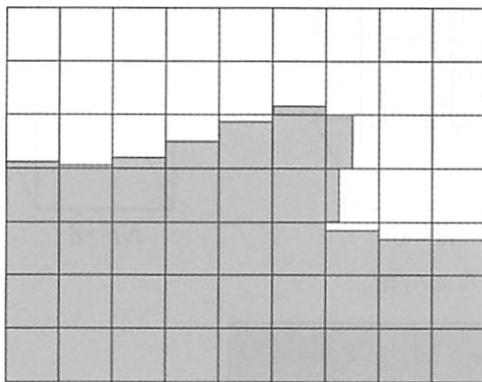
2.1.2 セルの分類方法

上述のとおり、VOF 関数を用いることによりセルの分類を主に行うことができるが、表面セルとなるセルでの自由表面の向きは VOF 関数の値のみを使って一意に決めることはできない。そこで、表面セルのどちら方向に流体セルが存在するかをまず見つけ出し、自由表面の勾配を計算する。そして、表面がどの座標軸により垂直になるかを判定し、表面セルでの自由表面の向きを決定することとする。フラッグ（旗付け） NF を用いて表面セルを分類すると、表 2.1 と図 2.2(a)のとおりになる。

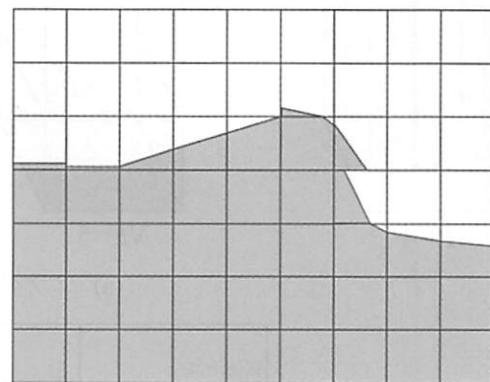
計算セルを流体セル、気体セルおよび表面セルに分類するときに注意が必要なことは、自由表面におけることに加えて、表面セルは流体セルと気体セルに挟まれている必要がある。これらの条件を満足するような表面セルを決定する。図 2.3 に実際に行う手順を示す。これらの処理で決定される表面セルには、図 2.2(b)に示すような例の $0 < F < 1$ のセルは含まれない。しかしながら、図 2.2(b)に示したような例は格子の解像度以下になった液滴や気泡を無視することであり、計算を安定して進めるための処理である。



(a) モデル化前の表面形状



(b) donor-acceptor 法によるモデル化



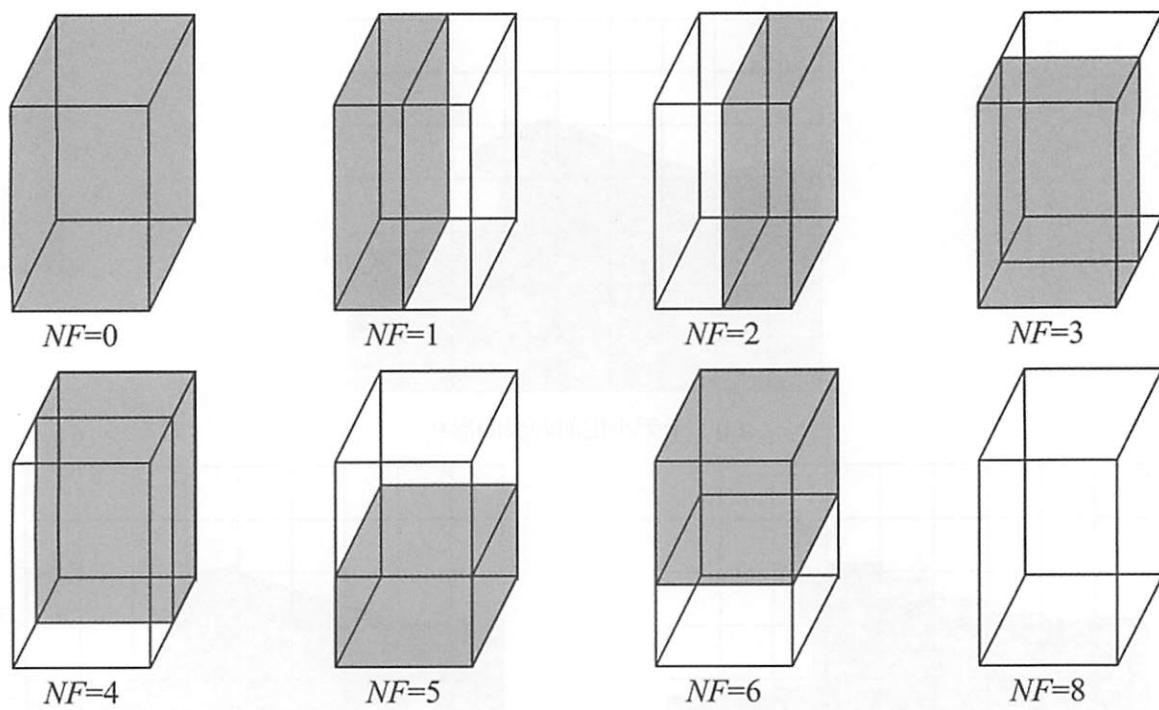
(c) 界面の傾きを考慮した方法によるモデル化

図 2.1 自由表面のモデル化

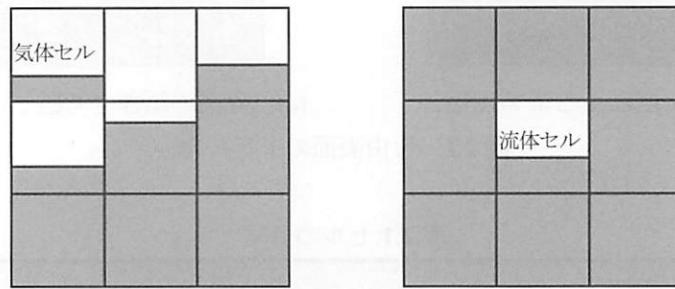
表 2.1 セルの分類

NF	セルの状態	セルの分類
0	流体セル	セル全体が流体で満たされている
1	表面セル	表面は x 軸に垂直で, かつ, x 軸の負の方向に流体がある
2	表面セル	表面は x 軸に垂直で, かつ, x 軸の正の方向に流体がある
3	表面セル	表面は y 軸に垂直で, かつ, y 軸の負の方向に流体がある
4	表面セル	表面は y 軸に垂直で, かつ, y 軸の正の方向に流体がある
5	表面セル	表面は z 軸に垂直で, かつ, z 軸の負の方向に流体がある
6	表面セル	表面は z 軸に垂直で, かつ, z 軸の正の方向に流体がある
8	気体セル	セル全体が気体で満たされている

上記の処理で表面セルと分類されたセルについて, 流体セル-表面セル-気体セルの並びが一意ならばその方向, 流体セル-表面セル-気体セルを満足する方向のうち, 周囲の F の値が大きい方向に流体があるものとする.



(a) フラグ NF によるセルの分類



(b) $0.0 < F < 1.0$ でありながら表面セルにならない例

図 2.2 計算セルの分類

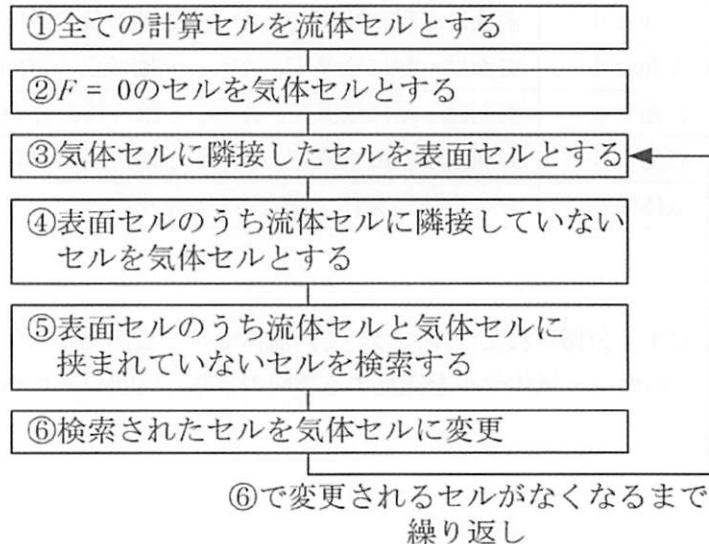


図 2.3 計算セルの分類手順

2.1.3 donor-acceptor 法

自由表面の形状を精度よく追跡するためには、工夫が必要である。そのため、VOF 法では、VOF 関数 F の移流方程式(2.1)中の移流項の取り扱いに donor-acceptor 法を採用している。donor-acceptor 法とは、移流により移動する F の値が donor セル（風上側セル）と acceptor セル（風下側セル）の F の値によって決定される方法で、特に、風下側の自由表面形状と移流で運ばれる流体の形状の連続性に注意して、 F の値を決めるところに特徴がある。

前述したように、表面の向きはいずれかの座標軸に垂直な方向として決まるため、表面の向きと VOF 関数 F の移流面との関係は平行か垂直かのどちらかである。このことを考慮して、移流面での数 F を決定する。**図 2.4** に示すような、移流面と donor セルの自由表面が垂直の場合、移流面における VOF 関数 F の値は風上側の VOF 関数 F の値と一致させる。一方、**図 2.4(b)** に示す移流面と donor セルの自由表面が平行の場合は、移流面における VOF 関数 F の値を acceptor セルの VOF 関数 F の値とみなす。しかし、この場合、決定される移流量によっては、donor セルに十分な流体または気体がない場合が生じる。例えば、**図 2.4(b)(3)** に示すように、donor セルに移流面で気体を移流させるための気体が十分に存在しない場合であり、図からもわかるようにその不足分は流体を移流させるべきである。また、移流面で流体を移流させるのに十分な流体が donor セルに存在しない**図 2.4(b)(4)** の場合は、その不足分として気体を移流させる必要がある。

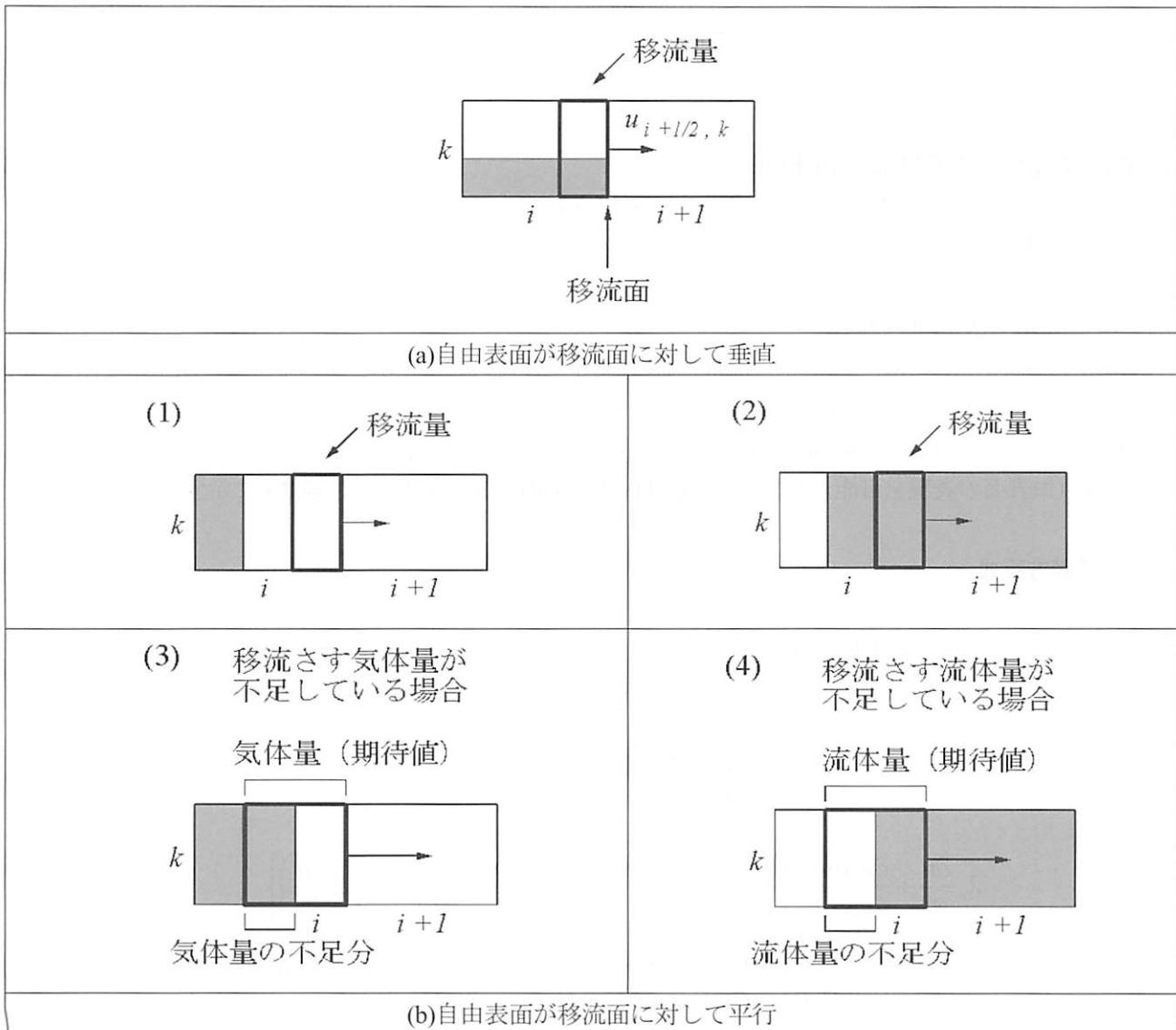


図 2.4 VOF 関数 F の移流方法

2.1.4 界面の傾きを考慮した方法

donor-acceptor 法では、図 2.4(b)に示すとおり、界面を計算格子に垂直に設定するため、移流量の精度が低下するという問題がある。この問題に対処するため、Denis et al. (1999)は、図 2.4(c)に示すように、界面を1次関数（3次元では平面）で表現し、その傾きを考慮する方法を提案した。界面の傾きを考慮した方法の計算手順としては、まず VOF 関数 F を数値微分し界面の法線ベクトルを算出する。ついで、求められた法線の向きおよび移流方向から界面のパターンを分類し、計算セルに含まれる流体の量から界面の方程式を決定する。最後に、界面の方程式および移流速度から移流量を算出する。詳細については、Denis et al. (1999)の論文を参考にされたい。

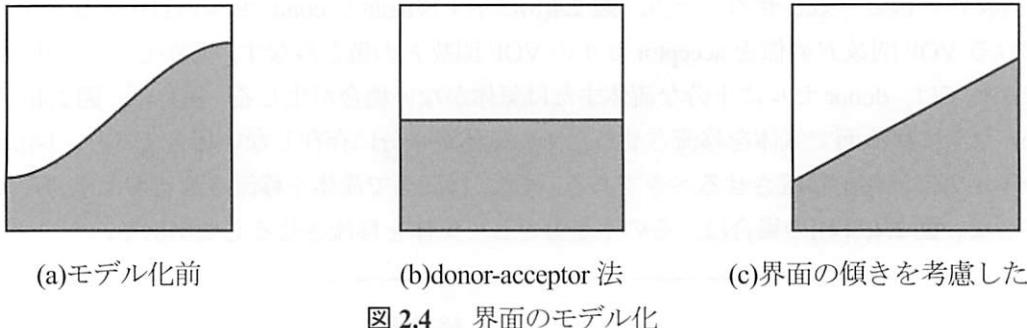


図 2.4 界面のモデル化

3 数値波動水槽 CADMAS-SURF/3D

本章では、近年、海岸構造物の耐波設計に利用されている VOF 法に基づく 3 次元数値波動水槽 CADMAS-SURF/3D の概要を解説するとともに、その適用例についても紹介する。

3.1 CADMAS-SURF/3D の概要

CADMAS-SURF/3D では、3 次元非圧縮性流体に対する連続式およびポーラスモデルに基づいて拡張された Navier-Stokes 方程式を基礎方程式としている。また、自由表面の取り扱いに汎用性の高い VOF 法を採用し、VOF 関数の移流方程式を donor-acceptor 法あるいは界面の傾きを考慮した方法によって解くことにより、高精度な自由表面の表現を可能としている。CADMAS-SURF/3D の機能一覧は表 3.1 に示すとおりである。

3.1.1 基礎方程式

沿岸域における波浪解析では、海底斜面や透過性消波構造物等の複雑な形状を取り扱えることが必須となる。そのため、CADMAS-SURF/3D の基礎方程式は、3 次元非圧縮性粘性流体を対象とした連続式(3.1)およびポーラスモデル（榎山ら、1990）に基づいて拡張された Navier-Stokes 方程式(3.2)～(3.4)から構成される。

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y v}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z w}{\partial z} = \gamma_v S_\rho \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x uu}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_y vu}{\partial y} + \frac{\partial \lambda_z wu}{\partial z} &= -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x V_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \gamma_y V_e \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z V_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} - \gamma_v D_x u - R_x + \gamma_v S_u \end{aligned} \quad (3.2)$$

表 3.1 CADMAS-SURF/3D の機能一覧

項目	機能
物理モデル	解析対象 自由表面が多値関数となる複雑な流れ
	基礎方程式 非圧縮性粘性流体の Navier-Stokes 方程式と連続の式をポーラスモデルに基づいて拡張した式
	座標系 デカルト座標
	自由表面解析モデル Volume of Fluid 法 (VOF 法)
	乱流モデル 高 Re 型 $k-\epsilon$ 方程式モデル
	造波モデル ・造波境界 ・造波ソース (各造波モデルに以下の造波関数を適用可能)
	造波関数 ・ストークス波第 5 次近似解 ・クノイド波第 3 次近似解 ・流れ関数法 B による数値解 ・マトリクスデータ (任意波形)
	無反射モデル ・Sommerfeld の放射境界 ・エネルギー減衰帯
	スカラー量の移流拡散 ・エネルギー方程式 ・多成分の濃度輸送方程式
	一般の境界条件 ・セル単位で任意に構造物を設定可能 ・構造物表面の任意に境界条件を設定可能 ・境界条件の種別は入力データで選択可能
数値解法とアルゴリズム	離散化 ・スタガードメッシュを用いた差分法 ・ポーラスモデルを用いた形状近似
	時間積分 ・Euler 法 ・Simplified Marker and Cell 法
	移流項 (対流項) VOF 関数 F 以外の移流項 (対流項) は以下のいずれかを選択可能 ①1 次精度風上差分 ②2 次精度中心差分 ③DONOR スキーム (①と②のハイブリッド形式) VOF 関数 F の移流項は以下のいずれかを選択可能 ①donor-acceptor 法 ②界面の傾きを考慮した方法
	表面セルの流速の設定方法 ・外挿 (流体側の 2 点の流速から外挿) ・勾配ゼロ (流体側の流速と同じ)
	表面の方向の決定方法 NASA-VOF3D の方法を採用
	気泡と水滴の処理 TimerDoor 法
	連立 1 次方程式の解法 MILU-BiCGSTAB 法
描画機能	時間刻み幅の制御 ・入力値固定 ・自動時間刻み幅
	指定した時刻の指定した領域のデータ (描画部では 2D のみ) ・流速ベクトル ・各種物理量の等值線 ・等值線による自由表面 ・流体の存在領域の塗り潰し
	時系列データ (表計算ソフトを利用) ・指定個所の初期水面からの水位変動 ・指定個所の計算値, 他

$$\lambda_v \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u v}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_y v v}{\partial y} + \frac{\partial \lambda_z w v}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \quad (3.3)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \gamma_y \nu_e \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} - \gamma_v D_y v - R_y + \gamma_v S_v$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u w}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_y v w}{\partial y} + \frac{\partial \lambda_z w w}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \quad (3.4)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \gamma_y \nu_e \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} - \gamma_v D_z w - R_z + \gamma_v S_w - \frac{\gamma_v \rho^* g}{\rho}$$

ここで、 t は時間、 x, y は水平方向座標、 z は鉛直方向座標であり、 u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の流速成分、 ρ は規準密度、 ρ^* は浮力を考慮する密度、 p は圧力、 ν_e は分子動粘性係数 ν と渦動粘性係数 ν_t の和、 g は重力加速度、 γ_v は空隙率、 $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ はそれぞれ x, y, z 方向の面積透過率である。 $\lambda_v, \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ は C_M を慣性力係数とすれば次のように表され、右辺第2項が構造物から受ける慣性力の効果となる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_v &= \gamma_v + (1 - \gamma_v) C_M \\ \lambda_x &= \gamma_x + (1 - \gamma_x) C_M \\ \lambda_y &= \gamma_y + (1 - \gamma_y) C_M \\ \lambda_z &= \gamma_z + (1 - \gamma_z) C_M \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

D_x, D_y, D_z はエネルギー減衰帯のための係数 S_r, S_u, S_v, S_w は造波ソースのためのソース項である。また、 C_D を抵抗係数として多孔質体からの抵抗力 R_x, R_y, R_z を、下式に示すように流速の2乗に比例する形でモデル化した。

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta x} (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ R_y &= \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta y} (1 - \gamma_y) v \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ R_z &= \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta z} (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

ここで、 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ は x, y, z 方向の格子間隔である。

3.1.2 時間方向の離散化

ある時刻 t の物理量 f^n から、新しい時刻 $t + \Delta t$ の物理量 f^{n+1} を計算するための時間方向の離散化は、式(3.7)に示すように、Euler法(陽解法)を採用し、運動方程式と連続式の連成には、圧力項を陰的に評価するSMAC法を用いた。

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t G(f^n) \quad (3.7)$$

3.1.3 SMAC法

Navier-Stokes方程式および連続式には圧力の時間変動項がなく、SMAC法では圧力項を陰的に評価することで、新しい時刻の圧力を求める。式(3.1)～式(3.4)の基礎方程式をSMAC法により時間方向に離散化すると以下のようになる。

$$\frac{\partial \gamma_x u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y v^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z w^{n+1}}{\partial z} = \gamma_v S_\rho \quad (3.8)$$

$$u^{n+1} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} + G_x(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.9)$$

$$v^{n+1} = v^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial y} + G_y(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.10)$$

$$w^{n+1} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial z} + G_z(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.11)$$

なお、式(3.2)～式(3.4)の時間項と圧力項以外の項を、それぞれ $G_x(u^n, v^n, w^n)$, $G_y(u^n, v^n, w^n)$, $G_z(u^n, v^n, w^n)$ まとめて表記することとする。

ついで、式(3.12)～式(3.15)に示す仮流速 \tilde{u} , \tilde{v} , \tilde{w} とポテンシャル関数 ϕ を用いて式(3.9)～式(3.11)を変形すると、式(3.16)～式(3.18)を得る。

$$\tilde{u} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x} + G_x(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.12)$$

$$\tilde{v} = v^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial y} + G_y(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.13)$$

$$\tilde{w} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial z} + G_z(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.14)$$

$$\phi = -\frac{\Delta t}{\rho} (p^{n+1} - p^n) \quad (3.15)$$

$$u^{n+1} - \tilde{u} = \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1} - p^n}{\partial x} \right) = \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.16)$$

$$v^{n+1} - \tilde{v} = \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1} - p^n}{\partial y} \right) = \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.17)$$

$$w^{n+1} - \tilde{w} = \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^{n+1} - p^n}{\partial z} \right) = \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.18)$$

式(3.16)～式(3.18)にそれぞれ $\partial \gamma_x / \partial x$, $\partial \gamma_y / \partial y$ および $\partial \gamma_z / \partial z$ を乗じ、和をとると次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma_y \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \\ &= \left(\frac{\partial \gamma_x u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y v^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z w^{n+1}}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial \gamma_x \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z \tilde{w}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

式(3.19)の右辺第1項に式(3.8)を代入することで、以下のSMAC法のアルゴリズムが得ることができる。まず、仮流速 \tilde{u} 、 \tilde{v} 、 \tilde{w} を次式を用いて求める。

$$\tilde{u} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x} + G_x(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.20)$$

$$\tilde{v} = v^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial y} + G_y(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.21)$$

$$\tilde{w} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left\{ -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial z} + G_z(u^n, v^n, w^n) \right\} \quad (3.22)$$

次に、下に示すPoisson方程式を解きポテンシャル関数 ϕ を求める。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma_y \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \gamma_v S_\rho - \left(\frac{\partial \gamma_x \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z \tilde{w}}{\partial z} \right) \quad (3.23)$$

さらに、新しい時刻の u^{n+1} 、 v^{n+1} 、 w^{n+1} および p^{n+1} を次式を用いて求める。

$$u^{n+1} = \tilde{u} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.24)$$

$$v^{n+1} = \tilde{v} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.25)$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.26)$$

$$p^{n+1} = p^n - \frac{\rho}{\Delta t} \phi \quad (3.27)$$

以上の手順を、適切な境界条件の下、繰り返すことにより、波動場の時系列計算を行うことができる。

3.1.4 VOF関数 F の移流方程式

前述のとおり、VOF法では、表面の向きを示すフラグ NF とVOF関数 F の移流方程式を逐次計算することで、自由表面の挙動を解析することができる。このため、表面の向きと移流方程式の離散化は非常に密接に関連している。CADMAS-SURF/3Dにおいても、計算セルの分類を行い、表面セルの向きを算出し、VOF関数の移流方程式を解くことで自由表面の挙動を追跡する。

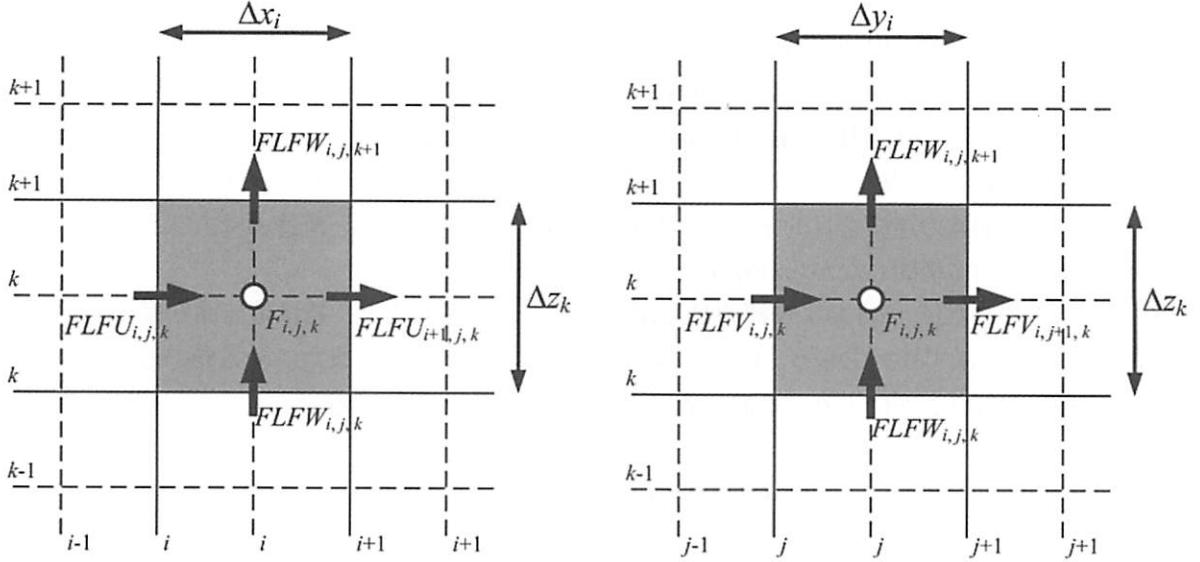


図 3.1 スタッガードメッシュとコントロールボリューム

ボーラスモデルに基づく VOF 関数 F の移流方程式は次式のように表現される。

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u F}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y v F}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z w F}{\partial z} = \gamma_v S_F \quad (3.28)$$

図 3.1 に示すようなコントロールボリュームを仮定し、界面を通して流入・流出する量を $FLFU$, $FLFV$, $FLFW$, 生成・消滅する量を QF_{ijk} と記述すると、式(3.28)は式(3.29)のように離散化することができる。

$$F_{i,j,k}^{n+1} = F_{i,j,k}^n + \frac{1}{\gamma_{v,i,j,k}} \left(\begin{array}{l} \frac{1}{\Delta x_i} [FLFU_{i+1,j,k} - FLFU_{i,j,k}] + \frac{1}{\Delta y_j} [FLFV_{i,j+1,k} - FLFV_{i,j,k}] \\ + \frac{1}{\Delta z_k} [FLFW_{i,j,k+1} - FLFW_{i,j,k}] + \Delta t QF_{i,j,k} \end{array} \right) \quad (3.29)$$

ここで、以下に $FLFU_{i,j,k}$ と $QF_{i,j,k}$ のみを示すが、 $FLFV_{i,j,k}$ と $FLFW_{i,j,k}$ も $FLFU_{i,j,k}$ と同様に記述することができる。

$$FLFU_{i,j,k} = (-\Delta t \gamma_x u F)_{i,j,k} = \text{sign}(C) \min(F_{AD}|C| + CFX, F_D \Delta x_D \gamma_{vD}) \quad (3.30)$$

$$\text{ここで, } CFX = \max[(F_{DM} - F_{AD})|C| - (F_{DM} - F_D) \Delta x_D \gamma_{vD}, 0]$$

$$C = \Delta t \gamma_{xi,j,k} u_{i,j,k}$$

$$F_{AD} = \begin{cases} F_D: \text{界面とドナー側の水面が垂直} \\ F_A: \text{上記以外} \end{cases}$$

$$F_{DM} = \max(F_{DMW}, F_D)$$

$$C \geq 0 : DMW = i-2, D = i-1, A = i$$

$$C < 0 : DMW = i+1, D = i, A = i-1$$

$$QF_{i,j,k} = F_{i,j,k} q_{i,j,k} \quad (3.31)$$

3.1.5 造波モデル

CADMAS-SURF/3D では、規則波の水位や流速の計算方法として、ストークス波第 5 次近似解（磯部ら, 1978）、クノイド波第 3 次近似解（磯部ら, 1978）、流れ関数法 B による数値解（Dean, 1965）の 3 つを採用している。なお、Dean の流れ関数法 B の適用においては、波速の第 2 定義に基づいて導かれたストークス波やクノイド波の摂動解と同様に、波速の第 2 定義に基づく物理量（水位変動、流速、圧力、波速）を与えている。また、不規則波の造波を目的として、事前に作成した任意の水位と流速のマトリクスデータを読み込み、時間・空間方向に補間しながら計算することも可能である。

上記の方法で求めた水位 $\eta_0(t)$ および流速 $U_0(z, t)$ を用いて造波させると、特に造波開始直後に、設定水位 $\eta_0(t)$ と計算水位 $\eta_s(t)$ にずれが生じる。よって、実際の計算に用いる x 方向または y 方向の造波用流速 $U(z, t)$ には、以下の補正を行うことにより、造波位置での流入出量を合わせている。

$$U(z, t) = U_0(z^*, t) \cdot \left(\frac{\eta_0 + h}{\eta_s + h} \right) \quad (3.32)$$

$$z^* = \frac{\eta_0 + h}{\eta_s + h} (z + h) - h \quad (3.33)$$

ここで、 h は水深である。

また、CADMAS-SURF/3D では、これらの造波用流速 $U(z, t)$ を用いた造波モデルとして、以下に示す造波境界と造波ソースの 2 つを採用している。

(a) 造波境界

造波境界では、造波用流速 $U(z, t)$ を x 方向または y 方向の流速指定境界条件として設定する。なお、条件過多となることを防ぐため、VOF 関数 F 値および圧力（実際には圧力増分）については勾配ゼロを設定する。

(b) 造波ソース

指定したセルの中心位置 ($x = x_s$ または $y = y_s$) に造波のためのソース（岩田ら, 1995）を設定する。造波ソースは流速や水位を直接指定する方法ではないため、構造物や斜面等からの反射波を通過させることができ、後述する無反射モデルと組み合わせることで、無反射造波が可能となる。以下では式(3.1)～式(3.4)と式(3.28)のソース項のみを示す。

$$S_\rho = q(z, t) \quad (3.34)$$

$$S_u = uq(z, t) \quad (3.35)$$

$$S_v = vq(z, t) \quad (3.36)$$

$$S_w = wq(z, t) + \frac{\nu}{3} \frac{\partial q(z, t)}{\partial z} \quad (3.37)$$

$$S_F = Fq(z, t) \quad (3.38)$$

ここで、 $q(z, t)$ は $x = x_s$ での格子間隔を Δx_s として式(3.39)で表される。なお、式(3.39)は x 方向に造波させる場合である。

$$q(z, t) = 2U(z, t) / \Delta x_s \quad (3.39)$$

3.1.6 無反射モデル

不規則波のみならず、規則波においても構造物の反射波や浅水変形等が安定に形成されるまでには長時間の解析が必要となる。このとき、解析領域の両端の影響を極力抑える無反射モデルが必要となる。

CADMAS-SURF/3D では、無反射モデルとして Sommerfeld の放射境界、エネルギー減衰帯の 2 つを採用している。以下に両モデルの概説を示す。

(a) Sommerfeld の放射境界

境界条件の一つである Sommerfeld の放射条件を次式に示す。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (3.40)$$

ここで、 f は流速等の物理量、 C は波速である。なお、波速 C は微小振幅波の波速を用いている。

(b) エネルギー減衰帯

エネルギー減衰帯は 1~3 波長程度の領域を用いて波のエネルギーを徐々に減衰させることで無反射を実現するものである。このため、計算領域を余分に必要とするが、様々な波形に対して適用可能であり、かつ、安定した計算結果を実施できるという利点がある。

CADMAS-SURF/3D では、エネルギー減衰帯として、式(3.2)～式(3.4)の Navier-Stokes 方程式に、それぞれ、流速に比例する減衰項 (Eric ら, 1993) $-D_x u$, $-D_y v$, $-D_z w$ を付加することでエネルギー減衰帯を設定する。係数 D_x , D_y , D_z は以下の式に示すとおりである。

$$D_x = \theta_{xy} \sqrt{\frac{g}{h}} (N+1) \left(\frac{\max(|x - x_0|, |y - y_0|)}{l} \right)^N \quad (3.41)$$

$$D_y = \theta_{xy} \sqrt{\frac{g}{h}} (N+1) \left(\frac{\max(|x - x_0|, |y - y_0|)}{l} \right)^N \quad (3.42)$$

$$D_z = \theta_z \sqrt{\frac{g}{h}} (N+1) \left(\frac{\max(|x - x_0|, |y - y_0|)}{l} \right)^N \quad (3.43)$$

ここで、 h は水深、 l と x_0 , y_0 はエネルギー減衰帯の広さと開始位置の x , y 座標、 N は分布関数の次数、 θ_{xy} と θ_z は無次元の係数である。

3.1.7 乱流モデル

CADMAS-SURF/3D では、乱流モデルに、実用性が高く様々な分野で用いられている高 Re 型 $k-\varepsilon$ 方程式モデル (数値流体力学編集委員会編, 1995) を採用している。高 Re 型 $k-\varepsilon$ 方程式モデルでは、流速の変動量 u' , v' , w' を用いて乱流エネルギー k と乱流エネルギー散逸 ε を定義し、移流拡散方程式を解いて求める。計算された乱流の効果は、運動方程式の粘性項の実効動粘性係数 ν_e および圧力項の圧力 p を以下に示すように変更することで、流速および圧力に反映することができる。

$$\nu_e = \nu + \nu_t \quad (3.44)$$

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k \quad (3.45)$$

3.2 碎波計算への適用

碎波点の予測および碎波後の波浪変形を精緻に把握・解明することは、海岸構造物を設計する上で極めて重要である。本節では、斜面勾配を有する単純な水路を対象に碎波計算を行い、合田(1970)の碎波指標と既往の実験結果との比較から、碎波現象に対する CADMAS-SURF/3D の妥当性を紹介する（有川ら、2007）。

(a)碎波点

計算断面としては、図3.2に示すように、斜面勾配1/10, 1/20, 1/30, 1/50を水路内に設置し、碎波点を測定した。また、計算格子間隔は図示のとおりである。

図3.3に、合田(1970)の碎波指標と本計算による結果を比較した図を示す。なお、(a)～(d)はそれぞれ碎波水深・換算冲波波高比、碎波波高・水深比、碎波波高・換算冲波波高比、碎波波峰高・碎波水深比を示す。同図から、斜面勾配による諸量の差が完全ではないものの、全般的な傾向は合田の碎波指標に整合しているといえる。図3.4は、水底勾配1/10における碎波水深・換算冲波波高比の既往の実験値と計算値の比較を示したものである。図3.4と同様、図3.5においても実験データとの整合性はよく、碎波現象に対する CADMAS-SURF の有用性が検証される。しかし、沖波波高が小さい場合に合田の碎波指標との差異が生じている。その原因として、計算格子の大きさが考えられる。つまり、波高が小さくなると、波高に対する鉛直方向の格子分割数が少なくなり、その結果、波形の再現が困難となるために、誤差が生じたと考えられる。

(b)碎波変形

図3.6は波浪条件と地形条件が及ぼす碎波形態の違いを図示したもので、同図に示す3つの●印に対し、碎波計算を行った。図3.7(a)～(c)は、それぞれ崩れ波碎波、巻き波碎波、碎け寄せ波碎波の場合で、1秒間の空間波形を0.25s毎に示したものである。図3.7(a)から、計算結果は崩れ波碎波の特徴を良く再現しているといえる。また、図3.7(b), (c)においても、各碎波形態の特性を表現しており、CADMAS-SURF/3Dは碎波後の波浪変形に対して十分に適用可能であるといえる。

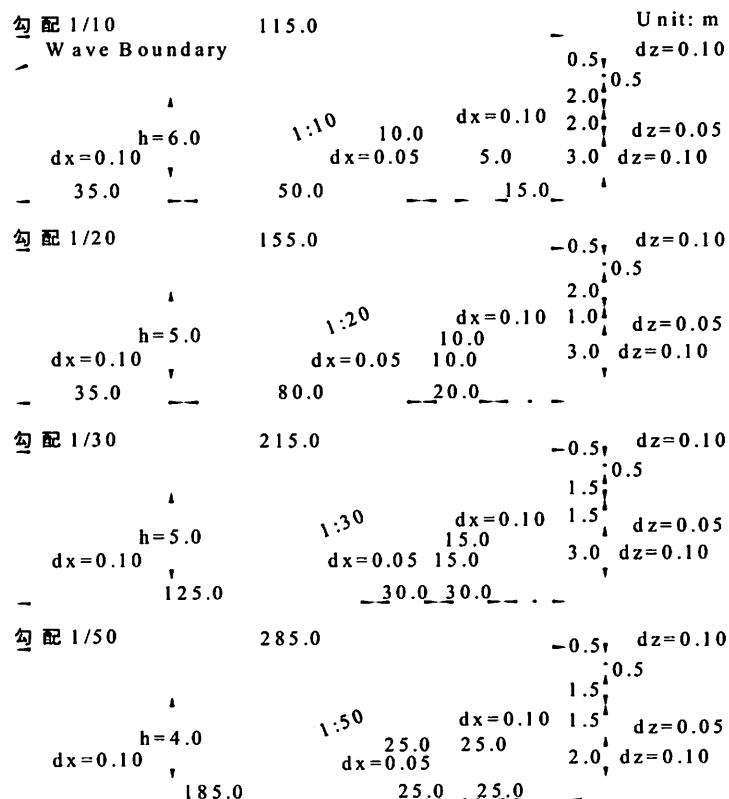
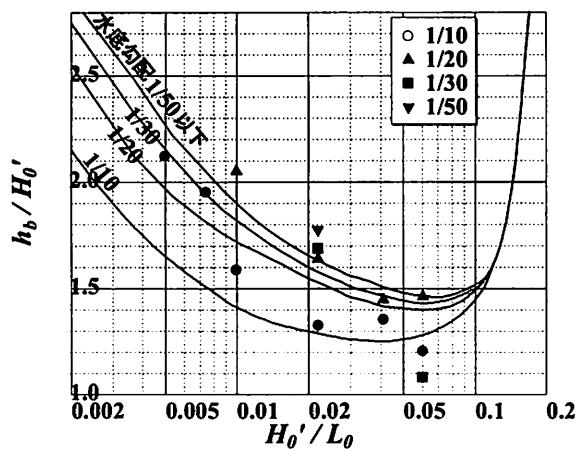
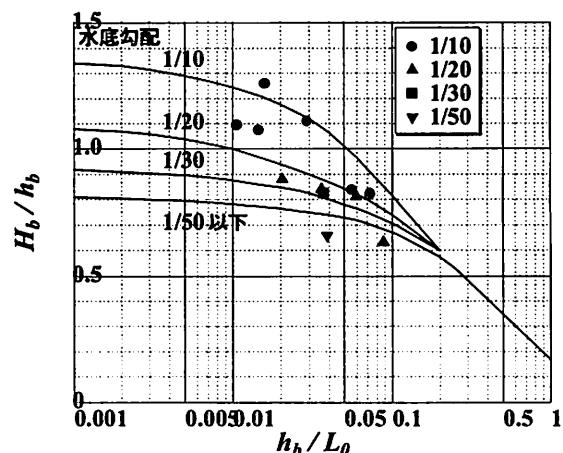


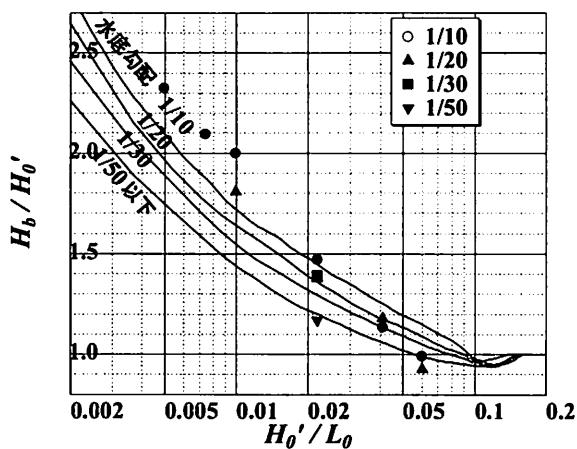
図3.2 計算断面図



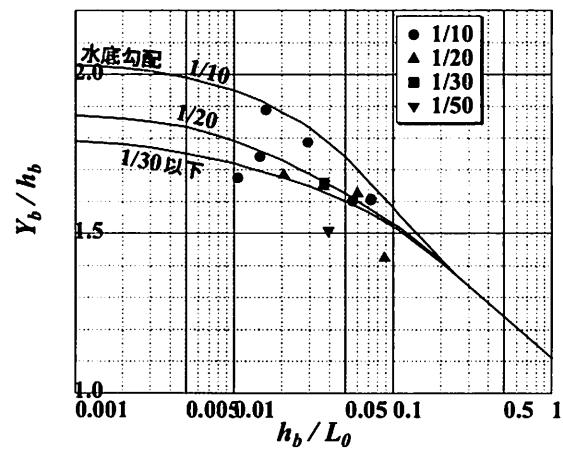
(a) 碎波水深・換算冲波波高比



(b) 碎波波高・水深比



(c) 碎波波高・換算冲波波高比



(d) 碎波波峰高・碎波水深比

図 3.3 合田(1970)の碎波指標との比較

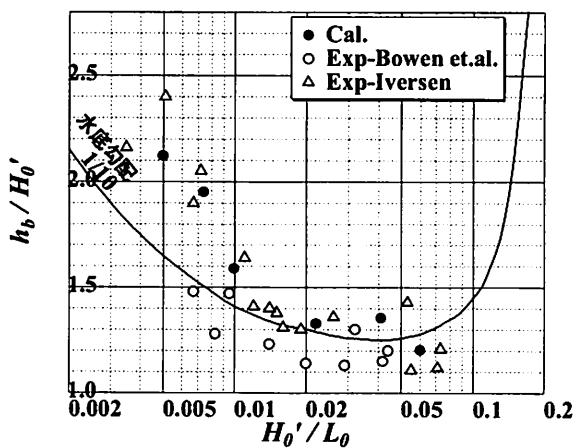


図 3.4 実験データとの比較

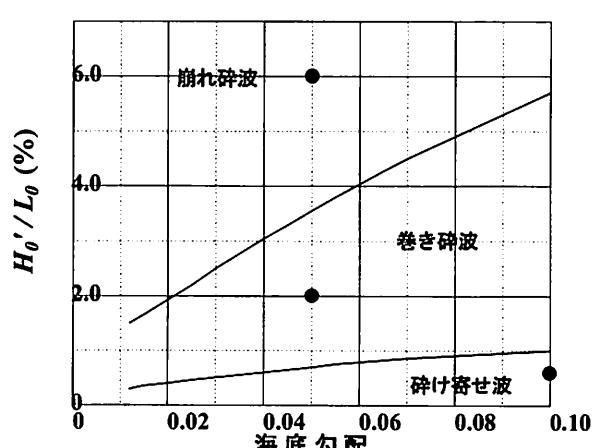
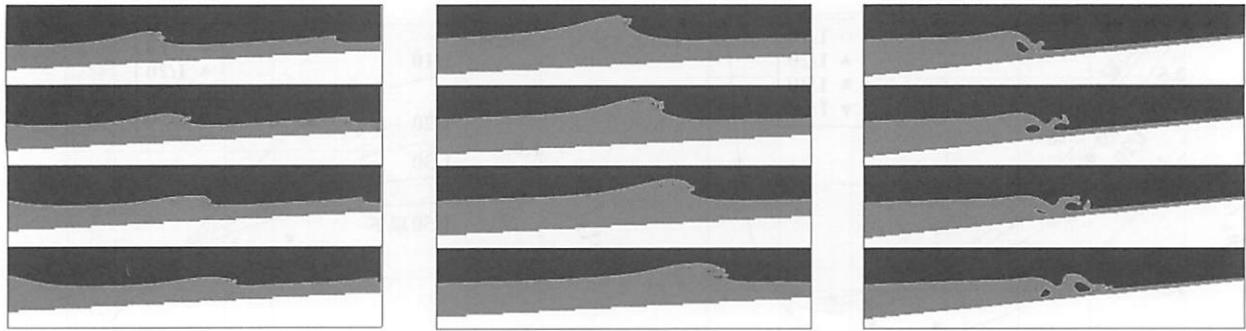


図 3.5 碎波形態の比較



(a) 崩れ波碎波
($\tan\theta=1/20, H_0'/L_0=0.060$) (b) 卷き波碎波
($\tan\theta=1/20, H_0'/L_0=0.020$) (c) 碎け寄せ波碎波
($\tan\theta=1/10, H_0'/L_0=0.006$)

図 3.6 斜面上碎波の計算結果

3.3 波と構造物の相互作用問題への適用

波と構造物の相互作用問題への適用例として、低気圧に伴う高波の来襲により、防波堤ケーソンの一部が破壊された事例を対象とした、数値波動水槽 CADMAS-SURF/3D による 3 次元計算（有川・山野, 2008）を紹介する。

(a) 計算条件

図 3.7 に計算領域を示す。造波方向 (x 方向) に 370m, 防波堤に沿う方向 (y 方向) に 450m, 鉛直方向 (z 方向) に 50m の計算領域を設定した。 x 方向の計算格子間隔については図 3.7 に示すとおりで、防波堤近傍で 0.5m とし、他の場所については 1m とした。一方、 y 方向は 1m, z 方向は 0.25m の等間隔とした。格子数は、 x 方向に 440 個、 y 方向に 450 個、 z 方向に 200 個とし、総格子数は 39,600,000 個である。図中の斜線部には、エネルギー吸収帯を設け、境界部からの反射を抑えている。防波堤は、全部で 13 函設置し、1 函は y 方向に 25m である。

No.8 のケーソンを除いたケーソンの断面の構造を図 3.8 に図示する。No.8 のケーソンは図 3.9 に示すとおりで、半没水上部斜面堤となっている。また、No.8 ケーソンにおいては、被災する前から岸側に 3.5m 後退していたため、図 3.7 に示すように、計算においても後退させている。波浪条件は、現地で被災時に来襲したと推定される波で数波作用させた。水深 25.9m、周期 12.4s、波高 13.9m、入射角度は図 3.7 に示したとおりで、直入射を 0 度とし、時計回りで 8.3 度とした。

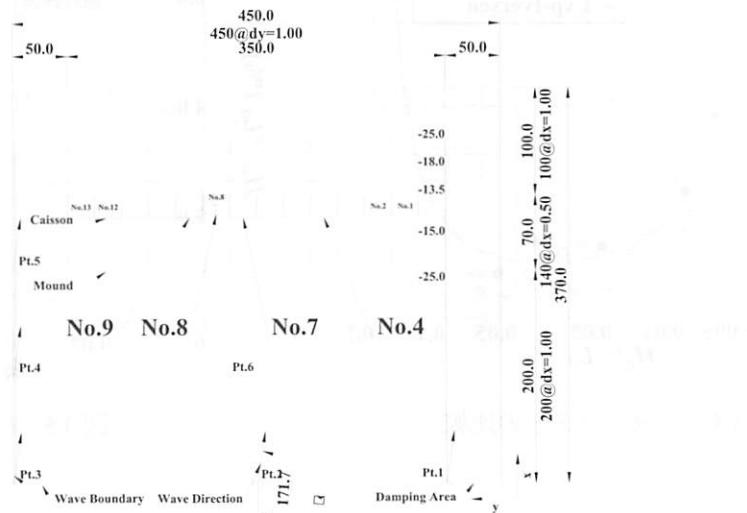


図 3.7 計算領域 (x - y 平面) (単位 : m)

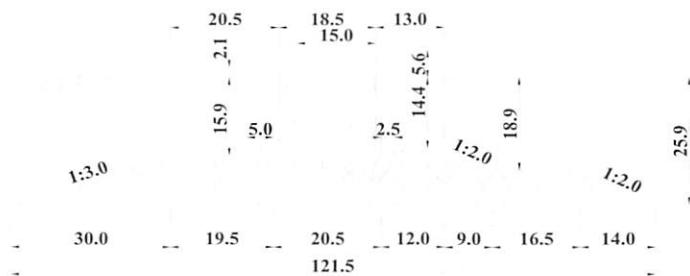


図 3.8 ケーソン断面 (No.8 以外のケーソン)

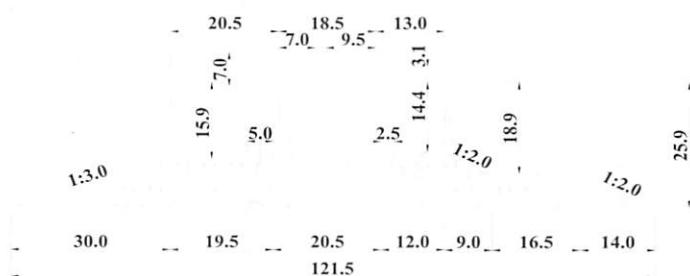


図 3.9 ケーソン断面 (No.8)

(b)構造物近傍の波浪状況

図 3.10 に全 13 函のケーソンに作用する碎波の空間波形を示し、半没水ケーソン No.8 近傍の碎波の様子を図 3.11 に示す。両図から、斜め方向から波がケーソンに作用し、大きなスプラッシュが生じている。このように、CADMAS-SURF/3D は、3 次元波動場における波一構造物の複雑な相互作用問題にも適用可能であると判断される。

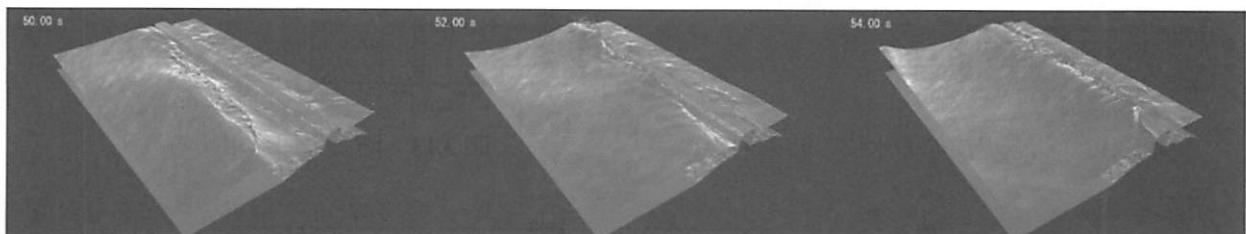
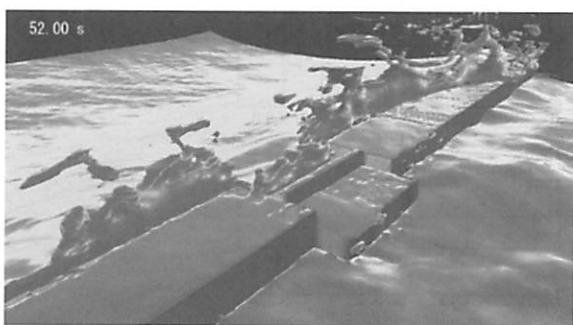
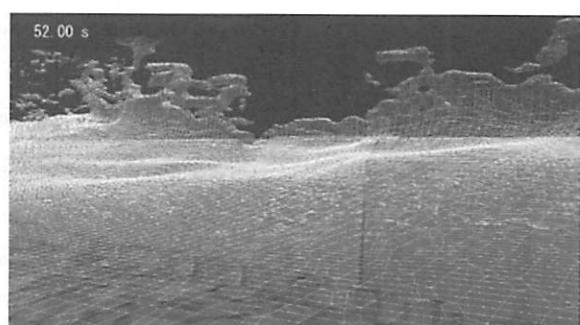


図 3.10 計算結果



(a) No.8 ケーソン背面



(b) No.8 ケーソン前面

図 3.11 No.8 ケーソン付近の碎波状況

(c)防波堤前面における水位と作用波圧

図3.12に防波堤前面の水位の時系列を示す。各ケーンにおいて碎波後の波が作用していることがわかる。また、各ケーンの中心部静水面の点における波圧の時系列波形を示す図3.13より、No.1, No.2, No.8の防波堤以外では、衝撃碎波圧が発生していることが確認できる。

No.8は、被災前から滑動していたため、仮にNo.8ケーンが所定の位置にあった場合における波圧の比較を図3.14に示す。No.8がずれることにより、No.7に作用する衝撃波圧が1.5倍程度になっていることがわかる。実際にはNo.9とNo.4のケーンが破壊したが、これらの結果から、ケーンの平面的な配置・形状の違いにより衝撃波圧が大きく変化し、波向き等によっては十分にNo.9だけ破壊するという可能性が考えられる。

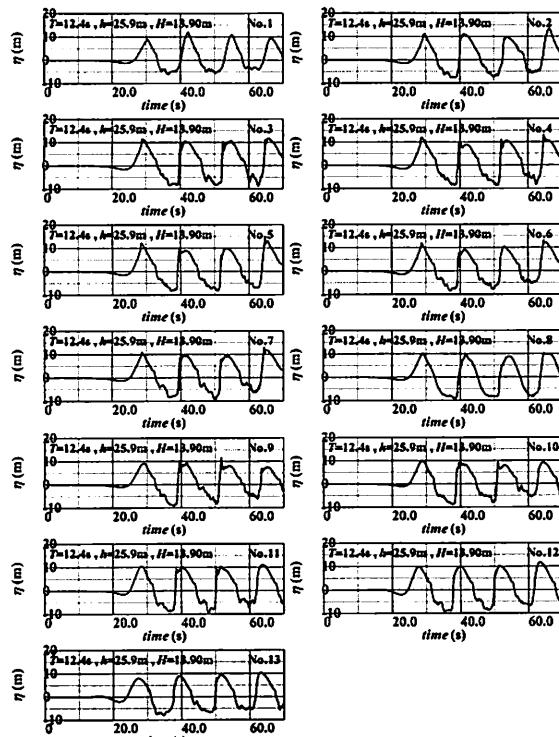


図3.12 防波堤前面の水位の時系列

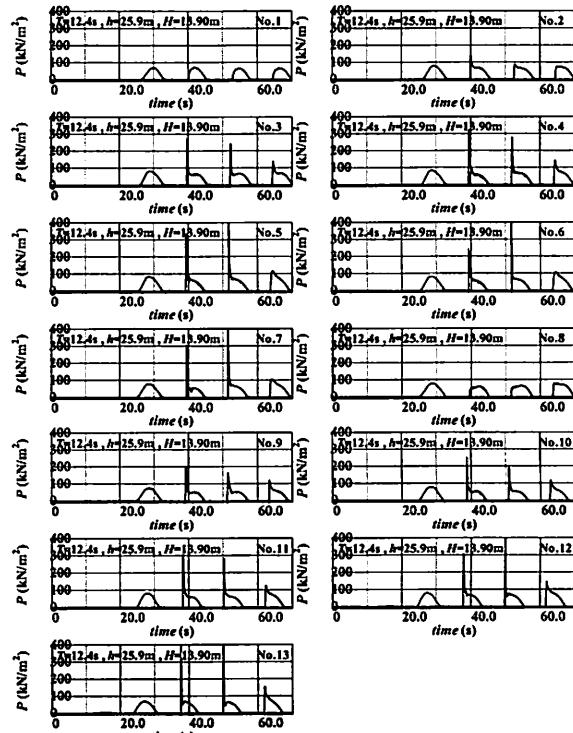


図3.13 防波堤に作用する波圧

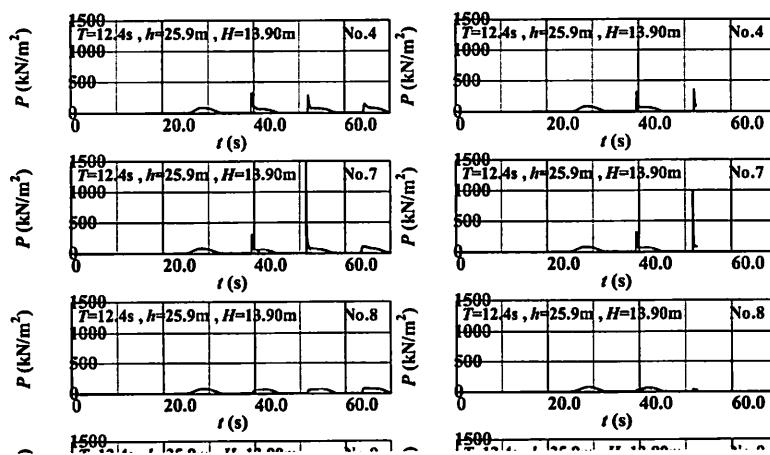


図3.14 波圧比較（左図：3.5mずれ、右図：ずれなし）

4 おわりに

複雑な沿岸海象現象を把握・解明するための一手段として、今後、数値計算の役割はより一層重要になるものといえる。このことは、現在、2次元計算を中心に実務への適用が積極的に実施されていることからも理解できる。3次元計算については、コンピュータの演算処理機能や記憶容量などハード面の制限から、現時点では現地への適用には困難が予想されるが、GPU (Graphics Processing Unit) 技術などのハード面の躍進により、近い将来、海岸構造物の耐波設計に3次元計算が主流となることが期待される。

参考文献

- 有川太郎・山野貴司(2008)：数値波動水槽を用いた衝撃波圧に関する大規模計算、海岸工学論文集、第55巻、pp.26-30.
- 有川太郎・山野貴司・秋山 実(2007)：数値波動水槽における碎波変形計算の高精度化、海岸工学論文集、第54巻、pp.71-75.
- 磯部雅彦・高橋重雄・余 錫平・榎山 勉・藤間功司・川崎浩司・蒋 勤・秋山 実・大山洋志(1999)：数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究－VOF法基本プログラムの作成－、海洋開発論文集、第15巻、pp.321-326.
- 磯部雅彦・西村仁嗣・堀川清司(1978)：保存波の摂動解の波高による表示、第33回年次学術講演会概要集、II、pp.760-761
- 岩田好一朗・川崎浩司・安藤敏宏(1997)：潜水構造物による碎波再生過程と碎波持続距離に関する研究、海岸工学論文集、第44巻、pp.71-75.
- 岩田好一朗・川崎浩司・金 度三(1995)：水中構造物による碎波の数値解析、海岸工学論文集、第42巻、pp.781-785.
- Eric Cruz・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺 晃(1993)：非線形波動方程式に対する無反射境界条件について、海岸工学論文集、第40巻、pp.46-50
- 川崎浩司(1998)：潜水構造物による碎波変形と再生過程に関する基礎的研究、名古屋大学学位論文、186p.
- 川崎浩司(2007)：オイラー表記に基づく自由表面流体解析モデル、2007年度（第43回）水工学に関する夏期研修会講義集Bコース、土木学会、pp. B-2-1-B-2-20.
- 川崎浩司・岩田好一朗(1996)：3次元波動場に設置された潜堤によるSpilling型碎波の変形過程に関する数値解析、海岸工学論文集、第43巻、pp.96-100.
- 川崎浩司・岩田好一朗(1997)：潜堤による平面2次元波の碎波変形の数値解析、海岸工学論文集、第44巻、pp.81-85.
- 川崎浩司・岩田好一朗・村瀬政善(1998)：碎波持続域での水中圧力特性、海岸工学論文集、第45巻、pp.131-135.
- 功刀資彰(1997)：自由界面を含む多相流の直接数値解析法、日本機械学会論文集(B編)、63巻、609号、pp.1576-1584.
- 合田良実(1970)：碎波指標の整理について、土木学会論文報告集、第180号、pp.39-49.
- (財)沿岸開発技術研究センター(2001)：数値波動水路(CADMAS-SURF)の研究・開発、沿岸開発技術ライブラリーNo.12、457p.
- (財)沿岸技術研究センター(2008)：CADMAS-SURF実務計算事例集、沿岸技術ライブラリーNo.30、368p.
- 酒井哲郎・水谷太作・田中秀明・多田幸夫(1987)：斜面上の巻き波型碎波の碎波後の運動機構の数値解析、第34回海岸工学講演会論文集、pp.71-75.
- 榎山勉・阿部宣行・鹿島遼一(1990)：ポーラスモデルによる透過性構造物周辺の非線型波動解析、海岸工学論文集、第37巻、pp.554-558
- 榎山 勉・今井澄雄(1996)：消波護岸の越波に関する数値シミュレーション、海岸工学論文集、第43巻、pp.696-700.
- 榎山 勉・香山真祐(1997)：海底斜面上で碎波を伴う消波護岸への越波の数値計算、海岸工学論文集、第44巻、pp.741-745.
- 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会(2002)：[研究展望] 海域施設の耐波設計に適用できる数値波動水路(CADMAS-SURF)の研究・開発とその将来展望、土木学会論文集、No.705/II-59、pp.1-17.
- 数値流体力学編集委員会(1995)：数値流体力学シリーズ1 非圧縮性流体解析、東京大学出版会、319p.
- 数値流体力学編集委員会(1995)：数値流体力学シリーズ3 乱流解析、東京大学出版会

- 滝川 清・山田文彦・有元光久・田渕幹修(1991) : 斜面上の碎波変形過程の内部特性とその数値解析, 海岸工学論文集, 第 38 卷, pp.61-65.
- 滝川 清・山田文彦・松本健作(1995) : 潜堤上碎波変形の内部特性とその数値解析, 海岸工学論文集, 第 42 卷, pp.66-70.
- 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫(1984) : 非線形分散波理論の数値的な検討, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp.93-97.
- Amsden, A. A. and F. H. Harlow(1970) : A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, Journal of Computational Physics, Vol.6, pp.322-325.
- Ashgriz, N. and Poo, J. Y.(1991) : Flux line-segment model for advection and interface reconstruction, Journal of Computational Physics, Vol.93, No. 2, p.449-468.
- Brorsen, M. and J. Larsen(1987) : Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method, Coastal Engineering, Vol.11, pp.93-113.
- Chorin, A. J.(1968) : Numerical solution of the Navier-Stokes equations, Mathematics of Computation, Vol.22, pp.745-762.
- Dean, R. G.(1965) : Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waves, J. Geophys. Res., vol.70, No.18, pp.4561-4572
- Denis, G, Jie, L., Ali N., Ruben S., and Stephane Z.(1999) : Volume-of -Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Tree-Dimensional Flows, Journal of Computational Physics, Vol.152, pp.423-456
- Harlow, F. H. and J. E. Welch(1965) : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, The Physics of Fluids, Vol.8, No.12, pp.2182-2189.
- Hinatsu, M. (1992) : Numerical simulation of unsteady viscous nonlinear waves using moving grid system fitted on a free surface, Jour. Kansai Soc. Naval Architects Japan, No.217, pp.1-11.
- Hirt, C. W. and B. D. Nichols(1981) : Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries, Journal of Computational Physics, Vol.39, pp.201-225.
- Hirt, C. W., B. D. Nichols and N. C. Romero(1975) : SOLA : A numerical solution algorithm for fluid flows, Los Alamos Scientific Laboratory, Report LA-5852, 50p.
- Iwata, K., K. Kawasaki and D.-S. Kim(1996) : Breaking limit, breaking and post-breaking wave deformation due to submerged structures, Proceedings of 25th International Conference on Coastal Engineering, Vol.2, pp.2338-2351.
- Lafaurie, B., C. Nardone, R. Scardovelli, S. Zaleski and G. Zanetti(1994) : Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER, Journal of Computational Physics, Vol.113, pp.134-147.
- Kawasaki, K.(1999) : Numerical simulation of breaking and post-breaking wave deformation process around a submerged breakwater, Coastal Engineering Journal, Vol.41, Nos.3 & 4, pp.201-223.
- Kawasaki, K. and K. Iwata(1996) : Numerical analysis of wave breaking due to submerged structure, Proceedings of 6th International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol.III, pp.168-175.
- Kawasaki, K. and K. Iwata(1998) : Numerical analysis of wave breaking due to submerged breakwater in three-dimensional wave field, Proceedings of the 27th International Conference on Coastal Engineering, Vol.1, pp.853-866.
- Nichols, B. D., C. W. Hirt and R. S. Hotchkiss(1980) : SOLA-VOF - A solution algorithm for transient fluid with multiple free boundaries, Report LA-8355, Los Alamos Scientific Laboratory, University of California, 119p.
- Sussman, M., P. Smereka and S. Osher(1994) : A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, Journal of Computational Physics, Vol.114, pp.146-159.
- van der Meer, J. W., H. A. H. Petit, P. van den Bosch, G. Klopman and R. D. Broekens(1992) : Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures, Proceedings of 23rd International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Vol.2, pp.1772-1784.
- van Gent, M. R. A., P. Tönjes, H. A. H. Petit and P. van den Bosch(1994) : Wave action on and in permeable structures, Proceedings of 24th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Vol.2, pp.1739-1753.
- Viecelli, J. A.(1971) : A computing method for incompressible flows bounded by moving walls, Journal of Computational Physics, Vol.8, pp.119-143.
- Yabe, T. and T. Aoki (1991): Universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynominal interpolation I. one-dimensional solver, Computer Physics Communications, Vol.66, pp.219-232.
- Youngs, D. L.(1982): Numerical methods for fluid dynamics, Academic Press, pp.273-468.