

粒子法による数値波動水槽の構築

Development of Numerical Wave Flume by Particle Method

後 藤 仁 志

Hitoshi GOTOH

1. はじめに

広範囲な発展を続ける海岸工学の研究領域にあって、水面波の変形解析は一貫して研究の主軸であり続けている。海岸工学で解析の対象とされる領域は広範囲であることから、ポテンシャル流に基づく基礎式に海底摩擦や砕波によるエネルギー損失項を半経験的に導入することによって、広領域の平面的な波浪変形に関する数値予測の枠組みが整備されてきた¹⁾。この過程では、Navier-Stokes 式は水深方向に積分され、計算負荷の小さい波浪変形モデルへと縮約されて扱われてきた。

流体（希薄気体）の分子運動を支配する Boltzmann 方程式をマクロに見た連続体近似モデルとしての Navier-Stokes 式の妥当性に関する理学的議論²⁾があることは承知しているが、海岸工学だけでなく、水工学で扱うおおかたの流体现象の数値モデルとしては、Navier-Stokes 式が妥当であるとしても大きな問題はないだろう。この前提に立つと、水理構造物の持つ複雑な形状を忠実に再現した境界条件の下に Navier-Stokes 式の解が十分な解像度で得られさえすれば、あらゆる水理現象における場の巨視的変数（流速、圧力、流体密度；この場合の『巨視的』という表現は、気体分子運動論をミクロとした際のマクロの意味）は完全に把握できることとなる。一般に CFD（Computational Fluid Dynamics；数値流体力学）と呼ばれる学問領域では、Navier-Stokes 式が揺るぎない普遍的流体モデルと位置付けられ、Navier-Stokes 式の解を如何に精度よく得るかが主たる課題とされる。

水工水理学は自然の水域における流体现象を対象とする学問であるから、管路や容器の内部に封入された流体を扱う機械工学系の流体力学と比較して時空間的に広範囲の現象を扱わざるを得ず、このことが CFD 導入の壁となっていることは現在でも変わりがない。しかし、計算機ハードウェアの進歩は目覚ましく、マイクロチップの加工精度がナノレベルに至った今日でも、並列計算技術の登場によって計算機の高高速化と低廉化は順調に推移している。後述するように現象をどの程度疎視化するかにも依るが、現在は、大学の一研究室で占有できる程度の並列計算機で Navier-Stokes 式に基づく砕波過程の 3 次元解析が実行できる状態にある。つまり、水工水理学における CFD の本格的展開の機は熟しつつある。

本稿では、数値波動水槽の基幹モデルの例として、砕波による水面トポロジーの変化に高い適用性を有する粒子法について解説し、粒子法に基づく数値波動水槽の現状と展望を示したい。

2. 粒子法

2.1 支配方程式

先に述べたように、Navier-Stokes 式が普遍的流体モデルであるとすれば、Navier-Stokes 式

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (1)$$

（ $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル， p ：圧力， ρ ：流体密度， ν ：動粘性係数， $\mathbf{g}$ ：重力加速度）が十分な時空間解像度で解ければ、水理現象の完全な数値解が得られることとなる。これを忠実に実行しようとするのが、DNS（Direct Numerical Simulation；直接数値シミュレーション）³⁾であるが、現実には容易ではない。乱流場では低波数の大きな渦が高波数の小さな渦へと分裂を繰り返し、最小の渦（この渦の大きさに相当する長さを

Kolmogorov スケールと呼ぶ) に達して、熱散逸する。

Kolmogorov スケールには普遍性があるが、大きな渦のスケールは流れ場によって異なり、両者の比はおおよそ $10^3 \sim 10^5$ である。Navier-Stokes 式を正確に解くには、全てのスケールの渦を追跡できる空間解像度が必要となる。長さの比で 10^3 としても、3 次元では 10^9 となり、最大スケールの渦が一つ存在する空間の計算に 10 億個の計算セルが必要となる。この種の計算は現実には実行不可能であり、ある程度小さなスケールの渦は直接計算せずに、格子スケール以下 (SGS=Sub-Grid Scale) の乱流作用 (SGS 応力) を表すサブモデルとして取り扱うのが現実的である。これが LES (Large Eddy Simulation) のコンセプトである。

つまり、不十分な解像度 (粗い格子) で Navier-Stokes 式を解けば、SGS 応力を無視した解が得られることとなり、必ずしも正しい乱流場の解が得られるとは限らない。SGS 応力の影響の程度は対象とする流れの Reynolds 数や格子の大きさにも依存し、低 Reynolds 数流れでは SGS モデルの有無が解に与える影響は小さいとの報告⁴⁾もあるが、概して言えば、Navier-Stokes 式自体ではなく、疎視化された (filtered) Navier-Stokes 式に基づく解析が望ましい。しかしながら、粒子法について言えば、LES の適用は端緒に着いたばかりである。著者ら⁵⁾は、粒子法における LES の基本的フレームワークを示し、SPS (Sub-Particle Scale) の乱流作用を Smagorinsky⁶⁾ モデルで記述して、2 次元噴流のシミュレーションを実施してはいるものの、3 次元の乱流構造を粒子法で計算する試みは進んでいない。

粒子法は Euler 型の計算格子を用いる方法とは根本的に異なり、計算の実施例も大幅に少ない。一方、自由水面の記述の面では柔軟性に富み、水塊の複雑な分裂・合体に対しても高い適用性が期待できる手法であることから、乱流モデルの導入はひとまず置いて、基本形 (Navier-Stokes 式自体) での急変流 (例えば、碎波過程) に対する適用性の議論が先行してきた。このような経過を踏まえて、本稿でも乱流モデルには言及せず、Navier-Stokes 式に基づくシミュレーションについて解説する。

2.2 粒子法のコンセプト

粒子法は広義には多くの手法の総称である。例えば、分子動力学で用いられる DSMC (Direct Simulation Monte Carlo)⁷⁾、連続体近似の適用できない希薄流体にも適用できる LBM (Lattice Boltzmann Method; 格子 Boltzmann 法)⁸⁾、粒状体モデルとして漂砂力学でも用いられる DEM (Distinct Element Method; 個別要素法)⁹⁾などは何れも粒子法に属する¹⁰⁾。しかし、本稿では数値波動水槽が目的であり、非圧縮性流体が対象であるから、Navier-Stokes 式のソルバーとしての (狭義の) 粒子法に限定して話を進める。

この種の粒子法には、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法¹¹⁾と MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法¹²⁾がある。SPH 法に関しては MPS 法と比較した場合の特徴を後述するが、両者はともに、Navier-Stokes 式の離散化に格子を用いない点で共通している。

流体運動の記述法に Euler 型と Lagrange 型の 2 つの方法があるが、粒子法は計算点 (物理量の定義点) である粒子が流体とともに移動する Lagrange 型の手法である。Navier-Stokes 式の左辺の D/Dt は Lagrange 微分と呼ばれ、Euler 型の記述では、時間微分項と移流項から成ることは周知の通りである。この微分 D/Dt は、Lagrange 型の記述ではそのまま時間微分となり、移流項は不要となる。言い換えると、Lagrange 型の記述では計算点が流体とともに移動するから、移流項は計算点の移動として計算されることとなる。空間に固定された計算格子を用いる Euler 型の記述で最大の困難が移流項の離散化に伴う数値拡散による解の鈍りであるが、粒子法では移流項の計算自体が不要となることから移流項の離散化に起因する数値拡散は発生しない¹⁰⁾。このことは、単純なアルゴリズムでシャープな水面を追跡できるという粒子法の特徴の背景となっている。

ところで、格子を用いる方法でも格子を流体運動とともに変形させれば Lagrange 型の記述は可能である¹³⁾。しかし、例えば水面で巻き波碎波が生じた場合を考えると、ジェットの発生により大きく引き伸ばされる水面やその後に生じるジェットの着水による (単連結から二重連結への) 水面トポロジーの変化など、

格子の変形が追従できない事象が発生し、格子を用いた Lagrange 型の記述には自ずと限界があることは言うまでもない。自由水面における水塊の分裂・合体に対しての高い適用性が、粒子法の手法に対する顕著な利点と言える。

粒子法のもう一つの利点は、固定壁境界条件の設定の容易さである¹⁰⁾。種々の計算手法の開発段階では比較的単純な水路・水槽が対象とされるが、実務への適用を考えると、固定壁の境界条件は必ずしも単純ではない。水理構造物ではリブやスリットなど断面に凹凸が設けられていることが少なくないので、Euler 型の手法ではこれらの形状に沿った計算格子の配置が必要となり、特に 3 次元では、格子形成自体が大きな労力を必要とする複雑な作業となり、格子形成は熟練した技術者のみに対応できる高度な作業となっている。一方、粒子法では、計算点間の相互作用は計算の更新の際に周囲粒子を検索して処理されるから、計算準備の段階では固定境界に沿って粒子を配列するだけでよい。水工学に関連する事例としては、ストリーム型魚道のように疎流板が複雑に配置された自由表面流の計算¹⁴⁾は、粒子法の利点が顕著に発揮される例である。

以上のように、粒子法は、数値波動水槽の構築に有用な特徴を多く有している。次節では、水工学上の問題に適用例の多い MPS 法に関して、基本的な枠組を解説する。

2.3 MPS 法

2.3.1 MPS 法のアルゴリズム

MPS 法¹²⁾は、東京大学の越塚誠一教授を提案者とする我が国オリジナルの粒子法である。MPS 法が開発される以前は、元来は圧縮性流れを対象として開発された SPH 法が粒子法の代表格であったが、半陰解法のアルゴリズムの導入やカーネル関数の担う役割の再考などにより、MPS 法では SPH 法と比較して低負荷で安定したシミュレーションの実行が可能となり、特に非圧縮性流体への適用性は、MPS 法の出現により大幅に改善された。MPS 法の詳細に関しては越塚教授の著書¹⁰⁾に詳述されているが、ここでは最も基本的な場である単相流を対象とした場合のアルゴリズムに関して説明する。

MPS 法では、SMAC(Simplified MAC)法¹⁵⁾と同様の半陰解法のアルゴリズムが用いられ、Navier-Stokes 式の時間積分には陽的過程と陰的過程から成る 2 段階法が用いられる。

時間ステップ $k+1$ の流速ベクトルは、時間ステップ k の流速ベクトルに 2 つの修正量を加算して

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \Delta \mathbf{u}_k^* + \Delta \mathbf{u}_k^{**} \quad (2)$$

と表記する。第 1 段階は陽的過程であり、粘性項と重力項を与えて粒子の速度（流速）を計算し、粒子の仮位置および仮の数密度 n_k^* が算定される、この段階での速度修正値は、

$$\Delta \mathbf{u}_k^* = (\nu \nabla^2 \mathbf{u})_k \Delta t + \mathbf{g} \Delta t \quad (3)$$

となり (Δt : 計算時間間隔)、仮流速、仮の粒子位置はそれぞれ

$$\mathbf{u}_k^* = \mathbf{u}_k + \Delta \mathbf{u}_k^* ; \quad \mathbf{r}_k^* = \mathbf{r}_k + \Delta \mathbf{u}_k^* \Delta t \quad (4)$$

と書ける。このように、粒子法では計算の更新に伴って粒子（計算点）自身を移動させるので、移流項を別途離散化して計算する必要がなく、前述の数値拡散の問題が発生しない。

第 1 段階で更新された場では、個々の粒子を陽的に移動させただけで、質量保存に関する制約条件が課されていない。粒子法では粒子の質量が不変として計算を進めるので、非圧縮性流体における質量保存則は粒子数密度一定の条件と等価となる（基準となる粒子数密度を n_0 で与える）。第 1 段階計算の結果として個々の粒子が移動し、粒子数密度にばらつきが生じた粒子配列を押し並べて均質な状態に補正するのが第 2 段階である。第 2 段階では、第 1 段階で除外した圧力項による個々の粒子の速度変化 $\Delta \mathbf{u}_k^{**}$ の結果として生じる粒子数密度の再修正量 Δn_k^{**} が

$$n_k^* + \Delta n_k^{**} = n_0 \quad (5)$$

なる関係を満足するように、圧力場の陰的解法が行われる。第 2 段階の速度修正量 $\Delta \mathbf{u}_k^{**}$ は、

$$\Delta u_k^{**} = -\frac{1}{\rho} \nabla p_{k+1} \Delta t \quad (6)$$

と書ける。

ところで、圧縮性流体の質量保存則で、密度変化が微小変動を繰り返す状態を考えると、流速の divergence に乗じる密度は一定値 ($=\rho_0$) であるとの近似が可能で、質量保存則は

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

と書ける。MPS 法では流体の密度は粒子数密度と比例関係にあるから、(7) 式は

$$\frac{1}{n_0} \frac{Dn}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (8)$$

と書き換えられる。第 2 段階の粒子数密度の修正が第 2 段階の速度の修正に伴って生じるとすれば、

$$\frac{1}{n_0} \frac{\Delta n_k^{**}}{\Delta t} + \nabla \cdot \Delta \mathbf{u}_k^{**} = 0 \quad (9)$$

が得られる。これに (6) 式を代入すると、圧力に関する Poisson 方程式

$$\nabla^2 p_{k+1} = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_k^* - n_0}{n_0} \quad (10)$$

が得られる。この式を陰的に解いて圧力場の解を得て、それに (6) 式を用いると第 2 段階の速度修正量が得られ、粒子の位置は、

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k^* + \Delta \mathbf{u}_k^{**} \Delta t \quad (11)$$

によって更新される。以上のプロセスを繰り返し、時間発展的に流体の挙動を追跡する。

計算時間間隔は、Courant の安定条件を考慮して、

$$\Delta t = \min(\alpha_{dt} d_0 / u_{max}, 1.0 \times 10^{-3}) \quad (12)$$

により設定される。ここに、 α_{dt} ：計算時間間隔と Courant 数の比、 u_{max} ：瞬間粒子速度の最大値、 d_0 ：粒子径（粒子の間隔を規定する距離スケール）である。

2.3.2 MPS 法の粒子間相互作用モデル

先に述べたアルゴリズムに沿って計算を行うには、Navier-Stokes 式の各項を離散化する必要があるが、Navier-Stokes 式には勾配 (gradient) およびラプラス演算子 (Laplacian) といったベクトルの微分演算子が含まれる。MPS 法では、これらの微分演算子が粒子間相互作用としてモデル化される¹⁰⁾。勾配と Laplacian のモデル化の概念を図-1 に示す。

勾配は、近傍に存在する粒子間の相対位置ベクトル方向の勾配を重み付け平均して定義される。具体的には圧力勾配は、

$$-\frac{1}{\rho} [\nabla p]_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_{ij}|} \mathbf{r}_{ij} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \right] \quad (13)$$

と与えられる。式中の D_0 は空間次元数（2 次元では 2, 3 次元では 3）、 $w(r)$ は重み関数であり、 $\mathbf{r}_{ij}$ は粒子 i, j 間の相対位置ベクトル

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (14)$$

である。ところで勾配はベクトルであり、3 次元場では 3 成分を有しているが、この勾配モデルは相対位置ベクトル方向の勾配を扱ったもので、相対位置ベクトルと直交する向きの成分はゼロと評価されている。この問題を修正するために、空間次元数が乗じられている。この修正は、勾配の計算対象となる粒子の周囲に様な数密度の粒子分布を前提としたものであるが、MPS 法では数密度一定条件が課されており、各時刻において粒子周囲にはほぼ様な数密度の粒子分布が実現されている。

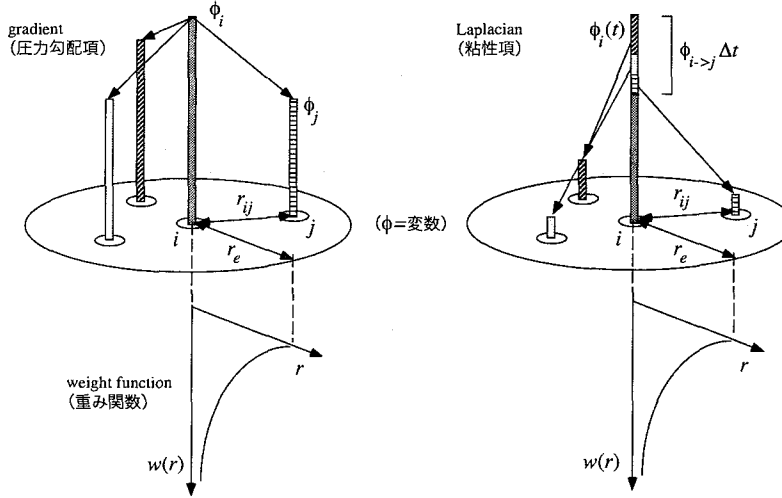


図-1 勾配と Laplacian (ベクトルの微分演算子のモデル化)

MPS 法では重み関数は,

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (15)$$

が標準的に用いられる (r : 粒子間距離, r_e : 重み関数の外縁). また, 粒子数密度は重み関数を用いて,

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (16)$$

と定義される. 先にも述べたように, 非圧縮性流体では粒子は等数密度に空間配置されることとなるので, 計算過程を通じて, 粒子数密度は一定値 n_0 に保たれる. なお, 基準値 n_0 は, 計算開始時に重み関数の非ゼロ領域 (中心から距離 r_e の範囲) に自由表面を含まない状態の粒子を対象に算定すればよい.

図-1 にも模式的に示しているように, 重みは粒子間距離が r_e を超えた粒子についてはゼロとなり, 相互作用は粒子間距離が r_e 以内の粒子間でのみ生じる. また粒子間距離 $r=0$ で重みが無限大となるが, これは2個の粒子の接近に伴って粒子間圧力を増加させて粒子を反発させることに繋がる利点を有している. 個々の粒子の挙動を反発傾向に保持するのは, 粒子の過剰な重なりや通り抜けといった計算不安定化を抑制するのに効果的である. 言うまでもないことだが, r_e の大きさは相互作用計算の対象となる近傍粒子の数に影響を与える. 単純な流れ場での解析解との比較などから, 粒子径の2~4倍程度の値が標準値として用いられている.

Laplacian は, 拡散現象を記述する演算子であるから, 近傍粒子間での物理量の相互配分 (交換) として,

$$\nu [\nabla^2 \mathbf{u}]_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_{ij}|)] \quad (17)$$

とモデル化される. 式中の係数 λ は, 統計的な分散の増加を解析解と一致させるために導入されている.

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} [|\mathbf{r}_{ij}|^2 w(|\mathbf{r}_{ij}|)]}{\sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_{ij}|)} \quad (18)$$

なお, これらの微分演算子のモデル化に関しても越塚教授の著書¹⁰⁾に詳述されているので, ここでは概略を述べるに留めた.

2.3.3 境界条件

固定壁面は, 図-2 のように数列の厚さで規則配列された固定粒子により構成される. MPS 法では, 粒子数密度の計算を影響域 (2次元では半径 r_e の円) 内の粒子を対象に行うので, 壁の厚さが不十分な場合には

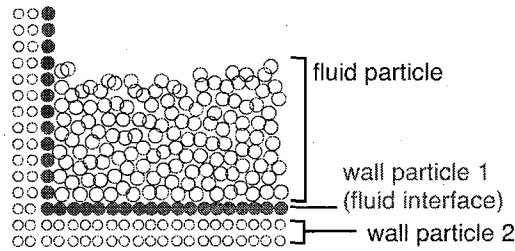


図-2 固定壁面境界の粒子配列

壁面直近傍の流体粒子において粒子数密度が基準値より小さく算定される。この場合には、粒子数密度を増加させて基準値 n_0 に一致させる必要が生じるが、壁粒子は移動できないので流体粒子が壁付近に引き寄せられる。これを防ぐため、壁面の厚みは影響域の半径 r_c より大きく設定する必要がある。流体と接する壁面表面粒子（図中の wall particle 1）の背後に数列のダミー粒子（図中の wall particle 2）が配列される。壁面表面粒子では、流速を与えて（例えば、non-slip 条件ならば流速ゼロ）、圧力の更新計算を行うが、座標の更新計算は行わない。また、ダミー粒子は他の粒子から参照されるのみで、流速・圧力ともに更新計算の必要はない。

自由水面では、水面より上方には水粒子が配列されないで、粒子数密度は低下する。自由水面の判定は粒子数密度の条件、

$$n^*_i < \beta n_0 \quad (19)$$

によって行われ、自由水面では圧力の境界条件 ($p=0$) を与える。ここに、 β :モデル定数であり、標準値として、 $\beta=0.97$ と与えられる。この条件は水面形状に依存しないので、水塊分裂など複雑で激しい水面の挙動に対しても容易に適用できる。

なお、孤立粒子（飛沫に相当）が生じた場合には、当該粒子の近傍粒子との相互作用項を計算しない。言い換えると、孤立粒子は所与の初速度（孤立時の粒子の流速）の下に重力場に放出されて自由落下することとなる。孤立後に着水した際には、再び周囲粒子との間の相互作用が計算され、流体粒子として挙動する。

造波境界は、移動壁を用いて記述する^{16,17)}。粒子法における造波は、固定壁を前後に移動させて水塊を押し引きすることによって行われる。水理実験に用いられる造波水槽と全く同様の機構を数値的に実現することにより造波が可能である点が、造波ソースなど仮想的な条件を課す計算格子に基づく方法との大きな相違である。

流入境界は、壁粒子を流体粒子に変質させることで実現できる⁹⁾。例えば一定の流入流量を与える場合であれば、固定壁を一定の速度で流体側に押し込み、固定壁表層の粒子が流体の存在域内に達した時点で固定壁粒子を流体粒子へと変質させる。計算上は、粒子のカテゴリーの判別に用いるフラグを切り替えるだけでよい。なお、固定壁の速度は一定である必要はないので、流入流量の時間的な変化にも容易に対応できる。

一方、流出境界としては、堰越流型の自由流出境界が頻用される。水表面から境界外部へと流出した粒子は計算対象から除外される。この粒子が生じた時点で順次流入境界壁の外側に再配置すれば、強制流入・自由流出の条件での計算を効率的に実施できる。なお、堰越流型の自由流出境界は数値波動水槽においては、岸側境界からの反射の影響を低減するのに有効でもある。

2.3.4 圧力擾乱と空間解像度の制約

固定計算格子を用いる方法と比較した場合の粒子法の問題点の一つは、圧力擾乱の存在である。粒子法では個々の粒子の座標が粒子同士が相互に排除しあうことにより維持されている。言い換えると、過度の粒子集中が圧力の局所的増大を誘発して排斥力を生み出すようにモデルが構成されている。したがって一定レベルの圧力擾乱は不可避である。よって圧力場には相当のノイズが常に存在することとなり、波圧計算には

標準型の MPS 法は使えない。圧力擾乱の低減には僅かな圧縮性の付与が有効であることが知られており¹⁸⁾、気泡混入を伴わない Wagner 型の波圧を対象とした波圧解析において衝撃波圧のピークと時間波形のトレンドについて再現性が確認されている¹⁹⁾。

計算原理的の面から圧力擾乱の完全な除去が不可能であることは先にも述べたが、圧力擾乱の程度は、粒子の座標追跡の精度に依存する。粒子法では一般に、離散化の際に運動量が完全には保存されない²⁰⁾、更新された個々の粒子の座標は運動量保存を完全に満足する座標から僅かにずれることとなる。仮に離散化の過程で予め運動量保存を満足するような対応が可能であれば、質量保存を満足させるための座標修正量は相対的に小さくなり、圧力変動も小さなレベルに留まるはずである。圧力擾乱は、特に粒子スケール以下の乱流構造を対象とする解析において克服すべき課題であるが、粒子法の高精度化の試みが進めば、圧力擾乱のコントロールがより容易となり、既存のモデル⁹⁾では数値フィルターでノイズを除いてから計算している SPS 応力項の計算精度の向上が期待できる。

粒子法の第 2 の問題点は、空間解像度の設定の自由度に関する制約である。格子を用いる方法では格子の密度を変化させることにより空間解像度を調整できるが、粒子法では、通常は均一粒子を用いているので解像度の調整は簡単ではない（極端な粒径差がない範囲での混合粒径モデル²¹⁾は、既に提案されている）。高解像度を確保すべき座標に粒子を追加的に投入するなどの対応は可能であるが、それらの粒子も移流されるので、特定の点を継続的に高精度に解像するのは難しい。ある程度限定された広さの領域で、水塊の分裂・合体といった極めて激しい現象を対象とした解析を実施する際に粒子法の真価が発揮されると理解すべきだろう。

2.3.5 近傍粒子検索の効率化

粒子法では、計算点同士の位置関係が時々刻々と変化するので、粒子の近傍に位置する他の粒子を常に把握する必要がある。近傍の粒子を特定するには他の全ての粒子との間の距離を計算することとなるが、このプロセスの計算負荷は相当に大きく、何の工夫もしなければ、計算格子を用いる Euler 型の方法と比較して粒子法の計算速度が遅くなってしまう。計算対象によっても異なるが、水塊分裂など圧力場の陰解法に負担となる状況が顕著でない場合には、全計算時間の 70-80% が近傍粒子検索に費やされている。

このような非効率性を改善するには、近傍粒子検索のアルゴリズムに工夫が必要となる。具体的には、個々の粒子の近傍に予備検索領域を設定し、予備検索領域内の粒子（すなわち、近傍粒子候補）に限定して近傍粒子の特定のための粒子間距離計算を実施すれば、計算効率が向上する。Koshizuka ら¹⁶⁾は、影響円より一回り大きい近傍粒子検索円を導入して、数計算ステップに 1 回の割合で近傍粒子検索円内の粒子（近傍粒子候補）のリストを更新し、近傍粒子候補に対してのみ粒子間距離の計算を行う方法を導入した。何の工夫もしなければ、近傍粒子検索時間は総粒子数 N の 2 乗に比例するが、Koshizuka らの方法で最適化すると、近傍粒子検索時間が N の 1.5 乗に比例する。後藤ら²²⁾は、近傍粒子検索グリッドで全計算領域を覆い、当該粒子が存在するセルの周囲のセルに含まれる粒子に対してのみ粒子間距離の計算を実施する方法を導入し、 N の 1 乗に比例するように近傍粒子検索時間を短縮させた。粒子法の距離指標は粒子間距離であり、このポリシーを堅持する条件の下では、Koshizuka らの方法が最適であるが、近傍粒子検索についてのみグリッドを導入することを許容すれば、計算負荷の著しい低減が期待できる。

2.4 SPH 法

SPH 法は、宇宙物理学の分野で圧縮性流体の解析を目的として開発され²³⁾、弱圧縮性を扱う WCSPH (Weakly Compressible SPH) 法²⁴⁾へと改良され、水面波の解析にも適用されるようになった。Monaghan・Kos²⁵⁾、Dalrymple・Rogers²⁶⁾は、WCSPH 法を水面波の斜面遡上過程に適用している。さらに、SPH と並ぶ粒子法の代表格である MPS 法¹²⁾の非圧縮性流体用のアルゴリズムを取り入れた非圧縮性流体の解析法である ISPH

(Incompressible SPH) 法が Shao・Lo²⁷⁾により提案され、本格的な水面波解析への適用が可能となった²⁸⁾。

SPH 法では、粒子(計算点)近傍に物理量の空間分布を想定し、分布形状を kernel 関数で規定する。物理量の空間分布は kernel の重ね合わせで計算され、微分演算も kernel を介して行われる。これに対して MPS 法では、物理量は計算点上でのみ定義され、物理量の分布は考慮されない。MPS 法では kernel 関数を使った微分演算ができないので、微分演算子については粒子間相互作用モデルが適用される。この際の相互作用計算における周囲粒子ごとの影響の大小を決めるために導入されるのが MPS 法の重み関数であり、SPH 法の kernel 関数とは機能が異なる。

SPH 法では計算点の存在しない座標でも kernel 関数による補間が可能であるが、MPS 法では計算点周囲の物理量分布は考慮されない。SPH 法では微分操作は kernel 関数自体の微分として記述されるので、数学的には厳密な扱いと言えるが、微分を行うと kernel 関数のオーダーも低下するので、高次の kernel 関数(少なくとも 3 次のスプライン関数)の導入が必要となり計算負荷が増大する。これに対して MPS 法では微分演算子ごとに粒子間相互作用モデルが準備されるので、重み関数の関数形に依らず一定の精度の微分演算が行える。数学的な厳密性に捕らわれ過ぎず、微分演算の効率化を行って実用的な粒子法を構築したのが、MPS 法の大きな意義だと著者は考えている。

MPS 法のもう一つの特徴は、半陰解法の導入にある。粒子法が非圧縮性流体に適用されるきっかけとなった WCSPH 法²⁴⁾では陽解法が適用されており、Dalrymple・Rogers²⁶⁾も述べているように、 10^{-5} s オーダーの計算時間間隔を用いる必要がある。これに対して MPS 法は半陰解法を用いているので、計算時間間隔は 10^{-3} s オーダーであって、計算効率は格段に高い。その後、Shao・Lo²⁷⁾により MPS 法のアルゴリズムを SPH 法に取り入れた ISPH 法が提案され、SPH 法でも 10^{-3} s オーダーの計算時間間隔が使用できるようになった。ISPH 法を用いれば MPS 法とほぼ同レベルの計算速度が実現可能である。

3. 粒子法による数値波動水槽の現状

ここでは、粒子法による波浪場のシミュレーションの現状に関して述べる。シミュレーションの実施例は多岐にわたるが、著者の手元にあるシミュレーション結果の図面を活用して、視覚的・直感的な把握を重視した。

3.1 一様斜面上の砕波

一様斜面上の砕波過程への適用は、粒子法の導入初期に行われた。Koshizuka ら¹⁶⁾および Gotoh・Sakai¹⁷⁾は、鉛直 2 次元場での MPS 法によるシミュレーションを実施して、崩れ波、巻き波、砕け寄せ波の砕波形式の再現性を確認し、巻き波形状砕波における jet の着水と splash-up の再現が可能であることを示した。MPS 法の適用は、計算機の演算性能上の制約から鉛直 2 次元場でのシミュレーションに限定されていたが、計算環境の変化を受けて 3 次元場への適用も行われるようになり、図-3 のような 3 次元計算が砕波に関しても実施されるようになった(後藤ら²⁹⁾)。

3.2 越波量予測

越波過程の予測への適用性は、数値波動水槽の基幹モデルとしての適否を判断する上で重要な項目の一つである。越波過程では水塊分裂が活発化し、飛沫の発生を伴うのが特徴である。2 次元造波水槽に 1/30 の一様斜面を設置し、前面部水深 $h=15.0$ cm の地点に設置した直立壁(初期水深からの天端高さ 2.5cm)の砕波・越波過程(規則波条件、周期 $T=1.6$ s、沖波波高 $H_0=11.6$ cm)を対象に水理実験と MPS 法によるシミュレーションを比較したのが図-4 である(Gotoh ら¹³⁾)。主波峰の直立壁との衝突により発生する飛沫が拡散し、直立壁上部から前面にかけて白色の領域が大きく広がっている。MPS 法では粒子スケール以下の物理過程は計算されていないので、水塊分裂が連鎖して霧状の微細な飛沫が発生する過程は再現できないのは当然ではあ

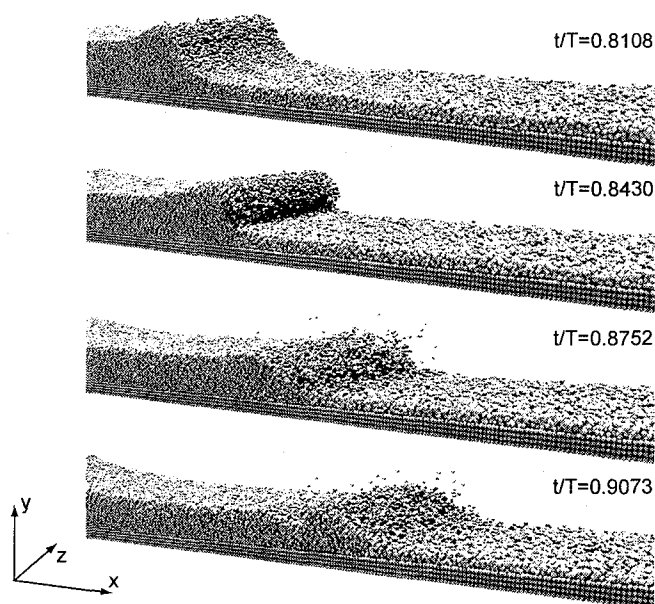


図-3 巻き波形砕波の3次元計算（後藤ら²⁹⁾）

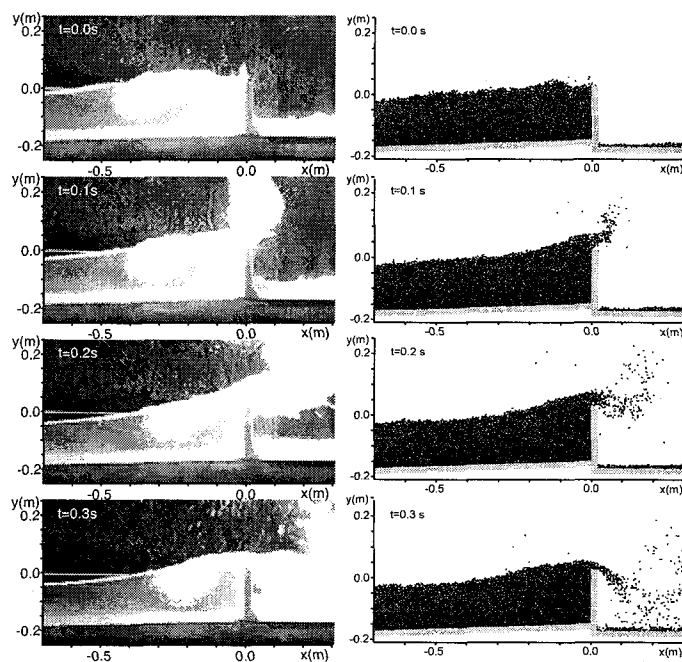


図-4 直立堤前面の砕波・越波過程（Gotoh ら¹³⁾）

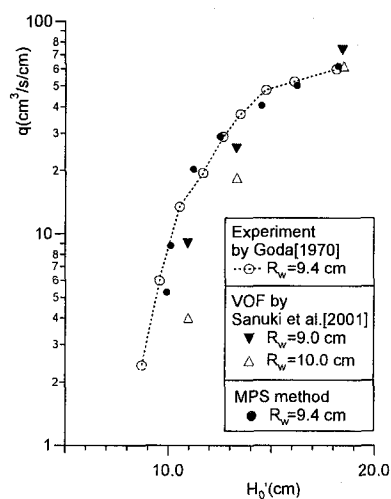


図-5 直立堤の越波量（Gotoh ら¹³⁾）

るが、実験で飛沫が分布する領域の中心付近に粒子が分布する状況は確認できる。時刻 $t=0.3$ s には、飛沫が落下して白色域が下方にシフトしているが、MPS法の粒子も落下しており、MPS法は越波水脈と飛沫の挙動を全般的によく再現している。

MPS法を用いて系統的な越波量計算を実施し、合田³⁰⁾による直立壁に対する越波量の水理実験と比較したのが、図-5である。図中にはVOF法による計算結果（佐貫ら³¹⁾）も併示している。MPS法の結果が全領域にわたって水理実験結果とよい対応を示すのに対して、VOF法の結果は、越波量が少ない領域で越波量を過小評価する傾向があることが分かる。VOF法は計算格子を用いる方法であるから、数値拡散の影響で

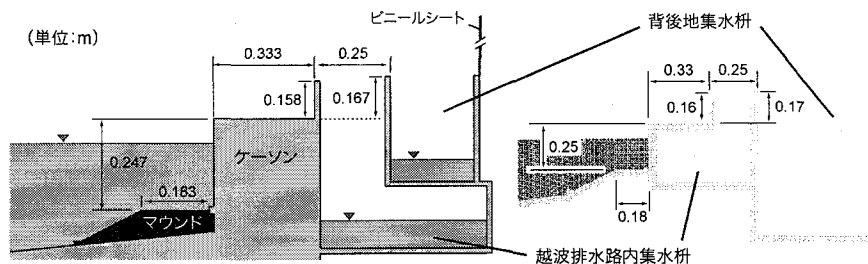


図-6 大型越波排水路を有する低天端護岸（後藤ら³²⁾）

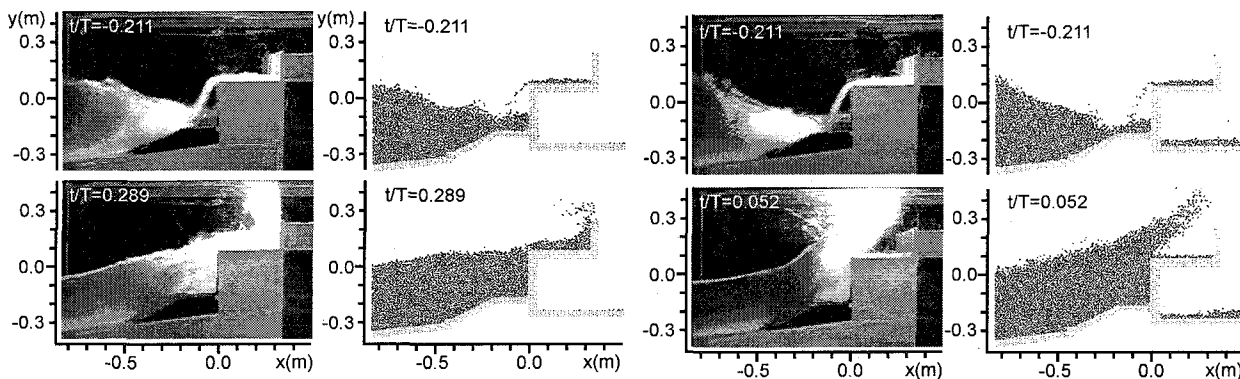


図-7 越波形態 (case1) (後藤ら³²⁾)

図-8 越波形態 (case2) (後藤ら³²⁾)

水面が鈍る傾向があるので、激しい水塊分裂の発生に際しては適用が難しいと懸念される。少量の越波は飛沫を主成分とするから、飛沫の再現性の高い MPS 法では越波量が計算されるが、飛沫の発生の再現性が低い VOF 法では過小に評価されたと判断できる。これに対して越流型の越波によって大量の越波量が発生する場合には、越波量全体に対する飛沫の寄与は相対的に小さくなり、VOF 法と水理実験の一致にも大きな問題が生じないものと理解できる。

MPS 法の越波量予測への適用性をより明瞭に示す例として、大型越波排水路を有する低天端護岸の越波過程を対象としたシミュレーション（後藤ら³²⁾）について示す。比較対象とした水理実験とシミュレーションの計算領域の対応を図-6に示す。この種の護岸の越波過程は1) 低天端護岸前面への衝突・遡上、2) 天端上での碎波と排水路壁面への衝突・遡上、3) 排水路内への越流と飛沫の発生といった過程から成り、入射波高によって2つの端的な越波形態が出現する。2つの越波形態に対応した水理条件として、一様水深部における静水深 65cm に対して、周期 $T=1.9$ s、沖波波高 $H_0=18.0$ cm (case1) および $H_0=27.0$ cm (case2) の規則波を発生させた。図-7に case1 の実験・計算の瞬間像を比較して示す。時刻 $t/T=-0.211$ には、直前の来襲波による戻り流れがケーソン天端からケーソン前面に向かって落下するが、前面水深は比較的深い。来襲波はケーソン前面に衝突した後、ケーソンに乗り上げ、排水路壁面に衝突して真上に飛沫を上げる ($t/T=0.289$)。このケースでは排水路内への流入量は僅かで、ケーソン天端に乗り上げた水塊の大半が戻り流れとなる。計算では飛沫の解像度が若干低い、実験と同様の戻り流れや越波形態が見られる。図-8に case2 の実験・計算結果を示す。case2 でも、case1 と同様の戻り流れが見られるが、ケーソン前面水深は比較的浅く、戻り流れによる落下水脈がマウンドを直接叩く ($t/T=-0.211$)。ケーソン前面に乗り上げた来襲波の越波水脈はおおよそ斜め 45° 上方に向い ($t/T=0.052$)、飛沫を上げながら排水路壁面を越えて排水路内へと流入する。図示した画像の範囲外であるが、このケースでは越波水塊の一部は排水路を越えて背後地にまで到達する。計算においても実験と同様の越波過程が見られる。図-9に一波あたりの越波量の比較を示す。case1 では水塊は背後地

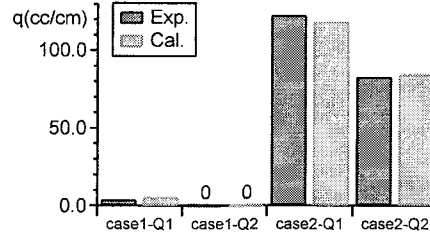


図-9 越波形態による越波量の相違（実験とMPS法の比較）（後藤ら³²⁾）

まで届かず、越波量低減に有効な護岸断面であると言える。一方、case2では排水路への越波量がcase1と比較して1オーダー大きく、背後地への越波量も排水路内への量の2/3程度に達している。実験と計算の対応は両ケースともに良好である。

3.3 固液混相流モデル

漂砂現象は海岸工学の研究課題の中心軸の一つであるが、漂砂水理について計算力学的にアプローチしようとするれば固液混相流モデルが不可欠である。粒子法でも固相と液相を同時に取り扱う混相流計算を行うことができる³³⁾。特に土砂と水流の界面が複雑な形状を呈する場合や土砂と水流が激しく混合する場合には、粒子法が界面の解像に有効である。

固液二相流の運動方程式は、液相・固相に対して、

$$\rho \frac{Du_l}{Dt} = -\nabla p_l + \rho \nu \nabla^2 u_l + \rho g - f_{ls,l} \quad (20)$$

$$\sigma \frac{Du_s}{Dt} = -\nabla p_s + \sigma \nu_s \nabla^2 u_s + \sigma g + f_{ls,s} \quad (21)$$

となる。 u_l, u_s ：液相・固相の流速ベクトル、 σ ：固相の密度、 ν_s ：固相の動粘性係数、 $f_{ls,l}, f_{ls,s}$ ：液相・固相の粒子に作用する二相間相互作用力ベクトルである。上記の式は、二流体モデルの範疇に属するが、通常の連続体表示の二流体モデルでは二相間相互作用力ベクトルは固液両相で和をとると相殺されるが、粒子法では個々の粒子についての力を記述しているので、固液両相について区別する表示としている。なお、コントロールボリューム V_{cp} に対しては、

$$-\int_{V_{cp}} (1-c) f_{ls,l} dV = \int_{V_{cp}} c f_{ls,s} dV \quad (22)$$

となり（ c ：固相濃度）、固液両相の相互作用力の大きさは一致する。

MPS法による固液二相流計算は単相流計算の単純な拡張によって実施できる。計算過程の詳細³³⁾は省略するが、単相流と同様の圧力のPoisson方程式が液相・固相に対して、

$$\nabla^2 p_{l,k+1} = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_k^* - n_0}{n_0} \quad ; \quad \nabla^2 p_{s,k+1} = \frac{\sigma}{\Delta t^2} \frac{n_k^* - n_0}{n_0} \quad (23)$$

と書ける。固相の動粘性係数を適切に与えれば³⁴⁾、固液両相に単相流のアルゴリズムをそのまま適用して計算が実行できる。

図-10は、MPS法の固液二相流モデルにより、斜面を流下して静水面に衝突・流入する土砂による水面波の発生過程を計算した例³⁵⁾である。固相土砂は水面と衝突して上方に立ち上がり、顕著な水位上昇を生じさせる。その後、液相の下方に潜り込むように挙動するが、固相土砂の先端部分は液相の碎波に連行されて水面付近に漂っている。一連の過程では、水面だけでなく、固液相界面も複雑な挙動を呈しており、固相・液相ともに分裂・再合体を伴っている。この種の状況を安定して計算できることは粒子法の大きな特徴の一つである。

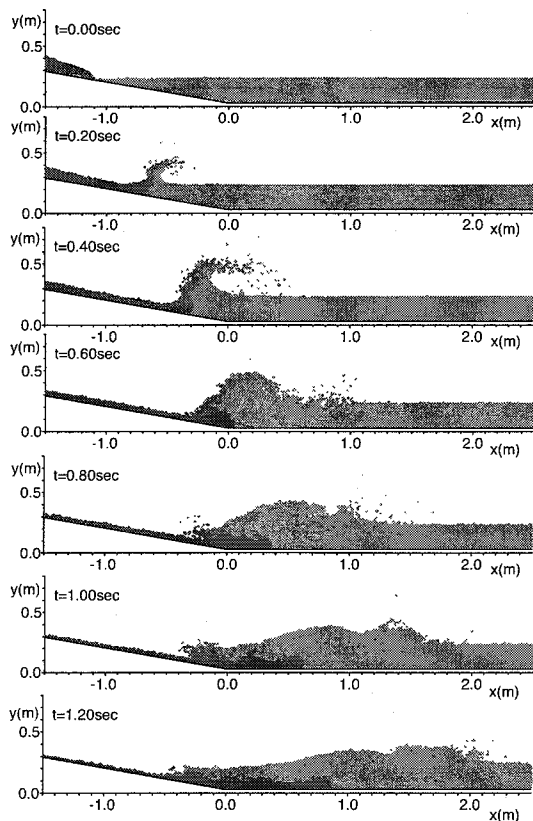


図-10 土砂流による水面波の発生（後藤ら³⁵⁾）

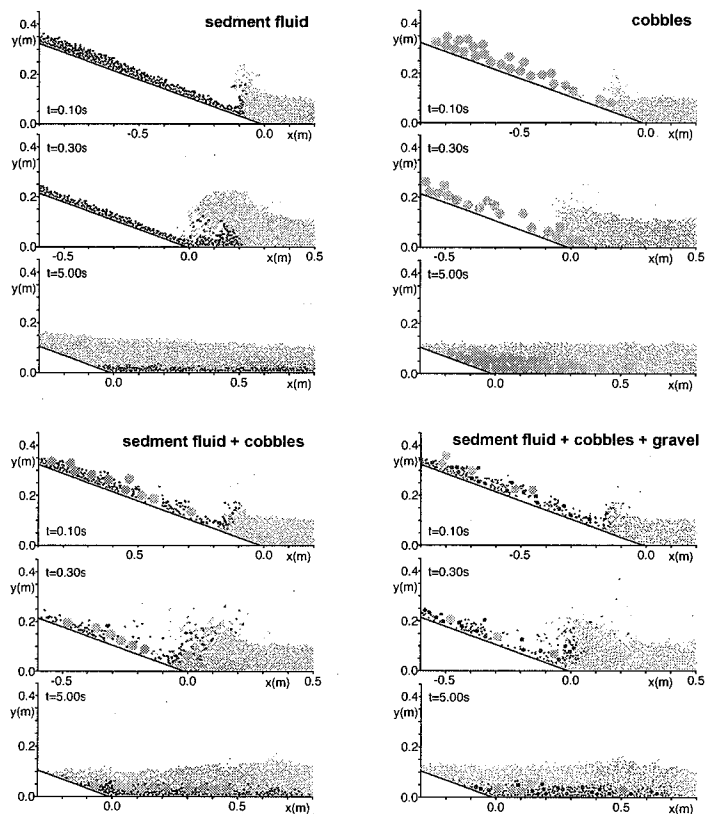


図-11 混合粒径土砂流による水面波の発生（後藤ら³⁶⁾）

ここで示した二流体モデルでは、固相は連続体として扱われており、固相粒子の大きさは土砂粒子の大きさ自体を表すものではない。固相を土砂粒子の分散流動相として扱うには、粒状体型固相モデルが必要となる。具体的には、個別要素法⁹⁾を固相モデルとして組み込んだDEM-MPS法マルチスケールリンク³⁶⁾が提案されており、図-11に示すような異なる粒径の混合砂から成る固相の水面突入の解析が行われている。この手法では、DEMの粒子間接触モデルに引張抵抗を付与すれば、粘着性材料を扱うことも可能となる。

先にも述べたように粒子法の特徴の一つは、壁面の取り扱いの容易さである。流入境界の処理において壁面粒子を流体粒子に変質させる方法を示したが、同様の発想で、壁面近傍流速に閾値を設けて、閾値を越えた場合に壁面粒子を固相粒子に変質させれば、侵食計算が簡易に行える。遡上津波の戻り流れによる護岸法先洗掘についての計算例³⁷⁾を示したのが図-12である。この種の簡易計算は、壁面近傍流速を基準に壁面粒子を切り離すもので、漂砂機構の議論に用いられる粒状体モデルとは明らかに異なる。このモデルでの固相粒子は、砂の粒子自体ではなく連続体としての固相の一部（現実のスケールで言うと砂粒子の集合体）に相当することに注意を要する。つまり、この種のモデルによって砂面変形を高精度で追跡しようとするれば、固相粒子スケール以下の砂粒子の運動を記述するサブモデルがやはり必要となるが、現在までにこのような目的のサブモデルの提案は行われていない。

3.4 気液混相流モデル

気液二相流計算は、気液界面で数値的不安定が発生し、固液二相流のように容易ではない。このことは粒子法に特有の現象ではなく、計算格子を用いるEuler型の方法でも同様の問題が生じる。常温では空気の密度は、水の約1/800であるから、液相粒子は気相粒子の800倍の重さとなる。圧力勾配項は密度に反比例するから、気相粒子には液相粒子の800倍の加速度が作用することとなり、界面での液相側の圧力の擾乱が気

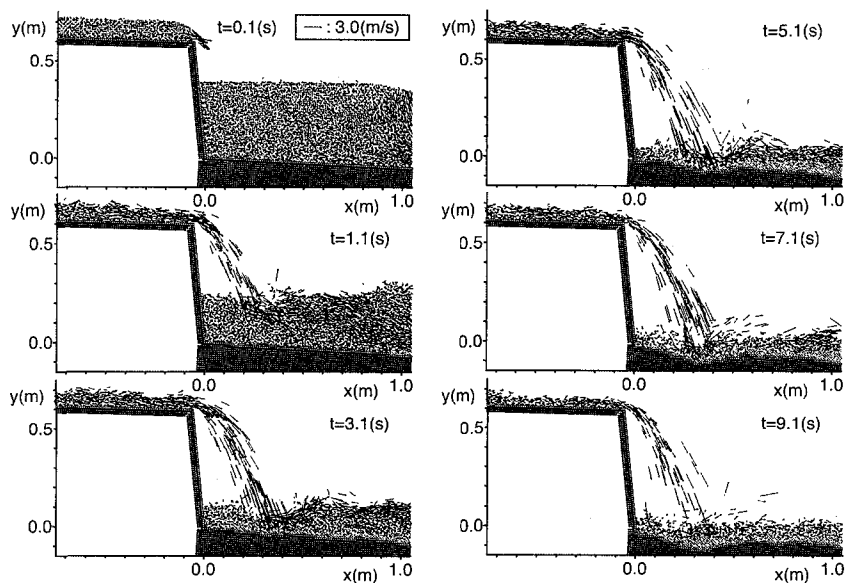


図-12 遡上津波の戻り流れによる護岸法先洗掘（後藤ら³⁷⁾）

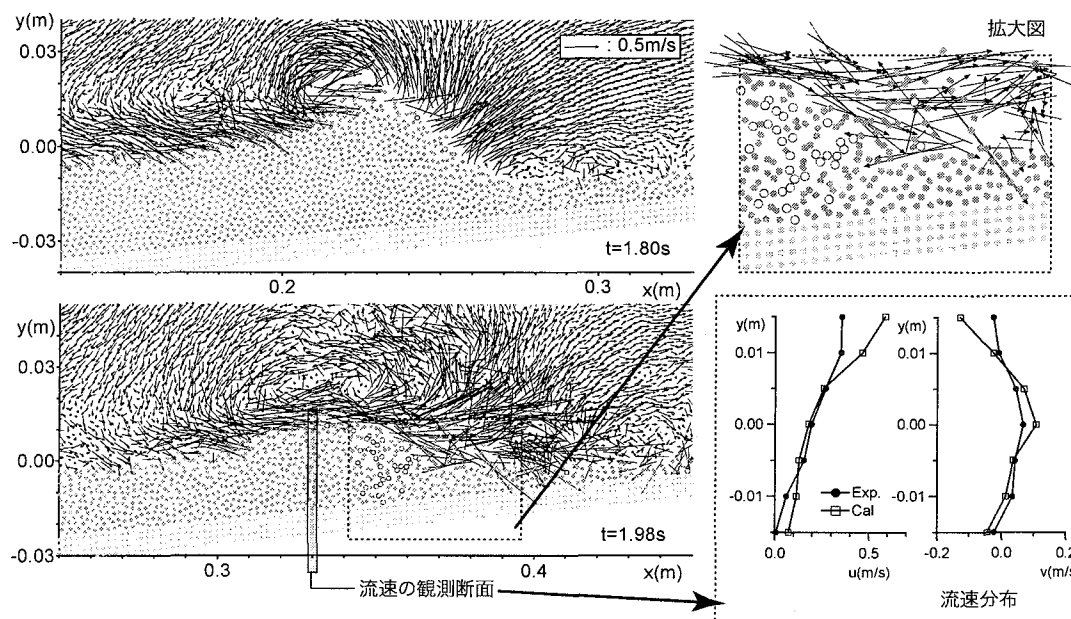


図-13 一様斜面上の碎波過程の気液混相流計算（五十里ら³⁹⁾）

相粒子の激しい運動を誘発し、計算が不安定化する¹⁰⁾。この問題を解決するための圧力場の2段階計算アルゴリズムが池田ら³⁸⁾によって提案されている。第1段階では、気相を無視して液相の圧力のみを計算する。この段階では、気相との界面は自由表面と見なすが、自由表面の圧力値はゼロとはせず、気相の界面付近の粒子の圧力値を境界条件（Dirichlet型）として与える。第2段階では、液相を固定壁と見なして気相の圧力を計算するが、気液界面の気相の圧力については勾配ゼロの境界条件（Neumann型）を課す。

池田ら³⁸⁾のアルゴリズムにしたがって、一様斜面上の碎波過程を計算した例³⁹⁾を図-13に示す。波の進行に伴って生じる風速場と碎波によって水中に連行される気相粒子の存在が計算結果に明瞭に表れている。Euler観測点での流速分布に関しても、MPS法の計算結果は水理実験⁴⁰⁾とほぼ良好な対応を示している。図-14は、直立堤前面の碎波・越波過程における気泡混入域の再現性を検討した例⁴¹⁾である。水理実験にお

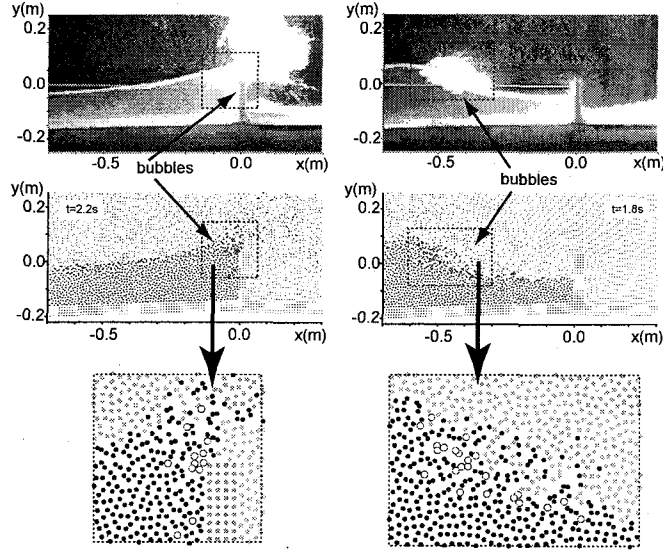


図-14 直立堤前面の気液混相流計算 (Gotoh・Sakai⁴¹⁾)

ける気泡の存在域（白色域）と MPS 法の液相中気相粒子（○印）の存在域には良好な対応が見られる。

3.5 浮体計算

浮体を剛体として扱うには、Koshizuka ら¹⁶⁾の passively moving solid model が有効である。ここでは quaternion (クォータニオン)⁴²⁾を用いた 3 次元剛体追跡の方法を示す。

はじめに、剛体構成粒子についても、いったん流体粒子と区別なく運動方程式を解き、その後、得られた速度成分を基に剛体構成粒子の相対位置が変化することのないように、以下の手順で座標の修正計算を行う。

剛体 k の時刻 t における重心 $\mathbf{r}_{kg}(t)$ および座標修正前の時刻 $t+\Delta t$ における重心 $\mathbf{r}_{kg}(t+\Delta t)$ を求める。

$$\mathbf{r}_{kg}(t) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \mathbf{r}_{ki}(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{r}_{kg}(t + \Delta t) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \mathbf{r}_{ki}(t + \Delta t) \quad (25)$$

剛体 k の角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_k$ は、重心周りの剛体構成粒子の角運動量ベクトル $\mathbf{L}_k$ および重心周りの慣性モーメント $\mathbf{I}_k$ を用いて、

$$\boldsymbol{\omega}_k = \mathbf{I}_k^{-1} \mathbf{L}_k \quad (26)$$

$$\mathbf{L}_k = \rho \sum_{i=1}^{N_k} d_{ki}^3 \mathbf{u}_{ki}(t + \Delta t) \times (\mathbf{r}_{ki}(t) - \mathbf{r}_{kg}(t)) \quad (27)$$

$$\mathbf{I}_k = \rho \sum_{i=1}^{N_k} d_{ki}^3 \begin{bmatrix} |\mathbf{r}_{kigy}|^2 + |\mathbf{r}_{kigz}|^2 & -|\mathbf{r}_{kigx}||\mathbf{r}_{kigy}| & -|\mathbf{r}_{kigx}||\mathbf{r}_{kigz}| \\ -|\mathbf{r}_{kigy}||\mathbf{r}_{kigx}| & |\mathbf{r}_{kigx}|^2 + |\mathbf{r}_{kigz}|^2 & -|\mathbf{r}_{kigy}||\mathbf{r}_{kigz}| \\ -|\mathbf{r}_{kigz}||\mathbf{r}_{kigx}| & -|\mathbf{r}_{kigx}||\mathbf{r}_{kigy}| & |\mathbf{r}_{kigx}|^2 + |\mathbf{r}_{kigy}|^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\mathbf{r}_{kig\xi} = \mathbf{r}_{ki\xi} - \mathbf{r}_{kg\xi} \quad (29)$$

と算定される。ここに、 ξ は x, y, z のいずれかである。

次に、得られた角速度ベクトルから、回転軸ベクトル $\mathbf{v}_k$ と回転角度 θ_k

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{|\boldsymbol{\omega}_k|} (\omega_{kx}, \omega_{ky}, \omega_{kz}) \quad (30)$$

$$\theta_k = |\boldsymbol{\omega}_k| \Delta t \quad (31)$$

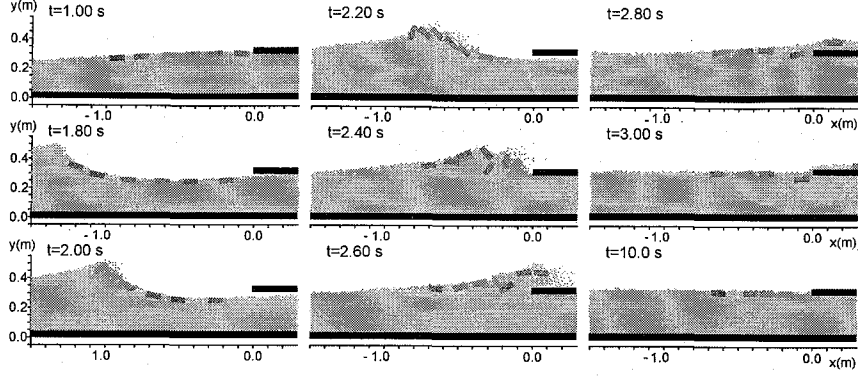


図-15 接岸浮遊物に作用する波（後藤ら⁴³⁾）

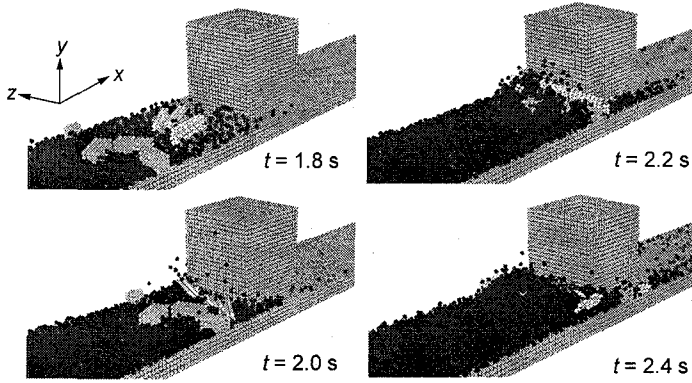


図-16 津波による浮遊物の角柱との衝突過程（後藤ら⁴⁴⁾）

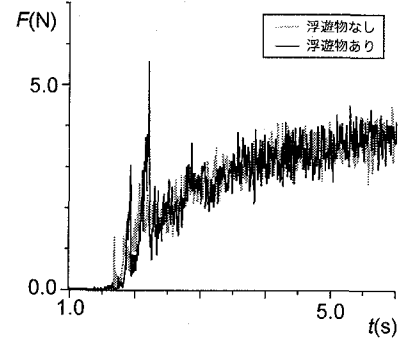


図-17 角柱に作用する流体力（後藤ら⁴⁴⁾）

を計算して，quaternion

$$\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z, s) = \left(v_x \sin \frac{\theta_k}{2}, v_y \sin \frac{\theta_k}{2}, v_z \sin \frac{\theta_k}{2}, \cos \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (32)$$

を得る．

剛体構成粒子 i の座標は，quaternion による回転行列 $\mathbf{R}$ を用いて，

$$\mathbf{r}_{ki}(t + \Delta t) = \mathbf{r}_{gk}(t + \Delta t) + (\mathbf{r}_{ki}(t) - \mathbf{r}_{gk}(t)) \cdot \mathbf{R} \quad (33)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2q_y^2 - 2q_z^2 & 2q_x q_y - 2sq_z & 2q_x q_z + 2sq_y \\ 2q_x q_y + 2sq_z & 1 - 2q_x^2 - 2q_z^2 & 2q_y q_z - 2sq_x \\ 2q_x q_z - 2sq_y & 2q_y q_z + 2sq_x & 1 - 2q_x^2 - 2q_y^2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

と修正され，剛体構成粒子 i の移動速度も，

$$\mathbf{u}_{ki} = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{r}_{ki}(t + \Delta t) - \mathbf{r}_{ki}(t)) \quad (35)$$

と修正される．以上の座標修正計算を剛体構成粒子に対してのみ各ステップに適用すれば，剛体の運動が追跡できる．quaternion による座標変換は，DEM に用いられる回転行列による座標変換³³⁾と異なり特異点がなく，全方位に共通した変換が適用できる．

図-15 は，氷盤等の接岸浮遊物に波が作用した場合の浮遊物の挙動を鉛直 2 次元場で計算した結果⁴³⁾である．砕波に伴って回転し構造物上に乗り上げる浮遊物の挙動が計算されている．図-16 は，津波による浮遊物の角柱との衝突過程の計算例であり，この過程で角柱に作用する流体力の時系列を浮遊物の有無で比較して示したのが図-17 である⁴⁴⁾．浮遊物の衝突衝撃に対応する複数のピークが出現しており，津波波力の算定

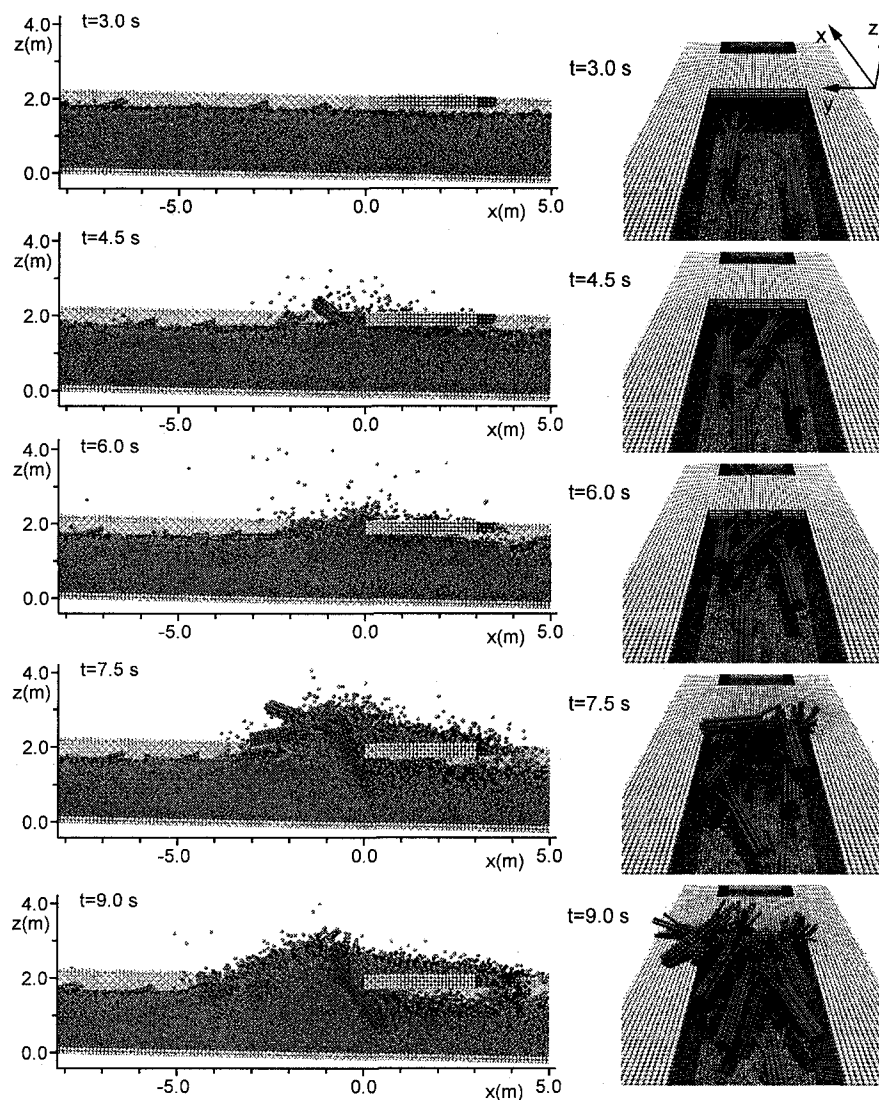


図-18 溪流河川の橋梁の流木による閉塞過程（後藤ら⁴⁵⁾）

では浮遊物の存在を考慮することが重要であることが分かる。

ここで示した剛体計算法はさらに複雑な形状の多数浮体の相互干渉にも適用できる。図-18は、溪流河川の橋梁に流木が集積する過程をシミュレーションした例⁴⁵⁾である。単なる角棒ではなく、根を広げた流木形状をモデル化したことにより、閉塞の端緒となる流木捕捉の発生が模擬され、橋梁断面の閉塞過程が再現された。このように、構造物と浮遊物の問題に対しても、時々刻々と変化する現象を時間発展的の追跡できる MPS 法は説明力に富むツールと言える。

4. 粒子法による数値波動水槽の課題

粒子法による数値波動水槽は開発途上にあり、今後対応が必要な課題も少なくない。ここでは著者の研究グループで現在取り組んでいる課題を取り上げ、概要を紹介する。

4.1 格子法との境界接続

粒子法は水塊の分裂・合体など複雑な水面の挙動に柔軟に対応できる解析手法であるが、他の高精度の自

由表面流解析手法と同様に計算負荷は高く、広領域の波浪場の計算に直接用いることができないのは言うまでもない。そこで、水深積分型のモデルで非砕波領域の解を得て、砕波領域の周辺のみで粒子法の計算を行うネスティングが必要となる。

粒子法では境界で固定壁を移動させて造波するから、境界条件としては少なくとも水深と断面平均流速が必要である（より正確な境界条件を与えるには、断面内流速分布を用いて、造波壁を撓らせる方法で造波することが必要となる）。したがって、ネスティングのためのカップリングの対象としては Boussinesq モデルが適切となる。MPS 法と Boussinesq モデルの one-way カップリングが、鉛直 2 次元⁴⁶⁾ および 3 次元⁴⁷⁾ について試みられている。

4.2 並列計算の導入

粒子法にとって多数粒子追跡のための記憶容量の確保は極めて重大な問題である。CPU 性能にも依るが、単一 CPU で扱える粒子は 10 万程度である。3 次元計算ではしばしば、100 万オーダーの粒子が必要となるので、並列化は必然の方向と言える。単一 CPU のためのコードを並列化するには幾つかの課題をクリアする必要がある。陽解法のアルゴリズムは並列化が容易であるが、MPS 法は半陰解法であり、陰的計算での行列計算を並列化しなければならない。これに関しては粒子番号を付け替えて行列の対角化を進めるアルゴリズム⁴⁸⁾を導入して、CPU 間の通信負荷を低減させる必要がある。並列化の方法には、粒子番号に基づいて各 CPU に粒子を割り振る粒子分割法と各粒子が存在する領域（粒子の座標）に基づいて各 CPU に粒子を割り振る領域分割法の 2 つがある。粒子分割法では各 CPU に割り振られる粒子数がほぼ均等となり、CPU の負荷が均等となるが、粒子法では粒子が活発に移動するので、近傍粒子検索には全 CPU を対象とした扱いが必要となり、CPU 間通信の負荷が増大する。これに対して、領域分割法では水槽を CPU 数に応じて分割し、個々の領域の境界面付近の粒子についてのみ CPU 間通信を行って情報を共有すればよいので、CPU 間通信の負荷は小さい。一方、予め分割した領域に入る粒子数は時々刻々と変化するので、各 CPU の負荷は不均等となり、この面での効率は低下する。五十里⁴⁹⁾は、数値波動水槽を対象に、粒子分割法、領域分割法の両者を比較し、CPU 負荷の不均質性にもかかわらず、領域分割法の方が計算時間短縮に有効であるとの結果を得ている。

4.3 高精度化のための修正粒子法

ISPH 法²⁷⁾は砕波・遡上過程に関して MPS 法とほぼ同程度の再現性を有する手法であるが、ISPH 法・MPS 法では、巻き波型砕波における splash-up の再現性に関して不十分な点が残されている。CIP 法に基づく splash-up の計算（例えば、渡部・佐伯⁵⁰⁾）では、plunging point から再跳躍する大曲率・薄層の水脈が明瞭に計算されるが、粒子法（例えば、Gotoh・Sakai¹⁷⁾）では、plunging point から再跳躍後に水塊分裂が活発化して大曲率・薄層の水脈が維持されない。

著者らは、大曲率・薄層の水脈の再現性に関して、粒子法の問題点を考察し、粒子法の離散化過程での運動量（角運動量）保存の不完全性および等方的粘性応力項（Laplacian モデル）の存在に注目して、それらの改善のための修正計算法（CISPH 法⁵¹⁾）を提案している。図-19 は、VOF 法、ISPH 法²⁷⁾、MPS 法¹²⁾、CISPH 法⁵¹⁾の計算結果を Li・Raichlen⁵²⁾の巻き波型砕波における splash-up の水理実験と比較したものである。同じ半陰解法のアルゴリズムを用いているにもかかわらず、MPS 法は ISPH 法と比較すると jet の落下時の先端部の水塊のばらけの程度が少なく、jet 着水時にも空気室に相当する領域（粒子に包囲された白色域）が確認できるなど概して良好な再現性を示している。しかし 2 次 jet の上昇過程については、MPS 法でさえも飛高が低く不明瞭な jet が計算され、水理実験とはかなり異なった結果となっている。これに対して、ISPH 法をベースに離散化過程での運動量（角運動量）保存性を改善し、粘性応力を歪み速度テンソルを用いて計算した（非等方的粘性応力項を導入した）CISPH 法では、2 次 jet の上昇過程についても水理実験に見られる

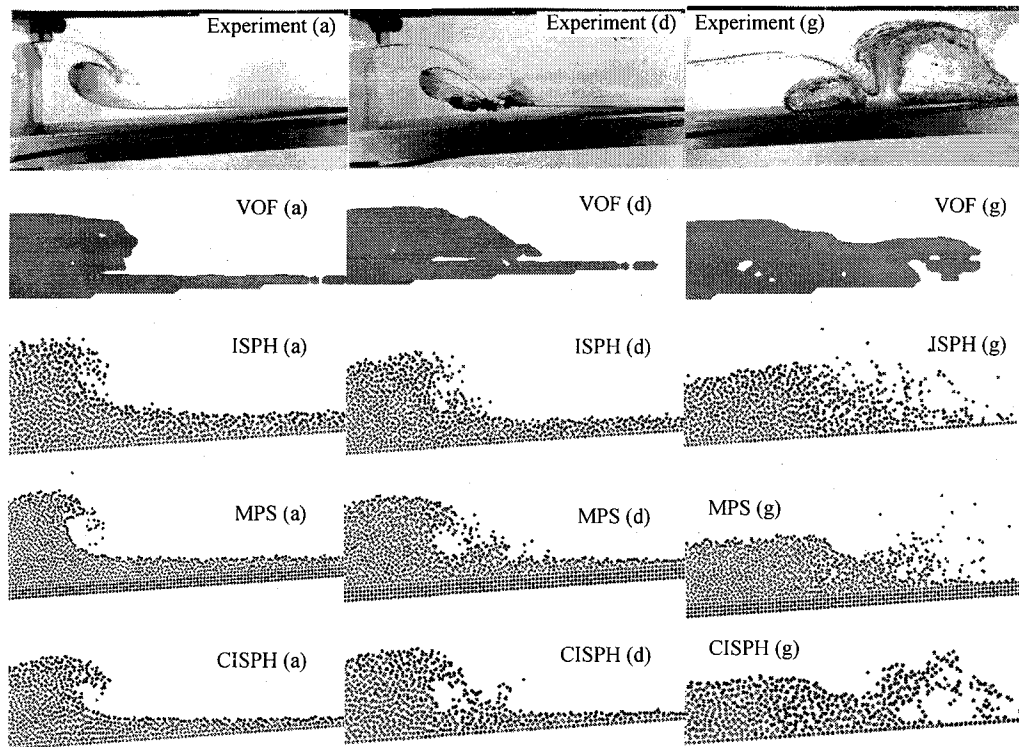


図-19 巻き波型碎波における splash-up の再現性

弧を描くような jet が明瞭に再現されている。

5. おわりに

本稿では、碎波による水面トポロジーの変化に高い適用性を有する粒子法について、コンセプトやモデルの基本的構成など手法の基礎を解説し、粒子法に基づく数値波動水槽の現状を具体的に概観するとともに、幾つかの研究途上の課題についても言及した。

数値波動水槽の究極の目標は、あらゆる海岸構造物の設計が仮想空間内の波動水槽で実施できることにあがるが、これを完全に実現できるハードウェアの入手は現在のところ容易ではない。したがって当面の目標として、2つの方向性を考えるべきだろう。第1は計算力学ツールとしての深化、第2は限定的な範囲での実務計算の実施である。例えば、本稿で紹介した越波量予測への適用等は、第2のカテゴリーに属する。第1の方向性を考える上で、碎波帯の漂砂力学は魅力的な対象である。固気液3相の混相乱流という複雑な流れ場が碎波帯の本質であり、計算力学的な観点から取り組むべき課題は多く残されている。近年、複数の自由表面流解析法が精力的に開発されつつある。粒子法は、これらの手法とともに、数値波動水槽の構築を進めるための基幹ツールとしての役割を担うことだろう。

本稿の第3章および第4章で紹介した計算例は、近年著者らの研究グループで実施されたものである。京都大学名誉教授・酒井哲郎先生には、著者が粒子法に取り組み始めた当初から現在に至るまで大所高所より有益な御助言を頂戴している。MPS法の開発・提唱者である東京大学教授・越塚誠一先生からは多くの示唆に富むコメントを頂戴した。さらに、計算の実施には、近年10年間に研究室に在籍したメンバーの多大の協力を得てきた。とりわけ、Shao Songdong 博士(現, Univ. of Bradford 専任講師)と五十里洋行博士(現, ニュージェック)は、コードの開発に中心的な役割を果たし、五十里博士は現在でも共同研究者として研究グループにおけるキーパーソンとしての役割を担い続けている。ここに記して謝意を示したい。また末筆ながら、

本稿の執筆の機会をお与え頂くとともに編集に際してもたいへんお世話になった九州大学教授・橋本典明先生にお礼申し上げたい。

参考文献

- 1) 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会編：海岸波動，土木学会，p.520，1994.
- 2) 例えば，曾根良夫，青木一生：分子気体力学，日本流体力学会編，朝倉書店，p.288，1994.
- 3) 例えば，大宮司久明，三宅 裕，吉澤 徹：乱流の数値流体力学，東京大学出版会，p.652，1998.
- 4) 小山省司：ダイナミック SGS モデルによる円管内乱流の LES，生産研究，57 巻 1 号，pp.58-62，2005.
- 5) Gotoh, H., Shibahara, T. and Sakai, T.: Sub-Particle-Scale Turbulence Model for the MPS Method - Lagrangian Flow Model for Hydraulic Engineering -, *Computational Fluid Dynamics Jour.*, Vol.9 No.4, pp.339-347, 2001.
- 6) Smagorinsky, J.: General circulation experiments with the primitive equations, *Mon. Weath. Rev.*, Vol. 91, No.3, pp.99-164, 1963.
- 7) Bird, G. A.: Direct Simulation of High-Velocity Gas Flows, *Phys. Fluids*, Vol. 30, pp. 364-366, 1987.
- 8) McNamara, G. R. and Zanetti, G.: Use of Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 61, pp. 2332-2335, 1988.
- 9) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, *Geotechnique*, Vol. 29, pp.47-65, 1979.
- 10) 越塚誠一：粒子法，丸善，p.144，2005.
- 11) Monaghan, J. J.: An Introduction to SPH, *Comput. Phys. Comm.*, Vol. 48, pp. 89-96, 1988.
- 12) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, Vol. 123, pp.421-434, 1996.
- 13) Gotoh, H., Ikari, H., Memita, T. & Sakai, T. : Lagrangian Particle Method for Simulation of Wave Overtopping on a Vertical Seawall, *Coastal Eng. Jour.*, Vol. 47, Nos. 2-3, pp.157-181, 2005.
- 14) 後藤仁志，五十里洋行，酒井哲郎，望月貴文：3D-MPS 法による数値魚道の構築に関する基礎的検討，水工学論文集，第 50 巻，pp.853-858，2006.
- 15) Amsden, A. A. and Harlow, F. H.: The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows, *LA-4370*, 1970.
- 16) Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y.: Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, *Int. J. Numer. Mech. Fluids*, Vol. 26, pp. 751-769, 1998.
- 17) Gotoh, H. and Sakai, T.: Lagrangian simulation of breaking waves using particle method, *Coastal Eng. Jour.*, Vol. 41, Nos. 3 & 4, pp.303-326, 1999.
- 18) Koshizuka, S., Ikeda, H. and Oka, Y.: Numerical Analysis of Fragmentation Mechanisms in Vapor Explosions, *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 189, pp. 423-433, 1999.
- 19) 五十里洋行，後藤仁志，酒井哲郎，谷岡弘邦：衝撃波圧推定への疑似圧縮型粒子法の適用性，海岸工学論文集，第 52 巻，pp.731-735，2005.
- 20) Bonet, J. and Lok, T. S.: Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamic formulation, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol.180, pp. 97-115, 1999.
- 21) Yoon, H. Y., Koshizuka, S. and Oka, Y.: A Particle-Gridless Hybrid Method for Incompressible Flows, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, Vol. 30, 407-424, 1999.
- 22) 後藤仁志，林 稔，目見田哲，酒井哲郎：粒子法による直立護岸前面砕波・越波のシミュレーション，土木学会論文集，No.726, II-62, pp.87-98, 2003.
- 23) Lucy, L. B.: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *Astron. J.*, Vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
- 24) Monaghan, J. J.: Simulating free surface flows with SPH, *J. Comput. Phys.* Vol. 110, pp. 399-406, 1994.
- 25) Monaghan, J. J. and Kos, A.: Solitary waves on a Cretan beach, *J. Waterways Port Coastal Ocean Eng.* Vol.125, No.3, pp. 145-154, 1999.
- 26) Dalrymple, R.A. and Rogers, B.D.: Numerical modeling of water waves with the SPH method, *Coastal Engineering*, Vol. 53, pp. 141-147, 2005.
- 27) Shao, S. D. and Lo, E. Y. M.: Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface, *Advanced Water Resources*, Vol. 26, No.7, pp. 787-800, 2003.
- 28) Shao, S. D. and Gotoh, H.: Simulation coupled motion of progressive wave and floating curtain wall by SPH-LES model, *Coastal Eng. Jour.*, JSCE, Vol. 46, No.2, pp. 171-202, 2004.
- 29) 後藤仁志，五十里洋行，酒井哲郎：粒子法による三次元数値波動水槽の開発，海岸工学論文集，第 52 巻，pp.26-30，2005.
- 30) 合田吉実：防波護岸の越波流量に関する研究，港湾技術研究所報告，第 9 巻，第 4 号，pp.3-41，1970.
- 31) 佐貫 宏，藤田 龍，関本恒浩，清水琢三：数値モデルによる越波量の評価に関する研究，海岸工学論文集，第 48 巻，

- pp.736-740, 2001.
- 32) 後藤仁志, 五十里洋行, 目見田 哲, 安岡恒人, 望月貴文: 低天端護岸上部の大型排水路への越波過程に対する粒子法の適用性, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp701-705, 2006.
 - 33) 後藤仁志: 数値流砂水理学, 森北出版社, p.223, 2004.
 - 34) 後藤仁志, Jørgen Fredsøe: Lagrange 型固液二相流モデルによる海洋投棄微細土砂の拡散過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp.986-990, 1999.
 - 35) 後藤仁志, 林 稔, 酒井哲郎: 固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析, 土木学会論文集, 第 719 号 /II-61, pp.31-45 2002.
 - 36) 後藤仁志, 林 稔, 安藤 怜, 鷲見 崇, 酒井哲郎: 砂礫混合層を伴う混相流解析のための DEM-MPS 法マルチスケールリンクの開発, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp.26-30, 2003.
 - 37) 後藤仁志, 林 稔, 酒井哲郎, 織田晃治, 五十里洋行: 遡上津波の戻り流れによる護岸法先洗掘のグリッドレス解析, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp.46-50, 2002.
 - 38) 池田博和, 松浦文生, 越塚誠一, 岡 芳明: MPS 法による蒸気爆発の液体金属微細化過程の数値解析, 日本機械学会論文集 (B), Vol.64, pp.2431-2437, 1998.
 - 39) 五十里洋行, 後藤仁志, 酒井哲郎: 気液二相流型粒子法による砕波過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 51 巻, pp.111-115, 2004.
 - 40) 長尾昌朋, 新井信一, 上岡充男: PTV と PIV を 組み合わせた砕波帯の流速分布測定, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 116-120, 1997.
 - 41) Gotoh, H. & Sakai, T.: Key Issues in the Particle Method for Computation of Wave Breaking, *Coastal Engineering*, Vol. 53, No. 2-3, pp.171-179, 2006.
 - 42) 例えば, 金谷 一郎: 3D-CG プログラマーのためのクォータニオン入門, 工学社, p.192, 2004.
 - 43) 後藤仁志, 酒井哲郎, 林 稔, 安藤 怜: 構造物下面への接岸浮遊物の潜込過程の Lagrange 型シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp.816-820, 2001.
 - 44) 後藤仁志, 五十里洋行, 酒井哲郎, 奥 謙介: 浮体群を伴う津波氾濫流の 3D シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp196-200, 2006.
 - 45) 後藤仁志, 五十里洋行, 酒井哲郎, 奥 謙介: 山地橋梁の流木閉塞過程の 3 次元シミュレーション, 水工学論文集, 第 51 巻, pp.835-840, 2007.
 - 46) 後藤仁志, 五十里洋行, 酒井哲郎, 奥田一弘: 粒子法と Boussinesq モデルのハイブリッド化に関する基礎的研究, 水工学論文集, 第 50 巻, pp.1453-1458, 2006.
 - 47) 五十里洋行, 後藤仁志, 酒井哲郎, 奥田一弘: 三次元数値波動水槽のための粒子法と Boussinesq モデルとのハイブリッド化, 海岸工学論文集, 第 53 巻, pp11-15, 2006.
 - 48) 例えば, Iwashita, T. and Shimasaki, M.: Parallel Processing of 3-D Eddy Current Analysis with Moving Conductor Using Parallelized ICCG Solver with Renumbering Process, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 36, pp. 1504-1509, 2000.
 - 49) 五十里洋行: 粒子法による自由表面流の数値解析とその水工学への応用に関する研究, 京都大学学位論文, p.191, 2007.
 - 50) 渡部靖憲, 佐伯 浩: 砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp.71-75, 1996.
 - 51) Khayyer Abbas, 後藤仁志, Shao Songdong: 巻き波型砕波における水面追跡の高精度化のための CISP 法の提案, 海岸工学論文集, 第 54 巻, 2007 (印刷中).
 - 52) Li, Y. and Raichlen, F.: Energy balance model for breaking solitary wave runup, *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng.*, Vol.129, No.2, pp. 47-59, 2003.