

数値波動水路（CADMAS-SURF）の開発方針と理論

Development Policy and Theoretical Background of Numerical Wave Flume CADMAS-SURF

藤 間 功 司
Koji FUJIMA

1. はじめに

海域施設の設計においては、その機能や耐波安定性を精度良く算定することが不可欠である。現在は、主として水理模型実験かそれに基づく設計公式が用いられている。しかし、設計公式には精度の問題があり、水理模型実験は多くの費用と時間が必要である。新しい設計法として注目されている性能設計などではさらに多くの情報を必要とするため、今後、耐波設計において数値計算の重要性が増すことは明白である。

しかしこれまで、砕波時に生じる巻き込みや突っ込み、そして構造物周辺に発生する乱れを含めた複雑な流れなどを数値計算で表現することは困難であった。そのため、構造物の機能や安定性を直接計算することは容易ではなく、耐波設計において数値計算が直接被われることはほとんどなかった。しかし、近年、CFD（Computational Fluid Dynamics；数値流体力学）の手法が海岸・港湾工学の分野でも検討されるようになっており、その発展ぶりには目を見張るものがある。この研究成果をさらに発展させていけば、近い将来、耐波設計に数値計算を活用することが現実のものになると期待できる。実際、ヨーロッパでは数値計算を海域施設の設計に適用する研究がかなり進んでおり、わが国でも次第に研究が進展してきている。

しかしながら、数値計算を海域施設の耐波設計の実務に適用するためには、多様な造波機能や無反射境界をもち、砕波・越波なども含め幅広い条件に対する波の変形を精度よく再現でき、しかも扱いやすい数値モデルを開発する必要がある。そのようなプログラムを各研究機関・各研究者が個別に開発していたのでは、精度の検証などにおいて、はなはだ非効率である。

そこで、様々な研究機関の研究者による共同研究会を組織し、その条件を満たす数値モデルを共同開発した¹⁾⁵⁾。本論文では、その成果である CADMAS-SURF の開発方針や理論などについて解説する。

2. 数値波動水路CADMAS-SURFの開発方針

数値波動水路CADMAS-SURFの開発にあたり、以下の基本方針を定めた。

- ① 当面の目標を、断面2次元造波水路を使用した実験の再現におく。断面2次元造波水路で起こるほとんどすべての現象を、精度よく効率よく再現できることを目指す。
- ② 将来の現地問題への適用や3次元への拡張に対応できるモデルを使用する。
- ③ 研究会のメンバー全員がプログラムの改良・拡張ができるよう、読みやすく整理されたプログラムを作成する。また、改良・拡張を支援するツールを整備する。

上記①、②の条件から、自由表面解析モデルとしてHirtら⁶⁾によるVOF(Volume Of Fluid)法を使用すること、被覆ブロック内などの流れを解析できるようにし、また地形や構造物などを表現するためポーラスモデル⁷⁾を使用すること、支配方程式を2次元非圧縮流体のNavier-StokesまたはReynolds方程式とすることなどが決められた。現実には条件①に記した汎用性・精度・効率の3点は相反する場合が少なくないが、CADMAS-SURFでは様々なオプションを用意し、ユーザーの要求に応えられるようにしてある。また、上記③の条件から、プログラムは一人のプログラマーがFORTRANで作成し、研究会のメンバーが様々な問題に適用して問題点を洗い出し、改良提案し、それを次期バージョンに反映させる、という開発手順をとることになった。現在

の最新版はV4.0である。CADMAS-SURF V4.0の主な機能は表-1に示す通りである。

表-1 数値波動水路CADMAS-SURFの機能一覧

	項 目	機 能
物理モデル	解析対象	・自由表面が多価関数となる複雑な流れ
	基礎方程式	・2次元非圧縮性粘性流体の Navier-Stokes(Reynolds)方程式と連続式をポーラスモデルに基づいて拡張した式
	座標系	・デカルト座標
	自由表面モデル	・VOF (Volume of Fluid) 法
	乱流モデル	・高 Re 数型 $k-\epsilon$ モデル
	造波モデル	・造波境界 ・造波ソース (各造波モデルに以下の造波関数を適用可能)
	造波関数	・ストークス波第5次近似解(定形進行波) ・クノイド波第3次近似解(定形進行波) ・流れ関数法 B による数値解(定形進行波) ・ピストンタイプ (造波板をモデル化) ・フラップタイプ (造波板をモデル化) ・マトリクスデータ (任意波形)
	無反射モデル	・Sommerfeld の放射境界 ・エネルギー減衰帯
	スカラー量の移流拡散	・多成分のスカラー量の移流拡散計算が可能
	一般の境界条件 (造波・放射境界以外)	・セル単位で任意の位置に構造物を設定可能 ・構造物表面の任意の位置に境界条件を設定可能 ・境界条件の種別は入力データで選択可能
数値解法とアルゴリズム	離散化	・スタッガード・メッシュを用いた差分法 ・ポーラスモデルを用いた形状近似
	時間積分	・Euler 法 ・SMAC (Simplified Marker and Cell) 法
	移流項 (対流項)	・VOF 関数 F 以外では以下のいずれかを選択可能 ①1次精度風上差分 ②2次精度中心差分 ③DONOR スキーム (①と②のハイブリッド形式) ④QUICK スキーム ・VOF 関数 F の移流項はドナー・アクセプタ法で離散化
	表面セル流速設定方法	・外挿(流体側の2点の流速から外挿する) ・勾配ゼロ (流体側の流速と同じにする)
	表面の方向の決定方法	・NASA-VOF3D の方法を採用
	気泡と水滴の処理	・TimerDoor 法
	連立1次方程式の解法	・MILU-BCGSTAB 法
	時間刻み幅の制御	・入力値固定 ・自動時間刻み幅
描画機能	指定時刻での場データ (CADMAS-SURF 描画部を利用)	・流速ベクトル ・各種物理量の等値線 ・VOF 関数 F の等値線による自由表面 ・流体の存在領域の塗り潰し
	時系列データ (表計算ソフトを利用)	・指定個所の初期水面からの水位変動 ・指定個所の計算値, 他
	アニメーション (動画ソフトを利用)	・一定時間間隔の画像ファイルをビットマップ形式で自動保存

3. 数値波動水路CADMAS-SURFの基本物理モデル

海岸域における波浪場の解析では、被覆ブロックなど透水性の領域や、透過性消波構造物等の複雑な形状を取り扱えることが必須である。このため、基礎方程式には、2次元非圧縮性粘性流体を対象とした連続式および Navier-Stokes (Reynolds) 方程式をポーラスモデル⁹⁾に基づいて拡張した式(1)～(3)を用いた。

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w}{\partial z} = S_p \quad (1)$$

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u u}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w u}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} - D_x u + S_u - R_x \quad (2)$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x u w}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z w w}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_e \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_e \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} - D_z w + S_w - R_z - \gamma_v g \quad (3)$$

ここで、 t は時間、 x, z は水平、鉛直座標、 u, w は流速の水平、鉛直成分、 ρ は密度、 p は圧力、 ν_e は分子動粘性係数 ν と渦動粘性係数 ν_t の和、 g は重力加速度、 γ_v は空隙率、 γ_x, γ_z は水平、鉛直方向の面積透過率である。

後述するように、 D_x, D_z はエネルギー減衰帯のための係数、 S_ρ, S_u, S_w は造波ソースのための項である。

係数 $\lambda_v, \lambda_x, \lambda_z$ は次式の通りで、右辺第2項は構造物（多孔質体）から受ける慣性力の効果である。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_v &= \gamma_v + (1 - \gamma_v) C_M \\ \lambda_x &= \gamma_x + (1 - \gamma_x) C_M \\ \lambda_z &= \gamma_z + (1 - \gamma_z) C_M \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ただし、 C_M は慣性力係数である。一方、構造物（多孔質体）からの抵抗力 R_x, R_z を、次のように流速の2乗に比例する形でモデル化した。

$$R_x = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta x} (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (5)$$

$$R_z = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\Delta z} (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (6)$$

ここで、 C_D は抵抗係数、 $\Delta x, \Delta z$ は水平、鉛直方向の格子間隔である。

乱流モデルには、実用性が高く様々な分野で用いられている高 Re 数型 $k - \varepsilon$ モデルを採用した。基礎方程式は次式の通りで、乱れエネルギー k と乱れエネルギー散逸率 ε の移流拡散方程式である。

$$\gamma_v \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u k}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_k \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_k \left(\frac{\partial k}{\partial z} \right) \right\} + \gamma_v G_s - \gamma_v \varepsilon \quad (7)$$

$$\gamma_v \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \gamma_x \nu_\varepsilon \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \gamma_z \nu_\varepsilon \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \right\} + \gamma_v C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_s - \gamma_v C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

$$G_s = \nu_t \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

ここで、渦動粘性係数と拡散係数は以下の通りである。

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (10)$$

$$\nu_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad (11)$$

$$\nu_\varepsilon = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \quad (12)$$

また、経験定数としては、一般的な値 $C_\mu = 0.09$ 、 $\sigma_k = 1.00$ 、 $\sigma_\varepsilon = 1.30$ 、 $C_1 = 1.44$ 、 $C_2 = 1.92$ を用いた。

なお、 $k - \varepsilon$ モデルで求めた乱流の効果は、運動方程式の係数 ν_e を

$$\nu_e = \nu + \nu_t \quad (13)$$

とし、また、圧力項の圧力を

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k \quad (14)$$

と置き換えることによって、流速および圧力に反映される。

高 Re 型 $k-\varepsilon$ モデル以外の乱流モデルとして、同じ 2 方程式モデルである低 Re 型 $k-\varepsilon$ モデルや LES (Large Eddy Simulation) 等があげられるが、海域のような広領域を対象とした解析には多大な計算資源を必要とするため、CADMAS-SURF への導入は今後の課題とした。

4. 数値解法

(1) 離散化の方針と解析格子

まず、離散化の方針を以下の通り決定した。

- ① 図-1 に示すスタガード格子系を採用する。
- ② 格子幅を自由に設定できる可変格子幅を採用する。
- ③ 保存形式で記述された基礎方程式をコントロール・ボリューム法で離散化する。
- ④ 移流項以外の空間方向の離散化には 2 次精度の中心差分、線形補間および面積補間を用いる。
- ⑤ 時間方向の離散化は Euler 法を基本とし、運動方程式と連続の式の連成には、圧力の修正量を陰的に評価する SMAC (Simplified Marker and Cell) 法⁸⁾を採用する。

解析格子の代表的な例を図-2 に示す。セルは、一般セル (空隙率が 1.0 で計算対象となるセル)、ポーラスセル (空隙率が 1.0 より小さく、計算対象となるセル)、構造物セル (計算対象外になるセル) に分類される。CADMAS-SURF では、被覆ブロックなどの透水性領域内の現象も計算できるようにするためポーラスモデルを採用しているが、ポーラスモデルは地形や構造物の形状の表現にも使用している。そのため、非透水性の斜面や構造物の外縁が通過するセルもポーラスセルとして扱われる。なお、不等間隔格子を用いる場合の隣り合う格子間隔の比は、2.0 以上 (0.5 以下) でも計算可能であるが、精度の観点からは 0.8 から 1.2 程度に、可能であれば 0.99 から 1.01 程度にするのが望ましい。

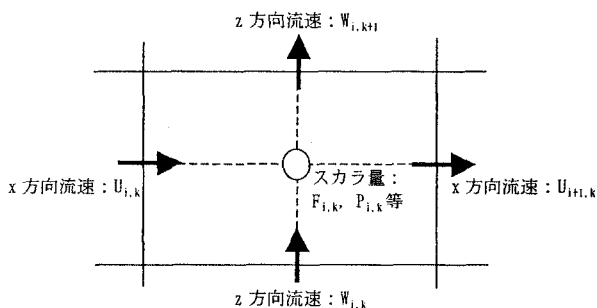


図-1 スタガード格子系⁴⁾

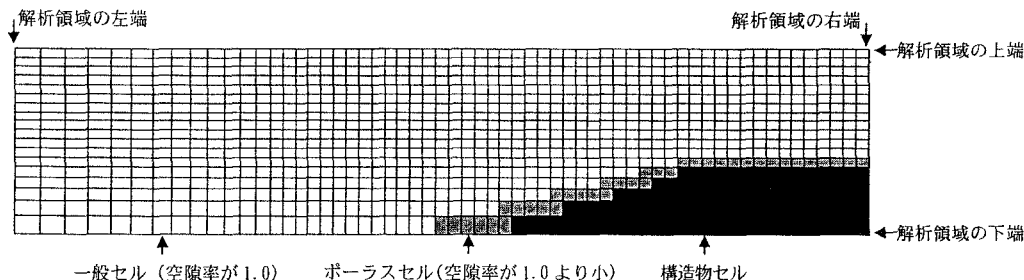


図-2 格子および構造物の代表的な例⁴⁾

(2) Euler 法 (F や乱れの輸送方程式などの時間発展)

VOF 関数 F 値の移流方程式や乱流エネルギーの移流拡散方程式において、ある時刻 t の物理量 f^n から新しい時刻 $t + \Delta t$ の物理量 f^{n+1} を計算するための数値積分法としては、最も基本的な陽解法である Euler 法を採用した。すなわち、基礎方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} = G(f) \quad (15)$$

を以下のように離散化する。

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t G(f^n) \quad (16)$$

(3) SMAC 法 (連続式と運動方程式の時間発展)

運動方程式および連続の式には圧力の時間変動項がない。そこで、SMAC 法⁸⁾では前ステップでの圧力を使用して仮流速を計算し、流速が連続の式と運動の式を満たすようになるための圧力修正量を Poisson 形の式を解くことで陰的に評価し、新しい時刻の圧力を求める。

式(1)から式(3)の基礎方程式を時間方向に以下のように離散化する。

$$\frac{\partial \gamma_x u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w^{n+1}}{\partial z} = S_\rho \quad (17)$$

$$u^{n+1} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} + G_x(u^n, w^n) - D_x \tilde{u} \right) \quad (18)$$

$$w^{n+1} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^{n+1}}{\partial z} + G_z(u^n, w^n) - D_z \tilde{w} \right) \quad (19)$$

なお、式(2)および式(3)の局所項、圧力項、減衰項以外の項を、それぞれ $G_x(u^n, w^n)$ 、 $G_z(u^n, w^n)$ とまとめて表記した。 $(\tilde{u}, \tilde{w})$ は仮流速であり、次式で計算される。

$$\tilde{u} = u^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^n}{\partial x} + G_x(u^n, w^n) - D_x \tilde{u} \right) \quad (20)$$

$$\tilde{w} = w^n + \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^n}{\partial z} + G_z(u^n, w^n) - D_z \tilde{w} \right) \quad (21)$$

ここで、以下に示す関数 ϕ を定義する。

$$\phi = -\frac{\Delta t}{\rho} (P^{n+1} - P^n) \quad (22)$$

式(18)および式(19)を式(20)、式(21)を考慮して変形すると

$$u^{n+1} - \tilde{u} = \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^{n+1} - P^n}{\partial x} \right) = \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (23)$$

$$w^{n+1} - \tilde{w} = \frac{\Delta t}{\lambda_v} \left(-\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P^{n+1} - P^n}{\partial z} \right) = \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (24)$$

となる。この式(23)と式(24)にそれぞれ γ_x および γ_z を乗じて x 、 z で微分し、和を取ると、式(17)を考慮することにより次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = S_\rho - \left(\frac{\partial \gamma_x \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z \tilde{w}}{\partial z} \right) \quad (25)$$

したがって、SMAC 法のアルゴリズムは以下のようにまとめられる。

①仮流速($\tilde{u}, \tilde{w}$)を式(20), (21)を用いて求める。

②Poisson 方程式(25)を解き関数 ϕ を求める。

③新しい時刻の u^{n+1} , w^{n+1} および P^{n+1} を次式を用いて求め、必要な時刻まで①～③を繰り返す。

$$u^{n+1} = \tilde{u} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (26)$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} + \frac{\gamma_v}{\lambda_v} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (27)$$

$$P^{n+1} = P^n - \frac{\rho}{\Delta t} \phi \quad (28)$$

(4) コントロール・ボリューム法

空間方向の離散化にはコントロール・ボリューム法を使用する。すなわち、求めるべき物理量の定義点の周囲にコントロール・ボリュームを設定し、微分方程式をコントロール・ボリュームにわたって積分する。なお、図-3 に示したように、スタガード格子系では物理量によってコントロール・ボリュームの設定位置が異なる。できあがった離散化方程式はコントロール・ボリュームにおける保存則そのものだから、任意のコントロール・ボリュームの集合において（もちろん、計算領域全体でも）保存則が成立する。なお、詳細な差分式はここでは割愛するので、参考文献 4) を参照していただきたい。

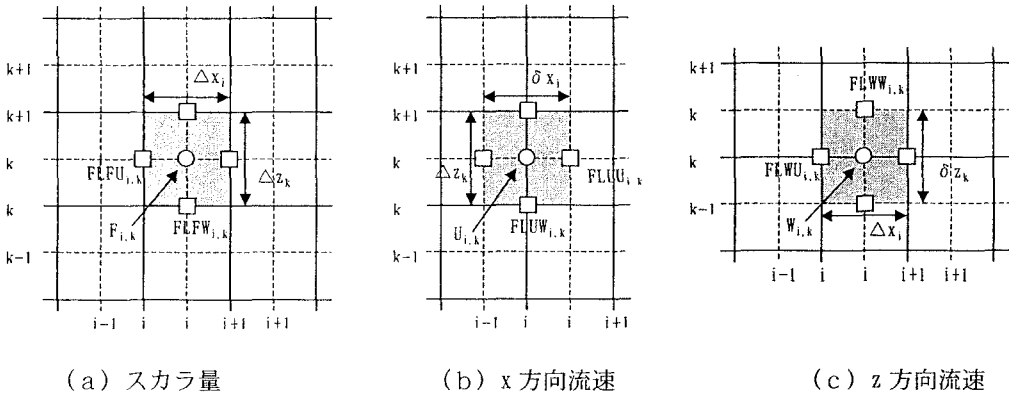
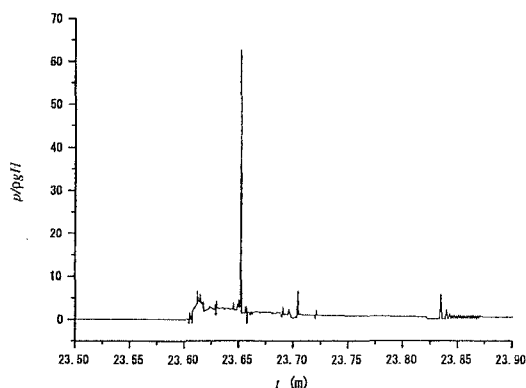


図-3 各変数に対するコントロール・ボリューム⁴⁾

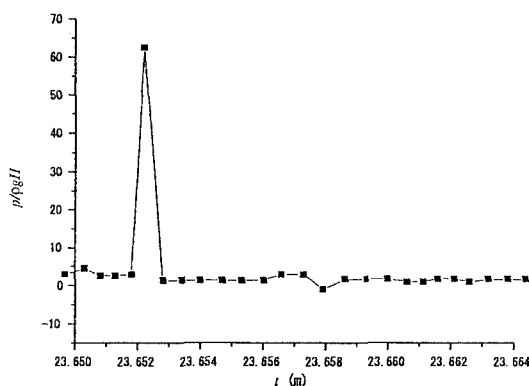
(5) 流速・圧力計算の繰り返し処理

流速と圧力を求める基本的な手法を(2)で説明したが、そのアルゴリズムの通り計算を行うと、圧力の計算値に図-4 のような極端に大きな値が1 タイムステップのみに現れる、スパイクノイズという現象が発生することがある。この現象は、砕波など、気泡を巻き込む計算の際に特に顕著に見られる。

有川ら^{4),9)}は、スパイクノイズが、気体セルや表面セルが流体セルに変化した瞬間に発生していることに着目した。すなわち、圧力修正量はポアソン方程式を用いて求められるが、この計算は流体層のみで行われる。したがって、気体セルや表面セルが流体セルに変化したとき、直前の時間ステップではそのセルでの連続式が満足されていない。そのため、そのセルの連続式の残差(誤差)≒式(25)右辺の値が、他のセルに比べ非常に大きくなる。それにより、解となる圧力修正値も周辺よりかなり大きな値を持つことになるのである。また、式(25)は楕円型の方程式であるために、その点を中心に、計算領域内の全点に影響することになる。これが有川らの見出したスパイクノイズの主な発生原因である。



(a) スパイクノイズの例



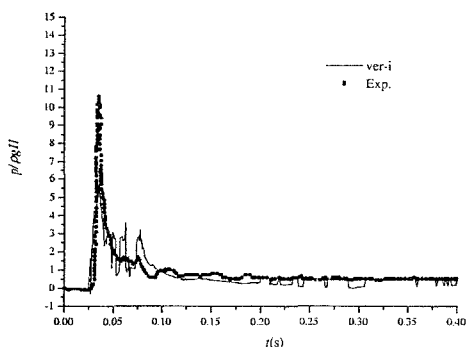
(b) 拡大図

図-4 スパイクノイズの例⁴⁾

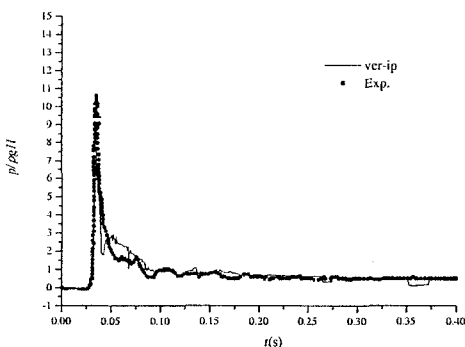
そこで有川らは、スパイクノイズがセルのフラグ（5（1）参照）が変更された瞬間にだけ発生し、次の時間ステップでは問題がなくなることから、1 計算ステップの中で（つまり、同一フラグのもとで）、流速・圧力の計算を数ステップに分割して計算するオプションを CADMAS-SURF に導入した。このオプションを使用すると、計算時間は長くなるが、スパイクノイズの発生を抑えることができる。スパイクノイズは流速の値そのものにはそれほど悪影響を及ぼさないので、再現目標が流速や波高だけの場合ならこのオプションを使用しなくて良い。しかし、碎波圧などを計算することが目的なら、この機能を使用するべきである。

図-5 に、鉛直壁に作用する衝撃波圧の実験と、この機能を使用した CADMAS-SURF の計算結果の比較例を示す。ただし、図-5(a)(ver-i)は上記の繰り返し処理を NLOOP=2 として実施し、気体セルから流体セルに変わったセルに対し、圧力の初期値をゼロと設定した場合の結果である。図-5(b) (ver-ip)は上記の繰り返し処理を NLOOP=2 として実施し、気体セルから流体セルに変わったセルに対し、圧力の初期値を周囲のセルにおける平均値に設定した場合である。いずれも、大きなスパイクノイズは発生しておらず、衝撃波圧が良好に再現されていることが分かる。また、ver-ip の方が小さなノイズの発生も抑えている。そこで、気体セルから流体セルに変化したときの圧力設定に関しては、ver-ip の方法が V4.0 に組み込まれている。

ただし、CADMAS-SURF では圧縮空気の運動を解析していないので、巻き込まれた気泡が影響した圧力変動¹⁰⁾は評価することができない。これは、今後の課題である。



(a) 実験との比較 (ver-i)



(b) 実験との比較 (ver-ip)

図-5 流速・圧力の繰り返し処理によるスパイクノイズ軽減(ver-iとver-ip)⁴⁾

5. 自由表面解析モデル

自由表面解析モデル VOF 法では、本来ステップ関数となる「流体である・ない」を表す関数を計算セル毎に平均化した VOF 関数の移流方程式と、「流体セル・表面セル（向きを含む）・気体セル」というフラグを逐次計算することにより、自由表面の挙動を解析する。

（１）表面の向きの決定方法

VOF 法では、計算セル毎に流体セル、気体セルおよび表面セルの分類を行う。基本的に、流体セルでは $F=1$ 、表面セルでは $0 < F < 1$ 、気体セルでは $F=0$ である。また、表面セルは単純化された向き（ x 軸に垂直または z 軸に垂直）を持ち、フラグ NF は以下のように設定される。

NF=0：流体セル

NF=1：表面セル（表面は x 軸に垂直で、かつ、 x 軸の負の方向に流体がある）

NF=2：表面セル（表面は x 軸に垂直で、かつ、 x 軸の正の方向に流体がある）

NF=5：表面セル（表面は z 軸に垂直で、かつ、 z 軸の負の方向に流体がある）

NF=6：表面セル（表面は z 軸に垂直で、かつ、 z 軸の正の方向に流体がある）

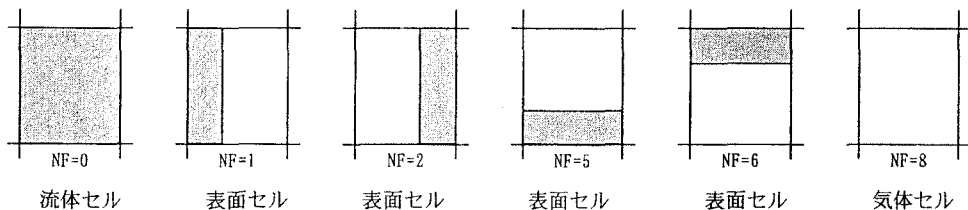
NF=8：気体セル

フラグ NF によるセルの分類を図-6(a)に示す。ところで、表面セルに分類されたセルでは、自由表面の境界条件が課される。したがって、計算セルを流体セル、気体セルおよび表面セルに分類するときには、それらがある程度整然と並ぶようにする必要がある。このため、表面セルが満足すべき条件として、 $0 < F < 1$ であることに加えて、表面セルは流体セルと気体セルに挟まれている、という条件を加えている。すなわち、これらの処理で決定される表面セルには、図-6(b)に示すような $0 < F < 1$ のセルは含まれない。図-6(b)に示したような例では格子の解像度以下になった水滴や気泡を無視することになるが、計算を安定に進めるために止むを得ない処理である。水滴や気泡の処理方法は（３）で述べる。

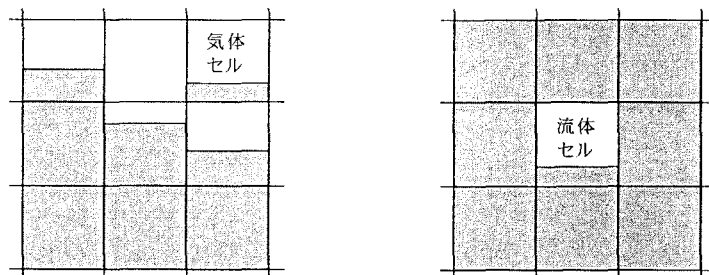
上記の処理で表面セルと分類されたセルについて、以下の方法で表面の向きを決定する。

①流体セル－表面セル－気体セルの並びが一意ならばその方向とする

②流体セル－表面セル－気体セルを満足する方向のうち、周囲の F の値が大きい方向に流体があるものとする



（a）フラグ NF によるセルの分類



（b） $0.0 < F < 1.0$ でありながら表面セルにならない例

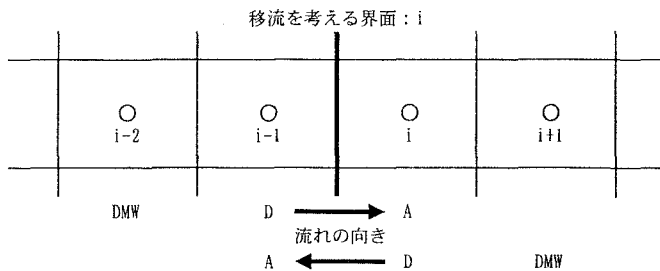
図-6 計算セルの分類⁴⁾

(2) ドナー・アクセプタ法

ポララスモデルに基づく VOF 関数 F の移流方程式を以下に示す.

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u F}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w F}{\partial z} = S_F \quad (29)$$

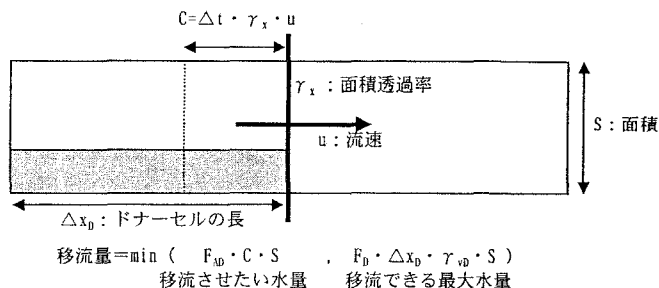
ここで, S_F は造波ソースのための項である. なお, VOF 関数 F はボイド率と異なり, 自由表面をシャープに表現するための関数であり, その移流方程式の離散化には表面がぼやけないために特別に工夫されたドナー・アクセプタ法を用いる¹¹⁾. ドナー・アクセプタ法では, 表面の向きにより見かけ上の風上差分と風下差分を使い分け, 表面がぼやけることを防ぐ. また, ドナーセルに含まれる水の量を上限として移流量を決定する. ドナー・アクセプタ法を概念を図-7 に示す.



(a) 界面の流速の正負によるサフィックスの変化

	表面が界面に垂直	表面が界面に水平	
表面形状			
移流量	 サフィックス AD を D とする	 サフィックス AD を A とする	 サフィックス AD を A とする
	見かけ上の風上差分	見かけ上の風下差分	

(b) 界面を基準とした表面セルの分類と移流量



(c) 制限付きの移流量 (サフィックス AD は A または D)

図-7 ドナー・アクセプタ法を概念⁴⁾

(3) 水滴と気泡の処理

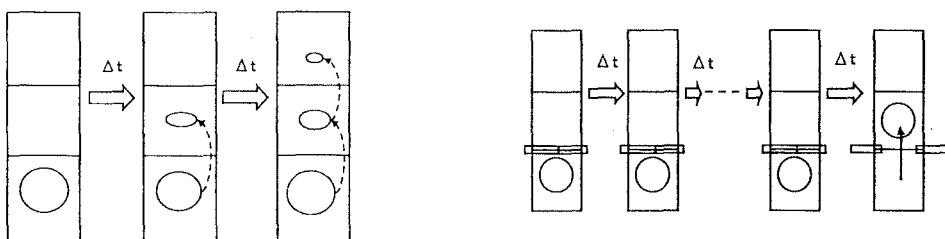
VOF 法では、VOF 関数 F 値が 1.0 より小さい流体セルや 0.0 より大きい気体セルが発生し、計算結果に様々な悪影響を及ぼす可能性がある。以下では、便宜上、前者の流体ではない部分($1.0-F$)を気泡、後者の流体である部分(F)を水滴と表現することにし、CADMAS-SURF で採用した気泡と水滴の処理方法を示す。

(i) 気泡の処理

碎波などが発生する場合、気泡が水領域に混入する。しかし、気泡量があまりに多くなると計算の精度や安定性に悪影響を及ぼす可能性があるため、何らかの方法で気泡を処理する必要がある。その際、物理的に妥当な速度で気泡を上昇させることが望ましい。ただし、気泡を正確に追跡するには、気泡の大きさや位置を正確に把握する必要がある。しかし、気泡が複数のセルにまたがる場合や、ひとつのセルに多数の気泡が含まれる場合などもあり、VOF 法の単純化された考え方のもとで気泡を正確に追跡するのは難しい。

VOF 法の考え方のもとでは、セル内に気泡が均質に分散しているものとして、各ステップで気泡上昇速度(w_b)に見合う量を移動させる方法が考えられる。例えば、図-8(a)の左側の図のように、流体セルの中にひとつだけ $F < 1$ のセル(すなわち気泡セル)が存在する場合を考えよう。上記の方法を採用すると、次の時間ステップに $(1-F)w_b \Delta t \Delta x$ の面積の気泡が上方のセルに移動することになる。ただし、気泡の一部 $(1-F)(\Delta z - w_b \Delta t) \Delta x$ は元のセルにとどまる。さらに次の時間ステップにも同様の気泡移動が起こるから、 $2\Delta t$ 後には図-8(a)の右側のように縦に3個の気泡セルが並ぶことになる。すなわち、この方法では気泡が1時間ステップに1格子の割合で拡散してしまい、かえって計算の安定性に悪影響を及ぼす可能性がある。

そこで、数値波動水路では気泡上昇速度(w_b)を一定とし、各セルの上辺を $\Delta z/w_b$ 間隔で開く TimerDoor(図-8(b))として扱う。すなわち、通常の時刻には気泡を動かさず、 $\Delta z/w_b$ 経過した時間ステップでセルに含まれるすべての気泡を上側のセルに上昇させる。これにより、平均的に w_b の速度で気泡が上昇する。物理的に妥当な気泡上昇速度は水温や気泡の大きさによって変化するが、常温で気泡が大きい(数 cm)場合、 $w_b = 20\text{cm/s}$ 程度である。CADMAS-SURF ではこの値を推奨値とするが、気泡が大量に発生する場合には大きめの値を設定した方がよい。



(a) 毎ステップ $(1-F)w_b \Delta t$ の気泡を移動

(b) $\Delta z/w_b$ 時間で一度に気泡を移動 (TimerDoor 法)

図-8 気泡を移動させる方法⁴⁾

(ii) 水滴の処理

水滴処理には2通りの方法を選ぶことができる。ひとつは、気泡と同様、一定速度で落下させる方法である。この処理は、数値誤差により頻繁に水滴が発生してしまう場合に適している。ふたつ目の方法は、水滴を自由落下させる方法である。この処理は物理的妥当性があり、自然な水滴の挙動を模擬したい場合に適している。自由落下させる処理方法は以下の通りである。

- ① 初めて出現した水滴を検出し、周辺の u , w を水滴の初速度とする。
- ② x 方向には等速度運動するものとし、気泡と同様の TimerDoor 法を適用する。
- ③ z 方向には等加速度運動するものとする。水滴がセルに進入してきたときの z 方向速度を w_0 とおくと、 w_0 と Δz の関係により、水滴の挙動は以下の3パターンに分類される。以下の分類にしたがって、

TimerDoor 法で処理する.

- ・ $w_0 < 0$ の場合 : $t = (w_0 + \sqrt{w_0^2 + 2g\Delta z})/g$ 後に下の格子へ移動する.
そのとき、速度は $w = -\sqrt{w_0^2 + 2g\Delta z}$ になる.
- ・ $w_0 > \sqrt{2g\Delta z}$ の場合 : $t = (w_0 - \sqrt{w_0^2 - 2g\Delta z})/g$ 後に上の格子へ移動する.
そのとき、速度は $w = \sqrt{w_0^2 - 2g\Delta z}$ になる.
- ・ $0 < w_0 < \sqrt{2g\Delta z}$ の場合 : $t = 2w_0/g$ 後に下の格子へ移動する.
そのとき、速度は $w = -w_0$ になる.

この方法では、水滴は隣接するセル(すなわち縦か横)にしか動かないから、水滴の軌跡は図-9 に示すように折れ線状になるが、全体として放物線を近似したものになる.

(iii) 斜面上の波先端部の処理

波が斜面を遡上する問題を解く場合、図-10 のように先端付近で、「自身の一部が障害物で、かつ $0 < F < 1$ のセル」が連続して現れる場合がある. そのとき、波先端のセルでは隣接した位置に流体セルを持たないことになり、適切な流速を決定することができない. したがって、CADMAS-SURF ではこのようなセルは水滴セルと判定される. これによって、最大遡上点付近に水滴が残ってしまうことがある. CADMAS-SURF では、この問題を解決するため TimerDoor 法によってこの水塊をもとに戻すオプションを用意している. このとき、局所的な斜面勾配を θ とすると、斜面方向に $g \sin \theta$ の加速度を受けるものとして水滴の斜面落下速度を評価し、TimerDoor 法を適用する.

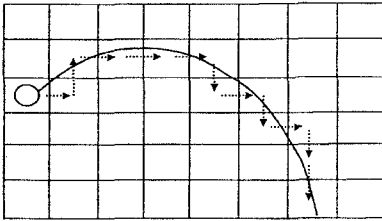


図-9 水滴の自由落下⁴⁾

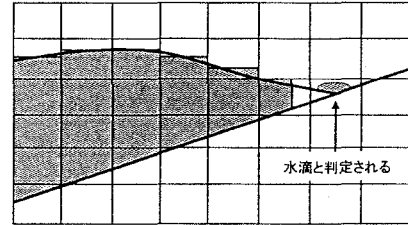


図-10 斜面上の波先端部⁴⁾

6. 造波モデル

表-1 に示すとおり、CADMAS-SURF では、造波モデルとして造波境界と造波ソースの2つを採用し、それぞれの造波モデルで6種類の造波関数(規則波用5種類, 不規則波用1種類)が利用できる.

造波ソースを使用する場合、指定したセルの中心位置($x = x_s$)に造波のためのソース¹²⁾を設定する必要がある. 造波ソースは流速や水位を直接指定する方法ではないため、構造物や斜面等からの反射波を通過させることができ、後述する無反射モデルと組み合わせることで、無反射造波が可能となる. 以下に、式(1)～(3)および式(29)中のソース項を示す.

$$S_p = q(z, t) \quad (30)$$

$$S_u = uq(z, t) \quad (31)$$

$$S_w = wq(z, t) + \frac{v}{3} \frac{\partial q(z, t)}{\partial z} \quad (32)$$

$$S_F = Fq(z, t) \quad (33)$$

ここで、 $q(z,t)$ は次式のとおりである。なお、 Δx_s は $x = x_s$ での格子間隔、 $U(z,t)$ は造波用流速を示す。

$$q(z,t) = 2 \frac{U(z,t)}{\Delta x_s} \quad (34)$$

なお、6種類の造波関数の中では、ストークス波理論、クノイド波理論¹³⁾ による造波がもっとも多く使われるだろう。流れ関数法Bは、より波高が高い場合にも適用できる。造波板モデルは、模型実験と比較したい場合に使用する。ただし、ストークス波理論、クノイド波理論、流れ関数法Bを使用する際、流速の1周期平均をゼロと考える波速の第1定義を使用すると、質量輸送が生じるため水路（計算領域）内の水量が増加してしまうという問題が生じる。そこで、質量輸送をゼロとする波速の第2定義に基づく値を使用する。

不規則波など、任意波形の波を造波したい場合には、マトリックスデータ入力機能を使う。すなわち、まず利用者が不規則波のスペクトル等を利用して水位と流速の鉛直分布の時系列データテーブルを作成し、それを入射波の条件として計算を行う。ただし、不規則波の数値計算は演算時間が長くなるため、本格的な不規則波の数値実験を行うには、なお一層の計算速度の向上が望ましい。また、規則波では波速の第2定義を使用することで水路内の水量の増加を抑えたが、不規則波に対して（マトリックスデータ作成の際に）同様の処置をする理論的根拠・物理的妥当性が乏しい。微小振幅波理論の流速を重ね合わせたデータを使用すると、水路内の水量が増加してしまうため、不規則波の計算を本格的に行うには、この点に関しても何らかの対策が必要である。いずれにせよ、不規則波への本格的な対応は今後の課題である。

7. 無反射モデル

CADMAS-SURF では、Sommerfeld の放射条件とエネルギー減衰帯の2種類の無反射モデルを使用できる。

①Sommerfeld の放射境界

$$\frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (35)$$

ここで、 f は流速等の物理量、 C は波速である。なお、現状では波速 C に微小振幅波の波速を用いているため、非線形性の強い規則波や不規則波への適用にはさらに工夫が必要である。

②エネルギー減衰帯

エネルギー減衰帯は、1から3波長程度の領域を用いて波のエネルギーを徐々に減衰させることで無反射を実現するものである。このため、計算領域を余分に必要とするが、様々な波形に対して適用可能であり、かつ安定な計算結果が得易いという利点がある。

CADMAS-SURF では、以下に示すように、流速に比例する減衰項¹⁴⁾を運動方程式に付加することにより、エネルギー減衰帯を設定することができる。

$$D_x = \theta_x \sqrt{\frac{g}{h}} (N+1) \left(\frac{x-x_0}{l} \right)^N \quad (36)$$

$$D_z = \theta_z \sqrt{\frac{g}{h}} (N+1) \left(\frac{x-x_0}{l} \right)^N \quad (37)$$

ここで、 h は水深、 l と x_0 はエネルギー減衰帯の広さと開始位置、 N は分布関数の次数、 θ_x と θ_z は無次元の係数である。

上記2種類の無反射モデルは、片方だけ単独で使うこともでき、また両方を同時に使うこともできる。実際には、エネルギー減衰帯の外側の境界で Sommerfeld の放射条件を設定し、両者を併用することが多いだろう。また、エネルギー減衰帯を使用すると、格子数が増え計算時間が長くなるので、エネルギー減衰帯の中では格子を大きくして格子数を抑えるのがよい。

8. 浅水変形

ここでは、目見田、八木ら⁴⁾が実施した浅水変形の実験と計算結果の比較を通して CADMAS-SURF の適用性を論じる。水理実験は、図-11 に示すような関西電力の造波水路（長さ 50m×幅 1.0m×高さ 1.2m）で行われた。造波板から 4.6mの間は一樣水深（ $h=48\text{cm}$ ）で、 $x=4.6\text{m}$ から勾配 1/100 程度の斜面が設置してあり、 $h=20\text{cm}$ で再び一樣水深になる。造波水路の岸側端には消波材が設置してある。波高の測定には容量式波高計を使用した。入射波は規則波で、一樣水深部（ $h=48\text{cm}$ ）での入射波の波高は 11.5cm、周期は 1.5s である。なお、このケースでは、斜面上端で碎波（碎波形式は崩れ波）することが実験から確認されている。

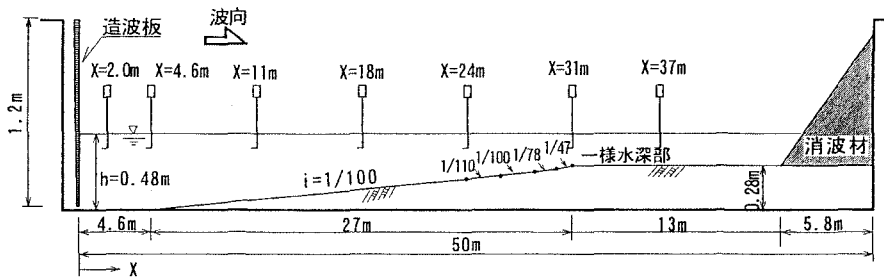


図-11 浅水変形の実験状況⁴⁾

上記の実験に対応した数値計算を CADMAS-SURF で行った。なお、比較のため、実験の再現以外の計算も行っている。計算ケースを表-2 に示す。ケース 3 が実験の再現計算である。

地形に関しては実験模型をほぼ忠実にモデル化しているが、計算時間の節約のため、図-12 に示すように計算領域を長さ 45m、高さ 0.7m とした（ $T_i=1.5\text{s}$ のケース）。具体的には、 $h=20\text{cm}$ の水平床部を短くしている。ただし、計算結果が水路端（岸側）からの反射波の影響を受けないよう、岸側の境界条件を開境界とし、さらに岸側から 5m の範囲を減衰領域とした。 $T_i=3.0\text{s}$ のケースでは、減衰領域の長さが 5m では波長に比べてあまりに短くなってしまったため、減衰領域の長さを 9m にしている。

格子間隔は、 $\Delta x=2.5\text{cm}$ 、 $\Delta z=0.9\text{cm}$ とした。一樣水深部（ $h=48\text{cm}$ ）では $\Delta x=L/110$ （ $T_i=1.5\text{s}$ ）、 $\Delta x=L/250$ （ $T_i=3.0\text{s}$ ）、 $\Delta z=h/51$ （ $T_i=1.5\text{s}, 3.0\text{s}$ ）となる。時間間隔はクーラン条件を満足するように自動的にプログラム中で設定される。入射波は造波境界モデルで、ストークス波／クノイド波を使用した。出力は、実験での波高計測点を含めた何点かで水位の経時変化を出力し、実験結果と同様の処理をした。

表-2 波浪条件（一樣水深部（ $h=48\text{cm}$ ）への入射波）

ケース	1	2	3	4
波高 H_i (cm)	6.0		11.5	
周期 T_i (s)	1.5	3.0	1.5	3.0

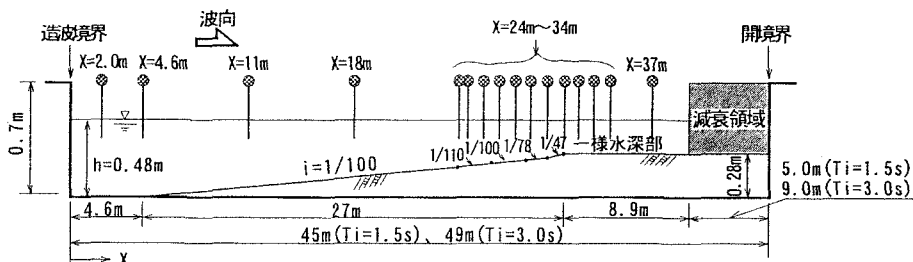


図-12 浅水変形の計算モデル⁴⁾

図-13 に、入射波高に対する波高比（浅水係数）に関する計算結果を示す。点線は首藤¹⁵⁾の求めた浅水係数を連ねたものである。ケース3については実験値も示してあり、計算値と実験値を比較することができる。

ケース1では、波高比分布がほぼ一定であり、浅水変形による波高増加はほとんど見られない。ケース2、ケース3、ケース4では、波高比が波の伝播に従って徐々に大きくなり、浅水変形による波高増加が見られる。ケース3とケース4では波高比分布のピークが $x=31\text{m}$ 付近に存在し、砕波が生じていることが分かる。これはケース3に対応する水理実験でも確認できたことである。

計算値は、首藤の浅水係数や実験値と比較し、全体的に良く一致している。各ケースにおける計算値と首藤の浅水係数との差は最も大きくても1割以内である。また、ケース3での計算値と実験値との差も1割以内で、砕波点の位置や砕波波高に関しても概ね実験と一致している。これらのことから、CADMAS-SURF は、波高が最も増加する砕波直前においても、良好な精度で浅水変形を再現できることが分かる。

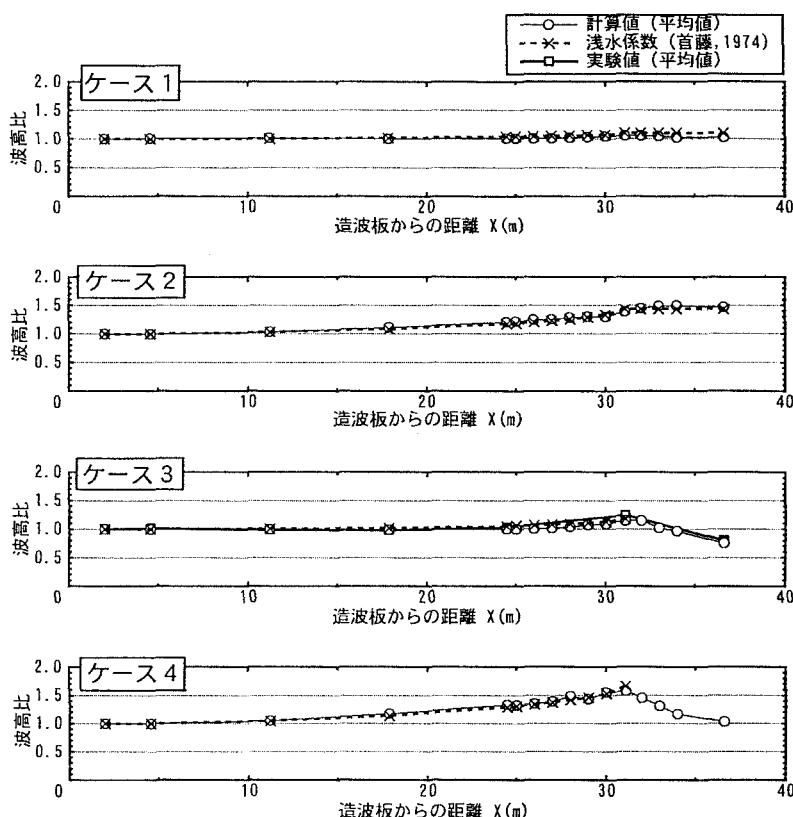


図-13 波高比分布（計算値，浅水係数，実験値）⁴⁾

図-14 には、図-13 で示した波高分布に加え、同一地点における1波ごとの波高の変動を示す。また、ケース3については実験値の1波ごとの波高とその平均値も示してある。

いずれのケースについても、波の伝播に従って、平均値に対する波高の変動が徐々に大きくなる。特にケース3、4に関しては砕波点周辺および砕波後にばらつきが大きくなる。ただし、平均値に対する波高の変動量は、各ケースとも概ね1割以内である。また、ケース3における、実験値の平均に対する1波ごとの変動も1割以内であり、計算結果に比べるとやや小さいものの、ほぼ同程度であった。したがって、1波ごとのばらつきは実験でも生じるものであり、計算のばらつきは実験のばらつきに比べ極端に大きいわけではない。計算結果に1波ごとのばらつきがあることに留意し、計算結果を整理する際、数波分を出力して平均を取るなどの工夫が必要であるが、CADMAS-SURF は数値実験として使用できるツールであると言える。

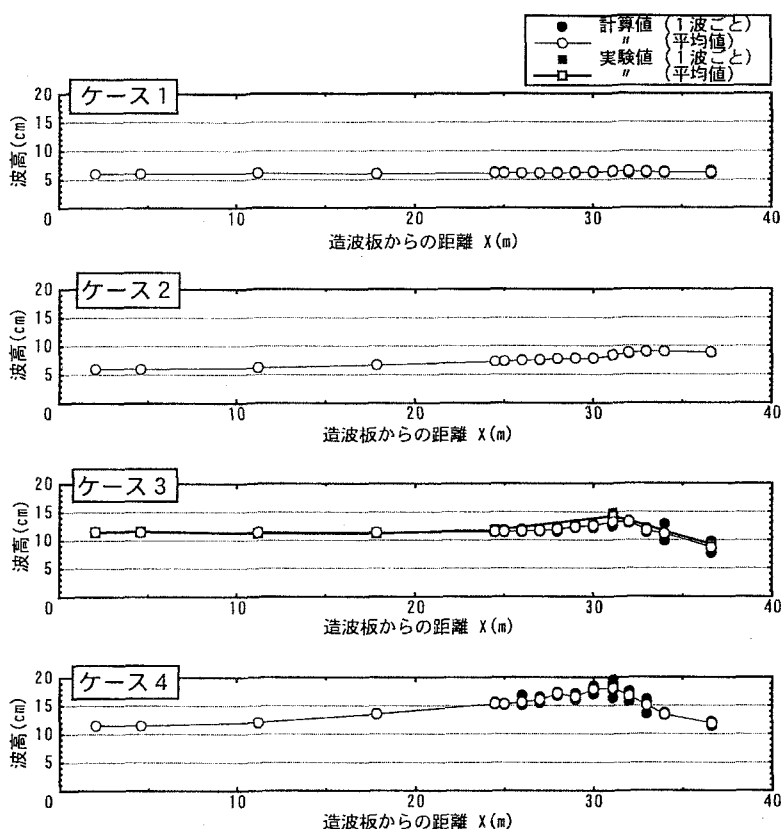


図-14 波高分布のばらつき⁴⁾

9. まとめ

本文では、CADMAS-SURF の開発背景、物理モデル、数値モデルなどを概観し、CADMAS-SURF が数値実験のツールとして使用できることを示した。もちろん、現時点では問題点も多い。例えば、計算時間がかかり過ぎる、差分スキームや格子の設定によって計算結果が大きく変わることがある、といった問題点が指摘されている。今のところ、前者の問題解決は計算機的能力向上にまかせ、後者の解決は利用者のノウハウの蓄積に任せているが、利用者が増えてくれば何らかの対処が必要になるかもしれない。また、本文中にも記したとおり、不規則波への対応はまだ不十分である。さらに、浅水係数の検討においては CADMAS-SURF による計算結果の 1 波ごとの変動は実験と同程度だったが、問題によっては実験よりかなり大きなばらつきが発生するという報告もある。砕波波形の再現精度など VOF 法に由来する問題や、圧縮空気の影響など支配方程式に関わる問題も指摘されている。これらの問題解決は必ずしも簡単でないが、CADMAS-SURF が標準的なツールとして広く使われるようになれば、これらの問題点に対しても解決が図られるはずである。その際、V4.0 までの開発に関わっていなかった本稿の読者の中からも、問題解決に寄与される方が出てくることを期待したい。

謝辞

本稿を作成するにあたり、東京大学大学院 磯部雅彦教授を委員長とする「数値波動水路の活用等に関する研究会」および参考文献 4) を出版している沿岸開発技術研究センターから多大なご支援をいただきました。ここに、ご協力いただいた皆様に改めて感謝の意を表します。

参考文献

1. 磯部雅彦, 高橋重雄, 余錫平, 榊山勉, 藤間功司, 川崎浩司, 蔣勤, 秋山実, 大山洋志: 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究—VOF 法基本プログラムの作成—, 海洋開発論文集, Vol.15, pp.321-326, 1999.
2. 磯部雅彦, 余錫平, 梅村幸一郎, 高橋重雄: 数値波動水路の開発に関する研究, 海岸工学論文集, Vol.46, pp.36-40, 1999.
3. 蔣勤, 高橋重雄, 磯部雅彦: 防波堤の波力算定への数値波動水路の適用性について, 海岸工学論文集, Vol.46, pp.41-45, 1999.
4. 沿岸開発技術研究センター: 数値波動水路 (CADMAS-SURF) の研究・開発, 沿岸開発技術ライブラリー, No.12, 296p., 2001.
5. 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会: 海域施設の耐波設計に適用できる数値波動水路 (CADMAS-SURF) の研究・開発とその将来展望, 土木学会論文集, No.705/II-59, pp.1-17, 2002.
6. Hirt, C.W. and Nichols, B.D.: Volume of Fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries, J. Computational Phys., Vol.39, pp.201-225, 1981.
7. 榊山勉, 阿部宣行, 鹿島遼一: ポーラスモデルによる透過性構造物周辺の非線形波動解析, 海岸工学論文集, Vol.37, pp.554-558, 1990.
8. Amsden, A.A. and Harlow, F.H.: A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, J. Computational Phys., Vol.6, pp.322-325, 1970.
9. 有川太郎, 磯部雅彦, 高橋重雄: VOF 法を用いた衝撃砕波圧の計算と適用性, 海岸工学論文集, Vol.48, pp.831-835, 2001.
10. 川崎浩司, 村瀬政善, 村田好一郎: 一様傾斜水域での砕波に伴う水中圧力の時空間変動特性, 海岸工学論文集, Vol.47, pp.161-165, 2000.
11. Torry, M.D., Mjolsness, R.C. and Stein, L.R.: NASA-VOF3D: A three-dimensional computer program for incompressible flows with free surface, LA11009-MS, 1987.
12. 岩田好一郎, 川崎浩司, 金度三: 水中構造物による砕波の数値計算, 海岸工学論文集, Vol.41, pp.781-785, 1995.
13. 磯部雅彦: 有限振幅波の諸理論と適用範囲, 水工学に関する夏期研修会講義集, Vol.21, pp.B.1.1-B.1.25, 1985.
14. Cruz, E., 横木裕宗, 磯部雅彦, 渡辺昇: 非線形波動方程式に対する無反射境界条件について, 海岸工学論文集, Vol.40, pp.46-50, 1993.
15. 首藤伸夫: 非線形長波の変形—水路幅, 水深の変化する場合—, 海岸工学論文集, Vol.21, pp.57-63, 1974.