

Tsunami Behavior Caused by Linear, Nonlinear and Dispersion Effects

後 藤 智 明

Chiaki GOTO

1. はじめに

コンピュータの急速な発展により，容易にしかも精緻な数値シミュレーションが可能となってきた．1960年代から始まった当初の津波の計算は，線形長波理論を用い，沿岸域でも km 単位の計算格子を利用するものであったが^{1), 2)}，現在では，計算の支配方程式が非線形理論や非線形分散波理論に変わり，50m 程度以下の細かい計算格子まで採用されるに至っている^{3), 4), 5)}．以上の説明でわかるように，津波の伝播・変形に関する研究は，数値解析が主流となってきた．今後，このような傾向がさらに強まると考えられるが，数値解析には少なからず数値誤差や人間の錯誤の問題があること，また数値解析をブラックボックス化しないためにも基礎的な理論に関する知識が必要不可欠であると考ええる．

そこで，本文では，津波の線形，非線形および波数分散現象と題し，古典的であるが各種長波理論式の誘導とその基本的な理論解について概説する．特に，線形理論で説明可能な津波の現象，そして非線形性および波数分散性を考慮しなければ説明できない現象について記述する．最後に，最新の話題として，非線形分散波理論を用いた平面 2 次元津波計算そして乱流モデルを利用した 3 次元津波計算の例について述べる．

2. 長波理論式

2.1 線形長波理論式とその基本的な解

長波理論とは，波長水深比が小さく，重力加速度に比べ水粒子の鉛直加速度が小さい場合に適用される水面波の理論の総称である．一般的には，線形長波理論，非線形長波理論（浅水理論）そして非線形分散波理論に分類され，それぞれ波長水深比が小さいと近似した摂動法により導かれる．したがって，波長水深比が必ずしも小さくないが有限振幅性が小さいと考える微小振幅波や Stokes 波といった表面波に関する理論と多少異なる．

まず，線形長波理論式の誘導のため，簡単な 2 次元非圧縮性流体の非回転運動を考える．図-1 に示す座標系を採用すると質量保存則（連続の式）が，

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \cdots(1)$$

運動量保存則（運動の式・Euler の式）が

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \cdots(2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \cdots(3)$$

と表される．ここに， (u, w) は (x, z) 方向の流速， p は圧力， ρ は密度である．非回転の条件式は，

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad \cdots(4)$$

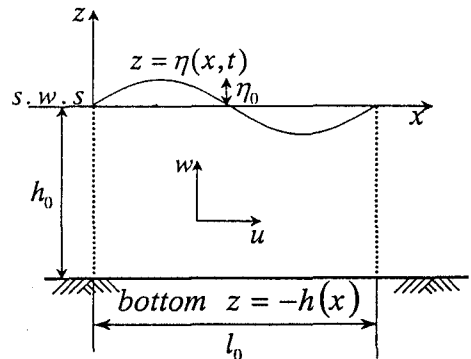


図-1 座標系

境界条件は,

$$p = 0 \quad \text{on} \quad z = \eta \quad (\text{圧力条件}) \quad \cdots(5)$$

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{on} \quad z = \eta \quad (\text{水表面条件}) \quad \cdots(6)$$

$$w = -u \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{on} \quad z = -h \quad (\text{水底条件, 水平床近似}) \quad \cdots(7)$$

である.

いま, 対象とする波運動が, 波長が長く重力加速度に比べ水粒子の鉛直加速度が無視できる程度に小さく (圧力が静水圧分布と近似可能), また水深に比べ波の振幅が小さい (弱非線形) ものとする. この近似の下で上記の方程式と境界条件は,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \cdots(8)$$

$$p = 0 \quad \text{on} \quad z = \eta, \quad w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{on} \quad z = 0, \quad w = -u \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{on} \quad z = -h_0 \quad \cdots(9)$$

と簡単になる. 式(8)の連続の式を水底から水表面まで積分して, また, 水表面の圧力条件を加味して式(8)の運動の式から圧力 p を消去すると

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(h_0 u)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \cdots(10)$$

なる線形長波理論式が得られる. この式を水平床近似し, u を消去すると,

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad \cdots(11)$$

なる 2 階の波動方程式が得られ, 初期条件 $\eta(x, 0) = f(x)$, $\partial \eta(x, 0) / \partial t = \phi(x)$ を満たす解として

$$\eta = \frac{1}{2} \left[f(x + c_0 t) + f(x - c_0 t) + \frac{1}{c_0} \int_{x-c_0 t}^{x+c_0 t} \phi(x) dx \right], \quad c_0 = \sqrt{gh_0} \quad \cdots(12)$$

また, 初期波形 $f(x)$ をフーリエ級数表示したときの成分波を表す解,

$$\eta = \eta_0 \sin k(x \pm c_0 t) \quad \cdots(13)$$

が得られる. ここに, η_0 は成分波の振幅, k は波数 (波長を ℓ_0 とすると $2\pi/\ell_0$) である. 一方, η と u の関係は, 式(9)の運動の式に $\eta = \eta_0 \sin k(x \pm c_0 t)$ を代入すると,

$$u = \mp \frac{c_0}{h_0} \eta_0 \sin k(x \pm c_0 t) = \mp \frac{c_0}{h_0} \eta \quad (\text{複合同順}) \quad \cdots(14)$$

となる.

2.2 摂動展開による非線形長波理論式および非線形分散波理論式の誘導

(1) 基礎式の無次元化

非線形長波理論式および非線形分散波理論式を誘導するには, 適切なスケーリング (無次元化) と摂動法を利用する. いま, 図-2 左に示した海域の波動現象を図-2 右に示すような水平・鉛直方向の寸法が 1 である現象へのスケーリングを考える. すなわち, 時空間のスケールそして水理量 (流速, 水位など) の大きさを同一のオーダーにして基礎方程式および境界条件の各項の大きさを比較するのである. このスケーリングを行う際には, 先に説明した線形長波理論の解に関する予備的な知識, すなわち,

$$\eta = \eta_0 \sin k(x - c_0 t), \quad u = \frac{c_0}{h_0} \eta$$

なる解を知っている必要がある。たとえば、この解から、

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -k\eta_0 \cos k(x - c_0 t) = -\frac{2\pi}{\ell_0} \eta_0 \cos k(x - c_0 t) = O\left(\frac{1}{\ell_0}\right) \cdot O(\eta)$$

であるから、 $\partial/\partial x$ なる演算が $1/\ell_0$ の大きさ（ $\partial/\partial x = O(1/\ell_0)$ ）となることがわかり、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -kc_0 \eta_0 \cos k(x - c_0 t) = -\frac{2\pi c_0}{\ell_0} \eta_0 \cos k(x - c_0 t) = O\left(\frac{c_0}{\ell_0}\right) \cdot O(\eta)$$

から、 $\partial/\partial t = O(c_0/\ell_0)$ であることがわかる。

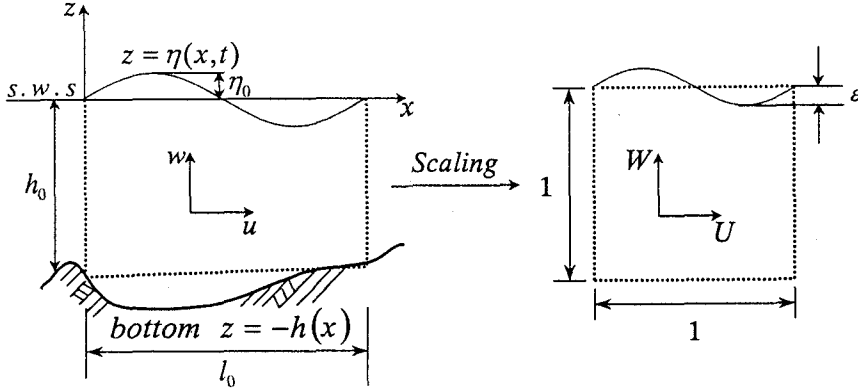


図-2 座標系と長波理論のスケーリング

以上のような基本的な考察から、対象とする波動現象の代表的な長さを水平方向に ℓ_0 （波長）、鉛直方向に h_0 （水深）とし、代表的な速度を c_0 （線形長波の波速）とすると、微分演算の大きさは、それぞれ

$$\frac{\partial}{\partial x} = O\left(\frac{1}{\ell_0}\right), \quad \frac{\partial}{\partial z} = O\left(\frac{1}{h_0}\right), \quad \frac{\partial}{\partial t} = O\left(\frac{c_0}{h_0}\right)$$

であり、これらを $O(1)$ にするためには、

$$x = \ell_0 X, \quad z = h_0 Z, \quad t = \frac{\ell_0}{c_0} T \quad \cdots (15)$$

なる無次元座標 (X, Z, T) を導入すればよいことがわかる。一方、流速、波形、圧力などの水理量に関しては、

$$\eta = O(\eta_0), \quad u = O\left(\frac{c_0}{h_0} \eta_0\right), \quad w = O\left(\frac{c_0}{\ell_0} \eta_0\right), \quad p = O(\rho g h_0), \quad h = O(h_0)$$

であるから、

$$\eta = \eta_0 N, \quad h = h_0 H, \quad u = \frac{c_0}{\ell_0} \eta_0 U, \quad w = \frac{c_0}{h_0} \eta_0 W, \quad p = \rho g h_0 P \quad \cdots (16)$$

なる無次元波形 N 、無次元水深 H 、無次元流速 (U, W) 、無次元圧力 P を導入すればよいことがわかる。

基礎方程式(1)から式(7)に、式(15)および式(16)の無次元座標および無次元量を考慮すると、

$$\varepsilon \frac{\partial U}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad \cdots (17)$$

$$\varepsilon \frac{\partial U}{\partial T} + \varepsilon^2 U \frac{\partial U}{\partial X} + \varepsilon^2 W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} \quad \cdots(18)$$

$$\sigma \left[\varepsilon \frac{\partial W}{\partial T} + \varepsilon^2 U \frac{\partial W}{\partial X} + \varepsilon^2 W \frac{\partial W}{\partial Z} \right] = -1 - \frac{\partial P}{\partial Z} \quad \cdots(19)$$

$$\varepsilon \frac{\partial U}{\partial Z} = \sigma \left[\varepsilon \frac{\partial W}{\partial X} \right] \quad \cdots(20)$$

$$P = 0 \quad \text{on} \quad Z = \varepsilon N \quad \cdots(21)$$

$$\varepsilon W = \varepsilon \frac{\partial N}{\partial T} + \varepsilon^2 U \frac{\partial N}{\partial X} \quad \text{on} \quad Z = \varepsilon N \quad \cdots(22)$$

$$\varepsilon W = -\varepsilon U \frac{\partial H}{\partial X} \quad \text{on} \quad Z = -H \quad \cdots(23)$$

なる無次元化された基礎方程式群を得る。ここに、無次元パラメータ ε および σ は、 $\varepsilon = \eta_0 / h_0$ (波高水深比) であり、 $\sigma = (h_0 / \ell_0)^2$ (h_0 / ℓ_0 は水深波長比・相対水深) である。

長波理論式の展開には、大きく分けて2種類があり、無次元パラメータ ε および σ を組み合わせたアーセル数 $Ur = \varepsilon / \sigma = \eta_0 \ell^2 / h_0^3$ の大きさにより、 $Ur = O(1)$ (すなわち $\varepsilon = \sigma < 1$) と考えた線形長波理論式 (1 次近似) および非線形分散波理論 (2 次近似) の誘導、そして $Ur > O(1)$ (すなわち $\varepsilon = O(1) > \sigma$) と考えた非線形長波理論式 (1 次近似) の誘導がある。以下、式(17)から式(23)の無次元化された基礎方程式および境界条件を利用して、 $Ur = O(1)$ および $Ur > O(1)$ に関する摂動展開について説明する。この他に水深方向に積分した基礎方程式を用いた摂動展開法もあるが、引用文献 6), 7) に譲る。

(2) $Ur = O(1)$ に関する摂動展開

まず、波高水深比 ε 、相対水深 σ が共に小さく、 $\varepsilon = \sigma \ll 1$ と近似できる場合を考え、基礎方程式群の従属変数を

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n N_n, \quad U = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n U_n, \quad W = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n W_n, \quad P = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n P_n \quad \cdots(24)$$

と展開する。すると、基礎方程式群から

$$\varepsilon^1 \left[\frac{\partial U_0}{\partial X} + \frac{\partial W_0}{\partial Z} \right] + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial U_1}{\partial X} + \frac{\partial W_1}{\partial Z} \right] + O(\varepsilon^3) = 0$$

$$\varepsilon^0 \left[\frac{\partial P_0}{\partial X} \right] + \varepsilon^1 \left[\frac{\partial U_0}{\partial T} + \frac{\partial P_1}{\partial X} \right] + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial U_1}{\partial T} + U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X} + W_0 \frac{\partial U_0}{\partial Z} + \frac{\partial P_2}{\partial X} \right] + O(\varepsilon^3) = 0$$

$$\varepsilon^0 \left[1 + \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right] + \varepsilon^1 \left[\frac{\partial P_1}{\partial Z} \right] + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial W_0}{\partial T} + \frac{\partial P_2}{\partial Z} \right] + O(\varepsilon^3) = 0$$

$$\varepsilon^1 \left[\frac{\partial U_0}{\partial Z} \right] + \varepsilon^2 \left[\frac{\partial U_1}{\partial Z} - \frac{\partial W_0}{\partial X} \right] + O(\varepsilon^3) = 0$$

$$\varepsilon^0 [P_0] + \varepsilon^1 \left[P_1 + N_0 \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right] + \varepsilon^2 \left[P_2 + N_0 \frac{\partial P_1}{\partial Z} + N_1 \frac{\partial P_0}{\partial Z} + \frac{1}{2} N_0^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial Z^2} \right] + O(\varepsilon^3) = 0 \quad \text{on} \quad Z = 0$$

$$\varepsilon^1 \left[W_0 - \frac{\partial N_0}{\partial T} \right] + \varepsilon^2 \left[W_1 + N_0 \frac{\partial W_0}{\partial Z} - \frac{\partial N_1}{\partial T} - U_0 \frac{\partial N_0}{\partial X} \right] + O(\varepsilon^3) = 0 \quad \text{on} \quad Z = 0$$

$$\varepsilon^1 \left[W_0 + U_0 \frac{\partial H}{\partial X} \right] + \varepsilon^2 \left[W_1 + U_1 \frac{\partial H}{\partial X} \right] + O(\varepsilon^3) = 0 \quad \text{on} \quad Z = -H$$

を得る。したがって、この式群の $O(\varepsilon^1)$ の近似で、

$$\varepsilon \frac{\partial}{\partial T} [N_0] + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X} [HU_0] = 0, \quad \varepsilon \frac{\partial}{\partial T} [U_0] + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X} [N_0] = 0 \quad \cdots (25)$$

なる無次元化された線形長波理論式を得る。なお、式(15)および式(16)を用いて、有次元式に書き改めると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [hu] = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \cdots (25)$$

となる。また、 $O(\varepsilon^2)$ までの近似から

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial}{\partial T} [N_0 + \varepsilon N_1] + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X} \left[(H + \varepsilon N_0) U_0 + \varepsilon H U_1 - \varepsilon \frac{H^3}{6} \frac{\partial^2 U_0}{\partial X^2} + \varepsilon \frac{H^2}{2} \frac{\partial^2 (H U_0)}{\partial X^2} \right] &= 0 \\ \varepsilon \frac{\partial}{\partial T} [U_0 + \varepsilon U_1] + \varepsilon^2 U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X} [N_0 + \varepsilon N_1] &= 0 \\ U_1 = U_0 + \frac{Z^2}{2} \frac{\partial^2 U_0}{\partial X^2} + Z \frac{\partial^2 (H U_0)}{\partial X^2} \end{aligned}$$

が得られ、 $\hat{N} = N_0 + \varepsilon N_1$ とし、また断面平均流速 $\bar{U}$ を利用して式を書き改めると

$$\bar{U} = U_0 + \varepsilon U_1 - \varepsilon \frac{H^2}{6} \frac{\partial^2 U_0}{\partial X^2} + \varepsilon \frac{H}{2} \frac{\partial^2 (H U_0)}{\partial X^2}$$

であるので、

$$\varepsilon \frac{\partial \hat{N}}{\partial T} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X} [(H + \hat{N}) \hat{U}] = 0, \quad \varepsilon \frac{\partial \bar{U}}{\partial T} + \varepsilon^2 \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} + \varepsilon \frac{\partial \hat{N}}{\partial X} = \varepsilon^2 \frac{H}{2} \frac{\partial^3 (H \bar{U})}{\partial T \partial X^2} - \varepsilon^2 \frac{H^2}{6} \frac{\partial^3 \bar{U}}{\partial T \partial X^2} \quad \cdots (26)$$

なる非線形分散波理論式 (Peregrine 式⁸⁾) を得る。なお、式(26)を有次元に書き改めると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h}{2} \frac{\partial^3 (hu)}{\partial t \partial x^2} - \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} \quad \cdots (26')$$

となる。

(3) $Ur > O(1)$ の場合の摂動展開

相対水深は小さいが、波高水深比が必ずしも小さいと近似できない場合は、 $\varepsilon = 1$ 、 $\sigma \ll 1$ 、すなわち、 $Ur > O(1)$ としての摂動展開となる。無次元化された式(17)から式(23)において、 $\varepsilon = 1$ とおき、従属変数を

$$N = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n N_n, \quad U = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n U_n, \quad W = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n W_n, \quad P = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n P_n \quad \cdots (27)$$

と展開する。すると、無次元化された基礎方程式群は、

$$\begin{aligned} \sigma^0 \left[\frac{\partial U_0}{\partial X} + \frac{\partial W_0}{\partial Z} \right] + O(\sigma) &= 0, \\ \sigma^0 \left[\frac{\partial U_0}{\partial T} + U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X} + W_0 \frac{\partial U_0}{\partial Z} + \frac{\partial P_0}{\partial X} \right] + O(\sigma) &= 0, \\ \sigma^0 \left[1 + \frac{\partial P_0}{\partial X} \right] + O(\sigma) &= 0, \end{aligned}$$

$$\sigma^0 \left[\frac{\partial U_0}{\partial Z} \right] + O(\sigma) = 0,$$

$$\sigma^0 [P_0] + O(\sigma) = 0 \quad \text{on } Z = N_0,$$

$$\sigma^0 \left[W_0 - \frac{\partial N_0}{\partial T} - U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X} \right] + O(\sigma) = 0 \quad \text{on } Z = N_0,$$

$$\sigma^0 \left[W_0 + U_0 \frac{\partial H}{\partial X} \right] + O(\sigma) = 0 \quad \text{on } Z = -H,$$

となる。したがって、 $O(\sigma^0)$ の近似から、

$$\frac{\partial N_0}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X} [(H + N_0)U_0] = 0, \quad \frac{\partial U_0}{\partial T} + U_0 \frac{\partial U_0}{\partial X} + \frac{\partial N_0}{\partial X} = 0 \quad \cdots(28)$$

なる非線形長波理論式（浅水理論式）が得られる。なお、式(28)を有次元の形に書き改めると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \cdots(28)'$$

である。

2.3 非線形分散波理論と等価な1階の波動方程式

数学的には問題があるが、非線形分散波理論式(26)'を各項の大きさがわかりやすいように摂動展開のパラメータを付けて

$$\varepsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \varepsilon h \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} [\eta u] = 0, \quad \cdots(29)$$

$$\varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon^2 u \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \varepsilon^2 \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad \cdots(30)$$

と表す。ただし、ここでは水平床を仮定している。いま、 x 軸の正の方向へ伝播する波を考え、

$$u = \frac{c_0}{h} \eta + \varepsilon u' \quad \cdots(31)$$

とおく。ここに、 u' は線形理論から導かれる $u = (c_0/h)\eta$ なる関係を補正する量であり、非線形項および分散項に関係する未知のものである。式(31)を式(29)および式(30)に代入し、整理すると、

$$\varepsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \varepsilon c_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon^2 h \frac{\partial u'}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{c_0}{h} \frac{\partial \eta^2}{\partial x} + O(\varepsilon^3) = 0, \quad \cdots(32)$$

$$\varepsilon \frac{c_0}{h} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \varepsilon^2 \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{g}{h} \varepsilon^2 \frac{\partial \eta^2}{\partial x} + \varepsilon g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \varepsilon^2 \frac{h c_0}{3} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + O(\varepsilon^3) = 0, \quad \cdots(33)$$

となり、式(32)と式(33)から、

$$u' = -\frac{1}{4} \frac{g}{h c_0} \eta^2 + \frac{h^2 c_0}{6} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad \cdots(34)$$

が求まり、これを式(32)に代入して整理すると、 $O(\varepsilon^2)$ までの近似から

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{4} \frac{c_0}{h} \frac{\partial \eta^2}{\partial x} + \frac{h^2 c_0}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad \cdots(35)$$

で表される K-dV 式⁹⁾が得られる。式(35)において、左辺第2項が非線形項（有限振幅の効果）、第4項が分散項（波形曲率の効果）である。なお、式(35)は、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta c_0 \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{\eta}{h} + \frac{1}{6} \frac{h^2}{\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right\} \right] = 0, \quad \cdots (36)$$

と書き改めることができ、K-dV 式の波速は、

$$c = c_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\eta}{h} + \frac{1}{6} \frac{h^2}{\eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right), \quad \cdots (37)$$

となる。なお、式(37)で表される波速式において、波の峰近くでは、 $\eta > 0$ かつ $\partial^2 \eta / \partial x^2$ であるから、非線形効果により波速が増大し、分散効果により波速が減少する。このため、両者が相殺し、一定な波速で伝播する孤立波の解、

$$\eta = a \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3a}{4h}} (x - ct), \quad c = c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{a}{h} \right) \quad \cdots (38)$$

と周期的なクノイド波の解が存在する。

なお、非線形分散波理論と等価な 2 階の波動方程式として Boussinesq 式¹⁰⁾がある。この Boussinesq 式も上述の様な方法を利用して Peregrine 式から誘導が可能である。

3. 線形長波理論で記述できる津波の諸現象

3.1 津波の伝播と変形の概要

海底地盤変位にともなう津波の初期波形は、海水を非圧縮と考え地盤変位と同じ形であると考えるのが普通である。このようにしてできる津波の初期波形は、断面が一山一谷の形状で、平面形状としては長軸が 100 から 200 km、短軸が 50 から 100 km 程度の楕円形が多い。太平洋で生じた最大なものは、1960 年のチリ地震津波を起こしたものであると考えられており、長軸は 800km 程度である。水位は数 m 程度の大きさが普通であり、最大値はチリ地震津波での 21m であると考えられている。なお、発生時に一山一谷であった津波は、外洋を伝播するにともない、海底地形の変化による浅水変形、反射、屈折、大陸棚による陸棚セイシュやエッジ波の発生、島や岬による回折、港湾の湾水振動などにより変形する。そして、沿岸部で観測される津波は複数個の山谷をもつ波列からなる複雑な波形となる。なお、ここでは、浅海域における津波の変形に焦点をあて、線形長波理論で記述できる現象のいくつかの例を説明する。

3.2 津波の浅水変形

津波の先端が沿岸近くに来ると、水深が浅くなるために速度が落ちる。後方はまだ深い位置にあるので早く追いついてくる。したがって、相対的に波長は短くなり、水面はだんだん上昇し、波高が大きくなる。これを浅水変形と呼んでいる。また、湾に侵入した津波は、狭い湾奥へエネルギーが集中して行く。似たような現象は津波が屈折することによっても生ずる。いずれにせよ、津波が集中するためにおこるのであるから、集中効果と呼んでいる。入口が広く、奥へ行くほど狭くなる V 字形の湾では、この 2 種類の原因で津波が大きくなる。三陸地方には、V 字形のリアス式海岸が多く、津波の打ち上げ高さが 30m を越えた場所もある。

斜面を伝播する津波の変形に関しては、式(10)で表される水平床近似の線形長波理論式を

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad \cdots (39)$$

と書き改めると解析できる。いま、図-3 に示すような座標系を採用し、水深を $h = mx$ (m は海底勾配) とおき、上式から u を消去すると

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = gmx \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2gm \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \cdots(40)$$

なる 2 階の波動方程式が得られる。この方程式の解は、進行波に関して

$$\eta = a \left[J_0 \left(\frac{2\omega}{\sqrt{gm}} \sqrt{x} \right) \cos \alpha x + N_0 \left(\frac{2\omega}{\sqrt{gm}} \sqrt{x} \right) \sin \alpha x \right], \quad \cdots(41)$$

重複波に関して、

$$\eta = a J_0 \left(\frac{2\omega}{\sqrt{gm}} \sqrt{x} \right) \cos \alpha x, \quad \cdots(42)$$

で表される。ここに、 J_0 、 N_0 は 0 次の Bessel 関数であり、 ω は角周波数である。なお、式(41)で表される進行波の解に関しては、 x の比較的大きいところで波高が $x^{-1/4}$ すなわち $h^{-1/4}$ に比例して増幅するといった Green の定理と一致する。また、式(42)で表される重複波の解を利用すると、一様水深 h_0 から一様傾斜(勾配 m)の斜面上への打ち上げ高に関する理論解^{11),12)}が得られ、

$$\frac{R}{H} = \left[J_0^2 \left(\frac{2\omega}{m} \right) + J_1^2 \left(\frac{2\omega}{m} \right) \right]^{-1/2}, \quad \cdots(43)$$

となる。ここで、 R は打ち上げ高、 H は一様水深の津波波高、 J_1 は 1 次の Bessel 関数である。

平面 2 次元的な津波の集中効果に関しては、図-4 のような座標系を採用し、かつ水深と幅の効果を断面積の変化として取り扱い、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{b(x)} \frac{\partial (S(x)u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0, \quad \cdots(44) \end{aligned}$$

と線形長波理論式を变形し、

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{g}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left[S(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right], \quad \cdots(45)$$

なる波動方程式に関して理論解を導出する方法がとられる。この式(45)の解法については、引用文献 13)を参照願いたい。

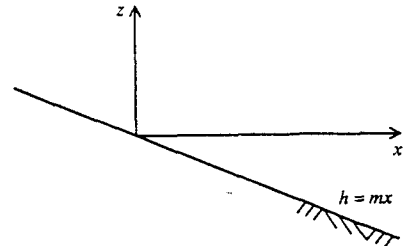


図-3 一様勾配に関する解析の座標系

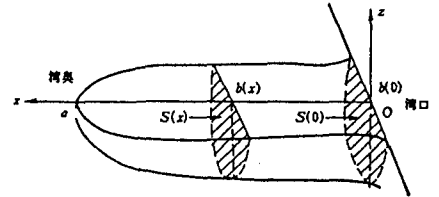


図-4 湾による増幅に関する解析の座標系¹³⁾

3.3 港湾における津波の共振

湾内での津波を大きくする原因の他のひとつに共振効果がある。湾内の水は外力が与えられない限り静水状態であるが、力が作用すると振動する。こうした振動系には、それ特有の固有振動があり、来襲した津波が湾の固有振動に近いもの、すなわち、湾奥から反射してきた津波と続いて入射してくる津波の出会いの条件が整えば、共振が生じ、湾奥へ行くほど津波振幅は大きくなる。津波の場合、連続して 3 波来襲すると共振は完成すると考えてもよい。

港湾の共振に関しては、古典的であるが線形長波理論式を利用した Ippen-Goda^{14),15)}の理論解が有名である。図-5 に示している平面 2 次元的な湾に対して線形長波理論式は、水平床であるならば、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad \cdots (46)$$

である。いま、波形 η が空間だけの関数と時間だけの関数に変数分離することが許されるものとし、

$$\eta = af(x, y)e^{i\omega t}, \quad \cdots (47)$$

とする。ここに、 ω は角周波数である。式(46)から u 、 v を消去し、式(47)を代入すると

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{gh} f = 0, \quad \cdots (48)$$

なる Helmholtz 型の方程式が導ける。この式(48)を適切な境界条件の下で解くと、湾奥における津波の増幅率を導出することができ、図-5に示すような相対湾長 $kl = c_0 \omega l$ と振幅の増幅率に関する理論解を得ることができる。なお、同様な湾の共振を取り扱った理論的な研究としては、Mano¹⁶⁾などの研究がある。

3.3 島による津波の捕捉

津波の伝播経路に島があると、屈折、回折そして共振の重量現象により、津波水位が異常に高くなる場合がある。この現象を島による津波の捕捉

(Trapping) とよぶ。藤間ら¹⁷⁾は、図-6に示す極座標系を利用して島による津波の捕捉現象に関する理論解を導出した。

藤間らの理論の出発点は、式(42)に水深変化を考慮した、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} &= 0, \quad \cdots (49) \end{aligned}$$

である。Ippen-Goda と同様に波形 η を変数分離して、式(47)とおくと

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} \right) + \frac{\omega^2}{gh} f = 0, \quad \cdots (50)$$

となる。さらに、島の円形境界に適合するように極座標系を導入し、

$$f(x, y) = f(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} R_n(r) e^{in\theta}, \quad \cdots (51)$$

とおくと、式(49)は、 n 番目の成分に対して、

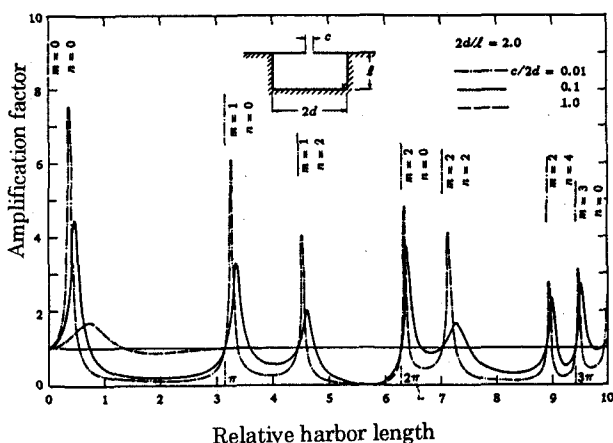


図-5 港湾の共振現象

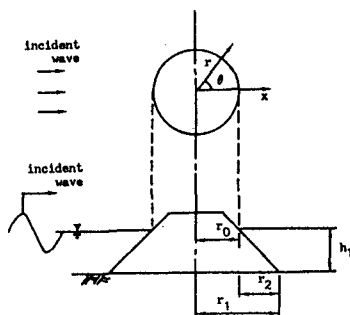


図-6 円錐島に関する座標系

$$\frac{d^2 R_n}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{h} \frac{dh}{dr} \right) \frac{dR_n}{dr} + \left(\frac{\omega^2}{gh} - \frac{n^2}{r^2} \right) R_n = 0, \quad \cdots(52)$$

なる Bessel 型の方程式を得る。式(52)は $dh/dr = 0$ であるなら n 次の Bessel 関数が解となるが、 $dh/dr \neq 0$ の場合は Bessel 関数と異なる級数解となる。藤間らは、水平部と島の斜面部に関してそれぞれ解を導き、そして両者の解が連続するように最終的な島周りの理論解を導出するのに成功した。図-7 は、津波

の打ち上げ高と $\beta = 2\sqrt{\omega^2 r_0 / gm}$ (m は海底勾配) の関係を描いたものである。この図から湾における津波の共振と同様な特性が見られることがわかる。また、1983 年日本海中部地震における隠岐(島後)と奥尻島の痕跡値と理論値の比較を図-8 に示す。図から、隠岐、奥尻島ともに島周りに沿って津波高の高い地点と低い地点が交互に現れ、痕跡高と理論高が良好な一致を示し、理論解の妥当性がわかる。

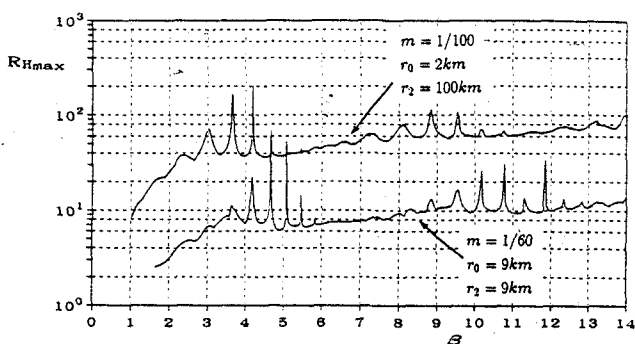
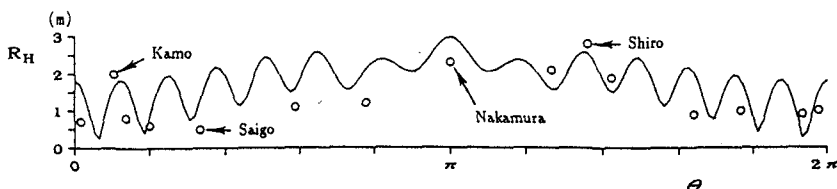
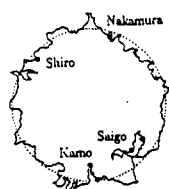
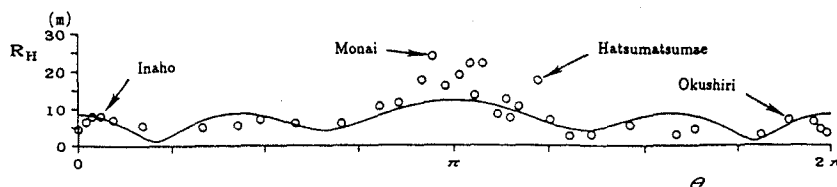
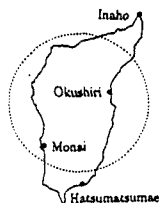


図-7 島による津波の捕捉効果



隠岐(島後)における打ち上げ高分布 ($m = 1/60$, $r_0 = 9\text{km}$, $r_2 = 9\text{km}$, $T = 360\text{s}$)



奥尻島における打ち上げ高分布 ($m = 0.075$, $r_0 = 8\text{km}$, $r_2 = 20\text{km}$, $T = 480\text{s}$)

図-8 隠岐、奥尻島に関する痕跡高と理論高の比較

3.4 その他の線形長波理論式を利用した解析解

上記以外の著名な理論解としては、陸棚波、エッジ波そして境界波に関するものがある。古くは、Ogawa¹⁸⁾、Kajiura¹⁹⁾、最近では、藤間ら²⁰⁾、越村ら²¹⁾の研究である。これらは、線形長波理論式を基礎式として津波の初期波形と境界形状(水深分布)が多少異なる問題をそれぞれ取り扱っている。特に、水深形状が異なることにより、数学的な取り扱いが Green 関数、Laguerre の微分方程式そして合流型幾何微分方程式を利用

した解法に変化していると解釈してよい。

4. 非線形または分散波理論で考察する必要がある現象

(1) 津波の非線形効果

非線形長波理論の特徴は、式(37)から分散項の効果を取り除いた波速、

$$c = c_0 \left(1 + \frac{3\eta}{2h} \right), \quad \cdots(53)$$

となることである。したがって、津波の水位が高いところでは波速が大きくなり、また水位が低いところでは波速が小さくなる。これを波の変形で考えれば、水平床であっても波の前面が徐々に急勾配になる（波の前傾化）ことを意味する。

一般に、非線形方程式の解析解を得るのは難しい。Carrier-Greenspan²²⁾は、一様斜面上の津波の打ち上げに関して巧みな変換を施すことにより、非線形長波理論による解析解を導くのに成功した。

Carrier-Greenspanの方法は下記のとおりである。すなわち、 $C = \sqrt{g(h+\eta)}$ とおき、式(28)'を変形すると

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} + (u \pm C) \frac{\partial}{\partial \alpha} \right\} (u \pm 2C - gmt) = 0, \quad \cdots(54)$$

なる非線形長波理論式の特性曲線表示式を得る。ただし、

$m = \partial t / \partial \alpha$ である。さらに、 $\alpha = 2(u - gmt)$ 、 $\beta = 4C$ で定義される新変数を導入すると、式(54)が、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial \beta^2} - \frac{3}{\beta} \frac{\partial u}{\partial \beta} = 0, \quad \cdots(55)$$

なる線形方程式に変形できるのである。式(55)の解を図-9に示す。非線形長波理論の打ち上げそして打ち下げ波形は、図に示すように上下非対称の形となる。

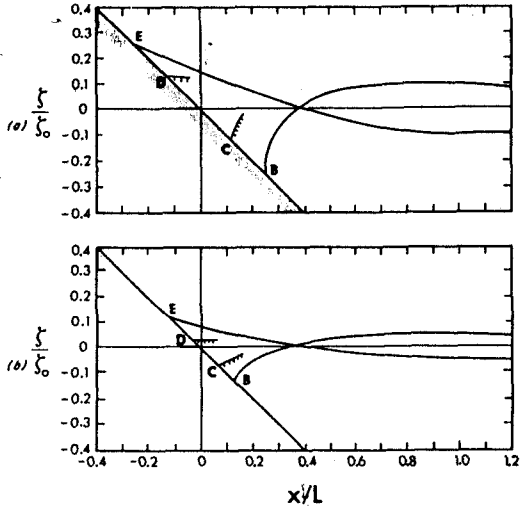


図-9 非線形長波理論による遡上

(2) 津波の波数分散効果

深海域における津波の波数分散効果に関しては、有意な観測結果が無く、詳しいことが未だよく分かっていない。理論的には、Kajiura²³⁾が Green 関数を利用して津波第一波の波数分散効果による減衰特性に関して検討している。この理論によると近地で発生した津波の第一波の減衰は、2次元伝播問題で伝播時間の $1/6$ 乗に関係し、大きな減衰量とならない。ただし、Kajiura が取り扱ったのは一定水位を仮定した初期波源であり、そのまま現実問題にあてはめることはできない。

ここでは、深海域における非線形分散波理論の波数分散効果に関して考察した岩瀬ら^{24,25)}の研究成果に関して概説する。図-10は、日本近海で発生した既往の津波初期波形（短軸方向断面）の波数スペクトル形と非線形分散波理論（Peregrine 式）と微小振幅表面波理論の分散関係式を示したものである。

波数スペクトルは面積で正規化されており、参考のため波高3m、周期15sの風波に関するスペクトル形も示している。この図から、当然のことであるが津波と波浪ではスペクトルの波数バンドが相当異なり、分散関係においても津波の全エネルギーの80%から90%が線形長波理論の波速で伝播することがわかる。線形長波理論の波速で近似できない残りの10%から20%も非線形分散波理論（Peregrine 式）の分散関係で比

比較的精度良く表現できることが予想できる。

図-11 は 1983 年日本海中部地震津波に関して相田²⁶⁾により提案された初期波形である。図-12 は、指向性の最も大きい方向（図-11 の A-A'断面）に関して、一定水深（1000m, 3000m, 5000m, 7000m）を仮定した微小振幅表面波理論、線形長波理論そして非線形分散波理論（Peregrine の式）の 1 次元伝播計算結果である。相田により想定された 1983 年日本海中部地震津波の波源は高角断層タイプであり、高波数成分が相対的に多く含まれるため、波数分散効果が顕著に現れる結果となっている。図から判断できるように水深 5000m 程度までは、非線形分散波理論の計算結果が真値と考えられる微小振幅表面波理論の結果によく合致し、非線形分散波理論で深海域の津波の波数分散効果を表現しても良いことがわかる。

なお、図-13 は、既往の津波波源^{26), 27), 28)}を利用して深海域における津波の波数分散効果の重要度を調べたものである。海底の地盤立ち上がり時間 τ を考慮した非線形分散波理論と線形長波理論による 1 次元伝播を行い、沿岸津波高と相関が良いと考えられている 200m 水深地点における津波波形の比較している。1933 年三陸地震津波や 1983 年日本海中部地震津波のように初期波形がシャープな山型を有する地震津波では、初期伝播過程の波数分散効果の影響は大きく表れていることが確認でき、波数分散効果が無視できないことがわかる。一方、地盤の立ち上がり時間が長くなると、高周波成分の発生が抑えられるため、いずれの地震津波に関しても波数分散効果は小さく抑えられ、線形長波理論と非線形分散波理論の差が小さいことが確認できる。

(3) 津波のソリトン分裂

浅海域における津波の波数分散効果に関しては、1983 年日本海中部地震津波により、その重要性が再確認されている²⁹⁾。津波が浅海域に達すると徐々に非線形効果が大きくなり、非線形変調によりスペクトル

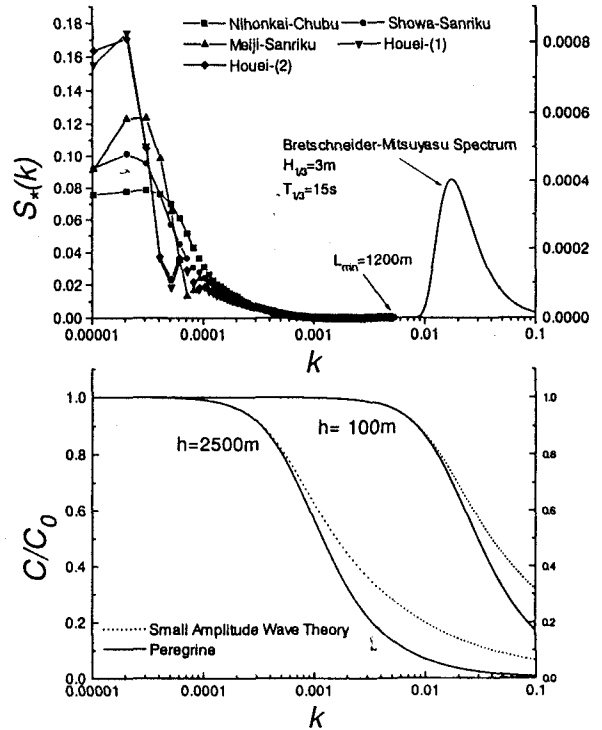


図-10 津波の波数スペクトルと分散性

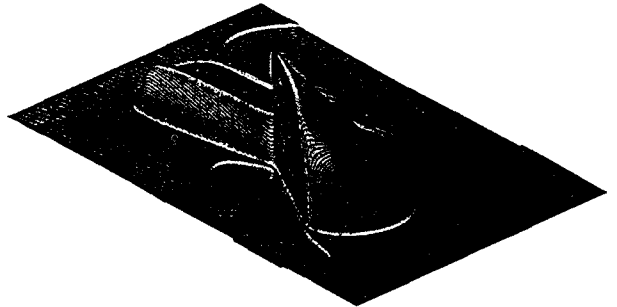


図-11 1983 年日本海中部地震の初期波形

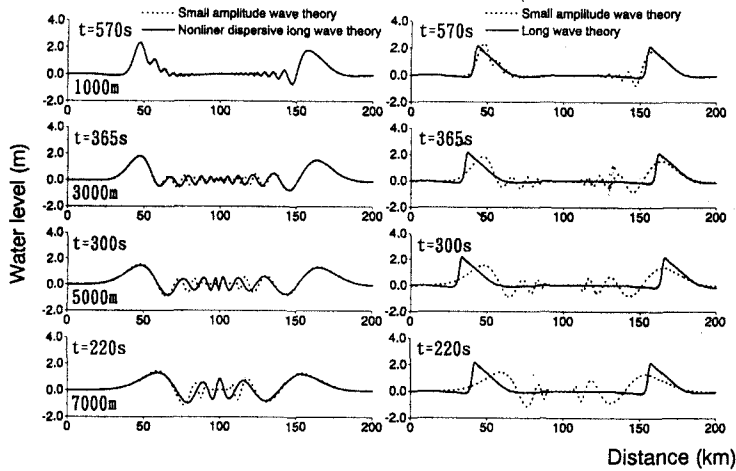


図-12 深海域の分散性に関する微小振幅波理論，線形長波理論そして非線形分散波理論の比較

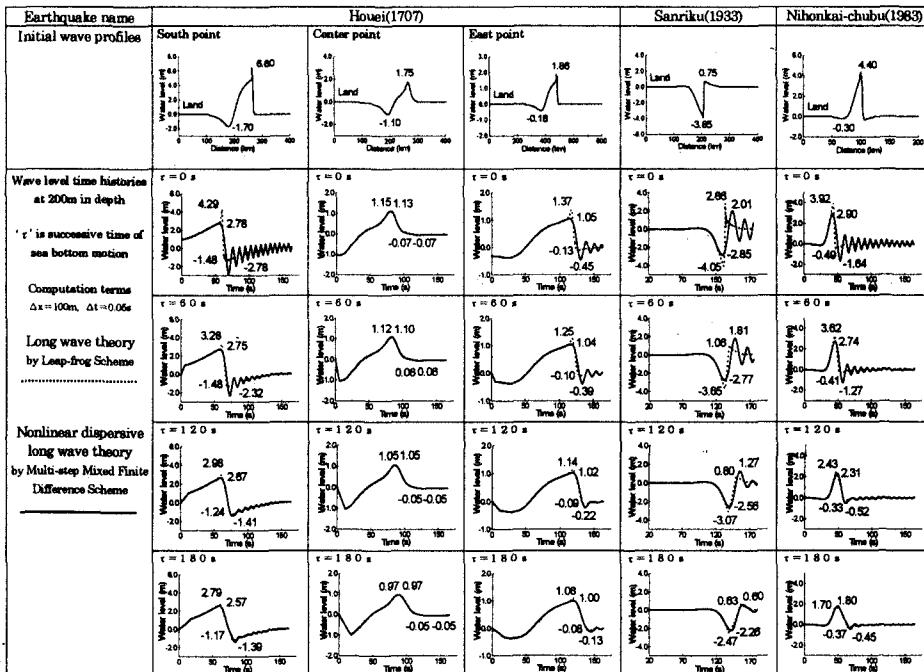
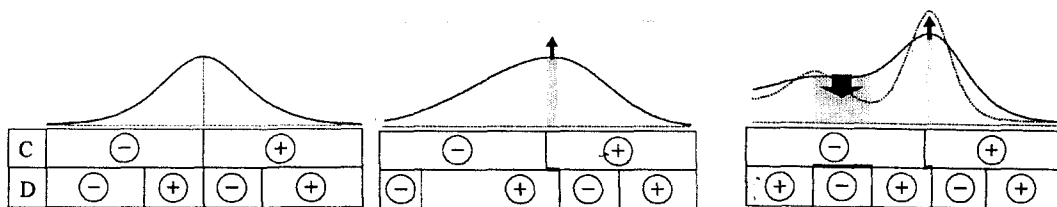


図-13 既往津波の深海域における波数分散性



(a) 孤立波（左右対称形）

(b) 前傾化した孤立波

(c) 分裂中の孤立波

図-13 ソリトン分裂のメカニズム

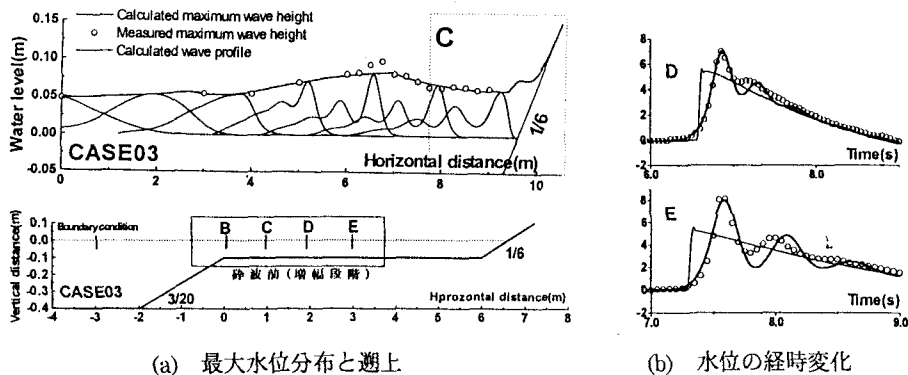


図-14 ソリトン分裂と遡上に関する計算結果と実験結果の比較

の高波数成分が相対的に増していく。そして、遠浅の海岸のように海岸線へ到達するまで十分な時間があると非線形効果と分散効果により、津波の波峰が複数の孤立波に分かれていくことがある。これを津波のソリトン分裂という。なお、津波のソリトン分裂は下記のように説明することができる。

K-dV 式 (35) を波の伝播と共に移動する座標系に関するものに変形する。新たな座標系を (X, T) とし、

$$X = x - c_0 t, \quad T = t, \quad \dots (56)$$

なる変換をすると K-dV 式は、

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = -\frac{3c_0}{4h_0} \frac{\partial \eta^2}{\partial X} - \frac{c_0 h^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial X^3}, \quad \dots (57)$$

となる。この変換により、線形項が無くなり、波形の時間的な変化 $\partial \eta / \partial T$ が非線形項と分散項の大小関係で表現できる。図-14 に孤立波のソリトン分裂のメカニズムの説明を示す。右対称の孤立波であれば、非線形項と分散項は波の前後で逆符号の値となり、 $\partial \eta / \partial T \approx 0$ すなわち波形が変化しない。孤立波が前傾化すると非線形項と分散項が 0 となる点が異なり、同符号となる部分が現れ、 $\partial \eta / \partial T > 0$ の部分では水位が上昇し、 $\partial \eta / \partial T < 0$ なる部分で水位が減少する。このように波の前傾化がきっかけで 1 波峰が多数のソリトン（孤立波）に分かれていく。

図-15 は、非線形分散波理論を用いて行った孤立波の変形と遡上に関する数値計算例³⁰⁾である。孤立波

がソリトン分裂し、砕波後に陸上遡上する過程が精度良く計算できている様子がよくわかる。なお、この数値解析では、3種類の砕波減衰モデルが利用されている。砕波モデルに関しては、今後詳細な検討を必要とする課題であり、詳しいことを割愛する。

5. 最新の津波数値計算モデル

(1) 非線形分散波理論による平面2次元津波計算

津波の数値計算モデルは、1960年代の線形長波理論モデル、1980年代の非線形長波理論式モデルそして1990年代の非線形分散波理論式モデル^{31),32),33)}と発達してきた。ここでは、1980年日本海中部地震津波を対象とし、非線形分散波理論式モデルを利用した数値計算例を紹介する。

計算に利用している支配方程式は、非線形分散波理論式(Peregrine式)に海底摩擦項を考慮した

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0, \quad \cdots(58)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 Q_y}{\partial x \partial y} \right] + \frac{gn^2 Q_x}{D^{7/3}} \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}, \quad \cdots(59)$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 Q_x}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 Q_y}{\partial x \partial y} \right] + \frac{gn^2 Q_y}{D^{7/3}} \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}, \quad \cdots(60)$$

である。ここに、 (Q_x, Q_y) は (x, y) 方向の単位幅流量(流量フラックス)、 D は全水深($D = h + \eta$)、 n は

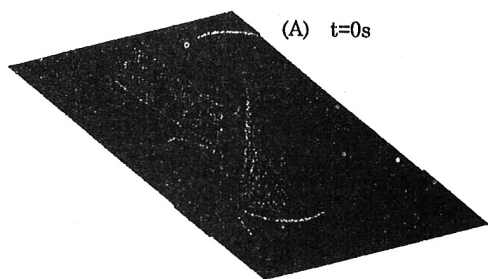
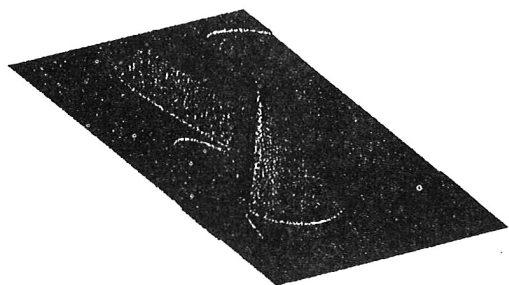
Manningの粗度係数である。数値計算法としては、陽的な差分法と陰的な差分法を組み合わせたMulti-step差分スキーム³⁴⁾を利用している。対象とした計算領域は波源を含む北秋田海岸を中心とする範囲であり、300m格子を基準に北秋田海岸で12.5m格子まで水深分布を考慮して細かくしている。図-16および図-17に計算結果の一例を示す。図-16は、深海域における津波の伝播の様子を鳥瞰図として表したものであり、既往の非線形長波モデルによる計算結果と比較したものである。図-17は浅海域(北秋田海岸の峰浜村沿岸)に関するものであり、これも非線形長波モデルの結果と比較している。以上の図から、非線形分散波モデルは、深海域、浅海域ともに従来の非線形長波モデルと大きく異なり、波数分散およびソリトン分裂する結果となることがわかる。しかも、ソリトン分裂の効果は打ち上げ高と流体力の評価に大きな影響を及ぼすものであり、今後、非線形分散波モデルは、精力的に研究・モデル開発を行わなければならない重要な課題であることがよくわかる。

(2) 乱流モデルを利用した2-D・3-Dハイブリッド津波計算

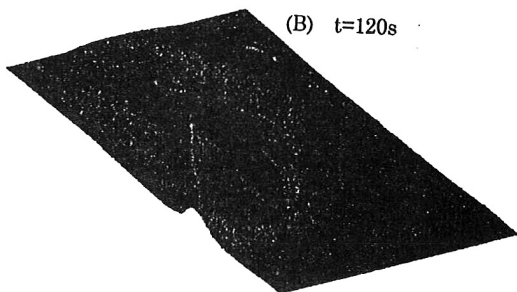
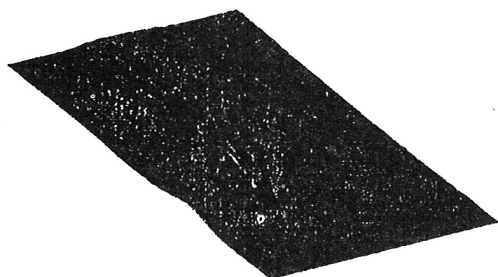
津波防波堤周辺の津波の挙動に関する平面2次元と3次元の混合計算例を最新の津波計算の一例として紹介する。なお、既往の3次元津波計算の例としては、Raad³⁵⁾の研究レビューを参照されたい。

2-D・3-Dハイブリッド津波計算の対象領域を図-18に示す。計算は、図に示すような平面水槽に防波堤の模型を設置し、規則波を与えて防波堤およびそのマウンドによる流れの挙動を計算したものである。領域全体を3次元で取り扱うのが理想であるが、計算のCPUの問題を考慮し、領域の一部を3次元計算とし他を平面2次元計算としている。計算の支配方程式は、3次元領域において連続の式とNavier-Stokes式、

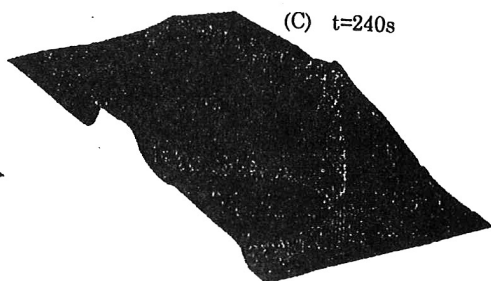
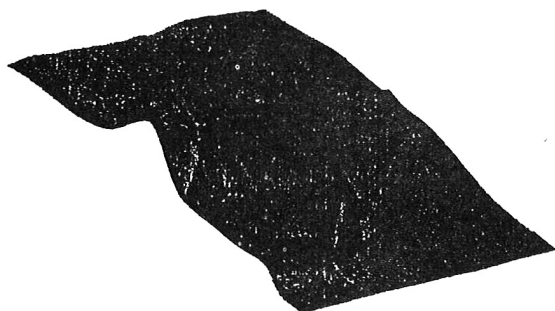
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \cdots(61)$$



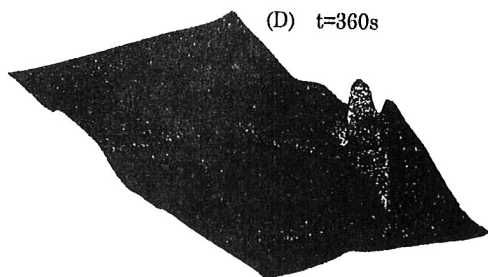
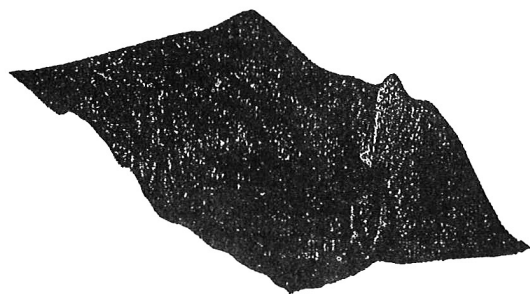
(A) $t=0s$



(B) $t=120s$



(C) $t=240s$

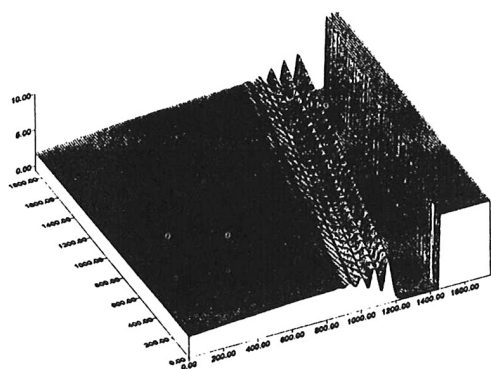


(D) $t=360s$

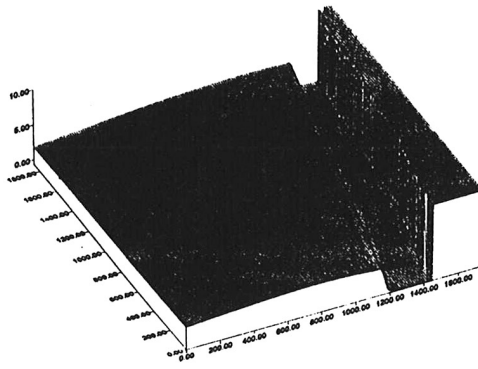
(A) 非線形分散波モデル

(B) 非線形長波モデル

図-16 1983年日本海中部地震津波に関する非線形分散波モデルと非線形長波モデルの比較



Nonlinear dispersive long wave theory



Shallow water theory

図-17 浅海域における非線形分散モデルと非線形長波モデルによる計算結果の比較

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \nu e_{ij}}{\partial x_j}, \quad \dots(62)$$

である。ここに、 u_i は空間の各座標軸方向の流速、 ν は渦動粘性係数、 e_{ij} は変形速度テンソルである。また、

平面 2 次元領域は、式(58)から式(60)から分散項を取り除いた非線形長波理論式をもちいている。なお、3 次元計算における渦動粘性係数は、格子平均モデル (LES, Large eddy simulation) を利用し、

$$\nu = (\alpha \Delta)^2 \left[2 \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad \dots(63)$$

で計算している。ここに、 α は経験的粘性係数、 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ は空間の各座標軸方向の計算格子長であり、 $(2.5, 2.5, 1.25)$ cm である。図-19 および図-20 に計算結果の一例を示す。図-19 は、水深方向に平均した流速ベクトルを図化したものであり、防波堤前後に生成される渦が計算されていることがわかる。また、図-20 は、防波堤開口部中央の流速ベクトルを示している。両図から、防波堤開口部付近では、3 次元的な渦構造となっていることがわかる。したがって、このような現象を水深方向に積分された平面 2 次元モデルで表現するのが困難であり、CPU の問題があるものの、非線形分散波理論モデルによる津波計算と同様に、

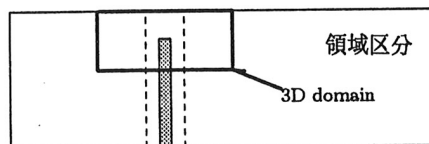
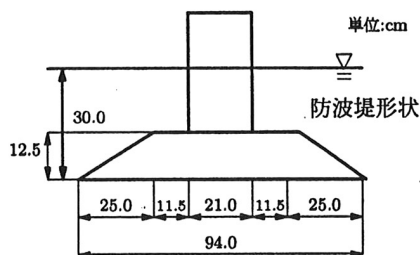
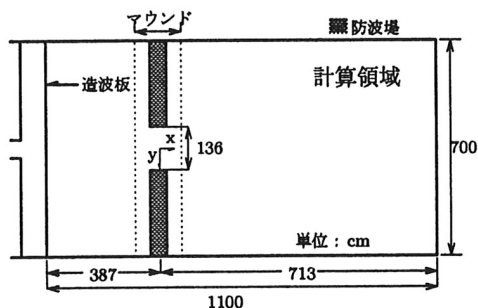


図-18 計算領域

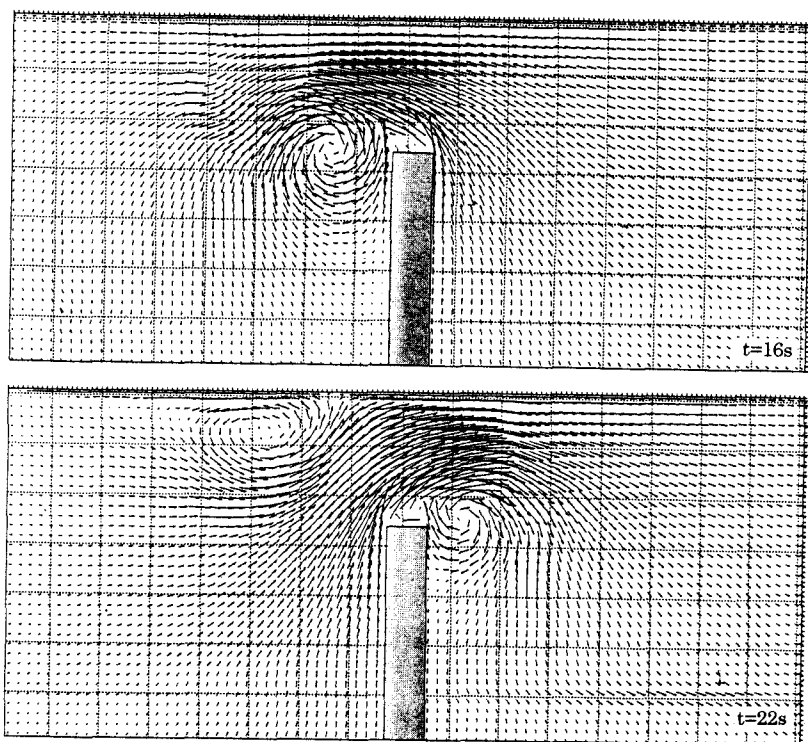


図-19 防波堤前後の水平流速（水深方向の平均流速）ベクトル分布

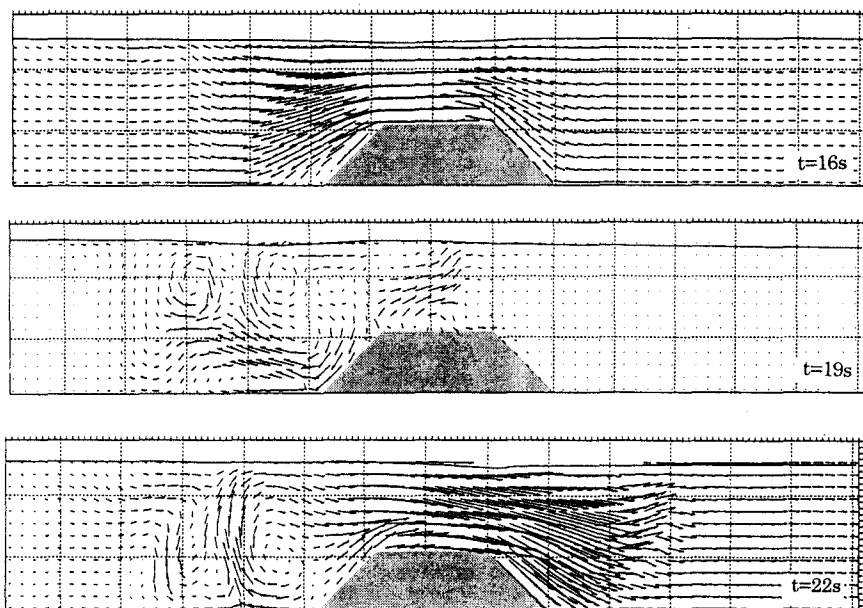


図-20 防波堤開口部中央の鉛直流速ベクトル分布

今後取り組んで行かなければならない重要な課題のひとつであると思える。

6. おわりに

土木学会から執筆依頼がきた当初に著者は、最近はやりの非線形分散波理論式を用いた津波の数値計算に関して書くことを考えていた。しかし、この研修会の対象が大学院生および若い技術者であること、そして津波という現象を初めて学習する人がいることを考え、津波に関する理論的な取り扱いも簡単であるが記述することにした。図や文間から想像してもらえたと思うが、極端な見方をすると津波の現象は全て地形との応答・共振現象であると考えてもよい。これは、津波の空間的な拡がりのスケールが大陸棚そして沿岸地形のスケールと同じオーダーであることによる。したがって、新たな理論解を導く場合にも、数値解析を行う場合でも津波の初期波形と地形の表現法そしてその精度が最終的な結果を大きく左右させる。特に、津波の伝播・変形に比べ地震学との学際分野である津波の波源の問題に関してはよくわかっていない事柄が多い。新進の研究者にチャレンジしてもらいたい重要な研究課題のひとつである。

引用文献

- 1) Isozaki, I. and Unoki, S. : The numerical computation of the tsunami in Tokyo Bay caused by the Chilean Earthquake in May, 1960, Studies on Oceanogr., p.389, 1964.
- 2) Ueno, T. : Numerical computation for the Chilean Earthquake Tsunami, Oceanogr. Mag., Vol.17, 1965.
- 3) Aida, I. : Numerical experiments for tsunamis caused by moving deformations of sea bottom, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol.47, p849, 1969.
- 4) 岩崎敏夫・真野 明: オイラー座標による二次元津波遡上の数値計算, 海岸工学論文集, 土木学会, Vol.26, pp.70-74, 1979.
- 5) 南 兼一郎・平石哲也・佐藤清二・柴木秀之・額田恭史: 南海道津波計算システムの開発と近地・遠地津波への適用について, 海岸工学論文集, 土木学会, Vol.43, pp.3.1-305, 1996.
- 6) 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫: 非線形分散波式の精度の検討, 土木学会論文集, No.369, pp.223-232, 1986.
- 7) 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会編: 海岸波動(波・構造物・地盤の相互作用の解析法), 土木学会, 520p., 1994.
- 8) Peregrine, D. H. : Long waves on a beach, JFM, Vol.27, Part 4, pp.815-827, 1967.
- 9) Korteweg, D. J. and De Vries, G. : On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves, Phil. Mag. S.5, Vol.39, No.240, pp.422-443, 1895.
- 10) Bossinesq, J. : Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, au communiquant an liquide contenue dans ce canal de vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond, Liouville J. Math. 17, pp.55-108, 1872.
- 11) Keller, J. B. and H. B. Keller : Water wave run-up on a beach, Res. Rept. No. NONR-3828(00), Office of Naval Res., Rept. Of Navy, 1964.
- 12) Shuto, N. : Standing wave in front of a sloping dike, Proc. 13th Conf. On Coastal Engng., pp.1629-1647, ASCE, 1972
- 13) 渡辺偉夫: 外洋から入射した津波による内湾の振動励起, 月刊海洋, 海洋出版, 号外 No.5, pp.119-122, 1998.
- 14) Ippen, T. : Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill, pp.281-340, 1966.
- 15) Ippen, A. T. and Y. Goda : Wave induced oscillations in harbors, The solution for rectangular harbor

- connected to the open sea, Rept. No.59, Hydro. Lab., MIT, 1963.
- 16) Mano, A. : Amplification of linear long waves in bays, *Tsunamis-Their Science and Engineering*, Terra, pp.329-337, 1983.
 - 17) 藤間功司・後藤智明：円錐形の島に捕捉された長波の特性，土木学会論文集，No.497，pp.101-110，1994.
 - 18) Ogawa, K. : Edge waves induced by a radially spreading long wave and its damping due to the irregularity of coast, *Contribution from the Mar. Res. Lab. , Hydrographic Office of Japan*, No.1, pp.103-123, 1960.
 - 19) Kajiura, K. : The directivity of energy radiation of the tsunami generated in the vicinity of a continental shelf, *J. of Oceanogr. Soc. Of Japan*, Vol.28, pp.260-277, 1972.
 - 20) 藤間功司・正村憲史・堂園良一・重村利幸・後藤智明：陸棚で発生した津波に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.621，pp.141-151，1999.
 - 21) 越村俊一・今村文彦・首藤伸夫：境界波の挙動特性に関する理論的研究，月刊海洋，海洋出版，号外 No.5，pp.105-109，1998.
 - 22) Carrier, G. F. and H. P. Greenspan : Water waves of finite amplitude on a sloping beach, *JFM*, Vol.4, pp.97-109, 1957.
 - 23) Kajiura, K. : The Leading Wave of a Tsunami, *B.E.R.I.*, 41(3), pp.535-571, 1963
 - 24) 岩瀬浩之・藤沢康雄・後藤智明：波数分散性が近地津波に及ぼす影響に関する考察，東海大学紀要工学部，Vol.38，No.2，pp.125-131，1998.
 - 25) 岩瀬浩之・後藤智明：津波の波数分散効果に関する考察，月刊海洋，海洋出版，号外 No.5，pp.99-104，1998.
 - 26) 相田 勇：1983 年日本海中部地震津波の波源数値モデル，東京大学地震研究所彙報，59 号，1974.
 - 27) 相田 勇：三陸沖の古い津波のシミュレーション，東京大学地震研究所彙報，52 号，pp.71-100，1977.
 - 28) 相田 勇：南海道沖の津波の数値実験，東京大学地震研究所彙報，56 号，pp.713，1981.
 - 29) 首藤伸夫：秋田県北部海岸における日本海中部地震津波，海岸工学論文集，土木学会，Vol.31，pp.247-251，1984.
 - 30) 鈴木崇之：ソリトン分裂波を対象とした碎波と陸上遡上に関する基礎的研究，東海大学大学院 1998 年度修士論文，37p，1998.
 - 31) 佐藤慎司：波の分裂と碎波を考慮した津波の数値計算，海岸工学論文集，土木学会，Vol.42，pp.376-380，1995.
 - 32) 藤井直樹・大森政則・高尾 誠・金山 進：津波の流速計算に関する研究，海岸工学論文集，土木学会，Vol.43，pp.291-295，1996.
 - 33) 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明：非線形分散波理論を用いた実用的な津波計算モデル，土木学会論文集，No.600，pp.119-124，1998.
 - 34) 原 信彦・岩瀬浩之・後藤智明：非線形分散波理論式に関する多段階混合差分スキームの提案，海岸工学論文集，土木学会，Vol.45，pp.26-30，1998.
 - 35) Raad, P. E. : Modeling Tsunamis with Marker and Cell Methods, Long-wave runup models, World Scientific, pp.181-203, 1995.