

土石流の流動機構と氾濫・堆積域の解析 —基礎理論からハザードマップまで—

Mechanics of Debris Flow and Analysis of Run-out Area —Basic Theory to Prediction of Hazardous Area—

江 頭 進 治
Shinji EGASHIRA

1. はじめに

梅雨や台風の時期には、毎年どこかで土砂災害が発生し、尊い人命が奪われている。土砂災害の大部分は土石流によるものであって、その悲惨な状況はメディアを通じ報道されている。ときには土石流の流れる状況が放映されることもあり、最近では一般の人でさえ、視覚から受ける印象をその人の知識でつなぎ合わせ、流れの構造に立ち入った自説を語る人も見かけるようになった。

流れの構造に関して、自説を唱える一般の人と土石流談議をするとき、こちらが元気なときには、相手を圧倒しつつも、なるべく丁寧に、しかも相手が納得した表情になるまで自説を説くが、あまり意欲のないときには、「水は必ず高い所から低いところへ（厳密にはエネルギーの高い所から低いところへ）流れる」が、「砂は勾配が緩いと流れないでしょ」、「土石流は水の流れと砂の流れの中間的なものですよ」のように応えるのが常である。いい加減な解答に見えるかもしれないが、砂礫で構成され、水で飽和した河床が表面流があっても、ある勾配を維持しているのは、水の流れとの本質的な違いによるものであって、「**中間的な流れ**」というところに土石流に関する力学の本質が隠されている。

土石流の力学の本質とは何か？これは難しい。土石流は、水のように流れず、ある勾配で流れが停止するから、ニュートン流体の流動則（構成則）には従わない。このような背景から土石流に関する多くの非ニュートン流体モデルが提案されている。これらのモデルを逐一評価しながら本稿を進めると、著者の力不足のために、あれはあれ、これはこれという具合になり、論旨の統一性を欠いてしまう。そこで、論題に関する多くの研究成果はなるべく参考文献に挙げるに留め、以下土石流の流動則、支配方程式およびこれらに基づく土石流の挙動解析に関する私見を述べる。

2. 流動則

2.1 流れの形態

流砂の形態は、河床勾配や流れの強弱に支配される。砂粒子の運動は、一般に勾配の急な領域では土石流の形態をとり、沖積部河川の勾配の緩い領域では転動、滑動および跳躍運動からなる掃流砂の形態をとる。Fig. 1 は、これらを模式的に示したものである。ここに、 θ_c は砂粒子が水面まで分散して流れる限界の勾配であり、 15° 前後の勾配であると云われている（高橋[1]）。土石流と掃流砂の中間的な運動形態は、掃流状集合流動（土砂流）と云われている。砂礫粒子と水との混合物からなる層の運動を連続体力学の観点からみると、いずれも層流的なも

立命館大学理工学部土木工学科

〒525-8577 草津市野路東 1-1-1 Phone: 077-561-2732 Fax: 077-561-2667 E-mail: egashira@se.ritsumei.ac.jp

のである。勾配の緩い領域においても砂粒子に働く流体力が大きい場合には、乱流拡散によって粒子は流水中に浮遊しながら輸送される。これは浮遊砂あるいは浮流砂と呼ばれている。これらの運動形態の遷移については、力学的に説明できるものもあれば、そうでないものもあるが、実用的にはあまり無理のない方法で推定されている。

ところで、土石流は Fig. 1(a)に示すように、砂粒子が自由水面(水面)まで分散した流れであって、しかも砂粒子は層流的な運動をする。一方、砂礫粒子に代わって粘土・シルトあるいは細砂が主体になると、いわゆる高濃度の泥水の流れになり、これは泥流と云われている。泥流にも「層流」と「乱れた流れ」があることを考慮すると、泥流と土石流との違いはあくまで視覚的なものである。以下、砂礫粒子と水との混合物の流れを便宜的に土石流と呼ぶことにする。

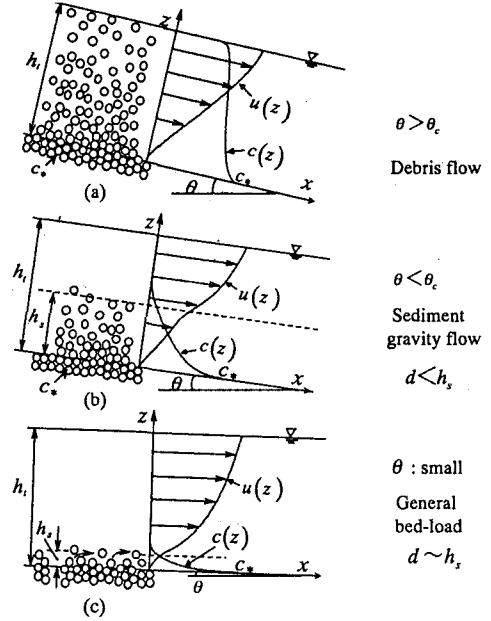


Fig. 1 Sediment transport mode.
(流れの形態)

2.2 エネルギー散逸率

Fig. 1(a)に示すような流れであれ、Fig. 1(c)のように掃流砂を伴う流れであっても、領域 $0 \leq z \leq h_s$ において砂粒子と水との混合物を一つの流体として扱えば、支配方程式は一流体モデルのそれとして記述され、質量、運動量およびエネルギー保存則は、それぞれ次のように与えられる。

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = b_i - \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \rho_m b_i u_i - \frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij} u_i}{\partial x_j} - \Phi \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \rho_m = (\sigma - \rho)c + \rho \quad (4), \quad k = \frac{1}{2} \rho_m u_i u_i \quad (5)$$

である。 ρ_m は混合物の密度、 u_i は混合物の局所平均流速、 b_i は重力の加速度、 τ_{ij} は応力テンソル、 p は圧力、 k は運動エネルギー、 Φ はエネルギー散逸率、 σ は砂粒子の密度、 ρ は水の密度、 c は砂粒子の体積濃度である。式(3)に(2)を適用し、非圧縮性を仮定すれば、エネルギー散逸率は次のように求められる。

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

上式は、 Φ を何らかの方法で評価できれば τ_{ij} が定まることを意味している。

2.3 構成関係式

エネルギー散逸率を評価するためには、散逸の原因を知ることが重要であるが、これを純粋に演繹することは困

難である。そのため、通常、散逸の原因となるパラメータを抽出し、これらを種々組み合わせて水路実験を行い、そこから有用な情報を得ることが行われている。ここで、空気と固体粒子、水と砂粒子、水とガラスビーズなどの混合物を用いた水路実験 (Savage[2], Savage & Sayed[3], 高橋[1, 4, 5], 椿・橋本・末次[6], 江頭・芦田他[7, 8]) を参考にして、水と砂粒子の混合物の流れに関するエネルギー散逸の原因とそれを支配する

Table 1 Parameters associated with energy dissipation. (エネルギー散逸に関連するパラメータ)

散逸原因	パラメータ
粒子の固体摩擦	摩擦係数 ϕ_s
粒子間の非弾性衝突	反発係数 e , 粒子の密度 σ 粒子径 d , 粒子濃度 c
間隙水のせん断	動粘性係数 ν , 水の密度 ρ 粒子間の間隙スケール l

パラメータを示すと、Table 1 のようなものが考えられる。本表の最下段に示している粒子間の間隙スケール l は、Fig. 2 を参照して、立方格子状の球体からなる粒子配列を考えれば、次のように表される。

$$l \sim \{(1-c)/c\}^{1/3} d \quad (7)$$

ここに、 d は砂粒子径である。

上述のように、エネルギー散逸率を支配するパラメータについてはほぼ明らかにされているものの、一般的な構成則の導出はかなり困難な状況にある。江頭・芦田ら[9]および江頭・宮本・伊藤[10, 11]は、Fig. 1 に示すような定常等流を対象としてエネルギー散逸率の検討を行い、これは、巨視的な粒子摩擦、粒子の非弾性衝突および間隙水の乱れによるものの線形和として表されるものとして次式を導いた。

$$\Phi = p_s \tan \phi_s \frac{\partial u}{\partial z} + k_d \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3 + k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3 \quad (8)$$

上式と式(6)よりせん断応力 τ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_y + \tau_d + \tau_f \\ &= p_s \tan \phi_s + k_d \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 k_d , k_f は実験定数で、 $k_d = 0.0828$, $k_f = 0.16 \sim 0.25$, p_s は粒子間骨格や粒子接触による静的圧力である。式(9)の右辺第1項はクーロン型のせん断応力(τ_y)、第2項は非弾性衝突による散逸応力(τ_d)、第3項は間隙水の乱れによる散逸応力(τ_f)である。

一方、圧力 p は、静的な圧力 p_s および非弾性衝突によって保存される運動エネルギーから定まる動的圧力 p_d 、および間隙水圧 p_w の線形和で表されるものとし、

$$p = p_s + p_d + p_w \quad (10)$$

のように置き、上式の各項はそれぞれ次のように導かれている。

$$\frac{p_s}{p_s + p_d} = \left(\frac{c}{c_s} \right)^{1/n} \quad (11), \quad p_d = k_d \sigma e^2 c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (12)$$

$$p_w = \rho g (h_t - z) \cos \theta \quad (13)$$

ここに、 c_s は静止堆積層における砂粒子の濃度、 n は整数で $n = 5$, g は重力加速度、 h_t は流動深である。

なお、式(11)の導出は、次のように行われている。Fig. 1 における領域 h_s とその下層の砂粒子が静止している領域との境界、すなわち理論河床においては、粒子濃度は c_s であり、流速も速度勾配も 0 となる必要がある。すな

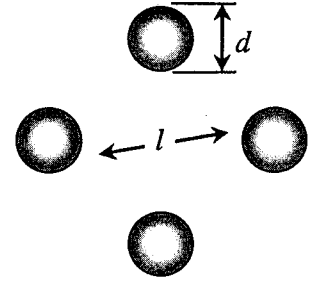


Fig. 2 Scale of pore water region. (粒子間の間隙スケール)

わち、理論河床において、圧力は p_s と間隙水圧のみから構成される必要がある。式(11)はこの条件を満たすシンプルな関数形を仮定したものであつて、これが一般性を失うことがなければ妥当とみなされる。ちなみに、理論河床面 $z = 0$ において、 $c = c_0$ とおけば、式(11)より $p_d = 0$ となり、式(12)より $\partial u / \partial z = 0$ となる。さらに、妥当性の証左として、後述の Fig. 10 に示すように、以上の流動則を用いれば、土石流から掃流砂の領域にまたがる粒子の輸送濃度が適切に評価される。

‘はじめに’のところで、土石流は水のように流れずに、ここに土石流の力学の本質が隠されていることを述べた。これについては、式(19)から明らかなように、流れは $\tau - \tau_y$ で生じ、重力の成分が τ_y よりも小さくなると土石流は停止することが分かる。

上述のもの以外に、高橋[1,4,5]や椿・橋本・末次[6]らの研究もある。たとえば、高橋[1]は、Bagnold[12]の粒子衝突に伴う分散圧力とせん断力に関する関係を土石流に適用した。その後、粒子の衝突角に補正を加えて、次のような関係式を提案している(高橋[5])。

$$\tau = a_i \sin \alpha \left\{ \left(\frac{c_s}{c} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{-2} \sigma d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (14), \quad p = \tau / \tan \alpha \quad (15)$$

$$\tan \alpha = (c_s / c)^{1/3} \tan \phi_s \quad (16)$$

ここに、 a_i は実験定数で $a_i = 0.042$ である。式(15)は、せん断力を粒子衝突のみに受け持たせたものである。椿らの研究は、粒子の多体衝突による応力の導出を試みたものであるが、ここでは省略する。

3. 流れの特性

3.1 断面平均濃度と理論河床

定常等流の運動量保存則は、式(2)の左辺を0と置いたものと等価である。それらを Fig. 1 の座標に従って、任意の z から自由水面 $z = h_i$ まで積分し、 $\tau(h_i) = 0$ 、 $p(h_i) = 0$ とすると次式が得られる。

$$\tau(z) = g \sin \theta \int_z^{h_i} \rho_m dz \quad (17), \quad p(z) = g \cos \theta \int_z^{h_i} \rho_m dz \quad (18)$$

上式に式(9)、および(10)を適用すると、それぞれ次式が得られる。

$$\begin{aligned} \tau_y(z) + \tau_d(z) + \tau_f(z) \\ = \rho g \sin \theta \int_z^{h_i} \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} dz \end{aligned} \quad (19)$$

$$p_s(z) + p_d(z) = \rho g \cos \theta \int_z^{h_i} (\sigma / \rho - 1) c dz \quad (20)$$

上の2つの式において $z = 0$ とする。移動床すなわち静止堆積層上の流れにおいては $c(0) = c_0$ であり、さらに、式(11)より $p_d(z) = 0$ であるから $\partial u / \partial z = 0$ 、 $\tau_d = \tau_f = 0$ となる。これより断面平均濃度に関する次式が得られる。

$$\bar{c} = \frac{\tan \theta}{(\sigma / \rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)} \quad (21)$$

ここに、 $\bar{c} = \int_0^{h_i} c dz / h_i$ である。上式は、この議論とは異なった扱いから高橋[1]が導いた経験式に同じである。

移動床における理論河床 $z = 0$ は、粒子濃度が式(21)を満たすように定まり、そこにおける粒子濃度と速度勾配の条件は、それぞれ $c(0) = c_0$ および $\partial u / \partial z = 0$ となる。これは、移動床上においては、ある流量に対して粒子濃度および勾配が

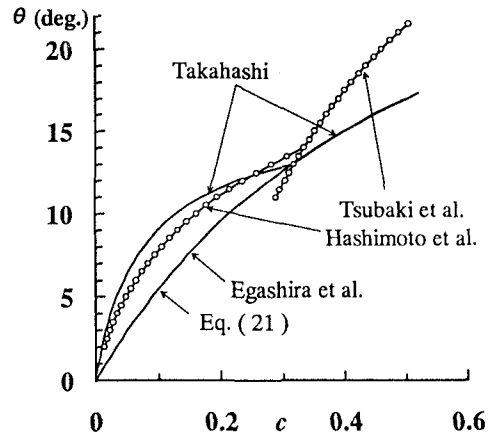


Fig. 3 Relation of bed slope and equilibrium sediment concentration.
(勾配と平衡濃度の関係)

唯一の関係であることを意味している。これに対し、固定床あるいは固体壁面上の流れは、外部から与えられる条件、たとえば、供給される流量に対して、流砂量および勾配がある範囲で任意に定めることができる。

Fig. 3 は、断面平均濃度(平衡濃度)に関する式(21)の関係を示すとともに、各研究者[5, 6, 10, 11, 14, 15]の流動則から得られる勾配と平衡濃度の関係を示している。図の結果にみられるように、江頭らのものは、式(21)の曲線に一致し、それ以外のものは一致しない。

3.2 流速と粒子濃度の鉛直分布

流速分布と粒子濃度分布は互いに従属関係にある。式(19)および(20)に(9), (11), (12)を適用すると、流速と粒子濃度の鉛直分布に関する次式が得られる。

$$\begin{aligned} (f_d + f_f) h^2 (\partial u / \partial z)^2 \\ = g \sin \theta \int_z^{h_t} \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} dz - g \cos \theta \tan \phi_s (c / c_s)^{1/n} \int_z^{h_t} (\sigma / \rho - 1) c dz \end{aligned} \quad (22)$$

$$(h_t - z) \frac{\partial F}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial z} = F - c \quad (23)$$

ここに、

$$F = \frac{1}{(\sigma / \rho - 1)} \cdot \frac{f_{pd} \tan \theta}{f_f + f_d - f_{pd} \tan \theta - (c / c_s)^{1/n} (f_f + f_d - f_{pd} \tan \theta)}$$

$$f_d = k_d (1 - e^2) (\sigma / \rho) c^{1/3}, \quad f_f = k_f (1 - c)^{5/3} / c^{2/3},$$

$$f_{pd} = k_d e^2 (\sigma / \rho) c^{1/3}$$

式(22), (23)の連立解を数値解析によって求めると、流速と粒子濃度の鉛直分布に関する厳密解が得られる。

移動床や固定床において $c(z) = \text{const.}$ と近似できる場合もあり、このような場の流速分布や抵抗則の近似解を知っておくと便利である。この場合、式(22)は容易に積分できて、次のような流速分布と抵抗則(平均流速)が得られる。

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{2}{3} \left[\frac{ \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} }{ f_d + f_f } - \frac{ (\sigma / \rho - 1) c (c / c_s)^{1/n} \tan \phi_s / \tan \theta }{ f_d + f_f } \right]^{1/2}$$

$$\frac{h_t}{d} \left\{ 1 - \left(\frac{h_t - z}{h_t} \right)^{3/2} \right\} \quad (24)$$

$$\frac{v}{u_*} = \frac{2}{5} \left[\frac{ \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} }{ f_d + f_f } - \frac{ (\sigma / \rho - 1) c (c / c_s)^{1/n} \tan \phi_s / \tan \theta }{ f_d + f_f } \right]^{1/2} \frac{h_t}{d} \quad (25)$$

ここに、 $u_* = \sqrt{gh_t \sin \theta}$ である。濃度 c は、移動床の場合には式

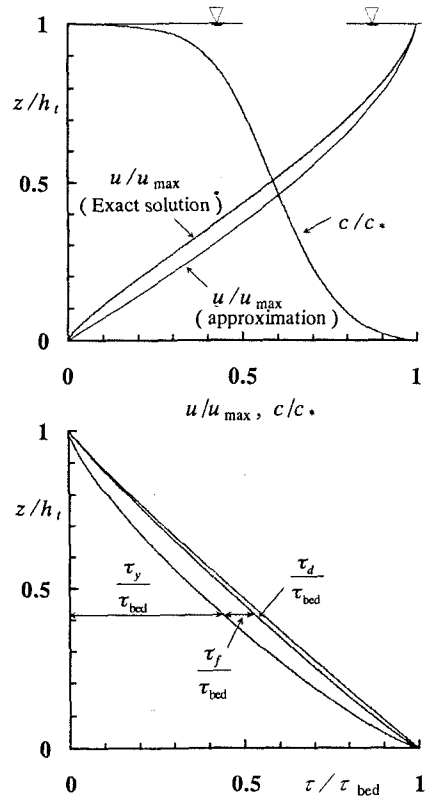


Fig. 4 Profiles for velocity, sediment concentration and shear stress in the flow over the erodible bed, which are predicted by eqs. (19) and (20).

(江頭らの構成則から得られる流速・粒子濃度および応力分布)

(21)で与えられる。

Fig. 4は、式(22), (23)から計算される流速と粒子濃度分布に関する厳密解および応力分布を示すとともに、式(24)による流速分布の近似解を示したものである。計算条件は、移動床の条件 $c(0) = c_s (= 0.52)$ のもとで、 $\theta = 15^\circ$, $\phi_s = 38.5^\circ$, $e = 0.85$, $h_t/d = 10.0$ である。Fig. 5は、同様の条件下において式(17)および(18)に高橋の式[5]を適用して得られる厳密解と近似解を示している。

Fig. 4とFig. 5の流速分布についてみると、Fig. 4においては厳密解と近似解に大きな違いは見られないが、Fig. 5では、それらに大きな違いが生じている。濃度分布については、分布形そのものが異なっている。これらの違いが現れる原因は、研究者間の構成関係式の違いにある。

3.1において移動床上の流れと固定床上の流れとの基本的な違いについて触れた。固定床では、勾配、流量および流砂量のうち二つを任意に変えて流れを作ることができる。Fig. 6は、式(22)および(23)を固定床上の流れに適用した結果であって、 $\theta = 15.5^\circ$ として、輸送濃度 c_t を変化させた場合の流速分布と粒子濃度分布に関する厳密解である。ここに、 $c_t = q_s/q$ (q_s : 流砂量, q : 全流量) である。固定床と砂粒子との摩擦角には、砂粒子の摩擦角と同じ値を採用し、流速の底面条件として $u = 0$ としている。比較のため、図には、 $\theta = 15.5^\circ$ における移動床上の流れに関する計算結果も示している。

$c_t = 0.2$ と 0.3 のときの流速分布および濃度分布はほぼ同じであって、 $c_t = 0.4$ のものとはかなり異なっている。 $\theta = 15.5^\circ$ の条件において、流し得る最大輸送濃度は 0.4 であり、これは移動床の条件に一致する。もちろん、 $c_t > 0.4$ になるように砂礫を供給すると、もはや固定床の性質は失われ、堆積が起こり、土砂濃度に応じた移動床の勾配が形成される。

3.3 粒子流動層厚 h_s と輸送濃度 c_t

勾配がある限界値 θ_c よりも小さくなると、Fig. 1(b)に示すように、粒子流動層の厚さは、 $h_s < h_t$ となって、粒子流動層の上方には清水流が形成される。このとき、 h_s は次のように推定される。

式(19), (20)において $z = 0$ とし、積分を $0 \sim h_s$ と $h_s \sim h_t$ とに分けて行くと、それぞれ次式が得られる。

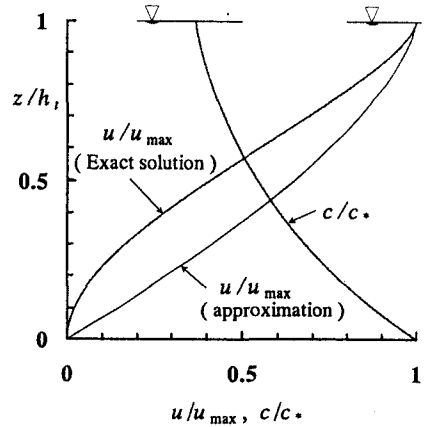


Fig. 5 Profiles for velocity, sediment concentration and shear stress in the flow over the erodible bed, which are predicted by Takahashi's equations. (高橋の構成則から得られる流速および粒子濃度分布)

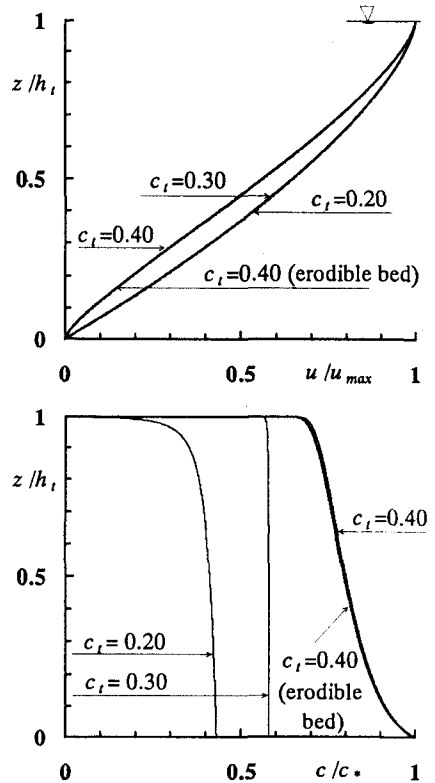


Fig. 6 Profiles of velocity and sediment concentration over the rigid bed. (固定床上における流速および粒子濃度分布)

$$\begin{aligned}\tau_y(0) &= \rho g \sin \theta \left[\int_0^{h_s} \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\} dz + \int_{h_s}^{h_t} dz \right] \\ &= \rho g \sin \theta \left[\{(\sigma/\rho - 1)\bar{c}_s + 1\} h_s + (h_t - h_s) \right] \quad (26)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_s(0) &= \rho g \cos \theta \int_0^{h_s} (\sigma/\rho - 1) c dz \\ &= \rho g \cos \theta (\sigma/\rho - 1) \bar{c}_s h_s \quad (27)\end{aligned}$$

ここに、 $\bar{c}_s = \int_0^{h_s} c dz / h_s$ である。上の二つの式、および $\tau_y = p_s \tan \phi_s$ の関係を用いると、次式が得られる。

$$\frac{h_s}{h_t} = \frac{1}{(\sigma/\rho - 1) \bar{c}_s \tan \phi_s - \tan \theta} \quad (28)$$

上式を変形して、流動砂層厚 h_s を粒子径 d を用いて表せば、

$$\frac{h_s}{d} = \frac{1}{\bar{c}_s \cos \theta \tan \phi_s - \tan \theta} \tau. \quad (29)$$

ここに、 $\tau = h_t \sin \theta / \{(\sigma/\rho - 1)d\}$ であり、これは無次元掃流力と呼ばれる。

式(28)、(29)の $\bar{c}_s$ は、静止堆積層(理論河床面より下層)の砂礫濃度 c を用いて $\bar{c}_s = \alpha c$ とすれば、 $\alpha = 0.4 \sim 0.5$ と置くことによって近似的に評価できることが明らかになっている[5, 13]。

h_s に関する近似理論は上述のようである。 h_s の上方の領域において、清水流に関する流速分布を導入すると、 h_s に関する厳密解が得られる。そこで、式(22)、(23)および江頭・宮本・伊藤[10]によって議論された清水流に関する流速分布を用い、土砂流の領域における流速分布と粒子濃度分布に関する厳密解の一例を示すと、Fig. 7, 8 のようである。ここに、 $\theta = 15^\circ$ の結果は土石流のものである。

Fig. 9 は、粒子流動層の厚さ h_s と勾配の関係である。図には実験データ[7, 8, 13]とともに、 h_s の近似式(式(28))および厳密解が示されている。ここに、 h_s に関する厳密解は、上述のような方法によって算定される粒子濃度分布に着目し、 $c = 0.05$ となる位置に選んでいる。

Fig. 7, 8 および Fig. 9 の結果に示されるように、Fig. 1 に示した流れの形態の変化は、粒子流動層に着目すれば、連続的であり、Fig. 1(a)の流れの限界勾配は 15° 前後であることが分かる。

粒子流動層厚は、式(28)あるいは(29)から明らかのように、勾配あるいは無次元掃流力に依存することが分かった。また、その厳密解も得ることができることも示された。したがって、議論は砂礫の輸送濃度が評価できるところまできた。 $0 \leq z \leq h_s$ における流速分布と濃度分布、および $h_s \leq z \leq h_t$ における流速分布を用いると、土石流から土砂流、さらには掃流砂流にまたがる領域にお

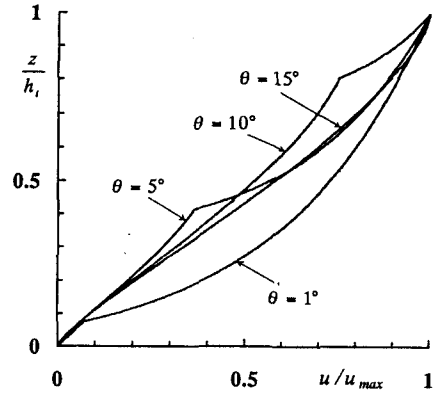


Fig. 7 Profiles of velocity distribution in sediment gravity flows. (土砂流の流速分布)

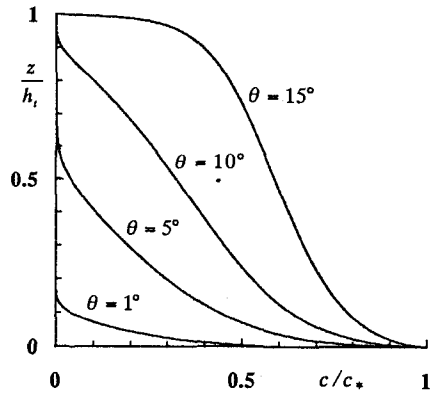


Fig. 8 Profiles of sediment concentration in sediment gravity flows. (土砂流の粒子濃度分布)

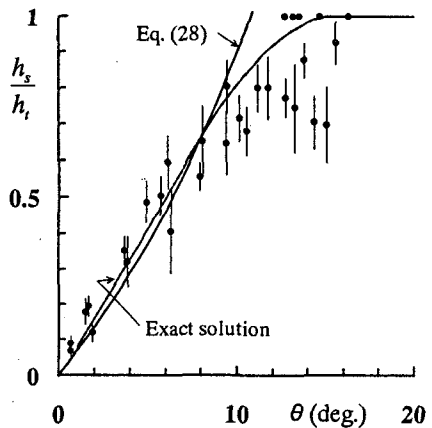


Fig. 9 Depth of sediment moving layer. (粒子流動層厚)

る輸送濃度 c_t が次式によって評価される。

$$c_t (= q_s/q) = \int_0^{h_s} c u dz / \int_0^{h_t} u dz \quad (30)$$

c_t に関する議論は、前述の流動則の妥当性を検討する上で極めて重要である。なぜならば、水路実験において、流速分布、抵抗則および粒子濃度に関する精度のよいデータを得るのはかなり難しいが、輸送濃度に関するデータは、容易に得られるからである。

式(30)の u 、 c に関して、式(22)、(23)の厳密解を適用し、さらに、 $h_s \leq z \leq h_t$ における流速分布の推定式[10]を式(30)に適用すると、輸送土砂濃度が得られる。Fig. 10 は、このようにして得られる結果[16]を示すとともに、高橋[5, 15]、椿・橋本・末次[6]、橋本・椿・平野[14]の結果ならびに実験データを示したものである。図に示されるように、実験データに最もよく適合しているのは、Egashira らの推定曲線であることが分かる。大胆な言い方をすると、この結果は、掃流砂流から土石流への変化は「連続的」であって、掃流砂層でも土石流でも、粒子流動層の流れは、「同じ流動則」に従っていることを意味している。

3.4 抵抗則

流速分布を理論河床 $z=0$ から水面まで積分すれば、流れの抵抗を流速係数の形で表現できる。Fig. 11 は、土石流に関する流速係数を示したものである。図には、流速分布と粒子濃度を連立して解いた厳密解と濃度の鉛直分布を一定として、これを式(21)で与えて流速分布を解いた近似解について、幾つかの研究が示されている。江頭らの近似解は、式(25)である。いずれの研究も v/u_* (v : 断面平均流速, $u_* = \sqrt{gh_t \sin \theta}$) は、水深～粒径比 h_t/d の一次の関係であるが、値そのものは研究者間においてかなり異なっている。

Fig. 12 は、いわゆる土砂流の領域について流速係数を示したものである。図には、Fig. 11 の場合と同様に、各研究者の成果を分類して示している。ただし、橋本らのものは、文献[17]に従い、高橋[5]のものは次式で与えている。

$$v/u_* = 0.4 h_t/d \quad (31)$$

江頭らのものは、前述の方法に基づいて算定される厳密解である。比較のため、相当粗度を $2d$ として描かれる対数型抵抗則も図示されている。

土砂流の抵抗則においては、土石流のものよりも、更に各研究者

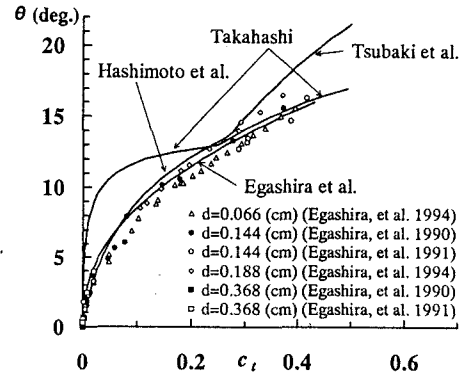


Fig. 10 Calculated curves for flux sediment concentration. (輸送濃度と勾配の関係)

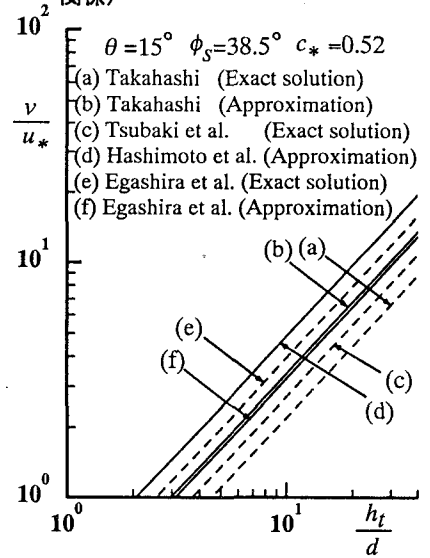


Fig. 11 Velocity factor of debris flow. (土石流の抵抗則)

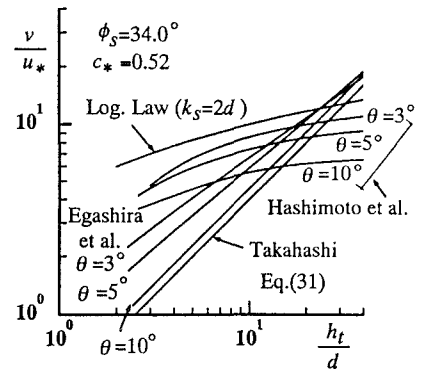


Fig. 12 Velocity factor of sediment laden flow. (土砂流の抵抗則)

の主張の違いが明瞭に現れる。このようなばらばらの結果を読者の目に曝すのは少々戸惑いを感じる。私見を主張するならば、江頭ら[10, 11]の抵抗則は、土石流から土砂流の領域まで連続的に表現されているのが特徴である。

4. 流動過程の解析とハザードマップ

4.1 支配方程式

土石流の発達過程から堆積が終了するまでの過程を追跡するための支配方程式は、水流の場合と同様であり、これは流れの質量保存則、運動量保存則および河床位方程式(静止堆積層の質量保存則)から構成される。これらは目的に応じて、それぞれ質点系、1次元流れおよび2次元流れのものに変形して用いられている。ここでは、2次元流れの支配方程式を示すことにすれば、これは次のようである。

質量保存則

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}h) = \frac{E}{c} \quad (32)$$

$$\frac{\partial ch}{\partial t} + \nabla \cdot (c\vec{v}h) = E \quad (33)$$

運動量保存則

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \vec{v})\vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho_m h} \nabla P - \frac{E}{c \cdot h} \vec{v} - \frac{\vec{\tau}_b}{\rho_m h} \quad (34)$$

河床位方程式(流砂の連続式)

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = -\frac{E}{c \cdot \cos \theta} \quad (35)$$

ただし、

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \quad (36), \quad \vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} \quad (37), \quad \rho_m = (\sigma - \rho)c + \rho \quad (38)$$

ここに、 h は水深、 x および y は流れに平行な面に沿った座標で、 $\vec{i}$ および $\vec{j}$ はそれぞれ x および y 方向の単位ベクトル、 $\vec{v}$ は流速ベクトル、 u および v はそれぞれ流速の x および y 成分である。 E は河床材料の侵食速度(侵食率)であり、これが負の場合には堆積速度を示す。 c は土石流における砂礫粒子の体積濃度、 c_s は静止堆積層の砂礫の体積濃度、 $\vec{g}$ は重力加速度、 ρ_m は泥水と砂礫の混合物の密度、 σ は砂礫の密度、 ρ は泥水の密度、 P は全圧力、 z_b はある基準水平面からの河床高、 τ_b は河床せん断力である。式(32)は、土石流全体の質量保存、式(33)は流れを構成する砂礫の質量保存を表現したものである。式(34)は運動量保存則であり、一般にはこの形式ではなく、保存形の形で表現されている。ここでは、運動方程式における侵食・堆積の影響を見やすくするために、式(34)の表現にしている。式(35)は、河床材料の質量保存則と呼ばれるべきものであり、いわゆる流砂の連続式である。

以上4つの方程式に対し、未知数は $\vec{v}$ 、 h 、 c 、 E 、 τ_b および z_b の6変数であり、系を閉じるためには、 τ_b および E に関する式が必要である。

τ_b については、前章において流動則から導かれる流速係数の形式を用いて議論したが、結果がばらばらであった。読者は、どの研究を適用すればよいのか混乱するはずである。ここでは、自己主張を通すことにして江頭らのものを示す。ただし、厳密解を求めながらシミュレーションを行うのは容易ではないので、近似式を用いる。式(25)を変形して河床せん断力 τ_b を次のように表現する。

$$\tau_b = \tau_y + \rho f |\vec{v}| \vec{v} \quad (39)$$

降伏応力 τ_y および流動抵抗係数 f は式(25)より次のように表される。

$$\tau_y = \left\{ \rho g (\sigma/\rho - 1) c \left(\frac{c}{c_*} \right)^{1/n} h \cos \theta \tan \phi_s \right\} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad (40)$$

$$f = \frac{25}{4} (f_d + f_f) \left(\frac{h}{d} \right)^{-2} \quad (41)$$

ここに、式(40)の n は、前述のように $n=5$ である。なお、関数 $(c/c_*)^{1/n}$ は、江頭らの先の研究[9, 18]においては、 $1/(1+\alpha)$ として、 $\alpha = \text{const.}$ として扱われていた。その後、不合理な面が改良されて、このような表現になっている。式(41)の f_d 、 f_f は、式(23)の下方に定義されている。

侵食速度 E についても悩ましい課題が残されている。ここでは、高濱ら[19]の極めて単純な実験と数値シミュレーションによってその妥当性が示されている次式[20]を用いることにする。

$$\frac{E}{|\vec{v}|} = c_* (\tan \theta - \tan \theta_c) \quad (42)$$

ここに、 θ はその地点における河床面が水平面となす角度、 θ_c はその地点の土石流の砂礫の濃度 c に関する平衡勾配である。これは、式(21)を変形して次式で与えられる。

$$\tan \theta_c = \frac{(\sigma/\rho - 1)c}{(\sigma/\rho - 1)c + 1} \tan \phi_s \quad (43)$$

河床せん断力および侵食速度を含む支配方程式については、高橋・中川ら[21]、中川・高橋[22]による精力的な研究がある。これらの研究においては、採用されている抵抗則が、3章の議論から導かれるものとなり異なっている。このような不合理は、土石流がそれほど複雑であることの反映である。例えば、実際の土石流を構成する材料は、微細砂から巨石まで広範囲な粒径から構成されている。このうち、微細な成分は、浮遊して流体相の密度 ρ を増加させ、土石流の流動性を高める作用をもっている。

4.2 流動・堆積過程に関する解析例

溪床の堆積物の条件、水の供給条件、および溪床を含む流動の氾濫場に関する地形条件が与えられると、前節の方法を用いて、土石流の発生から流動・堆積のプロセスがシミュレートできる。ここでは、1996年12月に発生した姫川左支谷の蒲原沢土石流を対象に若干の計算例を紹介する。この土石流は、標高1,300m付近の蒲原沢右岸側の山腹崩壊を発端として発生した。崩壊土砂量は、約39,000m³、そのうち約31,000m³が溪床に到達し、これが土石流を形成して流下したと云われている。水収支や土砂収支を含めた土石流の詳細については、いくつかの報告書[23, 24]に詳しいので、それらを参照していただきたい。当該土石流のシミュレーションは、発生地点から谷の出口までの領域では、式(32)～(34)において $\partial/\partial y$ の項を省略した1次元支配方程式を適用し、姫川との合流点を含む扇状地の領域では2次元支配方程式を用いて行われている[23]。

(1) 1次元解析

計算対象区間は、標高1,300m付近の崩壊発生地点から姫川合流地点までの約3,160mである。Fig. 13は、溪床の縦断形である。この区間の平均河床勾配は16°程度で、下流部には谷止工、砂防ダム、流路工などが設置されており、これらは計算条件として考慮される。川幅は、1/25,000の地形図から読み取った谷幅および谷の実測縦断図をもとに設定している。溪床堆積物の条件は次のようである。上流端近傍に崩壊土量31,000m³に見合う土量

が深さ 11m, 幅 12m に堆積している。さらに、基岩が露出しているところを除き、溪床には 4m の厚さの堆積物が存在している。これは、最大の侵食深を 4m に設定していることに相当する。その他計算に用いるパラメータは、堆積物の代表粒径 $d = 10$ cm, 静止堆積物の土砂濃度 $c_s = 0.5$, 内部摩擦角 $\phi_s = 33^\circ$, 砂礫の密度 $\sigma = 2.65$ g/cm³, 水あるいは泥水の密度 $\rho = 1.50$ g/cm³ (これは微細砂濃度 30% に相当する), 砂礫の反発係数 $e = 0.85$ などである。

上流端における水の供給条件は、 $Q = 0.2$ m³/s である。これは、融雪および降雨条件を用いて簡単な流出計算を行い、それに基づいて決定したものである。供給水の土砂濃度は 5% としている。前章で示したように、抵抗則は流れの形態によって変化する。これをシミュレーションに取り込むのは難しくはないものの、少々煩わしい。土砂濃度を 5% としたのは、少々無理をして式(39)を全域に適用すれば、その煩わしさから逃れることができるからである。

上流端における 0.2m³/s の供給水がどんな規模の土石流になったのだろうか？ Fig. 14, 15, 16 はそれぞれ、各断面における流量、水深および流速に関する計算結果である。ここに、時間軸は、通水開始を 0 としている。

計算によると、河床に一旦堆積した崩壊土砂は、通水開始後ほどなく流動化し、土石流となって流下し始めている。流動過程において、土石流は急速に成長・発達し、およそ 1,800m～2,200m の地点(左支川との合流点)で最大の規模となっていることが分かる。また、土石流の先端部に水深および流量の最大値があり、先端が段波状に流下している様子が再現されている。

土石流は、左支川との合流点付近まで通水時間からおよそ 100 秒程度で到達している。この近傍において、土石流のピーク流量、最大水深は、それぞれ 1,600m³/s～1,800m³/s および 5～8m にも達している。

左支川の合流点より下流の 2,200m～2,800m 区間に谷止工や砂防ダムが設置されており、これらは土石流を効果的に減衰させる役割を果たしている。ちな

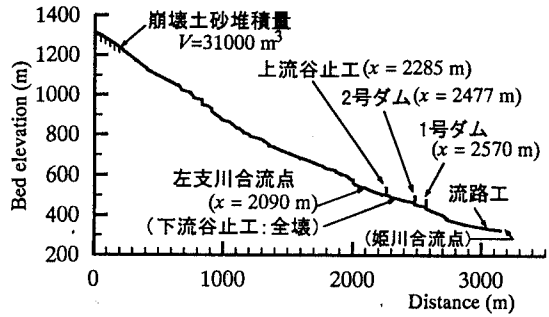


Fig. 13 Longitudinal bed profile.
(谷の縦断形状)

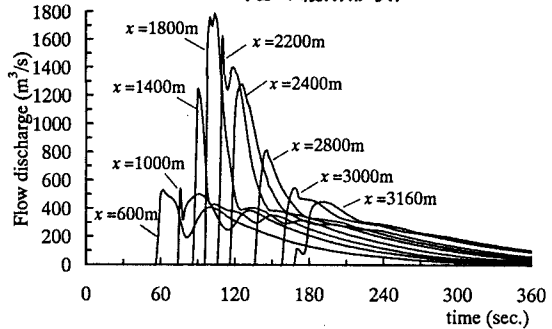


Fig. 14 Debris flow discharge at each section.
(各断面における土石流の流量)

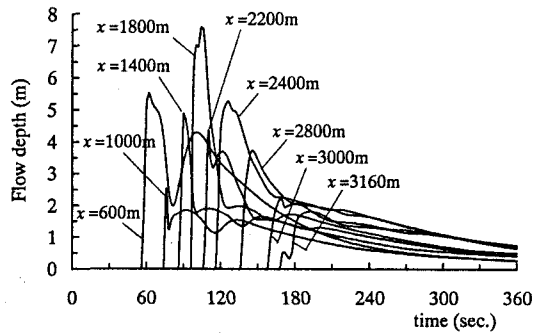


Fig. 15 Flow depth at each section.
(各断面における水深)

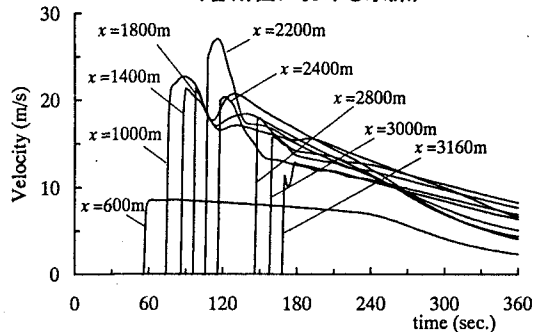


Fig. 16 Flow velocity at each section.
(各断面における流速)

みに、この区間を通過した土石流は、ピーク流量が約 $700\text{m}^3/\text{s}$ 、最大水深が約 3.5m まで減少し、堆積した土砂量は約 $17,000\text{m}^3$ となっている。

姫川との合流点に形成された扇状地の扇頂部に相当する流路工区間ではさらに土砂を堆積させ、流路工のほぼ中間にあたる 3,000m 地点ではピーク流量は約 $500\text{m}^3/\text{s}$ ～ $600\text{m}^3/\text{s}$ 、最大水深は約 2.5m 程度まで減少している。

このように、谷に沿って土石流の挙動を追跡する場合には 1 次元解析法は多くの利点をもっている。しかし、土石流が扇頂部で氾濫したり、流路に堆積が進んで氾濫するようになると、その適用が難しくなる。この場合、次の 2 次元解析が有効である。

(2) 2 次元解析

流路工を含む蒲原沢扇状地の地形を加工して、これを Fig. 17 に示すような地形に変更して、ここにおける土石流の挙動をみる。計算メッシュは、 $5\text{m} \times 5\text{m}$ の正方格子である。扇頂部における土石流の流量は、上述の 1 次元解析の結果を参考にして設定する。これを Fig. 18 に示している。供給土石流の土砂濃度は 20% とし、他のパラメータは、1 次元解析に同じである。

Fig. 19 は、土石流が扇頂部に到達してから、30 秒、1 分、2 分、3 分、5 分、10 分、20 分および 30 分における流動領域を示したものであり、Fig. 20(a)～(d) は、それぞれ、30 秒、1 分、1 分 30 秒および 2 分における流量フラックスである。

これらの図によれば、3 分～5 分で扇状地全体に土石流が広がり、中でも凹地になっているところほど到達は早い。上流端において土石流は、6 分で終了するが、下流域の標高の低いところにおいては、有意な流れが 30 分も続いていることが分かる。流量フラックス $\bar{v}h$ は、扇頂部において大きく、土石流の上流端流量が小さくなるに伴い減少するものの、凹地に沿って大きい。これは、低い部分を主流が走っていることを示している。

Fig. 21, Fig. 22 および Fig. 23 は、それぞれ扇状地における土石流の流動・堆積過程において現れる最大流量フラックス、最大流動深および最大堆積深である。最大流量フラックスと最大流動深の分布は、ほぼ一致しており、これらは、Fig. 20(c), (d) に対応して、土石流の主流の通り道になったところで大きい。最大堆積深は、元河床高に依存してまばらな分布を示すものの、やはり主流に沿って厚い堆積領域が形成される。

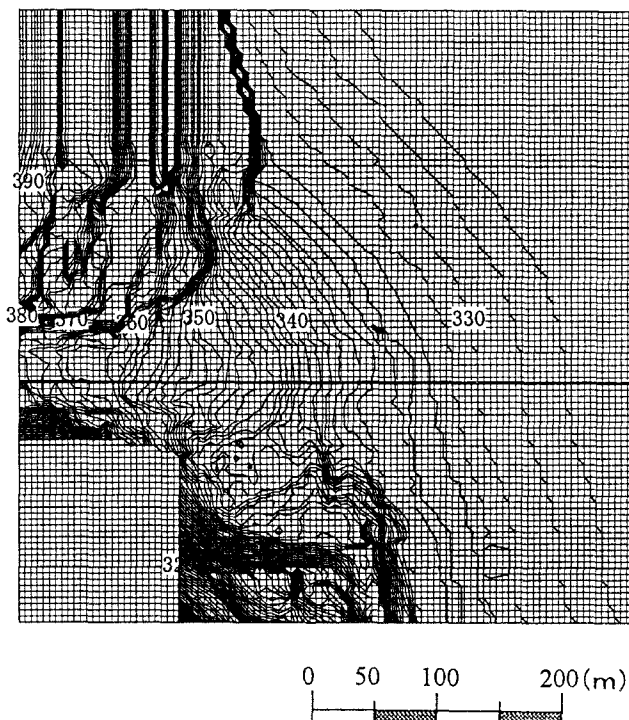


Fig. 17 Calculation domain.
(計算領域)

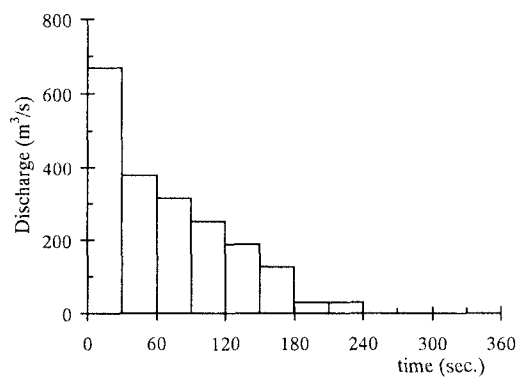


Fig. 18 Feeding discharge of debris flow at the upper boundary.
(扇頂部における土石流の供給流量)

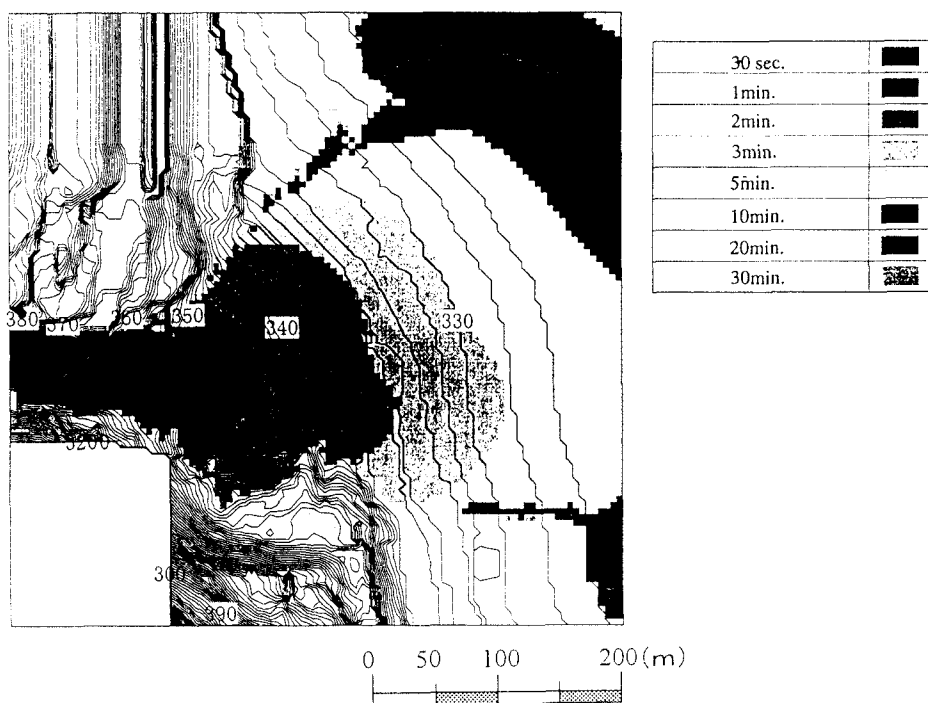
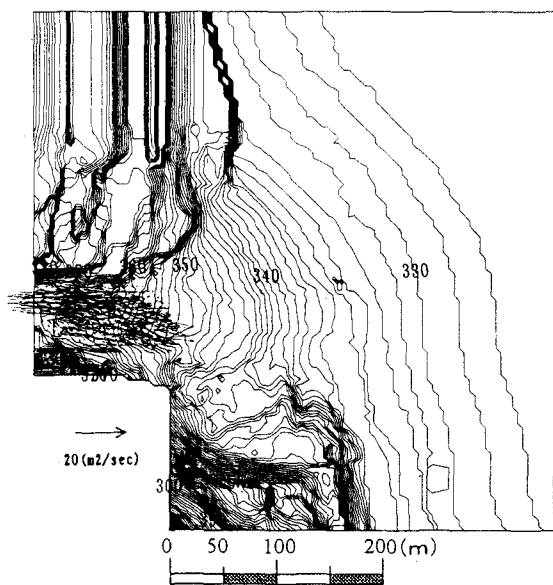
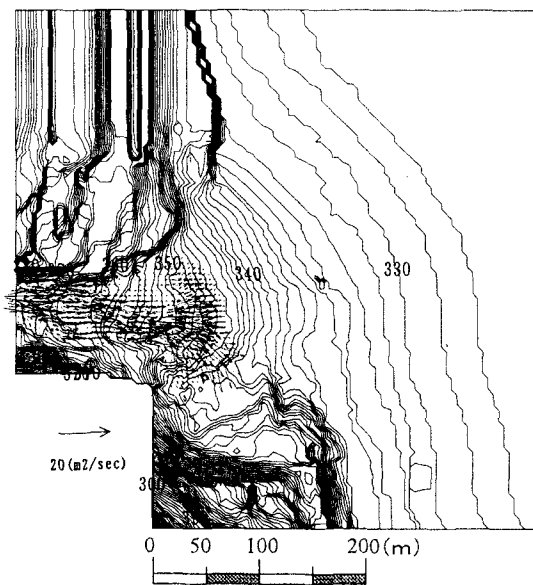


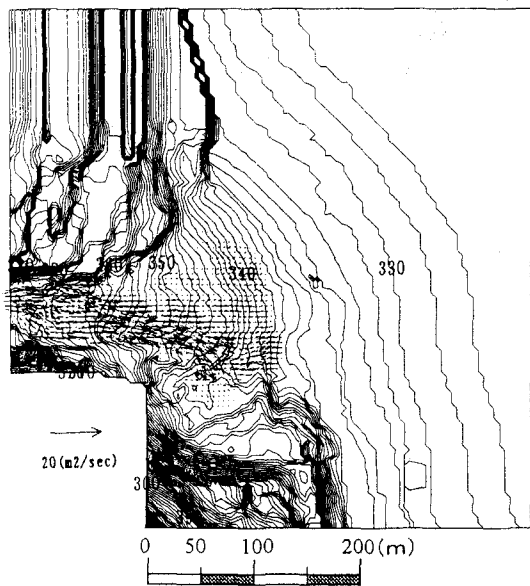
Fig. 19 Temporal spreading of debris flow.
(各時点における土石流の流動領域)



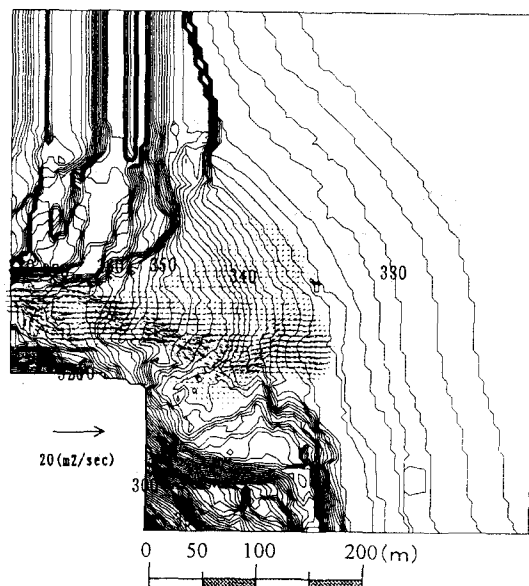
(a) 30 sec.



(b) 1 min.



(c) 90 sec.



(d) 2 min.

Fig. 20 Depth-integrated mass-flux.
(各時点における流量フラックス)

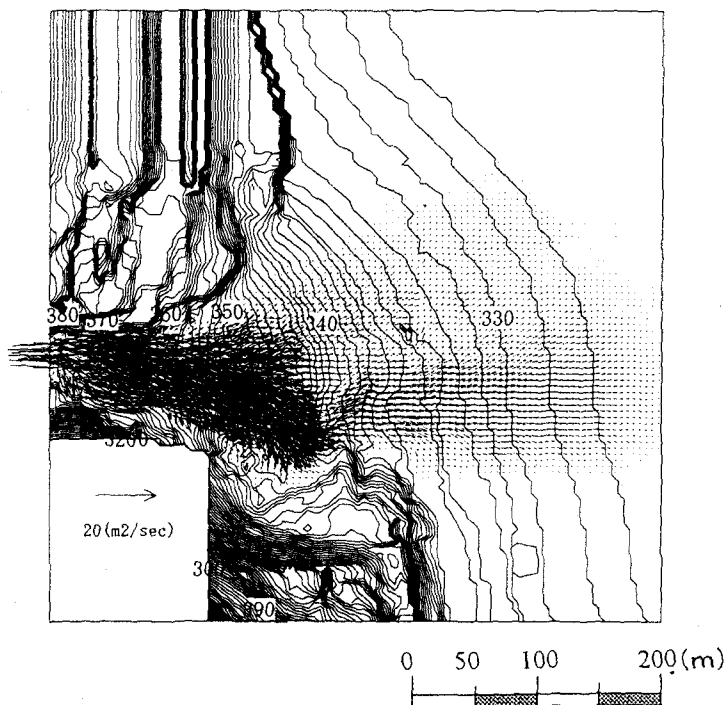


Fig. 21 Distribution of maximum mass flux.
(最大流量フラックスの分布)

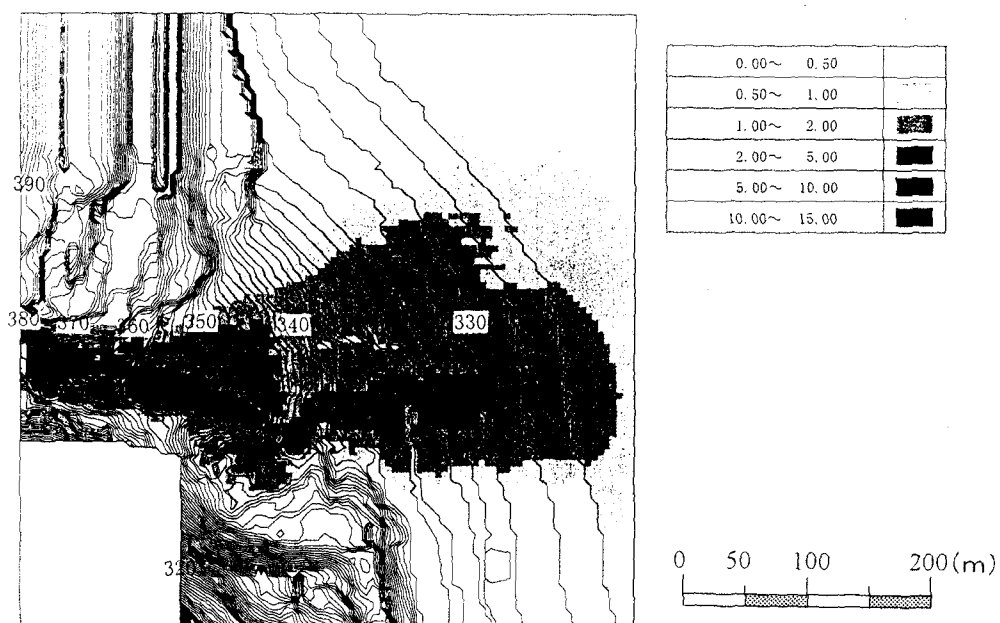


Fig. 22 Distribution of maximum flow depth.
(最大流動深の分布)

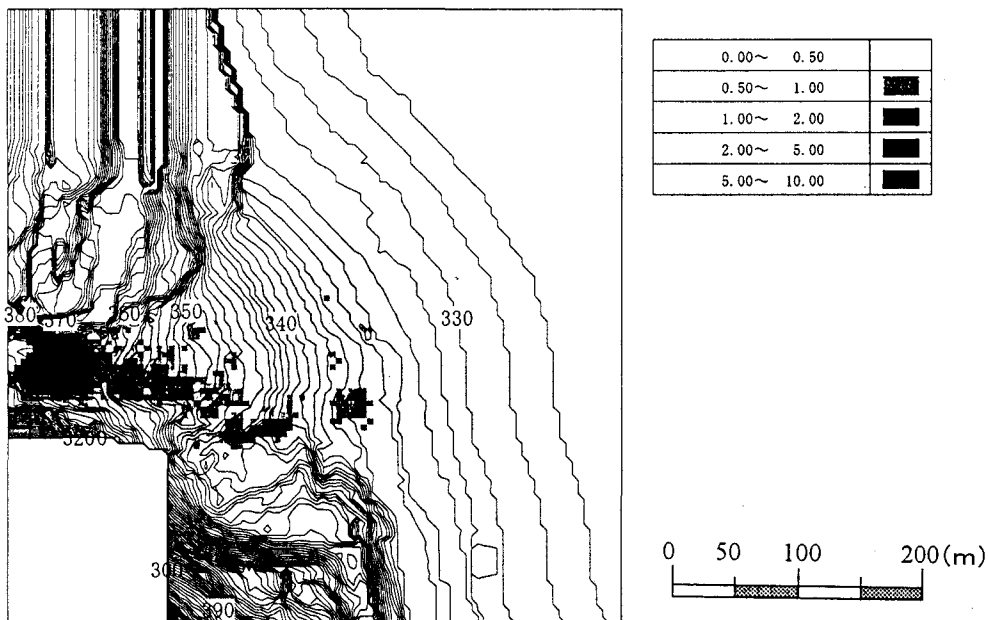


Fig. 23 Distribution of maximum depth of sediment deposition.
(最大堆積深の分布)

4.3 ハザードマップの作成に向けて

上述の計算例に示したように、与えられた境界条件のもとにおいて土石流の2次元挙動はほぼ評価できる段階にある。これは、土石流の規模・特性量が想定できれば、それに応じたハザードマップを用意できることを意味している。もちろん、土石流の危機管理を対象とする場合と土地利用の在り方を対象とする場合とでは、用意すべきハザードマップの種類も異なってくる。

土地利用の在り方を検討するためには、その地域の土石流災害危険度分布を予め知っておく必要がある。このとき、災害危険度分布として、前節において示した最大流動深の分布や最大流量フラックス分布などが適当であると思われ、これらに基づけばハザードマップの作成が可能である。2次元解析法に基づいて、扇状地あるいはそれに類似の領域を対象として、ハザードマップを作成するためには、前述のような谷の出口など、任意の評価地点における土石流の特性量、すなわち流量曲線、流砂濃度曲線および土石流を構成する材料の粒度分布が与えられる必要がある。評価地点における土石流特性値は、前節の計算例から明らかなように、次の諸量に規定される。

- 上流域の地形特性量 谷の縦断形状、河幅の分布
- 水の供給量 降雨流出、融雪流出
- 不安定土砂の粒度分布、堆積深の分布あるいは侵食限界深の分布
- 崩壊土砂の量と粒度分布、およびその堆積形状を含めた溪床への堆積条件

これらのうち、a.およびb.については、目的に応じて設定できる段階にある。c.およびd.については、現地調査や過

去の経験に基づけば、大まかな目安を得ることは可能である。しかし、シビアな議論をするための条件設定を行うためには、それらの調査法に関する研究とともに、土石流段波の形成過程に関する基礎研究が必要であるように思われる。なぜならば、前述の 1 次元解析法によれば、土石流のピーク流量は、供給水量よりもむしろ、土石流の侵食特性に大きく依存することが明らかにされている。

5. あとがき

砂礫と水との混合物から構成される土石流の流動則について、江頭らの基礎研究を中心に紹介した。さらに、土石流の支配方程式とその適用例を示すとともに、土石流ハザードマップの作成法に関する私見を述べた。

冒頭において土石流は水のように流れず、そこに土石流の力学の本質が隠されていると述べている。このことは、流動則の中で砂礫同士の摩擦によって評価されているが、十分に説明できているか心許ない。

土石流から掃流砂の領域にわたって、粒子流動層の流れは同じ流動則で説明できることを主張している。この議論がどの程度受け入れられているかは疑問であるが、少なくともこのような視点で現象を捉え直すことによって、従来見えなかったものが見えてくるのは事実である。

流動則の適用において、近似解と厳密解にこだわりをもって記述している。解析法を使う立場の技術者にとっては、そんなことはどうでもよいのでは？との批判を受けるかも知れない。‘こだわり’をもったのは、本稿においては紹介を省いたが、流体相の密度や流体相の粘性の役割を議論するとき、流速分布と粒子濃度分布に関する厳密解を求めることが重要であり、それによって重要な事項が明らかにされることがあるからである。例えば、流体相の密度が高くなると、流れの抵抗は増加するが、土石流は勾配の緩い所まで流れるという結論は、厳密解なしには得られない。このような結果は、土石流のシミュレーションの精度に大きな影響を及ぼす。

ハザードマップの作成に向けて、評価点における土石流特性値を予測することの重要性とともに、これを精度よく行うための条件について述べた。しかし、これは現状における知見であって、本来、土石流の発生・発達過程の議論と現地データの調査法の議論とは不可分のものであり、今後、基礎研究の進展がさらに必要である。

謝辞

本稿を準備するに当たり、鳥取大学の宮本邦明助教授および立命館大学大学院理工学研究科の学生伊藤隆郭君には、数値計算の資料をいただいている。ここに記して感謝いたします。

参考文献

- [1] 高橋 保:土石流の発生と流動に関する研究, 京大防災研究所年報, 第 20 号, B-2, pp.405-435 (1977).
- [2] Savage, S. B.: Gravity Flow of Cohesionless Granular Materials in Chutes and Channels, J. Fluid Mech., Vol. 92, Part 1, pp.53-96 (1984).
- [3] Savage, S. B. and Sayed, M.: Stress Developed by Dry Cohesionless Granular Materials Sheared in an Annular Shear Cell, J. Fluid Mech., Vol. 142, pp.391-430 (1984).
- [4] Takahashi, T.: Debris Flow on Prismatic Open Channel, Proc. ASCE (American Soc. Civil Eng.), Vol. 106, HY3, pp.381-396 (1980).
- [5] Takahashi, T.: Debris Flow, IAHR, Monograph Series, Balkema (1991).
- [6] 椿東一郎・橋本晴行・末次忠司: 土石流における粒子間力と流動特性, 土木学会論文報告集, 第 317 号, pp.79-91 (1982).

- [7] 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新:エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル, 京大防災研究所年報, 第 33 号, B-2, pp.293-306 (1990).
- [8] 江頭進治・芦田和男・田野中新・高橋徹也:連続体手法による掃流砂量式に関する研究, 京大防災研究所年報, 第 34 号, B-2, pp.261-274 (1991).
- [9] 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎:土石流の構成則に関する研究, 京大防災研究所年報, 第 32 号, B-2, pp.487-501 (1989).
- [10] 江頭進治・宮本邦明・伊藤隆郭:掃流砂量に関する力学的解釈, 水工学論文集, 第 41 巻, 土木学会, pp.789-794 (1997).
- [11] Egashira, S., Miyamoto, K. and Itoh, T.: Constitutive Equations of Debris Flow and Their Applicability, 1st Int. Conf. on Debris-Flow Hazards Mitigation, ASCE, pp.340-349 (1997).
- [12] Bagnold, R. A.: Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Royal Society of London, A, Vol. 225, pp.49-63 (1954).
- [13] 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新:連続体モデルに基づく流砂量式の誘導, 水工学論文集, 第 35 巻, 土木学会, pp.441-446 (1991).
- [14] 橋本晴行・椿東一郎・平野宗夫:土砂の集合流動について, 第 38 回水理講演会論文集, 土木学会, pp.235-240, (1986).
- [15] 高橋 保・里深好文・千代啓三:土石流の慣性領域での流動則, 京大防災研究所年報, 第 39 号, B-2, pp.333-346 (1996).
- [16] 伊藤隆郭・江頭進治:土石流に関する構成則の比較研究, 水工学論文集, 第 42 巻, 土木学会, pp.913-918 (1998).
- [17] 橋本晴行・平野宗夫:掃流状集合流動の抵抗則と流砂量, 土木学会論文集, 545/II-36, pp.33-42 (1996).
- [18] Naomasa, H., Egashira, S.: Prediction of Debris Flow Characteristics in mountain torrents, 1st Int. Conf. on Debris-Flow Hazards Mitigation, ASCE, pp.707-716 (1997).
- [19] 高濱淳一郎・藤田裕一郎・近藤康弘:一次元計算からみた土石流シミュレーションモデルの特性について, 平成 11 年度砂防学会研究発表会概要集, pp.108-109 (1999).
- [20] 江頭進治:土石流の停止・堆積のメカニズム(2), 新砂防, Vol. 47, No. 2(187), pp.51-56 (1993).
- [21] 高橋 保・中川一・佐藤広章:土石流および土砂流扇状地の形成に関する研究, 第 32 回水理講演会論文集, 土木学会, pp.497-502, (1988).
- [22] 中川一・高橋 保・澤田豊明・里深好文:計画土石流の設定と避難計画, 京大防災研究所年報, 第 39 号, B-2, pp.347-371 (1996).
- [23] 土木学会蒲原沢土石流災害調査特別委員会(代表:江頭進治):姫川支川蒲原沢土石流災害と危機管理に関する調査研究 (1998.3).
- [24] (社)砂防学会:12.6 蒲原沢土石流災害調査報告書 (1997).