

# 移動床河川諸問題の数値解析

Numerical simulation of bed variation on fluvial rivers

檜谷 治

Osamu HINOKIDANI

## 1. はじめに

移動床河川とは、河床表層が土砂で構成されている河川のことをいい、コンクリート性の人工的な水路を除いて、通常見られる河川のほとんどは移動床河川と見なすことができる。移動床河川の特徴は、呼び名が示すように河床表層にある土砂が水流によって移動し、河床の高さが変動することである。この河床高が変動することを河床変動と呼ぶが、この河床変動を予測することが移動床河川の最も重要な課題となっている。この河床変動の問題に関しては、大規模なものではダム建設に伴うダム貯水池内での堆砂問題や上流部での河床上昇およびダム下流での河床低下があるが、河川断面の急変部や弯曲部、橋脚などの河川構造物周辺の局所洗掘、あるいは河床の粗度問題に関係している河床波を含めると、河川の上流から下流までいたる所で問題となる。現在問題になっている移動床河川の問題を長さスケール別に分類すると以下のようである<sup>1)</sup>。

### 1) 大規模河床変動(数km以上オーダー)

ダム堆砂等の河道縦断形状の変化

### 2) 中規模河床変動(数10m～数kmのオーダー)

蛇行、砂州、構造物周辺の局所洗掘

### 3) 小規模河床変動(数10m以下のオーダー)

河床波

これらの河床変動を数値解析的に予測しようとする研究は古くから行われてきているが、まず検討されたものがダム建設などによる大規模で河道縦断的すなわち1次元的な河床変動である。この1次元河床変動の予測に関しては、現在山地河川を除いてある程度の精度で予測が可能となっており、河道計画を立てる際に重要な役割を演じている。また、河川弯曲部などの砂州のように河床形状が横断的に変動する問題に関しては、平面的な取り扱いが必要となるが、近年の計算機の発達によってある程度の予測が可能になってきている。特に、近年話題となっている多自然型河川造りに関してみると、従来の直線的で単純な河道形状に対して、治水安全性を考慮しつつ多様な水環境を創出できる複雑な河道形状が検討されてきつつあり、今後この平面的な河床変動の予測精度のより高いものが要求されてくると考えられる。そこで、本論では、移動床河川の河床変動の基本的な考え方を示すとともに、現在行われている種々の問題に対する1次元あるいは2次元の河床変動解析法を紹介する。

## 2. 移動床河川の特徴

基本的に、ある領域の河床高が変化するということは、その領域に単位時間に入る流砂の量と出る流砂の量の差が生じているためであり、この状態を流砂の非平衡状態と呼ぶ。流砂の量はその場所の流れの状態等によって規定されるため、この流砂量のアンバランスは流れに起因するものであるが、その結果としての河床変動がまた流れに影響を及ぼす。すなわち流れと河床変動は相互依存の関係にある。特に、流砂を規定する水理量、土砂の構成あるいは河道形状が変化しないならば、河床変動が流れに影響を及ぼして、時間的な河床変動量が少なくなる状態(流砂の平衡状態)になるような流況へ変化させる。この現象は、局所的なエネルギー損失を少なくし、エネルギー勾配を一様化させる方向に河床変動が進むことも意味している<sup>2)</sup>。

このような現象は、断面の変化する河道で顕著に見られるが、この現象を実験によって再現した例<sup>3)</sup>をここで紹介する。実験は、勾配1/250、長さ15m、幅40cmの水路に、図-1に示すような狭窄部を設け、洪水流を想定した三角形形状の波形の流量を通水し、河床高の時間的変化を見ようとしたものである。図-2は河床高の時間的変化が最も特徴的に現れている狭窄部上流端の結果を示したものである。流量の増加とともに河床は低下して行くが、流量のピークを過ぎると河床は再び上昇を始めている。すなわち、洪水時には一方的に河床変動が進むわけではないことが分かる。この現象に関して、この河床高の時間的変化と、この狭窄部に対して、ある時刻の流量に対する平衡状態の河床形状について計算し比較したものが図-3である。なお、狭窄部の平衡状態の河床形状に関しては以下の式<sup>4)</sup>に基づいて評価されたものである(図-4参照)。

$$\frac{\Delta z_e}{h_0} = \left[ \left( \frac{B_1}{B_0} \right)^{-4/7} - 1 \right] + \frac{Fr_0^2}{2} \left[ \left( \frac{B_1}{B_0} \right)^{-6/7} - 1 \right] \quad (1)$$

ここに、 $\Delta z_e$ ：動的平衡状態での河床低下量、 $Fr_0$ ：狭窄部上流域でのフルード数である。この図から、ある時刻の河床高が変化する方向(河床が低下するか上昇するか)はその時刻の流量に対する平衡状態の河床高とその時刻の河床高の違いによって決まり、常にその時刻の流量に対する平衡状態の河床高に移行するという傾向があることが分かる。

上述した例は流量という水理条件の変化による河床変動の特徴を示したものであるが、流砂の非平衡性を作り出すものには様々なものが考えられ、中規模河床変動以上のスケールについて要約する以下ようになる。

- 1) 大規模河床変動に影響する変動要因
  - 上流境界での流量特性変化、流入土砂特性変化
  - 下流境界での水位変化
  - ダム等の河川改修、浚渫などの人工的要因
- 2) 中規模河床変動
  - 水理量の変化
  - 河道形状、平面形状の変化
  - 河川構造物の設置

実河川では、このような変動要因の無い理想的な平衡状態の河川は存在しないため、現在の実河川の河道状態は、程度の差はあるが過去の変動要因の影響が重なり合った状態であり、その時々刻々の水理量等に対して平衡状態に移行しようとしている非平衡状態と見なすことができる。

### 3. 移動床河川での河床変動解析

河床変動に直接関係する土砂の移動は、流れによるものであり、しかも上述したように、流れと河床変動

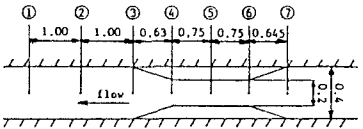


図-1 実験水路の概要

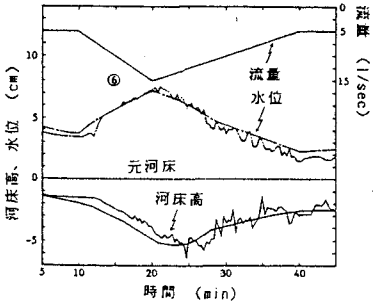


図-2 実験結果および計算結果

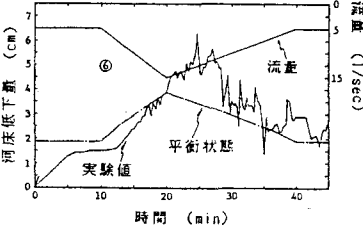


図-3 実験値と平衡状態の河床低下量の比較

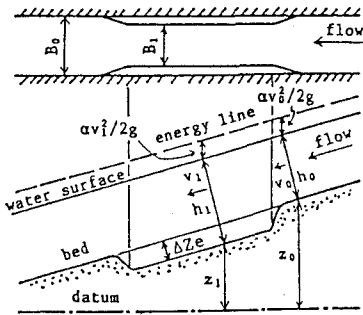


図-4 狭窄部の動的平衡河床

は相互依存性を持っている。したがって、河床変動解析の基礎式は基本的に流れに関する基礎式と河床変動の基礎式を同時に解く必要がある。しかしながら、中規模河床変動以上の河床変動を対象とする場合、河床変動の変化速度が流れの時間的変化速度に比べて非常に緩慢であり、流れの解析では通常定常状態を想定し、流砂に関する式と分離して解かれる。したがって、一般的な河床変動解析の基礎式は流れの運動方程式と連続式、流砂の運動方程式である流砂量式と流砂の連続式であり、計算手順としては、

- 1) 流れの運動方程式と連続式による流れの計算
- 2) 流砂量式による流砂量の計算
- 3) 流砂の連続式による河床変動の計算

となる。通常は、ある時間間隔ごとに1) から3) の計算を繰り返し、河床高の時間的変化を予測する。

河床変動解析は、上述したように流れに関する計算と河床変動に関する計算に大別できるが、解析の目的は基本的にある問題に対応した流砂の非平衡性をもたらす要因についてその変動を想定し、その変動に対してどの程度の河床変動が生じるかを予測することにある。したがって、その変動要因の影響が及ぶ時間スケール、空間的スケールによって河床変動の時間的・空間的スケールが大きく異なり、その結果、流れあるいは河床変動計算に使用する基礎方程式や計算モデルが異なる。特に、流れの計算に関しては、河床変動計算時間に占める流れの計算時間の割合が非常に高いため、対象とする問題に応じて基礎式を簡略化した多くのモデルが提案されている。

### 3. 1 流れの計算モデル

流れの計算モデルに関しては、基本的に流下方向、横断方向および鉛直方向の3方向の流速成分について解く必要があるが、上述したように対象とする問題によって基礎式を簡略化する方法が取られる。考慮する流れの成分によってモデルを分類すると流下方向成分のみを考慮する1次元モデル、流下方向と横断方向成分を考慮する2次元モデルおよび3成分全てを考慮する3次元モデルに大別できる。これらのモデルをまとめたものが表-1<sup>4)</sup>である。

表-1 流れの計算モデル一覧表<sup>1)</sup>

|          |     |  |  |  |
|----------|-----|--|--|--|
| 1次元モデル   | [A] |  |  |  |
| 連続式      | ○   |  |  |  |
| 流下方向の運動式 | ○   |  |  |  |

|          |             |     |          |       |
|----------|-------------|-----|----------|-------|
| 2次元モデル   | [B]         | [C] | [D]      | [E]   |
| 連続式      | ○           | ○   | ○        | 一般座標系 |
| 流下方向の運動式 | ○           | ○   | ○        | 一般座標系 |
| 横断方向の運動式 | $u \gg  v $ | ○   | ○+二次流の分布 | 一般座標系 |

|          |               |               |     |
|----------|---------------|---------------|-----|
| 3次元モデル   | [F]           | [G]           | [H] |
| 連続式      | ○             | ○             | ○   |
| 流下方向の運動式 | ○             | $u(z)$ :対数分布則 | ○   |
| 横断方向の運動式 | ○             | ○             | ○   |
| 鉛直方向の運動式 | $p(z)$ :静水圧分布 | $p(z)$ :静水圧分布 | ○   |

表中の○印は省略のない方程式を示す

[A]一次元不等流モデル

[B]簡易2次元モデル

[C]一般的2次元モデル

[D]準3次元モデル

[E]一般座標系2次元モデル

[F]静水圧3次元モデル

[G]静水圧簡易3次元モデル

[H]非静水圧3次元モデル

なお、表中の個々のモデルの基礎式あるいは解法に関しては、土木学会水理委員会から平成4年度に詳細な報告書<sup>9)</sup>が作成されているのでそちらを参照にいただき、ここでは本論で取り上げたモデルのみ以下で紹介する。

### 3. 2 河床変動モデル

河床変動の基礎式は、基本的には流砂の運動方程式である流砂量式と流砂の連続式である。流砂量に関しては、掃流砂量と浮遊砂量を考える必要があるが、対象とする問題によって、掃流砂のみを考慮するモデル、浮遊砂のみを考慮するモデル、両者を考慮するモデルに分けられる。

まず、掃流砂モデルでは、通常ある断面に対する流砂量はその断面における流れの掃流力に対応すると仮定されており、流れに対する計算結果に基づいて流砂の平衡状態に対する流砂量式で流砂量を評価し流砂の連続式を用いて河床の変動量を求める。一方、浮遊砂モデルでは、河床砂は浮遊して移動し、しかも粒径が小さいほど浮遊時間あるいは浮遊距離が長くなるため、ある断面の流砂量がその断面の掃流力と対応しない場合がある。そこで、浮遊砂モデルでは、浮遊砂濃度の連続式である拡散方程式が付加的に追加され<sup>7)</sup>、浮遊砂量はその拡散方程式を解くことによって得られる。河床変動量は、掃流力による浮上量と拡散方程式によって解かれた濃度分布から計算される沈降量の差として評価される。

また、対象とする問題によって流下方向1次元のモデルと平面形状を予測する2次元のモデルがあり、流れの計算モデルと組み合わせで種々の計算法が提案されている<sup>8)</sup>。なお、浮遊砂が卓越する場合、拡散方程式を非定常で解く必要が生じてくる可能性があり、その場合は流れを非定常で解析しなければならず、モデルは複雑になる。

そこで、本論では、上述のモデルの中で、比較的予測精度が向上している掃流砂モデルに限定し、現在用いられている大規模な縦断的1次元的な河床変動と弯曲部等の中規模な平面的2次元的な河床変動の数値解析法および適用例について紹介する。

### 4. 1 次元河床変動の数値解析

1次元河床変動は、古くから検討されており、掃流砂および浮遊砂による流下方向の河道縦断的河床変動あるいは河床の粒度分布の時間的変化が計算可能となっており、現在河道計画の立案等に利用されている。ここでは、掃流砂が卓越している斐伊川の例にして、解析結果および今後の課題等について述べる。

#### 4. 1 基礎方程式

まず、流下方向に1次元の流水の運動方程式および連続式は、図-5を参照して次式のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{u_*^2}{gR} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (Av) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $v$  : 断面平均流速、 $\alpha$  : エネルギー補正係数、 $x$  : 流下距離、 $z$  : 基準面からの河床高、 $g$  : 重力加速度、 $h$  : 水深、 $R$  : 径深、 $u_*$  : 摩擦速度 ( $=\sqrt{gRi}$ )、 $i$  : エネルギー勾配 ( $=n^2 v^2 / R^{4/3}$ )、 $n$  : マニングの粗度係数、 $A$  : 流水断面積である。これらの式から水深が計算され、流砂量の評価に必要な摩擦速度  $u_*$  の値が求まる。

一方、河床高の時間的変化に関しては、以下に示す流砂に関する連続式を用いて計算する。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \frac{\partial (q_B B)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$q_B = \sum_i q_{B_i} \quad (5)$$

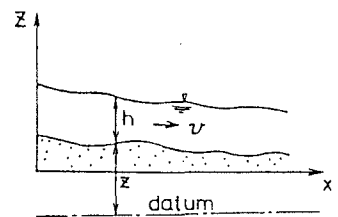


図-5 記号図

ここに、 $q_{B_i}$ ：粒径 $d_i$ の砂礫の掃流砂量、 $q_B$ ：混合砂礫の全流砂量、 $\lambda$ ：河床表層の空隙率、 $B$ ：流砂幅、 $t$ ：時間である。

式(5)中の混合粒径の流砂量式に関しては種々のものが提案されているが、ここでは、芦田・道上の式<sup>8)</sup>を示すと次のようになる。

$$\frac{q_{B_i}}{i_b u_{*c} d_i} = 17 \tau_{*ci} \left( 1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right) \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \right) \quad (6)$$

ここに、 $i_b$ ：粒径 $d_i$ の砂礫が河床表層において占める割合、 $\tau_{*i}$ 、 $\tau_{*ci}$ および $\tau_{*ci}$ ：それぞれ粒径 $d_i$ の砂礫に対する無次元掃流力、無次元有効掃流力および無次元限界掃流力である<sup>9)</sup>。

また、ここでは混合砂礫を対象としているので、粒径別流砂量は $i_b$ の関数であり、河床表層の混合砂の構成割合の時間的変化を考慮しなければならない。これに関しては、たとえば平野<sup>9)</sup>が次式を誘導している。

$$\text{河床上昇} \quad \partial z / \partial t \geq 0 : \quad \frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_B - i_b) \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{q_B}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_B}{\partial x} \quad (7)$$

$$\text{河床低下} \quad \partial z / \partial t < 0 : \quad \frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_B - i_{b0}) \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{q_B}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_B}{\partial x} \quad (8)$$

ここに、 $i_b$ 、 $i_{b0}$ ：それぞれ粒径 $d_i$ の砂礫の流砂中および交換層直下の元河床において占める割合、 $a$ ：交換層の厚さである。

混合砂礫床の河床変動を求めるためには、まず式(2)および(3)から通常の不等流計算法によって摩擦速度に関して解き、式(4)～(6)を用いて河床高の時間的変化を、式(7)および(8)から粒度分布の時間的変化を求める。河床変動の時間的変化に関しては、差分法を用いて解析されることが多く、通常流れが常流の場合後退差分を、射流の場合には前進差分が用いられる<sup>7)</sup>。また、山地河川のように常射流が混在する場合は特異点である支配断面の位置を推定し、常流区間・射流区間に分割して計算を行うが、支配断面での取り扱いが問題となる。この問題に関しては道上・藤田らの研究<sup>10)</sup>がある。一方、河床変動を含めて、常射流混在した領域を分割せずに解析する方法<sup>11～13)</sup>が近年研究されており、実験結果の再現に関してはある程度予測が可能となっているが、特異点での流れの不安定性を抑えるために導入している係数（人工粘性係数と呼ばれている）や適用範囲などの問題<sup>14)</sup>がある。

## 4. 2 実河川への適用例

1次元河床変動計算を利用して河道改修計画を進めている斐伊川の例を挙げて紹介する<sup>15～16)</sup>。図-6は昭和50年における斐伊川の河床縦断形状である。この河川は流域の地質が風化花崗岩主体であり、過去の砂鉄採取事業によって流域が荒廃し、細粒の土砂の生産が活発で天井川を形成している。この土砂流出を食い止める目的で上流域での砂防施設あるいは床止めが建設され、近年では本川に供給される土砂は極めて少なくなっている。しかしながら、河道内には10mを越える平均粒径2mm程度の一様な細砂が堆積しており、通常の流量でも流砂量が存在し、網状流路を形成している。図-7は昭和50年を基準とした10年後の河床変動量を見たものである。上流からの砂の供給がほとんどないために河口から23.4km地点にある伊萱堰直下流部では2m以上の河床低下、河口付近では1m以上の河床上昇が生じている。計算結果を同時

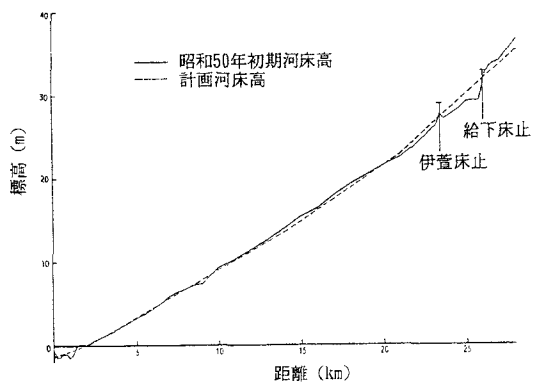


図-6 斐伊川の縦断形状

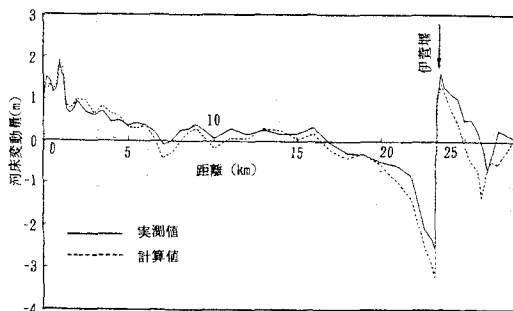


図-7 河床変動の実測値と計算値

に示しているが、十分な精度で再現できていることがわかる。

この斐伊川の河床変動の原因に関して土砂収支で見たものが図-8である。本川上流には砂防ダムの日登ダムがあるがそのからの供給土砂はない。したがって、本川に供給されている土砂の量は4つの支川からの年間 $1.78\text{m}^3$ である。しかしながら、伊萱堰上流では河床勾配の低下から流砂量は年間 $1.5\text{m}^3$ 程度であるが、伊萱堰下流では年間 $6\text{m}^3$ の砂が流れており、このような流砂の非平衡性によって上述したような河床変動が生じている。したがって、上流からの土砂供給量が変化しない場合、この斐伊川

で流砂の動的平衡状態が得られ、河床変動が安定するためには図-9のような土砂収支になる必要がある。この図から河口から20km付近までが安定河道になるためには流砂量を現在の流砂量の約 $1/3$ にする必要があり、水路幅・粒径が変化しないとなればかなり緩勾配にする必要がある。すなわち、この状態で放置しておくと伊萱堰下流はさらに河床低下が進む状態となる。図-10は昭和60年を初期河床として過去10年間の流量時系列を用いて10年後を予測したものであるが、過去の10年間で同様な傾向が継続することがわかる。この斐伊川では、現河床高を維持しながら河床勾配を適減させるために段階的な床固め工の建設が計画されているとともに、河口部の河床上昇を防ぐために浚渫事業が進められている。

また、前述した水路実験に関して同様な解析をしたものを図-2中に示しているが、洪水期の河床変動特に埋め戻し現象や水位に関して精度よく再現できている。特にこの埋め戻し現象を実河川で計測することは非常に困難であるが、数値解析の助けを借りれば、洪水期間中の河床高の挙動を予測することが出来る。

このように、上下流の水理量あるいは上流からの供給土砂量を精度よく評価することができれば、河床縦断的な1次元河床変動の予測は十分可能であり、現在多くの河川で河道計画の立案に役立てられている。

#### 4. 3 1次元河床変動解析の問題点と課題

上述した例で示されているように、1次元の河床変動解析法の特徴は、基本的に未知数が少ないために通常数10年の長期間時間スケールで、しかも数10kmという長い計算区間の計算が可能であるということにある。しかしながら、1次元解析の適用に際して以下の問題について考慮しておく必要がある。

まず、第1点目は、領域を流下方向の1次元に離散化する際の誤差の問題である。すなわち、流下方向に1次元で計算を行っているために、解析に関してある横断面での平均的な水理量あるいは平均的な河床で現

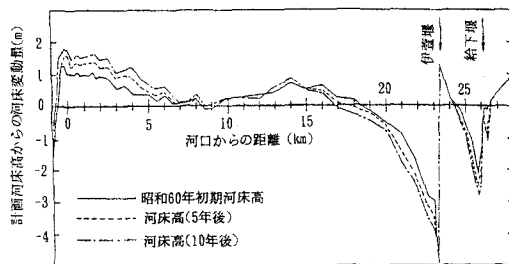


図-10 河床変動の予測結果

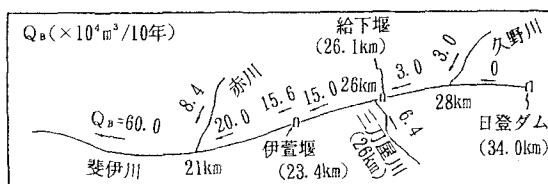


図-8 現状の土砂収支

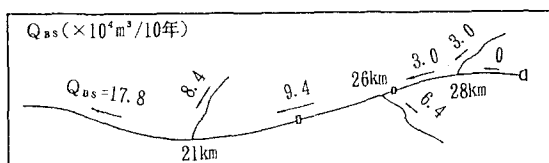


図-9 動的平衡状態での土砂収支

象を評価しなければならない点である。したがって、たとえば水量に関しては、複断面水路における全体的な粗度係数の問題とくに植生の影響などを考慮する必要がある。また、河床形状に関しては、弯曲部などの局所的な影響や河床変動に応じた流砂幅の取り扱いが必要である。近年流域一環とした土砂管理による安定河道の検討が始められつつあるが、この検討に際してはこの1次元解析が有力な手段であり、平面2次元モデル等を利用することによって平均化の誤差等を評価し、1次元解析の精度を向上させる方法を考える必要があると思われる。

第2の問題点は、上述した河床変動の変動要因の精度の問題である。1次元モデルの特徴は長期間・広領域での予測が出来る点にあるが、今後計算領域が山地部まで及ぶ場合、上流端での流砂量の評価が問題となることが予想される。この上流端での流砂量の評価に関しては、通常上流端付近の平均的な河道形状等を仮定し、流量に見合った平衡流砂量を供給するが、計算領域が上流になればなるほど流砂量の推定が困難になるとともに、土砂崩壊などの土砂生産あるいは砂防ダムの効果等を考慮する必要性が生じる。さらに、支川など測量資料、流量資料等が存在しない領域を含んでの解析が不可欠となり、このような基本的な資料の蓄積がないと計算精度の向上は望めない。流域一貫とした土砂管理等を検討する場合この上流域での流砂量の推定精度をあげる必要がある。

### 5. 2次元河床変動の数値解析

平面的な河床変動を予測する数値解析に関しては、ここ10数年前から流れの解析精度の向上に伴って種々のモデルが検討されており、急激な進歩を遂げている<sup>8)</sup>。ここではそれらの中から流れに関して2次元浅水流モデルと鉛直方向に静水圧分布を仮定した3次元モデルを用いた解析例を紹介するとともに、解析の現状と課題について述べる。

#### 5. 1 流れに関する基礎方程式と解法

##### 5. 1. 1 2次元浅水流モデル

2次元浅水流モデルは、流れに関する3次元の運動方程式と連続式を鉛直方向に積分したもので、基礎方程式は図-11を参照すると以下に示すx、y方向の平均流速に対する運動方程式と連続式からなる。

連続式：

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{9}$$

運動方程式：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = E_x \tag{10}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = E_y \tag{11}$$

ここで、

$$H = h(x, y), \quad U = u(x, y) \cdot h(x, y), \quad V = v(x, y) \cdot h(x, y), \quad G = u v h,$$

$$F = u^2 h + \frac{1}{2} g h^3, \quad S = v^2 h + \frac{1}{2} g h^3,$$

$$E_x = g h (I_x - I_{fx}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \epsilon \frac{\partial (u h)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \epsilon \frac{\partial (u h)}{\partial y} \right],$$

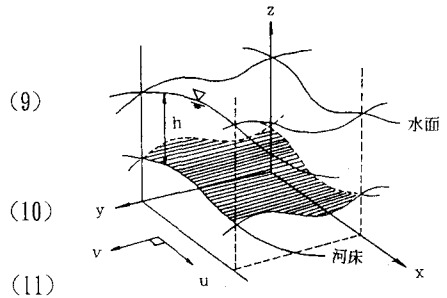


図-11 記号図

$$E_y = g h (I_y - I_{fy}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \varepsilon \frac{\partial (v h)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \varepsilon \frac{\partial (v h)}{\partial y} \right]$$

である。

ただし、 $h$  : 水深、 $u$  :  $x$  方向の平均流速、 $v$  :  $y$  方向の平均流速、 $I_x$  :  $x$  方向の水路勾配、 $I_y$  :  $y$  方向の水路勾配、 $I_{fx}$  :  $x$  方向の摩擦損失勾配、 $I_{fy}$  :  $y$  方向の摩擦損失勾配、 $\varepsilon$  : 水平方向の渦動粘性係数であり、摩擦損失勾配に関しては、マンニングの粗度係数を導入すると以下のように表現できる。

$$I_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}}, \quad I_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (12)$$

また、水平方向の渦動粘性係数に関しては、種々の評価法があるが、ここでは鉛直方向の平均渦動粘性係数で表すとすると以下のようなものである。

$$\varepsilon = \frac{1}{6} \kappa u_* h \quad (13)$$

境界条件に関しては、解析モデルあるいは解析条件によって種々変化するが、基本的に上下流での水理量、側壁境界での条件が必要である。また、解法に関しては、差分法あるいは有限要素法で種々の解法が提案されているが<sup>6)</sup>、ここでは参考文献をあげることに止め、詳細は個々の論文を参照されたい。

### 5. 1. 2 3次元モデル

このモデルは、鉛直方向の運動方程式については静水圧分布を仮定するが、鉛直方向の流速成分を含め、流速の3成分の鉛直分布を解くというものであり、前述の2次元モデルより精度のよい流況を再現できる。基礎式は図-12に示すデカルト座標で表すと以下のようなものである。

運動方程式：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( A_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (15)$$

連続式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

ここに、 $u$ ,  $v$ ,  $w$  :  $x$  方向（流下方向；下流が正）、 $y$  方向（横断方向；左岸が正）および  $z$  方向（静水面が  $z=0$ ；上方が正）のそれぞれの流速、 $\xi$  : 静水面からの水位変動量、 $A_v$ ,  $A_h$  : 鉛直および水平渦動粘性係数である。

なお、連続式に関しては、河床から任意の高さまで積分した次式を用いて鉛直成分  $w$  および水位変動  $\xi$  を求める。

$$\int_{-h}^{\xi} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz + w_{\xi} - w_{-h} = 0 \quad (17)$$

$$w_z = w_{-h} - \int_{-h}^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz \quad (18)$$

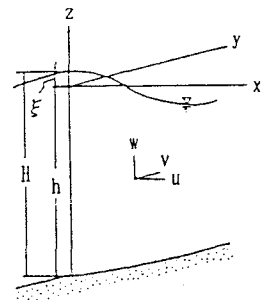


図-12 記号図

解法に関しては、式(14)～(18)に対して適切境界条件を設定し、何ら

かの数値計算法を利用して解かれるが、ここでは、鉛直方向に有限要素法、水平方向には差分法、時間積分法にはFractional step法を用いた計算モデル<sup>17)</sup>についてその結果を紹介する。

## 5. 2 河床変動に関する基礎方程式と解法

2次元の河床変動の基礎式は、基本的に2次元の流砂の連続式である。デカルト座標を用いると以下のように表される。

流砂の連続式：

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \quad (19)$$

ここに、 $q_{Bx}$ ：x方向単位幅流砂量、 $q_{By}$ ：y方向単位幅流砂量である。また、流砂の方向と底面での流れの方向が一致していると仮定すると次式で評価される（図-13参照）。

$$q_{Bx} = q_B \cos \delta, \quad q_{By} = q_B \sin \delta \quad (20)$$

$$\delta = \tan^{-1}(v_b/u_b) \quad (21)$$

ここに、 $q_B$ は主流方向の流砂量でたとえば前述した式(6)で評価される。なお、横断方向に関しては、河床勾配を考慮した次式<sup>18)</sup>が用いられる。

$$q_{By} = q_{Bx} \left[ \tan \delta - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial y} \right] \quad (22)$$

ここに、 $\mu_s$ ：砂の静止摩擦角、 $\mu_k$ ：砂の動摩擦角である。

なお、流れの解析において2次元モデルを用いた場合、鉛直方向の断面平均流速に関しての値しか評価できず、河道弯曲部あるいは構造物周辺での局所流など平均流と底面流の流向が異なる場合（いわゆる2次流が卓越する場合）流砂の流向がうまく評価できない可能性がある。この問題に関しては、2次流の特性が明らかにされている弯曲部では、この2次流の影響を考慮する方法が種々提案されている<sup>19, 20)</sup>。また、河床材料が混合粒径の場合は、粒度分布の時間的変化を考慮する必要があり、その場合は、1次元解析で示した式(7)および(8)を2次元に拡張して使用する。

境界条件としては、上流端で流砂量を与え、解析法としては2次元あるいは3次元の流れの計算結果から摩擦速度と底面流向から流砂量を評価し、通常式(19)を後退差分法を用いて解く。

なお、流砂量の評価に使用する摩擦速度に関しては2次元モデルでは通常マニング則を用いて以下の式で評価される。

$$u_* = \frac{n \sqrt{g(u^2 + v^2)}}{h^{7/6}} \quad (23)$$

また、3次元モデルでは底面での流速分布等で評価する。

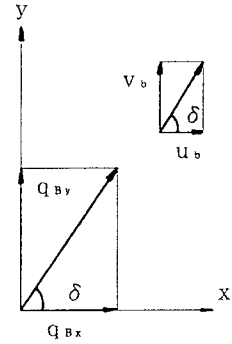


図-13 流砂量配分

## 5. 3 解析例

### 5. 3. 1 2次元浅水流モデルでの解析例

2次元浅水流モデルを用いた解析例に関しては、近年数多くのモデルが提案されており、山地河川あるいは構造物周辺などより複雑な流況での適用法や計算精度の向上が図られている<sup>21~23)</sup>。ここでは、急勾配水路においてブロック等の構造物を設置し、その構造物周辺で常射流が混在しているような状態での河床変動を検討した実験結果の解析例<sup>24)</sup>について紹介し、そのモデルの適用性・問題点などについて述べる。解析方法としては、常射流混在化の流れが解析可能なMacCormack法で解くというものであり、解析方法の詳細につ

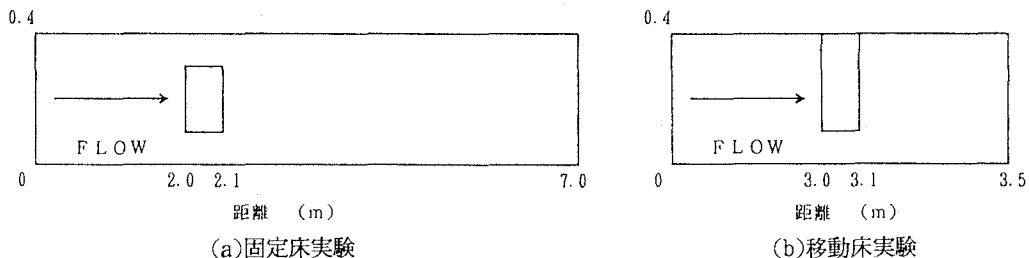


図-14 実験水路と構造物の概要

いては紙面の都合上省略し、結果についてのみ紹介する。

まず実験は、水路幅40cmの河床勾配1/25の水路に図-14に示すような構造物を設置し、表-2のような実験条件で固定床流れの実験と移動床実験が行われている。図-15は固定床での実験結果と解析結果について水面形で比較したものであるが、実験で現れているブロック上流での急激な跳水等が精度よく再現できている。

つぎに、河床変動実験に関して平衡状態での結果で比較したものが図-16である。実験結果を見ると、条件は異なるが、固定床で見られたブロック上流での跳水現象がブロック周辺での河床変動によって減衰している様子が分かる。

なお、実験は上下流域では掃流力を砂の移動限界掃流力程度に設定しているため、図で示している平衡状態は河床の砂が移動しないいわゆる静的平衡状態を示している。また、図-16では計算結果を実線で示しているが、構造物の先端での局所流による洗掘現象を除いて実験結果をうまく表現できている。

このように、流れに関して平面2次元モデルを用いることによって山地河川を含めある程度平面2次元の河床変動の予測が可能である。しかしながら、上述した結果にもあるように、局所的な3次元的流れが河床変動を支配している領域に対しては適用性が悪い。この問題に対する研究もなされており、実験水路等の比較的単純な河道に対してはある程度の適用性が報告されているが<sup>25)</sup>、複雑な構造物あ

表-2 実験条件

|                  | 実験No  |       |
|------------------|-------|-------|
|                  | a     | b     |
| 河床勾配             | 1/25  | 1/25  |
| 流量( $\ell$ /sec) | 13.60 | 6.35  |
| 平均粒径(mm)         | —     | 8.98  |
| 粗度係数             | 0.010 | 0.034 |

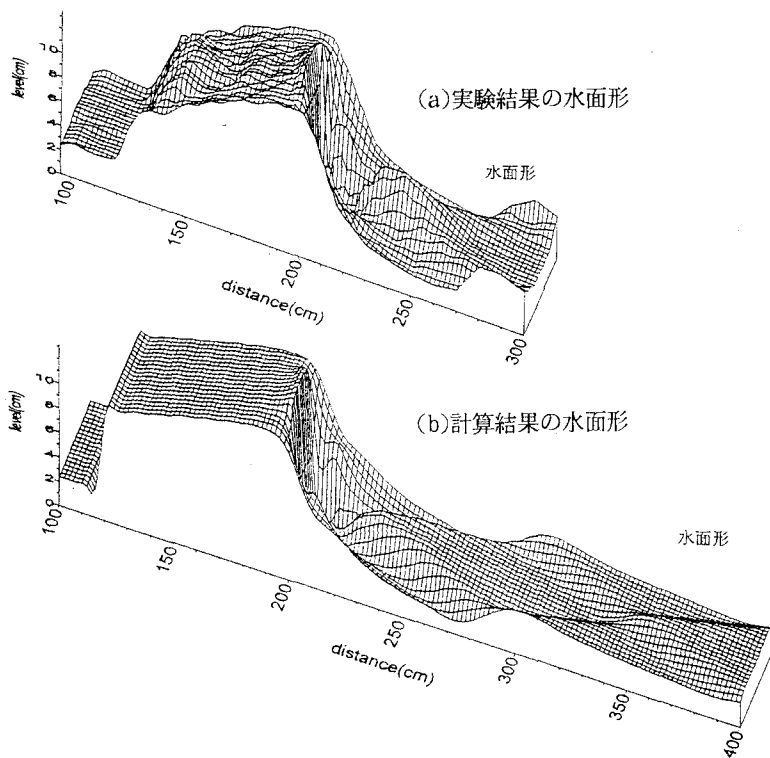


図-15 固定床実験結果と計算結果

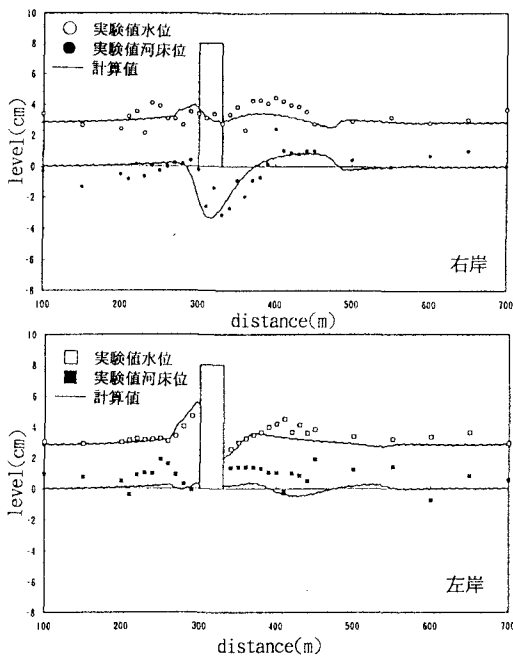


図-16 平衡状態での実験結果と計算結果

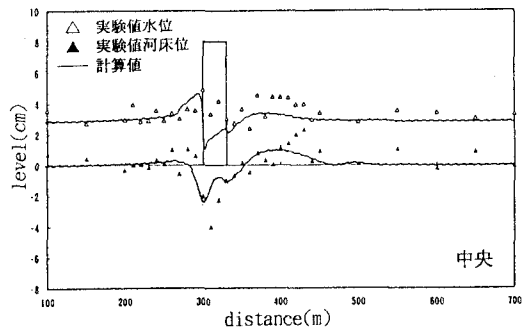


表-3 実験条件

|                |          |
|----------------|----------|
| Central Radius | 150 cm   |
| Width of Flume | 50 cm    |
| Bed Slope      | 1/200    |
| Discharge      | 6.00 l/s |
| Mean Depth     | 3.61 cm  |
| Mean Diameter  | 0.174 cm |
| Froude Number  | 0.10     |

るいは現地形状に適用できるかどうかは不明である。したがって、現状ではこのような領域に関しては3次元モデルを用いる必要があると思われる。

### 5. 3. 2 3次元モデルでの解析例

最も単純で2次元性の強い河床変動が現れる単弯曲水路の実験に適用した例<sup>26)</sup>を紹介する。実験は村本らによって行われた実験<sup>27)</sup>で幅50cm、曲率半径150cm、180°弯曲水路で行われてたものである。実験条件を表-3に示す。

図-17は平衡状態での平均流速ベクトル図、図-18は平衡状態での河床変動量をそれぞれ示したものである。弯曲部では固定床の場合入り口では内岸側に、流下するにつれて外岸側に主流が存在するが、2次流による外岸の洗掘および内岸の堆積に伴って主流は外岸に集中する様子が図-17から分かる。図-19は外岸および内岸での河床変動の時間的変化を比較したものであるが、全体的な河床変動の特徴、特に上流側の洗掘域に関

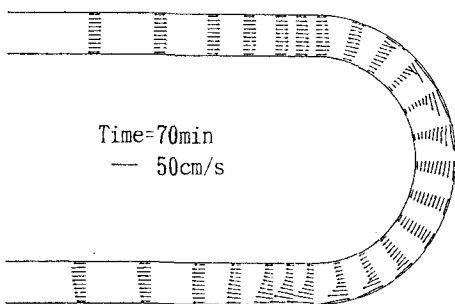


図-17 平衡状態での流速分布

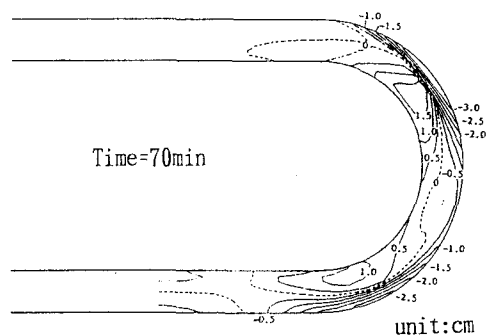


図-18 平衡状態での河床変動量

してはよく再現出来ていることが分かる。なお、下流域の非定常性のある河床変動に関しては再現できていないが、この現象は砂堆の通過によるものと考えられており、現状ではこの小規模河床形態を考慮するまでには至っていない。しかしながら、3次元モデルでは流砂の方向を規定する底面流向を予測することが出来るため、河床変動の精度に関しては上述した2次元モデルに比べると精度の高い計算結果を期待できる。

#### 5. 4 2次元河床変動の問題点と課題

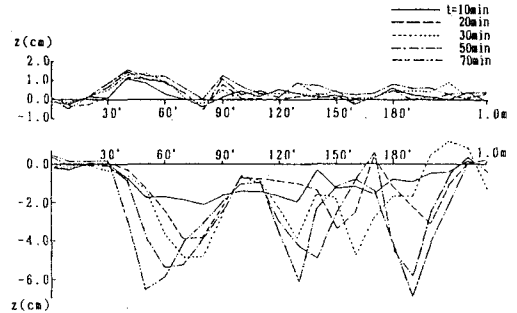
2次元河床変動解析の特徴は、河床高の平面的・時間的な変化を予測する出来る点にある。上述した解析例は、河床の初期状態を平坦な河床とし、河道内に構造物がある場合あるいは弯曲部に対してある洪水流量に対する流砂の動的平衡状態の河床形状を予測したものであるが、実際には流量変化を考慮することが可能であり、実河川での洪水期間内の最も危険な状態等の推定が可能である。しかしながら、この2次元河床変動解析が万能であるわけではなく、以下のような問題点が残されている。

第一の問題点は解析に用いる計算機の問題である。流れに関しては精度を上げるためには3次元にする必要があるが、未知数の量が飛躍的に増大するため、メッシュ数あるいはメッシュ間隔等にも依存するが、現状では2次元モデルを用いてさえ数kmの範囲で数日の洪水を対象とした解析に留まっている。この問題に関しては計算方法の飛躍的な高速化はあまり望めず、計算機の能力の向上を待たなければならないと思われる。したがって、現状では、長期間の平均的な河床変動に関しては1次元解析で、洪水時の平面的な形状変化に対しては2次元解析と重ね合わせて用いる方法が適切であると考えられる。

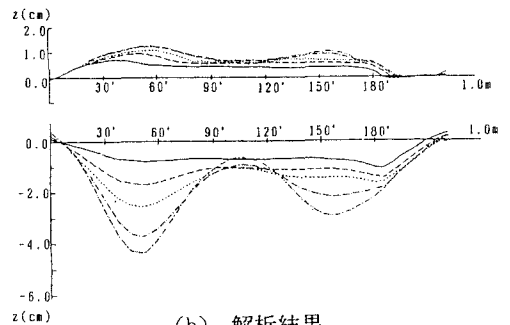
次の問題は、砂堆などの小規模河床形態の予測である。この小規模河床形態は流れと河床の相互作用で生じる不安定性のものであり、流れに及ぼす河床の抵抗に関係しているため古くから研究がなされているが、数値解析によって予測できるまでは至っていない。しかしながら、上述した弯曲部の実験結果のように平均的な局所洗掘と同程度の変動が砂堆の移動によって生じる可能性もある。さらに、山地上流域では河床変動はこの小規模河床形態に大きく依存しており、流れとの相互作用を含め、この小規模河床形態の予測が今後重要になってくると考えられる。

#### 6. おわりに

本論では、掃流砂に限定して移動床河川の諸問題に対する1次元あるいは2次元の数値解析法についてある程度予測が可能となっている例について紹介したが、基本的に河道形状あるいは水道がある程度固定されている河道について解析した例を示したものであり、側岸侵食を伴う蛇行水路等、河道内の水みち侵食、粘着性河道あるいは流砂の局所的な非平衡性を含んだ河床変動をなど、上述した問題のほかにも困難な課題が残されている。また、今回は省略したが浮遊砂を含む河床変動に関しても種々の問題があり、山地部を含んだ流域一貫とした土砂管理や多自然型川造りなど今後河床変動解析を利用するケースが増加すると考えられ、上述した課題について今後さらに検討する必要があると考えられる。



(a) 実験結果 (村本ら)



(b) 解析結果

図-19 実験結果と計算結果の比較

## 参考文献

- 1)道上正規：土砂収支と河床変動、土木学会水理委員会、水工学シリーズ82-A-7、pp. A-7-1～A-7-23、1982.
- 2)芦田和男：土砂移動現象の予測・制御概説、土砂移動現象に関するシンポジウム論文集、pp. 1-8、1992.
- 3)M. Michiue and O. Hinokidani: The time variation of bed level at an artificial contraction during flood, Proc. 23rd IAHR, pp. B-347-B-353, 1989.
- 4)Michiue, M., Suzuki, K. and O. Hinokidani: Formation of Low-Water Bed By Spur-Dikes in Alluvial Channel, Proc. 4th APD-IAHR, pp. 685-698, 1984.
- 5)板倉忠興：開水路流れにおける二、三の例、都市域急流河川の流れと河床変動の数値解析に関するシンポジウム、pp. 1-7、1994.
- 6)土木学会水理委員会水理学・水文学における数値解析手法研究小委員会：「水工学における数値解析手法の精度向上に関する研究」報告書、1992.
- 7)たとえば芦田和男・高橋保・道上正規：河川の土砂災害と対策、森北出版株式会社、1983.
- 8)芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第206号、pp. 59-69、1972.
- 9)平野宗男：Armoringをともなう河床低下について、土木学会論文報告集、第195号、pp. 55-65、1971.
- 10)道上正規・藤田正治・前田真吾：非平衡浮遊砂を考慮した急勾配水路における貯水池堆砂の計算法、水工学論文集、第34巻、pp. 367-372.
- 11)岡部健士・穴瀬康雄：MacCormack法に基づく1次元河床変動計算について、土木学会第47回年次学術講演会、pp. 124-125、1992.
- 12)河村三郎・中谷剛・前田哲史・澤田良二：TVD-MacCormack法による河床変動計算、土木学会第48回年次学術講演会、pp. 518-519、1993.
- 13)松井義幸・岡部健士・穴瀬康雄：常・射流混在流れによる混合砂礫床の1次元河床変動の数値計算法、土木学会第50回年次学術講演会、pp. 440-441、1995.
- 14)日下部重幸・道上正規・藤田正治・檜谷治・宮本邦明：跳水を含む流れと河床変動の数値計算、土木学会第50回年次学術講演会、pp. 442-443、1995.
- 15)Michiue, M., K. Suzuki: Effect of a Large Dam on Sediment Discharge and Morphology of the River Hii, Proc. 21th IAHR, Vol II, pp. 331-338, 1983.
- 16)Michiue, M., Hinokidani, O. and K. Suzuki: Effect of a Series of Consolidation Works on the Lowering of River Bed. Proc. 6th APD-IAHR, pp. 153-159, 1988.
- 17)道上正規・檜谷治：水制周辺の平面二次元河床変動計算に関する研究、水工学論文集、第36巻、pp. 61-62、1992.
- 18)長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究、北海道大学学位論文、1983.
- 19)清水康行・板倉忠興・山口甲：2次元モデルを用いた河床形態変化のシミュレーション、第31回水理講演会論文集、pp. 689-694、1987.
- 20)芦田和男・江頭進治・足立幸郎：蛇行水路における河床変動に関する研究、京都大学防災研究所年報、第31号B-2、pp. 1-17、1988.
- 21)西本直史・清水康行：水制による河床変化の数値計算、河道の水理と河床環境シンポジウム論文集、pp. 23-30、1993.
- 22)清水康行・平野道夫・渡辺康玄：河岸浸食と自由蛇行の数値計算、水工論文集第40巻、pp. 921-926、1996.

- 23)川島幹雄・福岡捷二：床固め工設計のための数値解析、都市域急流河川の流れと河床変動の数値解析に関するシンポジウム、pp. 39-46、1994.
- 24)道上正規・檜谷治・松本勝則・藤井健夫：常・射流混在化の混合砂河床変動シミュレーション、第48回土木学会中国支部研究発表会発表概要集、pp. 207-208、1996.
- 25)崇田徳彦・清水康行：河川構造物周辺の流れと河床変動計算について、都市域急流河川の流れと河床変動の数値解析に関するシンポジウム、pp. 47-51、1994.
- 26)檜谷治・道上正規：単弯曲水路における平面二次元河床変動計算、第8回西日本乱流シンポジウム、D-1、1990.
- 27)村本嘉雄・吉村知司：弯曲水路の河床変動に関する研究(2)、京都大学防災研究所年報、第12号B-2、pp. 59-69、1972.