

河床波と流れの抵抗

Sand Waves and Resistance to Flow

黒 木 幹 男

Mikio KUROKI

1. はじめに

本講では移動床 (movable bed) の流れを取り扱う。移動床とは固定床 (fixed bed) に対する言葉であり、流路床を構成する砂レキ (bed materials) が移動状態にある流れを云う。移動床の流れでは、流れと流路床との間の相互作用により流路床自身の形が変形し、さらにそれが流れに対する抵抗を規定することで、流れを変形させると云う、閉じたシステムを形成していることが大きな特徴である。これまでの研究によれば、流路床の変形によって生ずる形状は2種類のグループに大きく分けられることが知られている。1つは交互砂州 (alternating bars) に代表される中規模河床形態であり、他の1つは砂堆 (dune) に代表される小規模河床形態である。ここでは、これらを総称して河床波 (sand waves) と呼ぶこととして、河床波の形成および流れの抵抗との関係を述べることにする。

名 称	形状・流れのパターン		移動方向	備 考
	縦 断 図	平 面 図		
小規模河床形態	砂 連 		下 流	波長、波高が砂粒径と関係する。
	砂 堆 		下 流	波長、波高が水深と関係する。
	遷移河床 			砂連、砂堆、平坦河床が混在する。
	平坦河床 			
	反砂堆 		上 流 下 流	水面波と強い相互干渉作用をもつ。
中規模河床形態	砂 州 			波長が水路幅と関係する。
	交互砂州 		下 流	
	うろこ状砂州 		下 流	

図－1．河床波の分類（土木学会水理委員会研究小委員会報告¹⁾より）

2. 河床波の形成領域区分

河床波は規模や形状の異なるさまざまなものが知られているが、現在わが国では、図-1に示すような分類が一般的である。本図は、それまでに行われた多くの水路実験や現地観測を通して蓄積された知見を、土木学会水理委員会の中に設けられた「移動床流れの抵抗と河床形状」研究小委員会で整理したものである。本図はもとより以後の記述の多くも、これらの実験・観測研究の成果に負うところが大きであるが、代表例として Girbert(1914)²⁾ や Guy, Simons & Richerdson(1966)³⁾ のシステマイックな実験研究を挙げるに止める。

これらの河床波の一つ一つがそれぞれどのような条件下で形成されるかは、土木系だけでなく多くの分野の研究者の興味をそそる問題であった。このため多くの研究成果が発表されているが、方法論の違いによって大きく2つに分けることが出来る。1つは水路実験や現地観測の整理を通じた発見の方法による研究であり、他の1つは土砂水理学の理論式に基づく解析的方法による研究である。ここでは先ず、解析的な研究の成果の幾つかを紹介し、可能な場合には発見的方法の成果との比較をしてみることにする。

2. 1. 小規模河床形態に関する河床安定理論

小規模河床波を対象をにした解析的な研究は、Kennedy(1963)⁴⁾ に始まり、その後多くの研究が積み重ねられた。これらは、河床高に微小な2次元擾乱を与えるとともに、これにより誘起される流れの変化も微小なものとして、方程式系を線形化して解析するものであり、線形安定論の範疇に入るものである。このためこれらの解析的研究を「河床安定論」と総称することもある。これまでの研究を流れの表現方法によって分類すると、以下の3つに分類できる。この種の研究の嚆矢となった Kennedy の研究は、第一番目のポテンシャル流れを用いたものである。代表的な研究を幾つか挙げておく。

- 1) ポテンシャル流 ; Kennedy(1963), Hayashi(1970)⁵⁾
- 2) 1次元浅水流 ; Reynolds(1965)⁶⁾, 椿・斉藤(1967)⁷⁾, Gradowczyk(1968)⁸⁾
- 3) 2次元セン断流 ; Iwasa & Kennedy(1968)⁹⁾, Smith(1970)¹⁰⁾, Engelund(1970)¹¹⁾

河床安定論では、河床形状と流砂量との位相差が河床高に与えた微小な擾乱の成長・減衰を決定する。以下に簡単に説明する。いま、簡単のため浮遊砂は無視して掃流砂のみを考えると、流砂の連続式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-n} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

ただし、 η : 河床高に与えた微小変位、 q_B : 掃流砂量、 x : 縦断方向の距離、 t : 時間、 n : 河床材料の空隙率である。

河床形状およびこれに誘起される変動は、次式のように正弦波で表される。

$$\begin{aligned} \eta &= \hat{\eta}_0 \exp[i k(x - c t)] \\ q_B &= \hat{q}_B \exp[i k(x - c t + \phi_s)] \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし、 $\hat{\eta}_0$: 河床擾乱の振幅、 $\hat{q}_B$: 流砂量の擾乱の振幅、 k : 擾乱の波数、 C : 擾乱の移動速度、 ϕ_s : 河床高の擾乱と流砂量の擾乱の間の位相差。

式(2.2)を式(2.1)に代入して整理すると、複素移動速度 C は次式のように表せる。

$$C=C_r+i C_i=\frac{1}{1-n} \frac{\hat{q}_B}{\hat{\eta}_0} \exp (i k \phi_s) \tag{2.3}$$

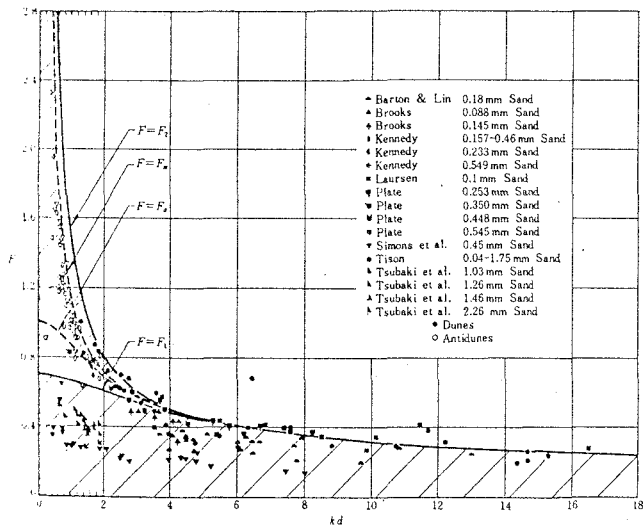
したがって、擾乱の変化は次式のように、 $k \phi_s$ により決定される。

$$k C_i \quad \left\{ \begin{array}{ll} > 0 \text{ (発達)} & ; \quad 0 < k \phi_s < \pi \\ < 0 \text{ (減衰)} & ; \quad -\pi < k \phi_s < 0 \end{array} \right. \tag{2.4}$$

初期の研究では、位相差 ϕ_s を人為的に与えるとともに、その物理的な意味の解釈が主要な課題となっていた。その後、河床砂レキの移動機構の研究の進展と共に、位相差を物理的に無理の無い形で取り入れる工夫が重ねられ、今日に至っている。

近年この種の研究は一段落した感があり、一時期ほどには研究者の興味を引かなくなっているようである。しかし、現在の研究レベルはまだ充分な段階に達しているとは云い難い。以下幾つか気がついた点を指摘して、今後の研究の進展を期待したい。

第一に、解析結果の表現について。小規模河床形態の河床安定論による解析結果は、図－2のような表現が一般的である。図－2は敬意を表する意味で、わが国における大先達である林泰造先生の初期の解析結果を示す。縦軸はフルード数、横軸は波数である。この横軸に波数を取っている（取らざるを得ない）点で、安定解析の結果の表現としては妥当であっても、区分図として未完成である。関係する水理量がフルード数だけというはずはなく、まず水理量を量軸（関係する水理量が3つ以上あるかも知れないが）にとった表現で表されるべきである。その後必要に応じて波長を議論すれば足りる。



図－2．河床安定論による解析結果の例（Hayashi^{5）}）

第2に、河床波の3次元性に対する考慮がほとんどなされていない点を指摘したい。小規模河床形態の解析では、流れの横断方向に直線状のクレストを有する2次元的な波として扱われる場合がほとんどである。しかし、多くの実験でそのような河床波は小数で、多くは横断方向にも波状性を有していることが指摘されている。研究の初期段階では、2次元近似も妥当であるが、進展に応じて現実的な形状を扱う努力が必要である。著者の知る範囲では、Engelund & Fredsøe(1971)^{1,2)}がある。

第3に、中規模河床形態との関連が議論されていない点を指摘したい。実験水路では、水路の大きさ、河床材料、水理量を適切に選択すれば、小規模河床形態と中規模河床形態を分離して発生させることは可能である。両河床形態が共存する状態を再現するには、相当程度大きな水路、流量が必要であり、むしろ困難を感じるほどである。しかし、後述するように実河川では、小・中規模河床形態は共存していることが普通のようにあり、解明が必要である。ごく初歩的な段階の解析ではあるが、著者ら(19**)(13)が試みたものがある。

第4に、形成領域区分の問題とは離れるが理論解析と云う関連で此处で記すが、波高に関する議論も極めて例が少ないことを指摘したい。小規模河床形態の波高を議論しようとする、流れの剥離の問題を避けて通る訳には行かないので、大変に難しい問題ではある。しかし、後述する流れの抵抗の多価性は、河床高との関連で表れることを考えると、是非解明が必要な課題である。

参考までに、著者が剥離を考慮せずに行った解析の結果を図-3に示す。

$$\eta = \hat{\eta}_1 \exp[ik(x-Ct)] + c.c. + \hat{\eta}_2 \exp[2ik(x-Ct)] + c.c. \quad (2.5)$$

本解析では、河床波形状を式(2.5)で表して縦断方向に非対象性を与えるとともに、2成分とも同じオーダーとして、2次のオーダーまでの解析を行った。Guyらのデータ中 dune 判定される92個のデータと比較したが、理論解が得られたものは約半数であり、波高および移動速度（何れも無次元）は図に示すような結果になった。実験値は1オーダーの範囲で変化しているのに対して、計算値は2オーダーの範囲にばらついている。流れをさらに適切に表現することが必要である。

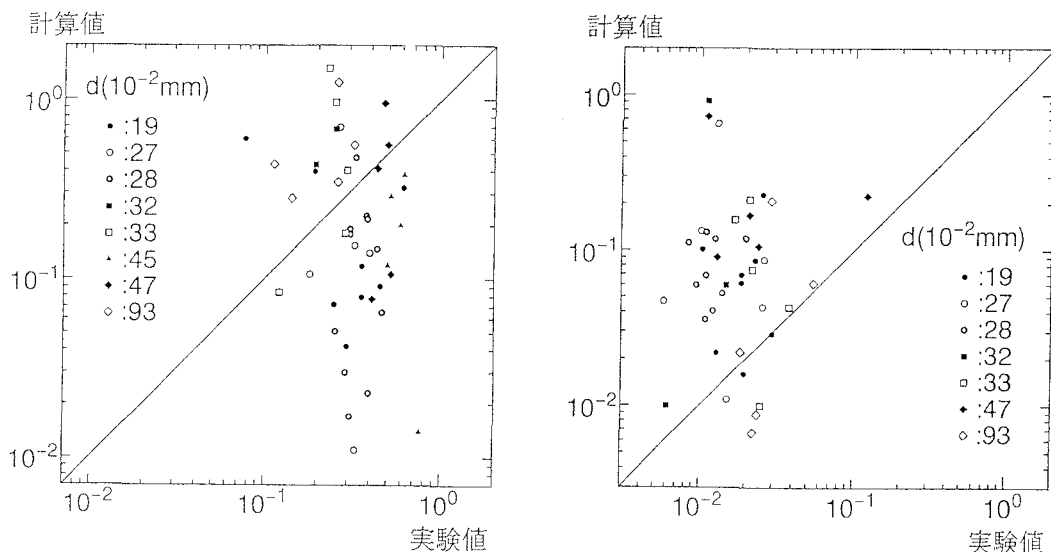


図-3. 非線形理論による波高・移動速度（黒木）

2. 2. 中規模河床形態に関する河床安定理論

中規模河床形態のうち、単列交互砂州は流路の蛇行と密接な関係があり、流路蛇行の成因としても多くの研究がなされてきた。例えば、水面の静振説、ラセン流説、流れの不安定説などである。しかし、最近では前出の Kennedy の理論に刺激されて、河床面不安定説が主流をなしている。1970年までの研究は、林 (1970)¹⁵⁾ の詳細な解説があるので、ここではそれ以降の研究の概要を記すことにする。

中規模河床形態を対象とした研究も、小規模河床形態の場合と同様に初期にはポテンシャル流を用いた理論展開がなされたが、最近では2次元浅水流理論に基づくものが主流となっている。ごく希には、3次元セン断流理論による解析も行われている。

2次元浅水流理論による解析の概要を示す。流下方向に x 、横断方向に y をとると、流れの運動方程式および流れと流砂の連続式は以下のように書ける。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g I_0 - \frac{\tau_x}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial x} (h + \eta) \quad (2.6)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\tau_y}{\rho h} - g \frac{\partial}{\partial y} (h + \eta) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (u h) + \frac{\partial}{\partial y} (v h) = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-n} \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right] = 0 \quad (2.9)$$

ただし、 u, v : x, y 方向の流速、 h : 水深、 I_0 : 平均河床勾配、 τ_x, τ_y : 河床セン断力の x, y 方向成分、 q_x, q_y : 掃流砂量の x, y 方向成分。

2次元浅水流理論では、上の4基本式の変量を平均値と変動量に分けて摂動展開を行い、変動量に関する線形方程式を導く。誘導自体は簡単であるから説明を省略する。導かれた変動量に関する方程式系を解くに当たって、河床セン断力および掃流流砂量の x, y 方向成分をどのように表すかに主たる工夫がある。代表的な幾つかの解析について調べると、次式のようにまとめて表すことが出来て、係数は表-1に示すようになっている。

$$\tilde{\tau}_x = a_1 \tilde{u} - a_2 (\tilde{\xi} - \tilde{\eta}) \quad (2.10)$$

$$\tilde{\tau}_y = \tilde{v} + a_3 \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial y} \quad (2.11)$$

$$\tilde{q}_x = a_4 \left(\tilde{\tau}_x - \delta_1 \frac{\partial \tilde{\tau}_x}{\partial x} \right) \quad (2.12)$$

$$\tilde{q}_y = \tilde{v} - a_5 \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial y} \quad (2.13)$$

ただし、記号の上に波型を付したものは、無次元変動量、 x_*, y_* : x, y 。 ξ : 水面変動を表す。

式(2.10)は抵抗則を通して求められたもので、係数の相違は用いて抵抗則の違いが原因である。この式は基本的にはセン断力と河床形状の関係を与えるものであり、より物理的な背景の明確な立式が望まれるところである。

式(2.11)(2.13)はセン断力の作用方向および流砂の運動方向を規定する式であり、林・尾崎はいずれも流向と一致するとしている。これに対して、黒木・岸は横断方向に傾斜した一様斜面上の砂粒運動の解析から、

流向との間にずれを導入している。

式(2.12)は流砂量式より求められている。林・尾崎、Fredseは、セン断力と流砂量の間の位相遅れを考慮していない。これに対して、黒木・岸は、 δ_* が砂粒の平均移動距離に等しいとして解析に取り入れている。後に、林・尾崎(1978)も同様な位相遅れを解析に取り入れている。

表-1. 各理論解析における係数の比較

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	δ_*
林・尾崎(1975)	2	$\frac{5}{6+2.5 \ln(h_0/k_s)}$	0	$\frac{\tau_*}{\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_*}$	0	0
Fredse(1978)	2	$\frac{5}{6+2.5 \ln(h_0/2.5d)}$	0	同上	0	0
黒木・岸(1982, 4)	2	1/3	$\frac{3}{2} \frac{\Phi}{\phi} \frac{1}{\mu \sqrt{\tau_*}}$	同上	$\frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_c} \frac{\tau_*}{\tau_*}}$	砂粒の移動距離 (Einstein式)

ϕ : 流速係数、 k_s : 相当粗度高、 τ_{*c} : 無次元限界掃流力、 μ_c : 静止摩擦係数、 μ : 動摩擦係数
 h_0 : 等流水深、 Φ : 流砂量式であり、各解析用いている形式は異なる

中規模河床形態を対象にした解析では、擾乱の形は次式のように仮定される。

$$\begin{aligned}
 (\tilde{\eta}, \tilde{\xi}, \tilde{\tau}_x, \tilde{q}_x) &= (\hat{\eta}, \hat{\xi}, \hat{\tau}_x, \hat{q}_x) \exp[ik(x-Ct)] \cdot \cos(\ell y) \\
 (\tilde{v}, \tilde{\tau}_y, \tilde{q}_y) &= (\hat{v}, \hat{\tau}_y, \hat{q}_y) \exp[ik(x-Ct)] \cdot \sin(\ell y)
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

ここに、 k : 縦断方向波数、 $\ell = m\pi h_0/B$: 横断方向波数、 m : 横断方向のモードで整数、 B : 水路幅。

線形化した基礎方程式系にこれらの関係を代入して整理すると、振幅に関する連立方程式が得られる。この連立方程式は定数項を持たないから、有為な解が存在する為には、係数マトリックスが“0”とならなければならない。この条件より、複素波速 C を求めると次式のように5つのパラメータを含んでいる。

$$C = fn(F_r, I_0, \tau_*, k, \ell) \tag{2.15}$$

しかし、抵抗則を仮定しているから、3つの水理量は互いに独立ではない。さらに、水理量の間の恒等的な関係を用いれば、パラメータは種々の組み合わせが可能であり、その幾つかを例示すれば以下のようである。

$$C = \begin{cases} fn(\tau_*, I_0, k, \ell) & (2.16.a) \\ fn(\tau_*, h_0/d, k, \ell) & (2.16.b) \\ fn(F_r, f, k, \ell) & (2.16.c) \\ fn(h_0/d, I_0, k, \ell) & (2.16.d) \\ fn(\phi, I_0, k, \ell) & (2.16.e) \end{cases}$$

林・尾崎は式(2.16.c)のパラメータを用いて、擾乱の不安定領域を求めている。。彼らは、 f 、 B/h_0 、 m の値を与え、 F_r-k 相関面上に不安定領域を求め、フルード数により発達する砂州の長さに制約があることを示した。しかし、モード m はあらかじめ条件として付与する必要があり、水理・河道条件が与えられたとき、どのようなモードの河床形態が卓越するかと云う問題には答えていない。

この問題解決の糸口は Engelund & Skovgaard(1966)¹⁸⁾によって与えられた。彼らは増幅率の極大値と波数 l との関係に着目し、卓越モード m を決定する方法を提案した。この方法によれば、卓越モードとそれに対応する波数 k は、水理・河道条件によって自動的に定まり、形成限界は式(2.16)を修正して、次式のパラメータで表せる。

$$f_n(\tau_*, I_0, B/h_0) = 0 \quad (2.17.a)$$

$$f_n(\tau_*, h_0/d, B/h_0) = 0 \quad (2.17.b)$$

$$f_n(F_r, f, B/h_0) = 0 \quad (2.17.c)$$

$$f_n(h_0/d, I_0, B/h_0) = 0 \quad (2.17.d)$$

$$f_n(\phi, I_0, B/h_0) = 0 \quad (2.17.e)$$

Engelundらは具体的な計算はほとんど行っていないが、研究の進展を促した貴重な研究である。その後、幾人かの研究者により具体的な形成領域区分の計算が行われているが、ここでは著者らの求めた結果を図-4に示す。図は式(2.16.a)の形で表現されており、 τ_* と B/h_0 を両軸にとり、 I_0 を媒介変数としている。

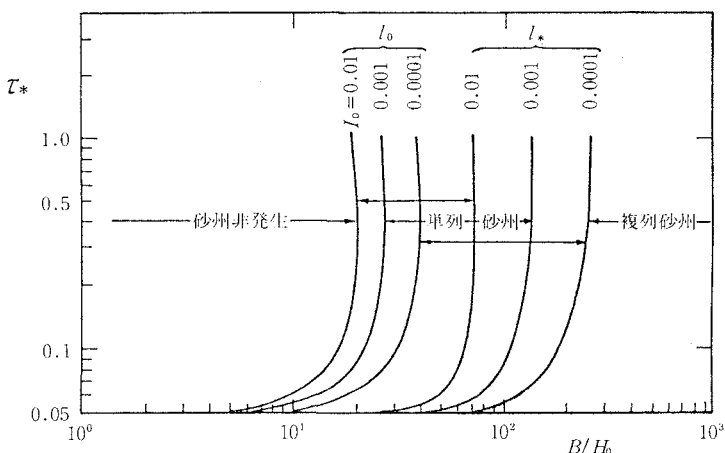
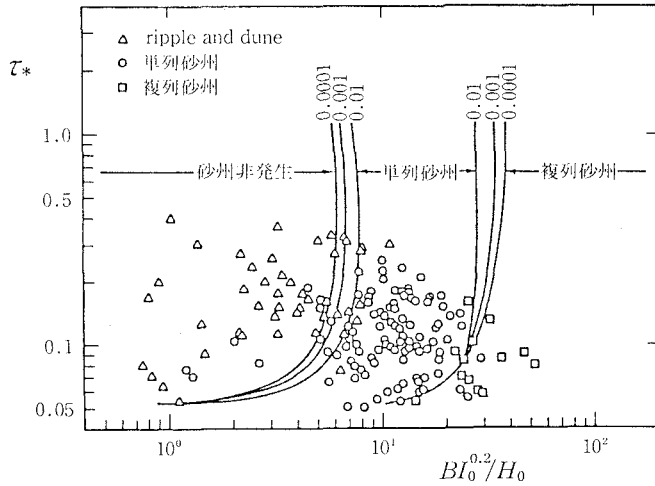


図-4. 理論より求めた中規模河床形態の形成領域区分

2. 3. 中規模河床形態の形成領域区分

理論解析の結果は図-4に示すとおりであるが、実用的な観点からは区分線が I_0 によって変かするのは不便である。そこで、 I_0 の影響を区分図の横軸に取り入れて、 B/h_0 の代わりに $B I_0^{0.2}/h_0$ を取ると、図-5に示す程度には区分線をまとめることができる。 $\tau_* > 0.1$ の範囲では、次のような簡略化して表現も可能である。

$B I_0^{0.2}/h_0 < 7$	砂州非発生領域
$7 < B I_0^{0.2}/h_0 < 30$	単列砂州領域
$30 < B I_0^{0.2}/h_0$	複列砂州領域

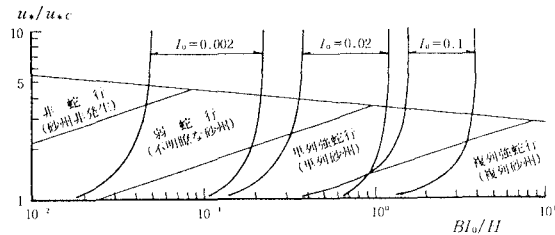


図－５．理論解析結果を修正して作った実用的な区分図

これまでに多くの区分図が、発見的な方法で提案されている。両軸に取られるパラメータもいろいろである。その理由の一つは、式(2.17)に示されている。以下では、代表的な区分図と理論解析の結果を比較する。

a) $u_* / u_{*c} - B I_0 / h_0$ タイプ

このタイプの区分図では、中規模河床形態の形成領域の u_* / u_{*c} に上限があるとしているのが特徴である。例として池田の区分図と比較すると図－６のようになり、解析ではそのような上限は表れない。また、解析で求めた単列交互砂州の形成領域は河床勾配の値によって、横軸方向に大きく移動する。このタイプの区分図が成立した理由は、用いた資料の I_0 の範囲が限られていた為と考えられる。



図－６．池田の区分図との比較

b) $u_0 / u_{*c} - B I_0 / h_0$ タイプ

このタイプは玉井らによって提案されている。図－７に示すように理論区分線の位置は I_0 の値によって大きく異なり、広い範囲に渡って1本の区分線で区分を行うことは困難である。このタイプの区分図が成立した理由も、前例と同様に用いた資料の I_0 の範囲が限られていた為と考えられる。

ところで、横軸にとられたパラメータ $B I_0 / h_0$ は中規模河床形態の区分ではしばしば見られるが、理論では、 B / h_0 と I_0 は独立であり、上述の2つの区分図を見る限り、これらの積をとる理由は見いだせない。

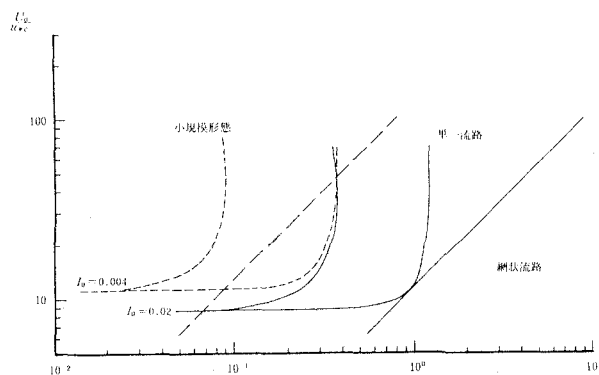


図-7. 玉井らの区分図との比較

c) $h_0/d - B/h_0$ タイプ

このタイプは村本・藤田によって提案されている。 I_0 を含まないのが特徴である。理論区分線を移写すると図-8のようになる。理論線は I_0 の減少と共に斜め右上方に移動する。縦軸方向の変化は I_0 によって移動限界を与える h_0/d の値が異なるためである。今限界掃流力付近でね理論線が左に張り出す性質を無視して、包絡線を引くと右上がりのほぼ平行な2本の線になる。このタイプの区分図で I_0 を陽に含まない形で区分が出来た理由である。

d) $F_r/I_0 - B/h_0$ タイプ

このタイプはParkerによって提案されている。Parkerは区分線を河床安定理論から導いている点がこれまでのものと異なる。但し、 $(F_r/I_0) \cdot (B/h_0)$ が区分パラメータとなることを示しただけで、区分線自体は資料に基づいて定めている。著者らの区分線の包絡線と比較すると、図-9に示すように区分線の位置や傾きが異なる。パラメータ自体は妥当でも、Parkerの区分線は用いる資料に依存している。

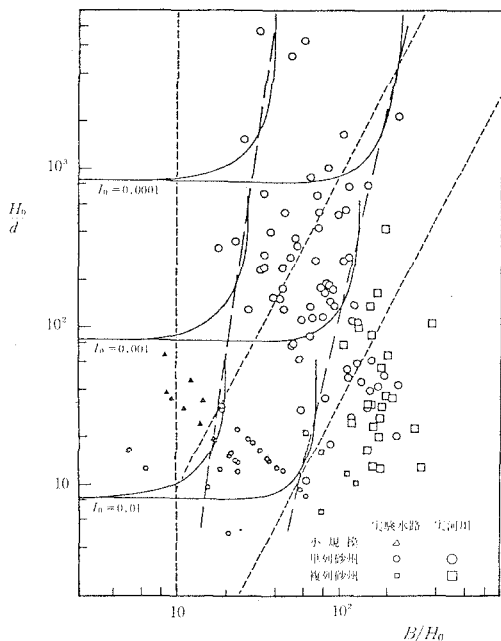


図-8. 村本らの区分図との比較

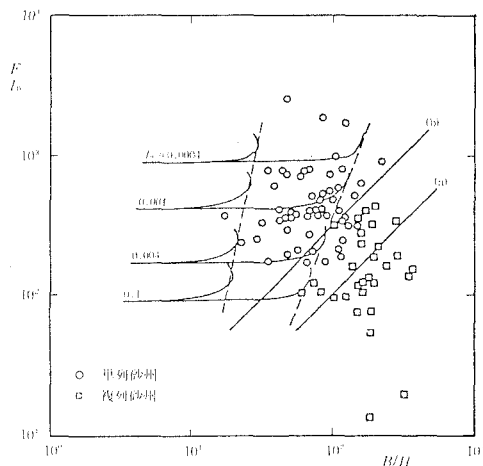


図-9. Parkerの区分図との比較

3. 水路実験による流れの抵抗の研究

移動床流れにおける流れの抵抗は、河床形態によって大きく変化し、同一の水深・勾配でも流量は幾種類かが表れる。Vanoni & Brooks(1957)²⁰⁾ はこの事実を実験的に明らかにし、河床形態と流体抵抗の関係を最初に論じた。図-10は、平均粒径 0.125mmの砂を用いた水路で、流量をいろいろ変化させて、一定水深を与える勾配を求めた実験結果の一例である。水深・勾配に対して、3つの流速の値が存在することが判る。

河床材料は与えられるものとして、水深・勾配を独立変量とすると、流速（または流速係数）は一義的に定まらない。これに対して、流速・水深を独立変量にとると、勾配（またはマサツ係数）は一意に定まることになる。このように独立変量の取り方が、移動床流れの抵抗予測を考える上で重要である。さらに、流れに多価性が表れる水利条件の範囲を明確にすることが必要になる。

移動床流れの抵抗の問題は、主として小規模河床形態を対象に多くの研究が積み重ねられてきた。しかし、ここでは全般的な研究の紹介と評論は行わない。研究の発展経過については Yalin²¹⁾ や吉川²²⁾ の著書に詳しい記述がある。

岸・黒木(19**)²³⁾ はこれまでに行われた多くの水路実験資料を収集・解析して、小規模河床波を持つ流れの抵抗則を導いている。岸らが与えたセン断力図の一例を、図-11に示す。セン断力図は径深と粒径の比 R/d をパラメータとして、河床に働く全セン断力 τ_* と粒子（有効）セン断力 τ'_* を両軸に取って表されている。 τ_* および τ'_* は次のように定義される。

$$\tau_* = R I / s d \quad (3.1)$$

$$\tau'_* = R' I / s d \quad (3.2)$$

$$v = \sqrt{g R' I \left[6 + 2.51 \ln \left(\frac{R'}{2d} \right) \right]} \quad (3.3)$$

ただし、 $s = (\rho_s - \rho) / \rho$ 、 ρ_s : 河床材料の密度、 ρ : 流体の密度。

式(3.3)を指数式で近似して若干の変形を施せば、次式が得られる。

$$\frac{v}{u_*} = \phi = 7.66 \left(\frac{R}{2d} \right)^{1/6} \left(\frac{\tau'_*}{\tau_*} \right)^{2/3} \quad (3.4)$$

従って、右辺の $(\tau'_* / \tau_*)^{2/3}$ は河床波による抵抗の増加を表し、河床形態毎に τ_* および τ'_* の関係が求まれば、流れの抵抗則が確定する。

岸らは、図-11中の実線のように、河床形態毎に τ_* と τ'_* の関係を定式化して、表-2のように与えている。砂堆河床(dune)および遷移河床(Transition)を、抵抗の観点からそれぞれ2種類に分けられるとしても、指摘しておかねばならない。

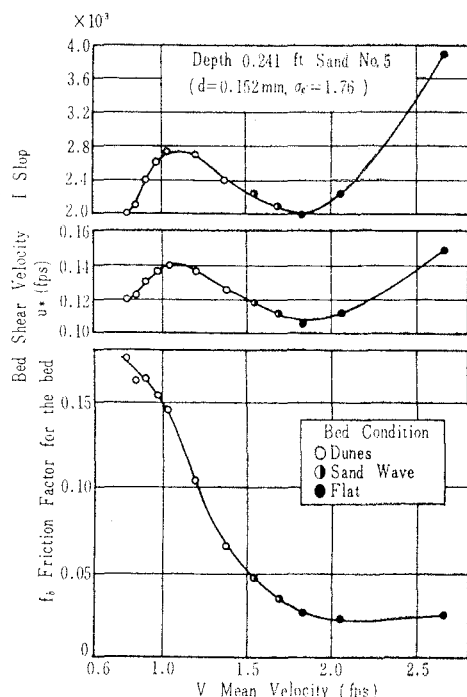


図-10. 流れの多価性
(Vanoni & Brooks の実験)

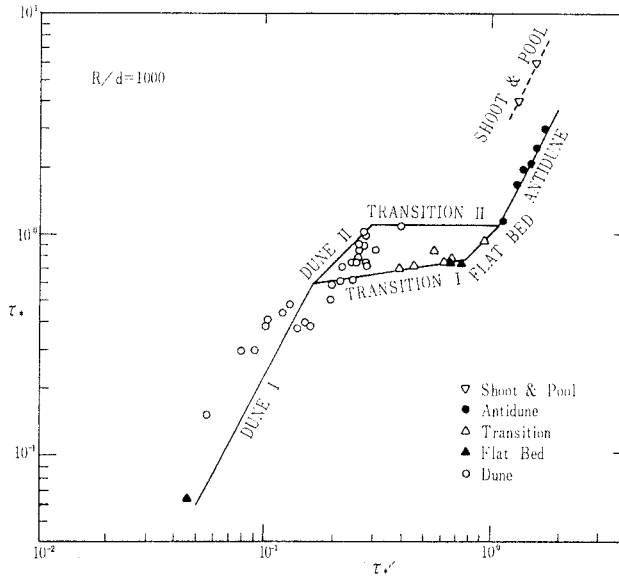


図-11. 全せん断力 τ_* と粒子せん断力 τ'_* の関係(せん断力図)

表-2. 全せん断力 τ_* と粒子せん断力 τ'_* の関係の定式化と抵抗係数

Dune I	$\tau'_* = 0.21 \tau_*^{1/2}$	(3.5)	$\phi = 2.4 \left(\frac{R}{d} \right)^{1/6} \tau_*^{-1/3}$	(3.10)
Dune II	$\tau'_* = 1.49 \left(\frac{R}{d} \right)^{-1/4} \tau_*$	(3.6)	$\phi = 8.9$	(3.11)
Transition I	$\tau'_* = 6.5 \times 10^7 \left(\frac{R}{d} \right)^{-5/2} \tau_*^{11/2}$	(3.7)	$\phi = 1.1 \times 10^6 \left(\frac{R}{d} \right)^{-3/2} \tau_*^3$	(3.12)
Flat	$\tau'_* = \tau_*$	(3.8)	$\phi = 6.9 \left(\frac{R}{d} \right)^{1/6}$	(3.13)
Antidune	$\tau'_* = 0.264 \left(\frac{R}{d} \right)^{1/5} \tau_*^{1/2}$	(3.9)	$\phi = 2.8 \left(\frac{R}{d} \right)^{3/10} \tau_*^{-1/3}$	(3.14)

なお、遷移河床Ⅱでは、 τ'_* は τ_* に独立に変化する。

砂堆Ⅰと砂堆Ⅱの境界が遷移河床Ⅰの始点であるが、遷移河床Ⅰがあらわれ始めるせん断力 τ_{*1} は、

$$\tau_{*1} = 0.02 \left(\frac{R}{d} \right)^{1/2} \quad (3.15)$$

砂堆Ⅱあるいは平坦河床の終点が反砂堆の始点になるが、反砂堆があらわれ始めるせん断力 τ_{*2} は、

$$\tau_{*2} = 0.07 \left(\frac{R}{d} \right)^{2/5} \quad (3.16)$$

図-11に示されているように、せん断力が式(3.15)と式(3.16)の間にあるときは、河床形は一般に遷移河床であり、 τ'_* は砂堆Ⅱ、遷移Ⅰ、遷移Ⅱおよび平坦で囲まれる領域内において多価性を示す。

4. 河川における流れの抵抗の研究^{24) 25)}

昭和56年8月初旬から9月初旬にかけて北海道は連続して3回の豪雨に見舞われ、全道的に大きな被害を受けた。石狩川では、8月3日～6日にかけての最初の豪雨により、当時の計画を大幅に上回る洪水を経験した。この洪水のさなかに、北海道開発局の努力により、多くの貴重な観測が行われた。図-12には、例として、石狩川の下流で行われた流量観測と河床形状観測の実施時刻と流量の関係を示す。洪水時の観測が如何に危険で困難な作業であるか想像できれば、とれ程貴重なデータか判るであろう。

図-12に白丸で示された6回の流量観測資料から、Manning の粗度係数 n を求めると図-13に示すように、水位の高い状態で n は小さく、水位が下がった状態で逆に n は大きくなっている。

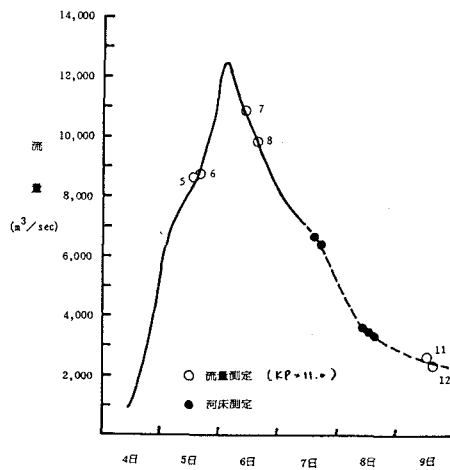


図-12. 流量ハイドロと観測時刻
(石狩川KP=11km, Aug. 1981)

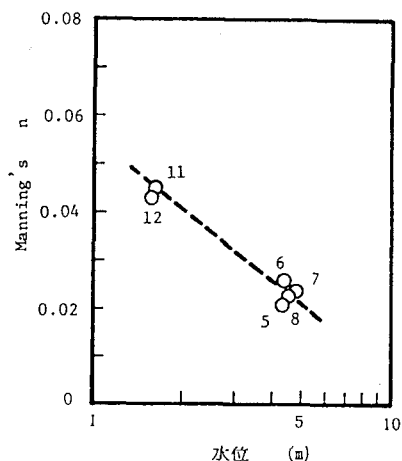


図-13. 水位と粗度係数の変化
(石狩川KP=11km, Aug. 1981)

この資料を前出の黒木・岸のセン断力図の形に整理すると図-14のようになり、水位の上昇に連れて砂堆河床から平坦河床へと遷移していることが推定される。実際このときには図-12中で黒丸で示された時刻に河床形状の観測がエコーサウンダーを用いて行われており、図-15に例示されるように水位によって河床の形状は全く異なっている。

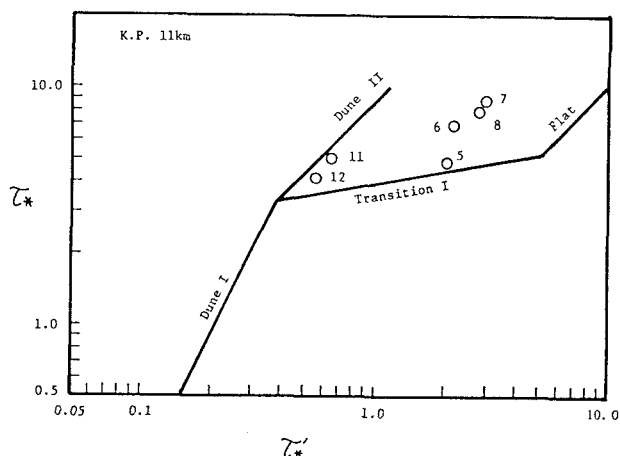


図-14. τ_* と τ'_* の関係 (石狩川KP=11km, Aug. 1981)

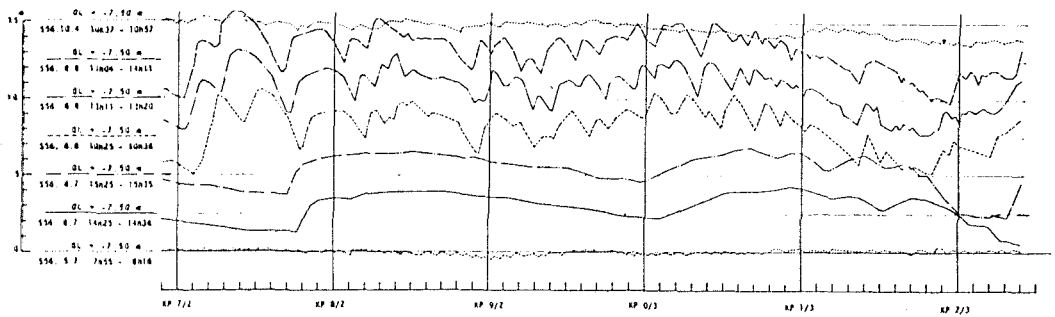


図-15. 河床形状の時間変化 (石狩川、Aug. 1981)

波形を調べると、8月7日の河床波は波高 $\Delta = 1.0 \sim 2.5\text{m}$ 、波長 $L = 70 \sim 250\text{m}$ となだらかである。これに対して、8月8日の河床波は波高は変わらないが、波長 $L = 20 \sim 30\text{m}$ 波形勾配が急になっている。流量の増大で崩壊した河床波が、流量の減少と共に再び砂堆河床に戻ったものと考えられる。また、縦断方向に測った河床高の分散と粗度とは線形な関係があることが知られているが、8月7日の河床波の分散は、8月8日のそれに比べて小さいことは明かであり、抵抗変化との対応は良好である。

一方、石狩川の上流では粗度係数は、図-16に例示するように水位の上昇に従って増加する。また、増水期と減衰期でループを描くようである。図-17に同じ場所のセン断力図を示す。図-17によれば、この地点では砂堆Ⅰから砂堆Ⅱの理論線に沿って描点が変化しており、河床波の発達が抵抗増加を生んだことを示している。

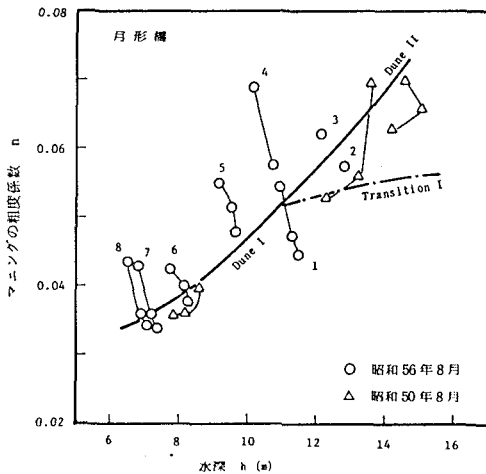


図-16. 水深・粗度係数の関係
(石狩川、月形橋、KP=58km、Aug. 1981)

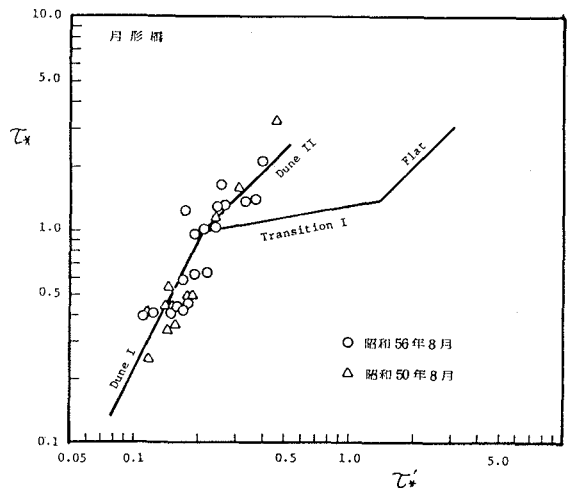


図-17. τ_* と τ'_* の関係
(石狩川、月形橋、KP=58km、Aug. 1981)

ここに示した石狩川の2地点の例は、河床波の特性によって流れの抵抗は全く異なった様相を示すことを如実に示している。河川の洪水防御計画において、このような抵抗変化をどのように取り入れるかには議論の余地があるが、抵抗測の重要性を改めて指摘したい。

ところで、河川では一般に小規模河床形態と中規模河床形態とが共存している。石狩川は砂州の区分図(前出の図-5)によれば、単列砂州領域の左側、非砂州領域との境界付近に位置している。これに対して、

砂州領域の左側にプロットされるような河川の資料で抵抗特性を調べると、図-18に示した芽室川の例のように、石狩川とは大きく異なる抵抗変化を表す。

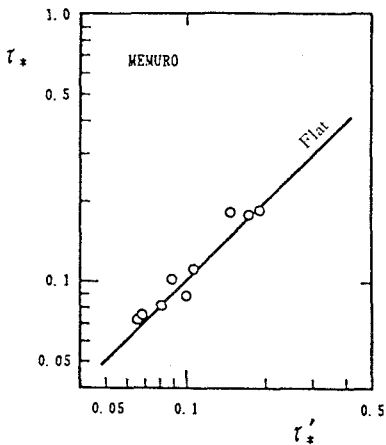


図-18. 砂州河川の抵抗変化の例（芽室川）

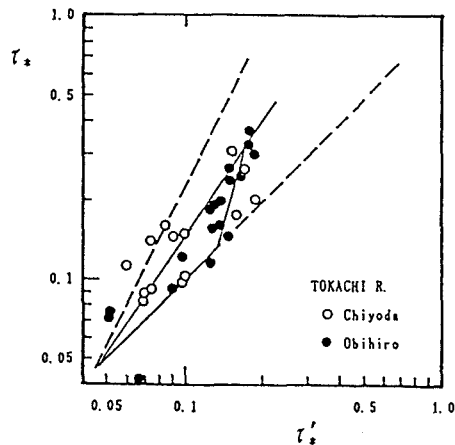


図-19. 中間的な抵抗変化の例（十勝川）

芽室川の τ_* と τ_*' の関係は、平坦床のそれとほぼ一致している結果となった。水路実験においても同様のことは確かめられており、単列砂州の発達した河川では顕著な抵抗増加は認められない。区分図の中央付近にプロットされる河川では、抵抗特性も図-19に示すように、石狩川型と芽室川型の中間的な変化を示すことが判った。

著者は、このような抵抗特性の違いが、砂州の波高に関連しているものと推定している。砂州波高が大きくなると、平面的な水理条件の変化が大きくなり、共存する小規模河床波の形態も面的に変わることが予想される。砂州のトラフの部分に河床波が発生しづらいことは、水路実験でも確かめられるが、これもその例である。異なる形態の河床波が面的に混在することで、抵抗特性は単一の形態で覆われている場合に比べて、特徴の薄い中間型を示すようになることは、充分考えられる。

黒木・石井・板倉は砂州の形成領域内における砂州波高の変化を理論的に調べている。この結果によると、図-20に示すように、形成領域の左側から右側に向かって、ほぼ区分線と並行に波高が増大している。このことは、上述の推定のようにメカニズムで、実河川で得られた抵抗特性の違いを説明できる可能性が更に大きくなったものと考えている。

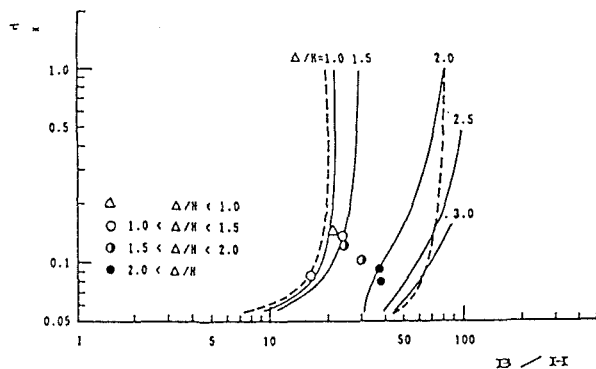


図-20. 砂州の形成領域と砂州波高の変化

5. 河床形態と川幅

河川の洪水流下能力を増加するために、低水路を拡幅することがしばしば行われる。前節の事実に照らして、低水路幅を変化させると、抵抗特性や河床の最大洗掘深に大きな変化が生じることが判る。

図-21は、低水路幅 B と砂州波高（最大洗掘深の指標である）および抵抗測の関係の計算例である。図は石狩川の下流部を意識して、 $I = 1/3000$ 、 $d = 3\text{mm}$ の場合を示す。流量（支配流量＝平均年最大流量） $3000\text{ m}^3/\text{sec}$ の場合について見ると、 $B = 250 \sim 500\text{m}$ で交互砂州の形成領域内にあるが、 B が大きくなると最大洗掘深が増大する（ $B = 300\text{m}$ で $\Delta = 6\text{m}$ ； $B = 400\text{m}$ で $\Delta = 10\text{m}$ ）。また、 $B < 300\text{m}$ では砂堆型、 $B > 400\text{m}$ では砂州型の抵抗則がそれぞれ成立し、流量変化に伴って異なる抵抗変化を示すことが判る。

これまで、河幅を変えた場合の抵抗則の変化を予測することは出来なかった。図-21は抵抗則の予測を可能にし、さらに、河道維持上の大きな問題である河岸付近の最大洗掘深の予測も可能にしたもので、沖積河川の治水安全度を向上させる上で有用な指標である。

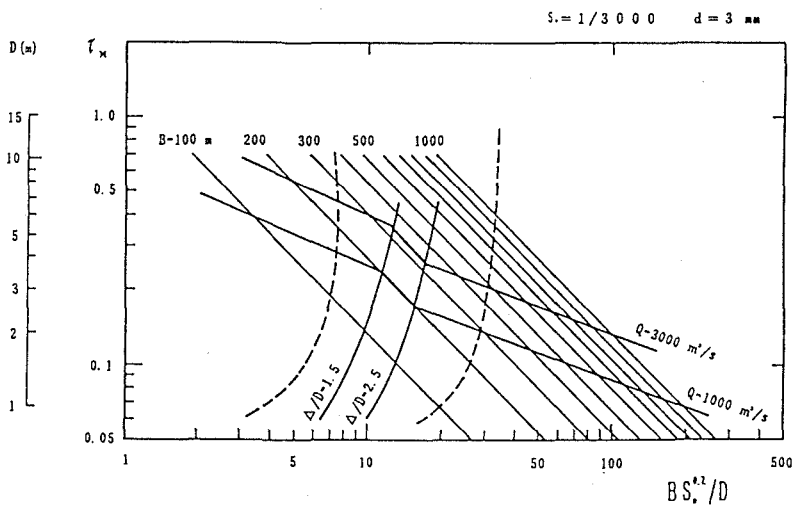


図-21. 河幅と抵抗則、最大洗掘深の関係 ($S=1/3000$, $d=3\text{mm}$)

6. おわりに

石狩川における流量観測資料、河床形状観測資料を用いて、河床波の特性によって流れの抵抗は全く異なった様相を示すことを示した。河川の洪水防御計画に、このような抵抗変化をどのように取り入れるかには議論の余地もあるが、実態としての抵抗測の重要性を改めて指摘したい。

さらに、沖積河川の抵抗に関する研究は、これまで砂堆に代表される小規模河床形態を対象に行われてきたが、実河川では砂州で代表される中規模河床形態と小規模河床形態が共存しており、抵抗特性の解明には両河床形態の干渉効果を考慮する必要があることを北海道の実河川の観測例を用いて示した。

流れの抵抗の問題を研究の中心課題として取り上げることが、最近は少なくなったように感じている。しかし、ここに示したように未だ未解明の事柄も少なくなく、多くの研究者や技術者のかたがたに興味を持っていただけたらと考えて、本稿を草した次第である。また、近ごろはややもすると数値計算や解析に研究の興味の中心があるようであるが、本稿を通して現地観測の重要性をいささかでも感じていただければ、幸いである。

参考文献

- 1) 土木学会水理委員会「移動床流れの抵抗と河床形状」研究小委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度、土木学会論文報告集、No.210, pp.65-92, 1973
- 2) Gilbert, G.K.: Transportation of Debris by Running Water, Geological Survey Professional Paper 86, 1914.
- 3) Guy, H.P., Simons, D.B. and Richardson, E.V.: Summary of Alluvial Channel Data From Flume Experiments, 1956-61, Geological Survey Professional Paper 462-I, 1966.
- 4) Kennedy, J.F.: The mechanics of dunes and antidunes in erodible bed channels, Jour. of Fluid Mechanics, vol.16, part4, pp.524-544, 1963.
- 5) Hayashi, T.: Formation of dunes and antidunes in open channels, Proc. of the A.S.C.E., HY2, pp.357-365, 1970.
- 6) Reynolds, A.J.: Waves on the erodible bed of an open channel, Jour. of Fluid Mechanics, vol.22, part 1, pp.113-133, 1965.
- 7) 椿 東一郎・斉藤 隆：流れによる Sand Wave の発生限界、九大工学集報、第40巻、第5号、pp.741-748, 1967.
- 8) Gradowczyk, M.H.: Wave propagation and boundary instability in erodible-bed channels, Jour. of Fluid Mechanics, vol.33, part 1, pp.93-112, 1968.
- 9) Iwasa, Y. & Kennedy, J.F.: Free surface shear flow over a wavy bed, Proc. of the A.S.C.E., HY2, pp.431-454, 1968.
- 10) Smith, J.D.: Stability of a Sand Bed Subjected to a Shear Flow of Low Froude Number, Jour. of Geophysical Research, vol.75, No.30, 1970.
- 11) Engelund, F.: Instability of erodible beds, Jour. of Fluid Mechanics, vol.42, part 2, pp.225-244, 1970.
- 12) Engelund, F. & Fredsøe, J.: Three-dimensional stability analysis of open channel flow over an erodible bed, Nordic Hydrology, II, pp.93-108, 1971.
- 13) 黒木幹男・村井禎美・岸 力：小規模河床形態と中規模河床形態の共存について、水理講演会論文集、第29巻、pp.461-466, 1985.
- 14) 林 泰造：蛇行論、水工学夏期研修会講義集、No.70-16, 1970.
- 15) 林 泰造・尾崎幸男：河川蛇行の成因と卓越波長、水理講演会論文集、第19巻、pp.31-38, 1975.
- 16) Fredsøe, J.: Meandering and braiding of rivers, Jour. of Fluid Mechanics, vol.84, part 4, pp.609-624, 1978.
- 17) 黒木幹男・岸 力：沖積河道の流路形態の領域区分に関する研究、水理講演会論文集、第26巻、pp.51-56, 1982.
黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究、土木学会論文集、第342号、pp.87-96, 1984.
- 18) 林 泰造・尾崎幸男・大西光陽：中規模河床形態の発生機構について、水理講演会論文集、第26巻、pp.17-24, 1982.
- 19) Engelund, F. & Skovgaard, O.: On the origin of meandering and braiding in alluvial streams, Jour. of Fluid Mechanics, vol.57, part 2, pp.289-302, 1973.

- 20) Vanoni, V.A. & Brooks, N.H.: Laboratory Studies of the Roughness and Suspended Load of Alluvial Streams, Rep. No. E-68, Sedimentation Laboratory, California Institute of Technology, 1957.
- 21) Yalin, V.A.: Sediment Transport, 2nd ed., Pergamon Press, 1977.
- 22) 吉川秀夫: 流砂の水理学、丸善、1985.
- 23) 岸 力・黒木幹男: 移動床流れにおける河床形状と流体抵抗 (I)、北海道大学工学部研究報告、第67号、pp. 1-24, 1973.
- 24) 黒木幹男・岸 力: 石狩川の抵抗特性と河床波形状の変化、水理講演会論文集、第27巻、pp. 747-752, 1983.
- 25) 沖積河川における河床形態と抵抗、文部省科学研究費・自然災害特別研究、「沖積河川における洪水流の制御と治水安全度の向上に関する研究」報告書、(研究代表者; 岸 力)、pp. 11-24, 1985.
- 26) 黒木幹男・石井千万太郎・板倉忠興: 砂州波高に関する理論的研究、水理講演会論文集、第36巻、pp. 1-6, 1992.