

中規模河床形態の相似則

Similarity Law on Meso-Scale Bed Configurations

内 島 邦 秀

Kunihide UCHIJIMA

1. はじめに

沖積地河川には、河幅規模の中規模河床形態と言われる交互砂州、複列砂州、うろこ状砂州のいずれかが形成される。河道内の流れは、これらの砂州河床形状に支配され、時折、流れが局所的に集中して河岸の浸食や河床の局所変動を誘起する。このように、中規模河床形態の形状やその変動諸特性を究明することは、河道計画、河道の維持管理上重要であって、これまでに数多くの実験的理論的研究が行われてきた¹⁾²⁾。

河道計画あるいは河道改修計画を立案する場合に、当該河川で卓越する砂州は、交互砂州であるか、複列砂州であるか、あるいは非発生(小規模河床形態)であるかを先ず調査・確定し、次いで河床の変動特性等を検討することになる。このために、砂州形成領域区分図を用いることも一つの手法であって、例えば、領域区分図の両軸の無次元パラメーター値が交互砂州領域にプロットされれば、そのプロット値に等しくなる水理実験条件によって実験水路上に交互砂州を発生させることが可能で、実験水路上に再現された交互砂州の性状を詳細に調査し、その結果から実際河川の砂州形状の予測や砂州形成に伴う諸問題の解明に反映できるはずである³⁾。しかしながら、領域区分図の無次元パラメーター値が同値であっても、実際河川の交互砂州と実験水路上の交互砂州の縦横断形状が互いに相似になっているという保証はない。

以上のような領域区分図を用いての実際河川に対応した砂州形成の実験も含め、従来の砂州形成の基礎実験は、多くの場合、河床材料に入手し易い砂が用いられており、砂漣・砂堆の発生を除くために実験の大部分は粒径0.6mm以上の砂を用いて行われている。このため、掃流力を増して流砂を発生させるために、勾配を大きく設定したり、水路幅に比して水深を大きくすることになる。したがって、実際河川に対する模型実験を想定すると、従来の砂州形成の基礎実験は、水平スケールに対して鉛直スケールの大きい歪模型実験に相当すると考えられる。実験成果を実際河川に反映させるとき、この歪みの影響を明らかにする必要がある。

本講では、この点に鑑み、砂州形成領域区分図の両軸の無次元量は、砂州形成に関して第一義的に重要な量であることから、先ず初めに領域区分図の無次元量を原型と模型で一致させるという相似条件から移動床歪模型の水理相似則及び砂州形状相似則を導く。続いて、河道湾曲を考慮した砂州河床の相似性を検討した後、歪模型の相似則に基づいて行われた湧別川、忠別川の移動床歪模型実験を例として、歪比を考慮した砂州河床形状の検証法を述べ、中規模河床形態に対する歪模型相似の有用性を示す。

2. 砂州形成領域区分図のパラメーターに基づいた相似則⁴⁾

中規模河床形態の形成領域区分についての先駆けは、井口・鮎川⁵⁾、鮎川⁶⁾の研究である。彼らは、規模が異なる二つの移動床水路が歪相似の関係にあると考えて支配的無次元パラメーターを見出し、主として小規模河床形態と中規模河床形態の区分を検討した。池田⁷⁾⁸⁾も同様な考えでまた別の支配パラメーターを導くと共に、中規模河床形態の実験データと実河川データの蓄積を計って、中規模河床形態を4つのタイプに分類した区分を提案している。

これらの研究に続いて、次元解析あるいは安定理論解析などによって、岸・黒木・今泉⁹⁾、Parker¹⁰⁾、玉井・長尾・三国¹¹⁾、村本・藤田¹²⁾、林・尾崎¹³⁾、泉・池谷・伊巻¹⁴⁾、三輪¹⁵⁾、黒木・岸¹⁶⁾、山口¹⁷⁾、

Yalin・Silva¹⁸⁾がそれぞれ領域区分図を提唱している。

上記の数多くの領域区分図のうちで、歪模型に適した無次元パラメーターを採用している次の3ケースを考察の対象とした。鮭川⁶⁾と池田⁷⁾及び岸・黒木・今泉⁹⁾の $u_* / u_{*c} \sim B \cdot I / h$ 、三輪¹⁵⁾の $\tau_* \sim Fr^2 \cdot B / h$ 、黒木・岸¹⁶⁾の $\tau_* \sim B \cdot I^{0.2} / h$ 、ここで、 u_* ：摩擦速度、 u_{*c} ：限界摩擦速度、 B ：水路幅、 I ：水路勾配、 h ：平均水深、 Fr ：フルード数、 τ_* ：無次元掃流力である。これらの無次元パラメーターに基づいて砂州河床河川の移動床歪模型の水理相似則と砂州形状相似則を以下で導く。

2.1 歪模型の水理相似則

水理量の「原型値／模型値」を縮尺比、その逆数を縮尺と定義する。以下、原型値、模型値及び縮尺比をそれぞれ添え字 p, m, r で表す。例えば、原型水深を h_p 、模型水深を h_m としたとき、水深の縮尺比は $h_r = h_p / h_m$ であり、縮尺は $1 / h_r$ となる。次に、水平方向縮尺比を L_r 、鉛直方向縮尺比を y_r とし、歪比 n を $n = L_r / y_r$ と定義する。これによれば、水路勾配の縮尺比 I_r は、 $I_r = n^{-1}$ となる。さて、領域区分図の無次元パラメーターを原型と模型で一致させるということは、縮尺比の定義から、そのパラメーターの縮尺比を1とすることであり、したがって、例えば、鮭川らの領域区分図のパラメーターでは、相似条件式は次の式(1)、(2)となる。

$$(u_* / u_{*c})_r = 1 \quad (1)$$

$$(B \cdot I / h)_r = 1 \quad (2)$$

河床材料粒子の平均粒径及び水中比重をそれぞれ d, s 、重力加速度を g 、平均流速を u とすれば、 τ_* 、 u_* の縮尺比は、それぞれ、 $\tau_{*r} = u_{*r}^2 / (s_r g_r d_r) = h_r I_r / (s_r d_r)$ 、 $u_{*r} = \sqrt{g_r h_r I_r}$ である。また、無次元限界掃流力 τ_{*c} は、 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (s g d)$ であって、原型、模型とも0.05としてよいから、 $\tau_{*cr} = 1$ となる。したがって、 $(u_* / u_{*c})_r = \sqrt{\tau_{*r}}$ となり、相似条件式(1)は、

$$\tau_{*r} = \frac{h_r \cdot I_r}{s_r \cdot d_r} = 1 \quad (3)$$

に置換でき、式(3)は3ケースに対し共通の相似条件式である。

次に、砂州上の流れの抵抗則として、Manning・Strickler型の式(4)⁹⁾を用いる。

$$\frac{u}{u_*} = 6.0 \left(\frac{h}{d} \right)^{1/6} \quad (4)$$

ここで、 u ：平均流速で、 $u_* = \sqrt{g h I}$ を考慮すれば、流速縮尺比 u_r は、 $g_r = 1$ として式(5)になる。

$$u_r = d_r^{-1/6} \cdot h_r^{2/3} \cdot I_r^{1/2} \quad (5)$$

また、三輪の領域区分の無次元パラメーター、 $Fr^2 \cdot B / h$ は、

$$Fr^2 \cdot B / h = (u / u_*)^2 (B \cdot I / h) \quad (6)$$

と変形でき、式(4)を代入すれば、相似条件式(3)より、 $h_r / d_r = s_r \cdot I_r^{-1}$ であるから、三輪の領域区分のパラメーター式(6)から得られる相似条件式は、次の式(7)となる。

$$s_r^{1/3} (B_r \cdot I_r^{2/3} / h_r) = 1 \quad (7)$$

以後、本講では、模型の河床材料に砂を用いる場合に限定する。そうすると、 $s_r = 1$ であるから3ケース

の相似条件式は,

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_r \cdot I_r}{d_r} &= 1 \\ \frac{B_r \cdot I_r^c}{h_r} &= 1 \\ u_r &= d_r^{-1/5} \cdot h_r^{2/3} \cdot I_r^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし, c は,

$$\left. \begin{aligned} \text{鮭川, 池田, 岸・黒木・今泉} &: c = 1 \\ \text{三輪} &: c = 2/3 \\ \text{黒木・岸} &: c = 1/5 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる. 式(8)において, 縮尺比は, B_r, d_r, h_r, I_r, u_r の5個, 式数は3個であるから, 差し引き2個の縮尺比が独立に選択できる. ここでは, 独立な縮尺比として, 模型を実験場の適当な空間内に収めるための B_r と, $I_r (= 1/n)$, 即ち, 歪比 n を選ぶと, 他の縮尺比は式(8)より次のように求められる.

$$\left. \begin{aligned} h_r &= n^{-c} \cdot B_r \\ d_r &= n^{-c-1} \cdot B_r \\ u_r &= n^{-c/2-1/3} \cdot B_r^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

したがって, 流量 Q , 時間 t 及びフルード数の縮尺比は, 次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} Q_r &= u_r \cdot h_r \cdot B_r = n^{-3c/2-1/3} \cdot B_r^{5/2} \\ t_r &= B_r / u_r = n^{c/2+1/3} \cdot B_r^{1/2} \\ Fr_r &= u_r / h_r^{1/2} = n^{-1/3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(10), (11) が歪模型の水理相似則であって, $n = 1$ の無歪模型の場合はフルード相似則となる.

以下, 本講では, 式(9) のとおり, $c = 1$ の場合をⅠの相似則, $c = 2/3$ の場合をⅡの相似則および $c = 1/5$ の場合をⅢの相似則と呼称し, これらの歪模型の水理相似則に基づいて砂州形状の相似則を次に導出する.

2.2 歪模型の砂州形状相似則

砂州波高 H は, 洗掘深 z と密接な関係がある(後述のように $z = 3H/4$). q_* を単位幅, 単位時間当りの流砂量とすれば, 1次元の流砂の連続式は式(12)であり, 交互砂州上の流砂量 q_* は Brown型の式(13)で表示できる¹⁹⁾.

$$\frac{\partial z}{\partial t_*} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_*}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{q_*}{u_* d} = f(\tau_*) \quad (13)$$

ここで, t_* : 河床変形の時間, λ : 河床砂の空隙率, x : 流れ方向にとった長さである. 式(12)の相似条件は, $(1-\lambda)_r = 1$, $x_r = L_r$ として,

$$z_r = q_{*r} \cdot t_{*r} \cdot L_r^{-1} \quad (14)$$

である。式(13)から、相似条件式 $\tau_{*r} = 1$ ($s_r = 1$) を考慮して、

$$q_{*r} = d_r \cdot h_r^{1/2} \cdot I_r^{1/2} = d_r^{3/2} \quad (15)$$

を得る。式(15)に式(10)の d_r を代入すると、各相似則に対して次式となる。

$$q_{*r} = n^{-b} \cdot L_r^{3/2} \quad (16)$$

ここで、 b は各相似則によって決まる定数で、表-1のとおりである。河床変形の時間縮尺比 t_{*r} については、現在のところ不明であるので、式(11)の水流の時間縮尺比 t_r にならって式(17)のように仮定する。

$$t_{*r} = n^a \cdot L_r^{1/2} \quad (17)$$

ここで、 a は定数である。式(16)と(17)を式(14)に代入すれば、式(18)を得る。

$$z_r = n^{a-b} \cdot L_r, \quad \text{即ち,} \quad \frac{z_r}{L_r} = n^{a-b} \quad (18)$$

式(18)によれば、砂州波高縮尺比 H_r も式(10)、(11)の各縮尺比と同様に歪比 n と水平方向縮尺比 L_r に関係した式形になると推察できる。ところで、相似条件式 $\tau_{*r} = 1$ は、式(13)から明らかに無次元掃流砂量の相似条件であり、一方、相似条件式(8)の第2式は、水路形状と流れの形態に対する相似条件であって、式(8)の第2式より、

$$\frac{h_r}{B_r} = I_r^c = n^{-c} \quad (19)$$

となり、領域区分図のパラメーターと歪比の関係は、Iの相似則($c=1$)のみ、 $h_r/B_r = I_r$ ($= y_r/L_r$) $= n^{-1}$ で、水路幅に対する水深の歪みと水路勾配の歪みは一致するが、II($c=2/3$)、III($c=1/5$)の相似則では一致しないことになる。

一般に、鉛直スケールの横断スケールに対する比と縦断スケールに対する比が本来別個のものであるか否かは重要な問題であり、今後さらに検討する必要があるように思われる。ここでは、式(18)に基づく砂州波高は、 h_r/B_r と I_r の両方の歪比に影響されると考えられるので、従来の相似概念、即ち、鉛直スケールと水平スケールの比のみによって現象を把握する立場から、 h_r/B_r と I_r をその平均によって単一化することにする。その際、比率の平均としてふさわしい幾何平均を用いることにした。こうすると、後述のように従来の波高推定式の関数関係と同じ式形を保持することが可能になる。

以上の考えから、砂州波高の相似則は、式(20)で表される。式(9)より、3ケースに対し式(21)と

$$\frac{H_r}{B_r} = \sqrt{\frac{h_r}{B_r}} \cdot I_r = n^{-1/2(c+1)} \quad (20)$$

$$H_r/B_r = n^{-1}, \quad H_r/B_r = n^{-5/6}, \quad H_r/B_r = n^{-3/5} \quad (21)$$

なる。また、式(20)の両辺に B_r/h_r を掛けて、次の関係式が得られる。

$$\frac{H_r}{h_r} = \sqrt{\frac{B_r}{h_r}} \cdot I_r = n^{1/2(c-1)} \quad (22)$$

式(22)は渡邊・長谷川・北條²⁰⁾による波高の実用推定式と同じ関数関係を示している。相似条件式(8)

の第1式より, $I_r = (h_r/d_r)^{-1}$ であり, これを式(22)に代入すれば, H_r/h_r は h_r/d_r と B_r/h_r の関数となり, 池田²¹⁾の波高推定式とも同じ関数関係になる. 式(22)では, 3ケースに対し,

$$\left. \begin{aligned} H_r/h_r &= 1, \quad H_r/h_r = n^{-1/6}, \\ H_r/h_r &= n^{-2/5} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

で表される. さらに, 式(20) (あるいは式(22))の両辺に B_r/d_r (あるいは h_r/d_r)を掛けて, $h_r \cdot I_r/d_r = 1$ を考慮すれば, 式(24)が得られ, 3ケースに対して式(25)で表示される.

$$\frac{H_r}{d_r} = \sqrt{\frac{B_r}{h_r} \cdot \frac{h_r}{d_r}} = \sqrt{I_r^{-c} \cdot I_r^{-1}} = n^{1/2(c+1)} \quad (24)$$

$$H_r/d_r = n, \quad H_r/d_r = n^{5/6}, \quad H_r/d_r = n^{3/5} \quad (25)$$

なお, 式(21)と式(18)を対比することによって, 式(17)の定数 a が表-1のように求められる.

砂州長 ℓ は, B と同様に水平方向の要素であり, その縮尺比 ℓ_r は B_r に相当する. したがって, 式(8)の第2式から, $B_r = \ell_r$ として, 砂州長の相似則は式(26)で表され, 3ケースに対して式(27)となる.

$$\frac{\ell_r}{h_r} = I_r^{-c} = n^c \quad (26)$$

$$\ell_r/h_r = n, \quad \ell_r/h_r = n^{2/3}, \quad \ell_r/h_r = n^{1/5} \quad (27)$$

また, $h_r \cdot I_r/d_r = 1$ から $h_r = d_r \cdot I_r^{-1}$ であり, これを式(26)に代入して, 式(28)のようにも表示でき, 3ケースに対して, それぞれ式(29)になる.

$$\frac{\ell_r}{d_r} = I_r^{-c-1} = n^{c+1} \quad (28)$$

$$\ell_r/d_r = n^2, \quad \ell_r/d_r = n^{5/3}, \quad \ell_r/d_r = n^{6/5} \quad (29)$$

式(26)～(29)の妥当性は, 線形安定解析によって得られたParker・Anderson²²⁾の砂州波長 $\Lambda (=2\ell)$ についての表示式(30)を用いて次のように同じ式形になることから説明できる.

$$\Lambda = \alpha 2 \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{B h}{C_f}} \quad (30)$$

ここで, $\alpha = O(1)$ 程度の定数 (ただし, $Fr \ll 1$), $C_f = (u_*'/u)^2$ である.

式(30)に基づく砂州長の相似則は, 式(4)を用い, $\alpha_r = 1$ として, 式(8)の第1式, $I_r = 1/n$ 及び $B_r = \ell_r$ を考慮すると, 式(30)から式(31)あるいは式(32)となる.

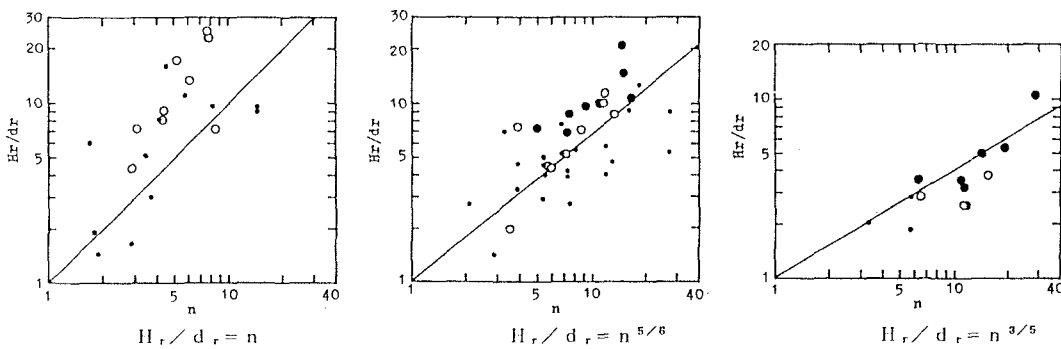
$$\frac{\ell_r}{h_r} = I_r^{-1/3} = n^{1/3} \quad (31)$$

$$\frac{\ell_r}{d_r} = I_r^{-4/3} = n^{4/3} \quad (32)$$

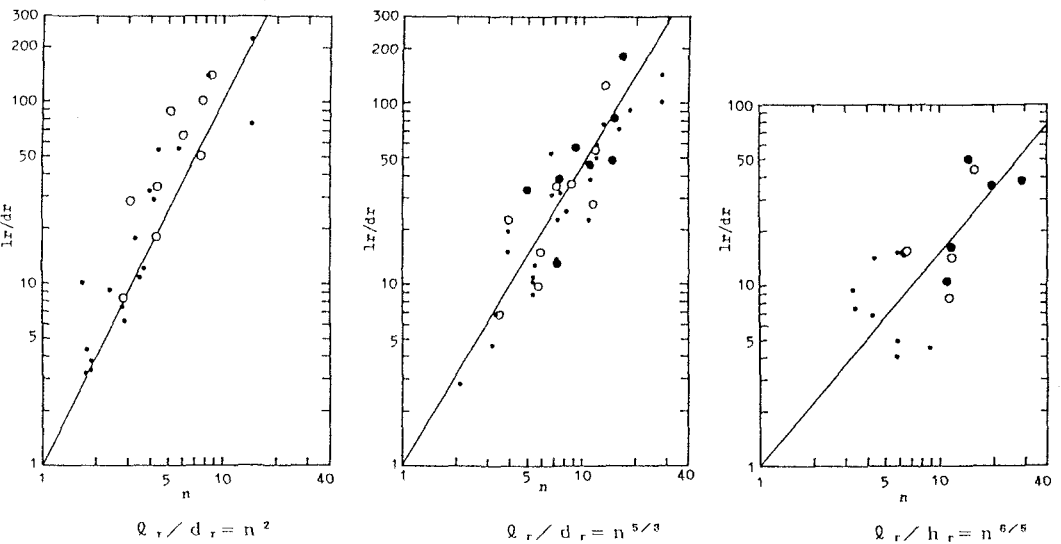
以上の歪模型の水理相似則，砂州波高及び砂州長の相似則を，相似条件式と共にまとめて表－2に示す。

表－2 直線水路における砂州河床歪模型の相似則（模型底質が砂の場合）

相 似 条 件	水 理 相 似 則	砂 州 形 状 相 似 則
① $h_r \cdot l_r / d_r = 1$	④ $h_r = n^{-c} \cdot B_r$	⑩ $H_r / B_r = n^{-1/2(c+1)}$
② $B_r \cdot l_r^c / h_r = 1$	⑤ $d_r = n^{-c-1} \cdot B_r$	⑪ $H_r / h_r = n^{1/2(c-1)}$
③ $u_r / u_{*r} = (h_r / d_r)^{1/6}$	⑥ $u_r = n^{-c/2-1/3} \cdot B_r^{1/2}$	⑫ $H_r / d_r = n^{1/2(c+1)}$
	⑦ $Q_r = n^{-3c/2-1/3} \cdot B_r^{5/2}$	⑬ $l_r / h_r = n^c$
	⑧ $t_r = n^{c/2+1/3} \cdot B_r^{1/2}$	⑭ $l_r / d_r = n^{c+1}$
	⑨ $Fr_r = n^{-1/3}$	
備 考	相似条件②のc値：Ⅰの相似則；c=1，Ⅱの相似則；c=2/3，Ⅲの相似則；c=1/5.	



(a) 砂州波高相似則式(25)の検証



(b) 砂州長相似則式(29)の検証

図－1 砂州形状相似則の検証

2.3 歪模型実験と砂州形状相似則の検証

砂州形状相似則の成立性を検証するために、建設省が調査した全国55河川の資料^{2,3)}から、河床形状が交互砂州の尻別川(20.7~22.5km)、最上川(14~19km)、千曲川(65~82km)、天竜川(166~172km)、加古川(14~27km)、江の川上流馬洗川(1~6km)、那賀川(4~10km)、仁淀川(0~3km)の8河川と筆者ら^{2,4)}が調査している十勝川水系士幌川(0~3.2km)を加えた9河川を原型として実施した検証実験結果を次に示す。

実験は、長さ12mの直線水路で水路幅 $B_m=30\text{cm}$ 、20cmの2種類、河床材料は、ほぼ均一な砂で、平均粒径 $d_m=1.34\text{mm}$ 、 0.87mm の2種類を用い、それぞれ厚さ7cmに敷均し、給砂して行われている。実験条件は式(10)の第1,2式から決定できる。即ち、水平方向縮尺比 B_r の値を用い、さらに d_r 値を与えて第2式より歪比 n を求める(これは、式(8)において独立な縮尺比を d_r 、 B_r に選んだことに相当する)。これらを第1式と $I_r=1/n$ に代入して模型水深 h_m 、模型水路勾配 I_m を決める。原型の水利諸量は平均年最大流量に対して求められているが、資料にはその流量が記載されていないため、実験においては h_m となる流量を通水している。

このように決められた実験条件により、歪比を変えた36例の歪模型実験で形成された交互砂州の波高 H_m 、砂州長 ℓ_m と原型の H_p 、 ℓ_p から、縮尺比 H_r 、 ℓ_r が求められ、検証結果の一例を波高相似則の式(25)と砂州長相似則の式(29)について図-1に示す。図中の白丸印(○)、

黒丸印(●)はそれぞれ水路幅30cm、20cmの模型実験データであり、小黒丸印(・)は、模型実験データを補うために、これまでに蓄積された直線水路を用いた交互砂州形成の基礎実験データ251個(後掲の表-3)から抽出した9河川の模型実験に相当する実験データである。図-1のデータのバラツキは多少大きい、河道平面形状を相似にしていないこと、また、原型砂州は流量変動の履歴を受けて変形することを考えると、砂州形状相似則の成立性は良好であると言える。したがって、式(24)と(28)より、

$$H_p = n^{1/2(c+1)} \cdot d_r \cdot H_m, \quad \ell_p = n^{c+1} \cdot d_r \cdot \ell_m \quad (33)$$

であるから、歪比を考慮して、原型砂州形状を図-2に示した歪模型実験法の手順によって予測することが可能である。

以上、これまで述べてきた議論は、直線水路に対するものであった。次に、河道湾曲の効果を考慮した砂州形状相似則について検討する。

3. 河道湾曲を考慮した砂州形状の相似則

ここでは、河道湾曲の形状は、河道の1蛇行内に左右交互の方向を持つ交互砂州1組(砂州2個)が存在する、いわゆる蛇曲に相当する形状とし、その効果を考慮した相似則と直線水路におけるIIの相似則と対比

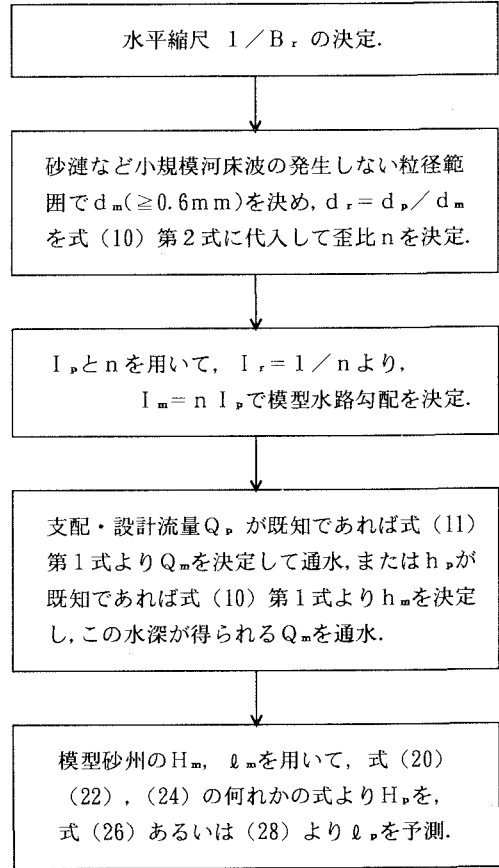


図-2 歪模型実験による砂州形状の予測法

して考察する。

河床洗掘深 η は河床横断面の平均河床高からの最大深さと定義する。 η の推定式は、平均水深 h で無次元化して、

$$\frac{\eta}{h} = \frac{\eta_H}{h} + \frac{\eta_b}{h} \quad (34)$$

で表される²⁰⁾。ここで、 η_H ：河道が直線でも洗掘される量、即ち、砂州に起因する洗掘深（前述の z に等しい）、 η_b ：河道の湾曲に起因する洗掘深である。

η_b/h は、一様湾曲水路に対する理論式²⁰⁾、

$$\frac{\eta_b}{h} = \frac{1}{2} \cdot N_* \cdot (\mu_* \cdot \mu_k \cdot \tau_* / \tau_{*c})^{0.5} \cdot (B/r) \quad (35)$$

で与えられる。ここで、 N_* ：2次流の強さを示す係数（Rozovskiiによれば $N_*=11$ ）、 μ_* ：砂粒の静止摩擦係数（ $=1$ ）、 μ_k ：砂粒の動摩擦係数（ $=0.6$ ）、 τ_* ：無次元掃流力、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力（ $=0.05$ ）、 B ：水路幅、 r ：曲率半径である。

式（35）によれば、 η_b/h の縮尺比（ η_b/h ）_rは、 N_* 、 μ_* 、 μ_k 、 τ_{*c} の縮尺比を1としてよく、 $B_r = r_r$ であり、相似条件（表-2①）より、 $\tau_{*r} = 1$ であるから、

$$(\eta_b/h)_r = 1 \quad (36)$$

となり、河道湾曲に起因する無次元洗掘深 η_b/h は、歪みの影響を受けないことが分かる。

一方、 η_H/h は、池田²¹⁾の砂州波高推定式の係数0.0442を0.0201に修正した式²⁵⁾を用い、 η_H と砂州波高 H の関係式^{26) 27)}、 $\eta_H = (3/4)H$ を考慮して、

$$\eta_H/h = (3/4) \cdot 0.0201 \cdot (B/h)^{1.45} (h/d)^{-0.45} \quad (37)$$

で表される。

蛇曲程度の河道湾曲による洗掘深 η_b は、砂州波高 H の半分を越えないとして、 $\eta_b/h \leq (1/2) \cdot (H/h) = (1/2) \cdot (4/3) \cdot (\eta_H/h)$ の条件から限界無次元曲率 B/r を求めると、式（35）と式（37）より、

$$\frac{B}{r} \leq \frac{0.0201 \cdot (B/h)^{1.45} (h/d)^{-0.45}}{N_* \cdot (\mu_* \cdot \mu_k \cdot \tau_* / \tau_{*c})^{0.5}} \quad (38)$$

となる。また、 η_b/η_H は式（35）と式（37）より、

$$\frac{\eta_b}{\eta_H} \leq \frac{(1/2) \cdot N_* \cdot (\mu_* \cdot \mu_k \cdot \tau_* / \tau_{*c})^{0.5} \cdot (B/r)}{(3/4) \cdot 0.0201 \cdot (B/h)^{1.45} (h/d)^{-0.45}} \quad (39)$$

となり、 B/r の限界条件では、 $\eta_b/\eta_H = 2/3$ である。

さて、河道湾曲を考慮した洗掘深の相似則は、式（34）と式（36）より、次式で表される。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta}{h}\right)_r &= \left(\frac{\eta_H}{h} + \frac{\eta_b}{h}\right)_r \\ &= \frac{(\eta_H/h)_r + (\eta_b/\eta_H)_m}{1 + (\eta_b/\eta_H)_m} \end{aligned} \quad (40)$$

式（40）において、 $(\eta_H/h)_r$ はIIの相似則（表-2①、 $c=2/3$ ）を用いれば、

$$(\eta_H/h)_r = (H/h)_r = n^{-1/6} \quad (41)$$

である。また、 $(\eta_b/\eta_H)_m$ は式 (36) と式 (41) より、

$$\begin{aligned} (\eta_b/\eta_H)_m &= \frac{(\eta_b/h)_m}{(\eta_H/h)_m} = \frac{(\eta_b/h)_p}{n^{1/6} (\eta_H/h)_p} \\ &= n^{-1/6} (\eta_b/\eta_H)_p \end{aligned} \quad (42)$$

となる。したがって、式 (40) に式 (41) と式 (42) を代入して、洗掘深の相似則は次式 (43) で表される。

$$\left(\frac{\eta}{h}\right)_r = \frac{n^{-1/6} + n^{-1/6} (\eta_b/\eta_H)_p}{1 + n^{-1/6} (\eta_b/\eta_H)_p} \quad (43)$$

そこで、式 (41) と式 (43) を比較して、直線水路における交互砂州の相似則である式 (41) の湾曲を有する河川に対する適用限界の歪比について検討する。数値例として、建設省が調査した全国55河川の平均

表-3 交互砂州形成実河川データと基礎実験データの無次元諸量の統計特性値²⁵⁾

特性値	B/h		B/d		h/d		τ_*		I	
	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験
標本サイズ	77	255	64	253	63	255	52	253	75	252
標本平均	85.73	23.26	16037	395.2	209.2	17.53	0.158	0.150	2.05×10^{-3}	1.57×10^{-2}
標本標準偏差	46.50	11.54	18110	286.9	193.8	9.81	0.089	0.082	0.0021	0.0083
変動係数	0.54	0.50	1.13	0.73	0.93	0.56	0.56	0.55	1.02	0.53

特性値	l/B		H/h		l/h		H/B		H/l	
	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験	実河川	実験
標本サイズ	72	247	72	169	72	247	71	169	67	167
標本平均	4.57	4.51	1.024	1.308	351.9	118.1	0.0134	0.0613	3.48×10^{-3}	1.51×10^{-2}
標本標準偏差	2.15	1.93	0.495	0.774	191.9	103.5	0.0066	0.0212	0.0020	0.0046
変動係数	0.47	0.43	0.48	0.59	0.54	0.88	0.48	0.35	0.57	0.30

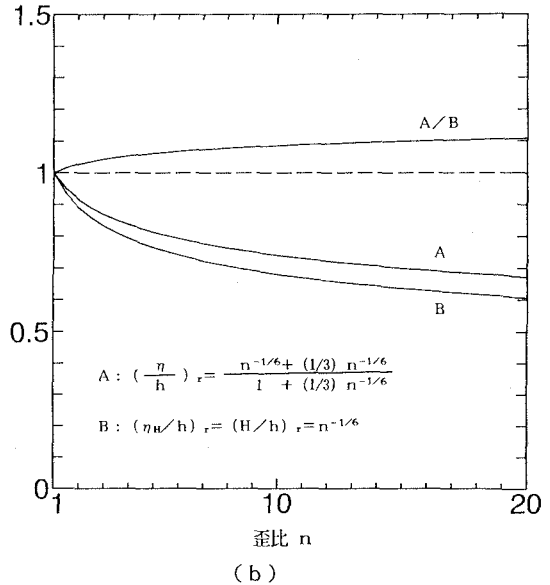
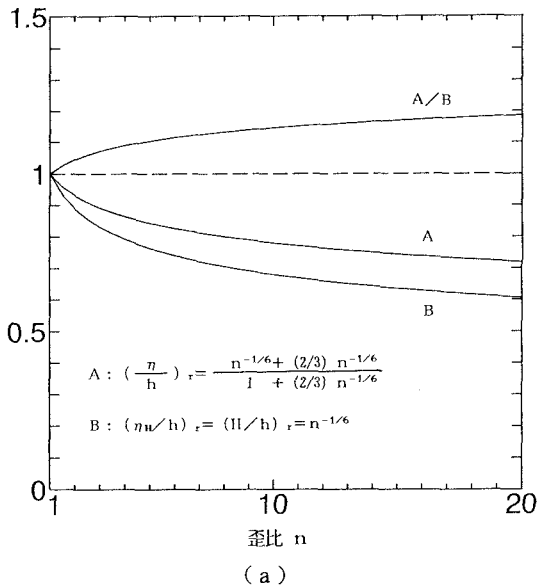


図-3 $(\eta/h)_r$ と $(\eta_H/h)_r$ の比較

年最大流量に対する交互砂州形成の77河川区間の表-3に示した平均値を用いると、 $B/h=86$ 、 $h/d=210$ 、 $\tau_* = 0.16$ であり、また、 $N_* = 11$ 、 $\mu_* = 1$ 、 $\mu_k = 0.6$ 、 $\tau_{*c} = 0.05$ とすれば、式(38)より $B/r \leq 0.076$ と求められる。

この限界条件では式(39)より $(\eta_b/\eta_n)_p = 2/3$ であり、式(41)と式(43)の比較図を図-3(a)に示す。10%程度の誤差が許されるなら、歪比 $n=5$ 程度まで式(41)の適用が可能である。限界曲率の半分の $B/r=0.038$ であるならば、同様に $(\eta_b/\eta_n)_p = 1/3$ となり、図-3(b)に示すように $n=10$ 程度まで適用可能である。歪比を小さくすれば精度が上がることは言うまでもない。

このように、一般に、歪比が5以下で、河道湾曲の度合いがあまり大きくない砂州河川に対しては、直線水路における砂州波高の相似則をそのまま適用してもかなり良好な予測が可能である。

4. 移動床歪模型実験による河床形状の検証

4.1 湧別川の例²⁸⁾

4.1.1 模型対象区間と実験条件

湧別川低水路のKP5.0~12.0区間を対象とした。支配流量としては、湧別川中湧別観測所(KP5.36)における過去21年間の年最大流量の平均は約 $360(\text{m}^3/\text{s})$ であり、また、低水路満杯流量は約 $400(\text{m}^3/\text{s})$ であることから、 $Q_p = 400(\text{m}^3/\text{s})$ を採用した。平成2年実測の200mピッチのKP横断面図を用いて $400(\text{m}^3/\text{s})$ に対する不等流計算によって水位、水面幅、水理水深などの水理諸量を求めた。この区間の河床砂の平均粒径は $d_p = 35.0\text{mm}$ で、勾配は $I_p = 1/340$ である。KP断面ごとの水理諸量を用いて三輪¹⁵⁾、黒木・岸¹⁶⁾の領域区分図にプロットしたのが図-4であり、対象区間の河床形態は複列砂州であると判断できる。

歪模型の相似則として表-2の $c=2/3$ であるIIの相似則を用いた。模型の水平縮尺は $1/B_r = 1/600$ とし、実験条件は、河床材料に $d_m = 1.34\text{mm}$ の砂を選び、上記の原型値に基づいて図-2の手順より、歪比 $n=6.5$ 、 $I_m = n I_p = 1/52$ 、 $Q_m = 0.557(1/\text{s})$ と決定した。不等流計算で得られた左右水際位置間を流路幅とし、勾配 $1/52$ のステージ上に側岸固定で相似な平面形状の模型水路を作成した(平均水路幅 $B_m = 31\text{cm}$)。

4.1.2 河道湾曲の効果についての検討

不等流計算で求められた模型対象区間の平均水理量より、 $B/h=196$ 、 $h/d=32$ 、 $\tau_* = 0.058$ であり、 N_* 、 μ_* 、 μ_k 、 τ_{*c} は前節と同じ値を用いると、式(38)より限界無次元曲率は、 $B/r \leq 0.970$ となる。垂直航

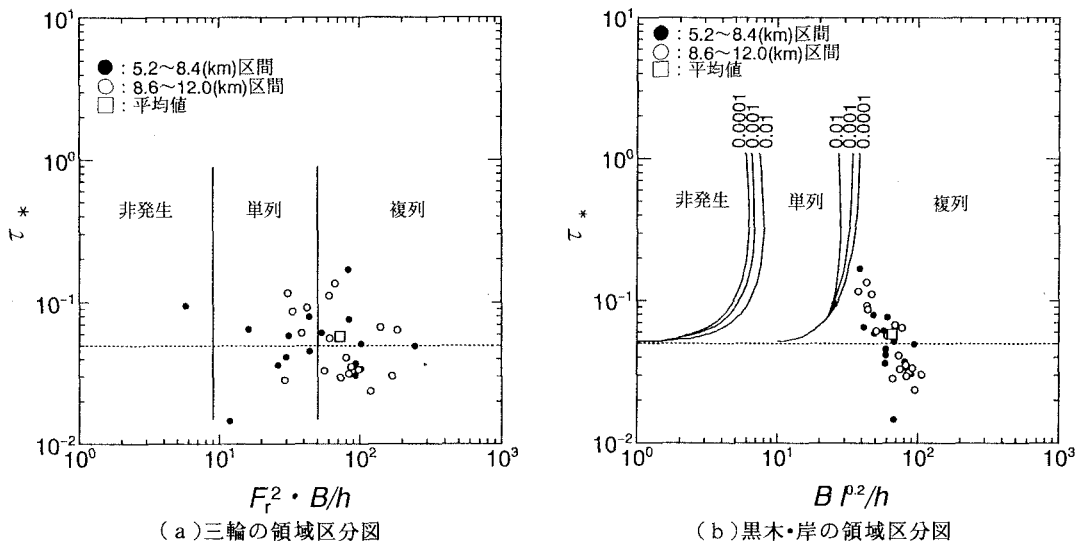


図-4 湧別川低水路の河床形態

空写真から計測したこの区間の無次元曲率は、最大で $B/r=0.23$ 程度である。この値に対する $(\eta_b/\eta_m)_p$ は、式 (39) より $(\eta_b/\eta_m)_p=0.158$ と求まり、式 (43) による $(\eta/h)_r$ と式 (41) の $(\eta_m/h)_r$ を比較したのが図-5 である。図-5 によれば、歪比 $n=6.5$ に対して式 (41) の適用が十分可能である。 $n=20$ でも 6% 程度の差になっているが、このような場合の限界歪比は、原型水路勾配 I_p 、あるいは原型河床砂粒径 d_p との関係で、模型実験遂行上支障を来さない I_m 、あるいは d_m を選択することで自ずと決定される。

4.1.3 河床形状の検証

図-6 は KP 断面ごとの河床横断面図であり、原型河床（平成4年9月洪水後）を実線で、模型河床を点線で示し、基準杭（KP杭）からの横断距離と平均河床高を一致させて比較した。模型河床の測定は自製の河床形状測定器で横断方向に 1 cm 間隔で行い、原型河床の換算には式 (41) の変形式である表-2 の⑩ ($c=2/3$): $H_r/B_r = n^{-5/6}$ を用い、平均河床面からの高低差 $\bar{\eta}$ は波高 H と線形関係を有し、 $H_r = \bar{\eta}_r$ となるから、

$$\bar{\eta}_p = n^{-5/6} \cdot B_r \cdot \bar{\eta}_m = 0.125 \bar{\eta}_m \text{ (m)} \\ \text{(ただし, } \bar{\eta}_m: \text{mm 単位)} \quad (44)$$

で河床高を求め、横断方向位置は水平縮尺比 $B_r=600$ をかけて求めた。

図-6 において、低水路平面形状は図の左下に表示したスケールで描いている。KP 10.8~11.4 の 600m 区間の右岸側には、平成3年に水制6基が設置されていて、簡単な模型水制を取り付けて実験を行った。実験の通水時間は、全体を通して洗掘深がほぼ平衡と判断され、さらに、KP9.2とKP9.4付近で浮州が発生する直前までとし、15分程度である。

平成2年と4年の実測河床横断面図を比較すると、平成4年9月の洪水で、KP6.6, KP11.0, KP11.6の左岸、KP7.2, KP8.8, KP9.0の右岸に側岸侵食（図-6の×印）が発生していた。これらの側岸侵食発生箇所の横断面を除けば洗掘深、堆積高に多少の違い

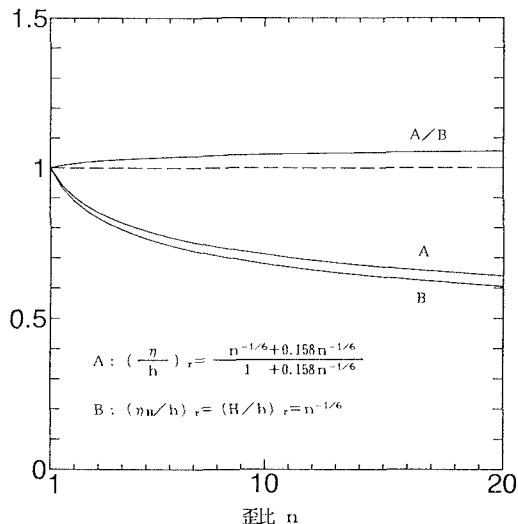


図-5 湧別川の $(\eta/h)_r$ と $(\eta_m/h)_r$ の比較

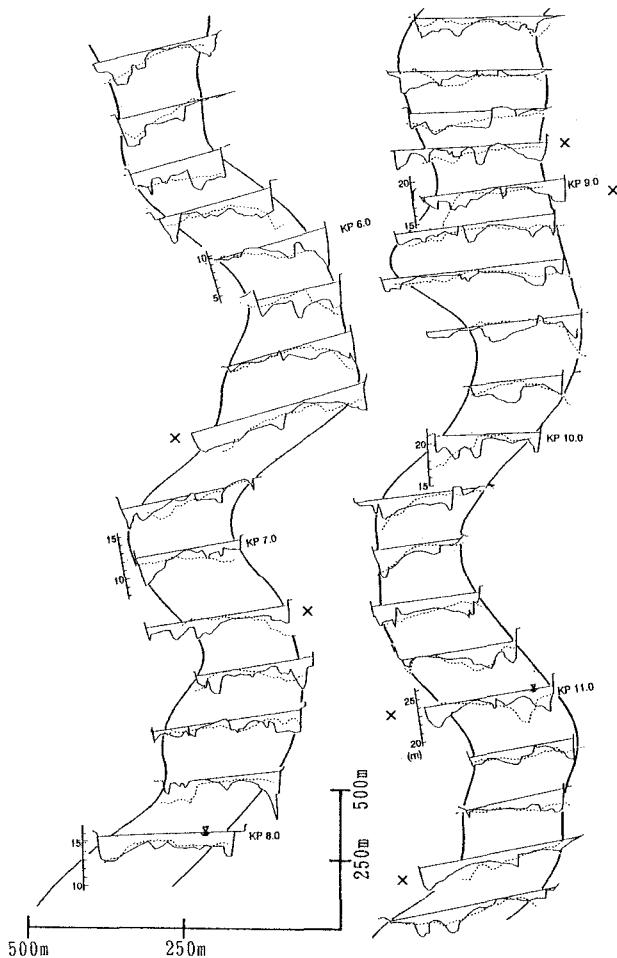


図-6 湧別川の河床形状の検証(実線:原型,点線:模型)

はあるが、全体的に良好な結果が得られている。

なお、歪比が同じ6.5のⅢの相似則（実験条件： $I_m = 1/52$, $d_m = 0.59\text{mm}$, $Q_m = 0.149(1/\text{s})$ ）を用いた模型実験においても同程度に検証できた。

4.2 石狩川水系忠別川の例²⁹⁾

4.2.1 実験条件と実験方法

忠別川KP6.0からKP16.0までの低水路³⁰⁾を対象とし、上流側に1kmの助走区間を設け、平面形状が相似な縮尺1/600の模型水路を作製した（平均水路幅 $B_m = 24\text{cm}$ ）。対象区間の平均粒径は $d_p = 71(\text{mm})$ 、河床勾配は $I_p = 1/138$ である。

実験は、同じ歪比で相似則Ⅰ、Ⅱの2ケース行った。まず、Ⅰの相似則で河床材料に平均粒径 $d_m = 0.75(\text{mm})$ の砂を選んで、図-2の手順により歪比を $n = 2.5$ に決めると、この歪比に対するⅡの相似則を満たす河床材料粒径は $0.53(\text{mm})$ になる。

流量は昭和56年8月の曉橋観測所（KP15.2）における最大流量 $400(\text{m}^3/\text{s})$ の洪水流量（図-7）を採用し、Ⅰの相似則では最大流量の定常流実験、Ⅱの相似則では図-7のようにハイドログラフを段階的増・減水流量で模擬した非定常流実験を行った。模型流量は、表-2⑦より求められ、表-4に示す。

通水時間は、表-1のa値を用いて、式(17)より求められる。 $t_{sr} = t_{sp} / t_{sm}$ であるから、

表-4 忠別川の模型実験条件

物理量	原型	Ⅰの相似則 (定常流)	Ⅱの相似則 (非定常流)
水平縮尺	————	1/600	1/600
鉛直縮尺	————	1/240	1/240
歪比	————	2.5	2.5
勾配	1/138	1/55	1/55
底質粒径	71.0(mm)	0.75(mm)	0.53(mm)
流量	400(m^3/s)	0.243(1/s)	0.08 (1/s) 0.12 0.154 0.12 0.08

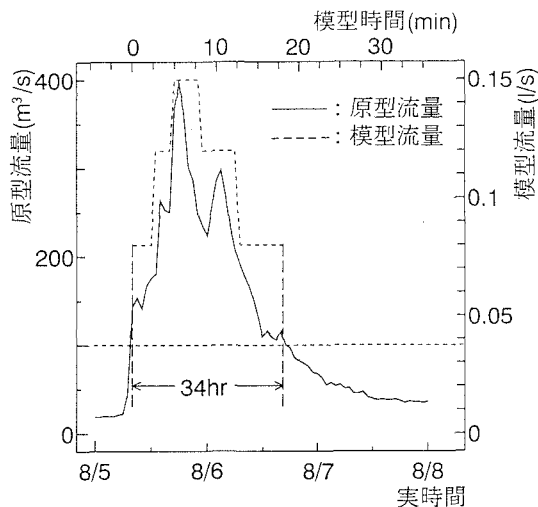


図-7 ハイドログラフ（昭和56年洪水）

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ⅰの相似則: } t_{sr} = n^2 \cdot B_r^{-1/2}, \text{ 即ち, } t_{sm} = n^{-2} \cdot B_r^{-1/2} \cdot t_{sp} \\ \text{Ⅱの相似則: } t_{sr} = n^{5/3} \cdot B_r^{-1/2}, \text{ 即ち, } t_{sm} = n^{-5/3} \cdot B_r^{-1/2} \cdot t_{sp} \end{array} \right\} \quad (45)$$

となり、図-7のとおり、昭和56年8月の洪水で流量が $100(\text{m}^3/\text{s})$ を越えた継続時間は、 $t_{sp} = 34$ 時間であり、式(45)から模型の通水時間を求めると、Ⅰの相似則で13分19秒、Ⅱの相似則で18分05秒となる。

また、対象区間に第3頭首工(KP15.2)、第4頭首工(KP12.6)があり、簡単な蛇籠の頭首工模型を設置して実験を行った。

4.2.2 河床形状の検証

模型河床を原型値に換算する方法は湧別川の場合と同様に、表-2⑩を用い、歪比は $n = 2.5$ であるから、平均河床面からの高低差 $\bar{\eta}_p$ は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ⅰの相似則: } \bar{\eta}_p = n^{-1} \cdot B_r \cdot \bar{\eta}_m = 0.24 \bar{\eta}_m (\text{m}) \\ \text{Ⅱの相似則: } \bar{\eta}_p = n^{-5/3} \cdot B_r \cdot \bar{\eta}_m = 0.28 \bar{\eta}_m (\text{m}) \end{array} \right\} \quad (46)$$

ただし、 $\bar{\eta}_m$: mm単位

から求められ、横断方向位置も湧別川と同様に換算できる。模型値を原型値に換算した河床横断面図を図-8 (Iの相似則)、図-9 (IIの相似則)に示す。図中で実河川(昭和62年度実測)、無歪模型(縮尺1/50の大型模型、定常流実験)³⁰⁾、歪模型の横断形状をそれぞれ実線、点線、破線で示し、歪、無歪模型の平均河床は計画河床に一致させて図示してある。KP9.8断面を除いて、実河川低水路のKP断面平均河床高の大部分は計画河床高にほぼ一致しており、移動性の交互砂州が発生するKP8.8~9.4区間以外は、全断面をとおして定常流と非定常流実験とで大差なく、歪模型においても無歪模型と同程度に河床形状を再現していることが分かる。

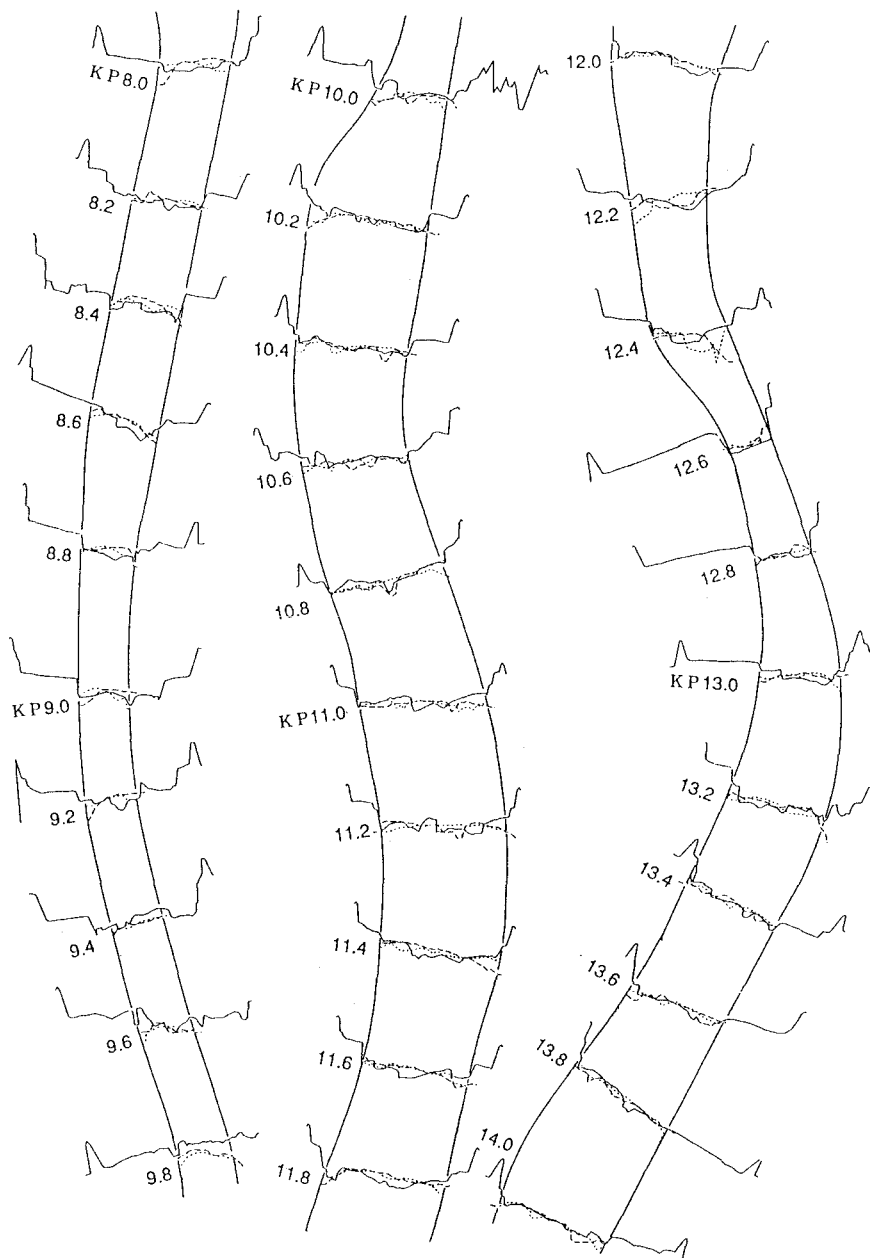
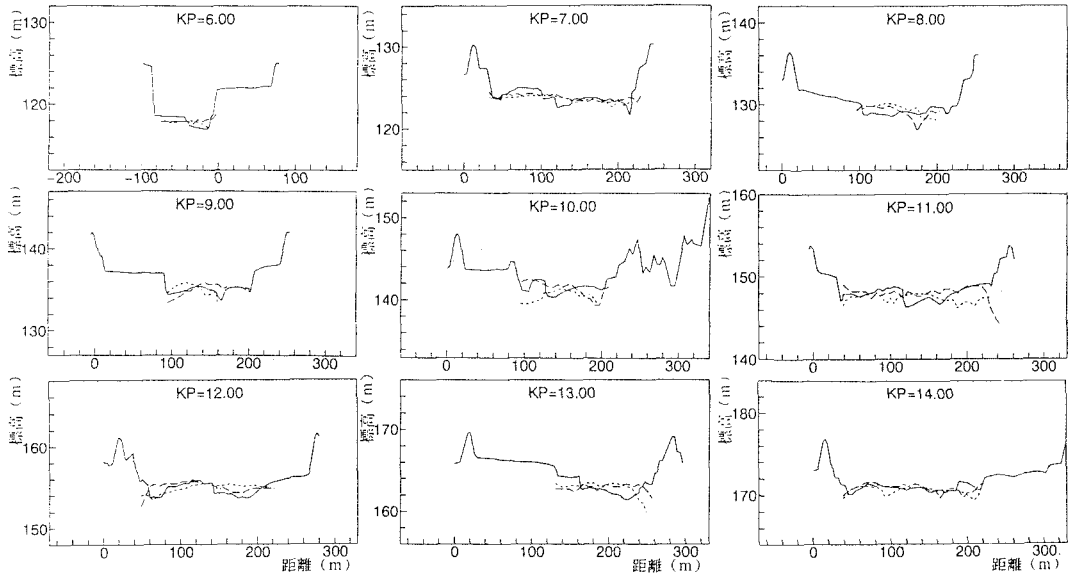


図-8 忠別川の河床形状の検証(Iの相似則, 実線:原型, 点線:無歪模型, 破線:歪模型)



図－9 忠別川の河床形状の検証(Ⅱの相似則, 実線:原型, 点線:無歪模型, 破線:歪模型)

5. おわりに

本講では、砂州形成領域区分図の無次元パラメーターを用いて導出された直線水路の移動床歪模型の水利及び砂州形状相似則が、歪比がある限度以下で河道湾曲の度合いがあまり大きくない蛇曲程度の砂州河床河川に対しては、それを直接適用して河床形状の検証・予測ができることを、河道平面形状を相似にした湧別川、忠別川の歪模型実験によって明らかにした。

歪模型相似では、模型の小型化が可能で、実験施設費用が経済的であるばかりでなく、実験も短期に遂行でき、緊急を要する河道計画の立案に当たり有益な情報を提供することができる。

今後は、高水敷を有する複断面水路において、高水敷高を上回る水位となる比較的大きな洪水を対象にした河床形状の検証・予測について、歪模型相似の有用性を明らかにする必要がある。

参 考 文 献

- 1) 土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態」研究小委員会：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究, 118p, 1982.
あるいは,
土木学会水理委員会「洪水流の三次元流況と流路形態」研究小委員会：洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究, 土木学会論文集, 第345号/Ⅱ-1, pp. 41-52, 1984.
- 2) Ikeda, S. and G. Parker(eds) : River Meandering, Water Resources Monograph 12, AGU, 485p, 1989.
- 3) 木下良作：大井川牛尾狭窄部開削の影響に関する「砂レキ堆相似」による模型実験, 建設省中部地方建設局静岡河川工事事務所, 117p, 1980.
- 4) 内島邦秀・早川博：交互砂州河床河川の移動床歪模型の相似則に関する研究, 土木学会論文集, No. 479/Ⅱ-25, pp. 71-79, 1993.
- 5) 井口昌平・鮎川登：移動床形態の区分とくに砂礫堆の形成限界について, 第11回水理講演会講演集, pp. 13-18, 1967.

- 6) 鮎川登：実験水路における交互砂洲（砂れき堆）の形成条件，土木学会論文報告集，第207号，pp.47-50，1972.
- 7) 池田宏：実験水路における砂礫堆とその形成条件，地理学評論，第46巻，第7号，pp.435-451，1973.
- 8) 池田宏：砂礫堆からみた河床形態のタイプと形成条件，地理学評論，第48巻，第10号，pp.712-730，1975.
- 9) 岸力・黒木幹男・今泉正次：拘束蛇行流に関する実験的研究，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp.352-353，1975.
- 10) Parker, G. : On the Cause and Characteristic of Meandering and Braiding in Rivers, Journal of Fluid Mechanics, Vol.76, Part3, pp.457-480, 1976.
- 11) 玉井信行・長尾哲・三国史雄：直線水路における複列砂礫堆と網状流路の形成について，第22回水理講演会論文集，pp.265-273，1978.
- 12) 村本嘉雄・藤田裕一郎：中規模河床形態の分類と形成条件，第22回水理講演会論文集，pp.275-282，1978.
- 13) Hayashi, T. and Y. Ozaki : Formation of Alternating Bars and Braids, Proc. of U.S. -Japan Binational Seminar on Erosion and Sedimentation, Chapter7, 1978.
- 14) 泉岩男・池谷浩・伊巻幹雄：急勾配水路における砂礫堆について，新砂防，第109号，pp.9-19，1978.
- 15) 三輪式：模型砂レキ堆を河川砂レキ堆に相似させるための実験則，第27回水理講演会論文集，pp.733-740，1983.
- 16) 黒木幹男・岸力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第342号，pp.87-96，1984.
- 17) 山口甲：蛇行特性と河道計画，北海道開発局帯広開発建設部，374p，1985.
- 18) Yalin, M.S. and A.M.F. Silva : Horizontal Turbulence and Alternate Bars, Journal of Hydrosience and Hydraulic Engineering, Vol.9, No.2, pp.47-58, 1992.
- 19) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川博：交互砂州上の流砂量分布，第27回水理講演会論文集，pp.697-702，1983.
- 20) 渡邊康玄・長谷川和義・北條紘次：河川データによる河床洗掘の水理要因に関する検討，水工学論文集，第34巻，pp.313-318，1990.
- 21) 池田駿介：単列交互砂州の波長と波高，第27回水理講演会論文集，pp.689-695，1983.
- 22) Parker, G. and A.G. Anderson : Modelling of Meandering and Braiding in Rivers, Proceedings of ASCE Modelling Symposium 1975, pp.575-591, 1975.
- 23) 建設省河川局治水課・建設省土木研究所：河川の蛇行に関する研究，第30回建設省技術研究会論文集，pp.101-143，1976.
- 24) 内島邦秀・早川博：土幌川における河床形態について，土木学会北海道支部論文報告集，第42号，pp.235-240，1986.
- 25) Uchijima, K. : Statistical Properties of the Hydraulic Quantities for Alternate Bar Formation, Proceedings of the Sixth IAHR International Symposium on Stochastic Hydraulics, pp.243-250, 1992.
- 26) Jaeggi, M.N.R. : Formation and Effects of Alternate Bars, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.2, pp.142-156, 1984.
- 27) Ikeda, S. : Prediction of Alternate Bar Wavelength and Height, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.4, pp.371-386, 1984.
- 28) 内島邦秀・早川博・宇山幹紀：湧別川の移動床歪模型実験，土木学会北海道支部論文報告集，第50号，

pp. 516-519, 1994.

- 29) 内島邦秀・井出康郎・加治昌秀・宇山幹紀・早川博：忠別川の移動床歪模型実験，土木学会北海道支部論文報告集，第51号(B)，pp. 178-183, 1995.
- 30) 加治昌秀・井出康郎・山下彰司・内島邦秀：河川水理実験における相似についての検討，土木学会北海道支部論文報告集，第51号(B)，pp. 172-177, 1995.