

高潮とその数値シミュレーション

Storm Surge and Its Numerical Simulation

山下 隆 男

Takao YAMASHITA

1. はじめに

自然災害のなかで、最も多くの人的被害を引き起こすのは高潮であろう。ベンガル湾湾奥のバングラデシュやインドでは死者、行方不明者数が十万人を越える高潮災害は稀ではなく、1991年のサイクロンによるチッタゴン周辺海岸を中心とした災害は記憶に新しい。幸い、わが国では5,000人以上の犠牲者を出した1959年の伊勢湾台風以来、大きな高潮災害は発生していない。これは高潮対策が功を奏しているためであろうが、果たしてわが国においては高潮は災害をもたらす外力から除外されてしまったのであろうか？

わが国の東京湾、伊勢湾、紀伊水道・大阪湾のように太平洋に面して奥行が深く水深の浅い湾では、埋め立てによる低平地の造成や人工島建設等、ウォーターフロントの開発が活発になっている。ウォーターフロントには多くの社会資本が集中し、今後も多目的、多機能にわたる都市開発が計画されている。これらの地域は常に津波、高潮災害の危険に直面しているのであるが、その強度は明らかではない。とくに、埋立地や沖積層の軟弱地盤での地震による地盤の液状化と津波、河川の洪水流出と高潮といった可能性の高い複合的な災害についての強度は必ずしも明確にされているわけではない。

高潮や津波の防災には数値モデルによるリアルタイム予測は思ったほど効果的ではないことは、これまで経験してきたようである。かといって、災害統計は指標は与えてくれるが、防災、減災に寄与するところは少ない。果たして、高潮災害を防ぐための研究とは？数値モデルによる危険箇所の予測、その対策の効果のシミュレーション、数値実験による高潮の特性の把握等は高潮防災に役立ちそうである。当然のことながら、そのためには数理モデルの適切さ、数値モデルの信頼性が問題となる。ここでは、高潮をどのように捉え、それをどのように数理モデル化し、信頼できる数値モデルをどのように構築し、それをどのように役立てようとしているのかを学ぶ。

2. 高潮とは

2.1 高潮の発生機構

台風などの気象じょう乱によって起される海水面の異常な変動は高潮 (storm surge) と呼ばれている。検潮儀で記録された実測潮位と推算潮位 (天文潮) との差のうちで明らかに気象攪乱によるものを高潮の偏差 (anomaly) と呼んでいる。高潮の時間波形は、図-1 に示すように、一般に次の3つの部分に分割される。

- 1) 前駆波 (forerunner): 台風等の気象じょう乱が対象地点よりはるか遠方にあるときに生ずる 20~60cm の水位上昇で、高潮の直接的な発生要因によるものではなく、台風により、場所により特性が異なる場合が多い。黒潮等の外洋での長期的水位変動の一部であると考えている。
- 2) 高潮 (storm surge): 高潮の主部で、吸い上げと呼ばれる気圧の低下による海水面上昇と強風による海水の吹き寄せ効果とで発生機構が説明されている。
- 3) 揺れもどし (resurgence): 台風等の気象じょう乱が高潮を引き起こした海域から過ぎ去った後に残る海水の長周期振動。

台風などの低気圧に伴う気象じょう乱 (アメリカ、オーストラリアなどではハリケーン、インド洋沿岸ではサイクロン、そして北海沿岸では冬期季節風が対象となりゲールと呼ばれている) が通過すると、海面との気

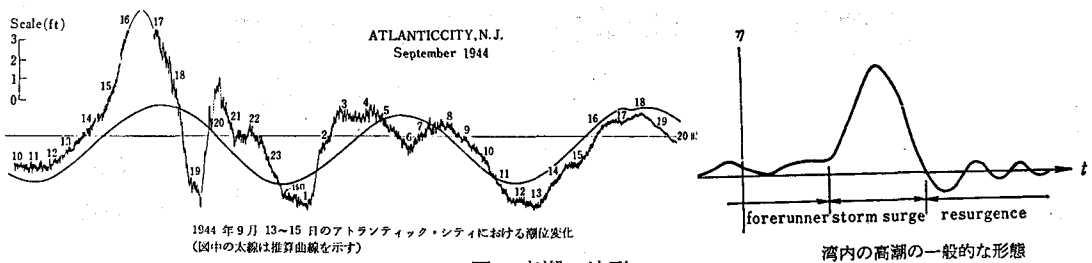


図-1 高潮の波形

圧差に応じた海面が吸い上げられることになる。静的には 1hPa の気圧低下で 0.99cm の海面上昇を起こす。たとえば、950hPa の場合には周辺気圧を 1013hPa とすると、約 62cm 海面が吸い上げられることになる。さらに、台風に伴う強風の海面に作用するせん断応力により海水の流動が生じる。この流れは陸地などの境界があればそこで堰止められ、海水面が上昇する。定常状態で、一定水深 D で長さ L の矩形湾内に風速 W の風が湾の長軸方向に連続して吹く場合の海水面の上昇量 ζ は次式で示される。

$$\zeta = \frac{3}{2} \frac{\rho_a \gamma_s^2 W^2 L}{\rho_w g D} \quad (1)$$

ここに、 ρ_w, ρ_a は海水、大気密度であり、 g は重力の加速度、 γ_s^2 は海面での抵抗係数であり、吹き寄せによる海面上昇は水深 D に反比例し、風速の二乗に比例する。

これは吹き寄せ効果と呼ばれ、式 (1) から、風速の 2 乗、海域の長さに比例し、水深に反比例することがわかる。しかしながら、水深や陸地境界の法線形状が複雑で、風域場が時空間的に変化する実際の海域での高潮の予測は、式 (1) では不十分で、これらの変化を考慮した数値シミュレーションが必要となる。台風等の低気圧の風域場は、北半球と南半球では地球自転の効果のため、それぞれ左、右廻りの旋風となる。したがって、高潮が発生する海域において陸地と低気圧との位置関係により、発生する高潮の特性が相違する。北半球では対象海域の西側を台風が通過すると、吹き寄せ効果のためその湾奥での高潮は大きくなる。

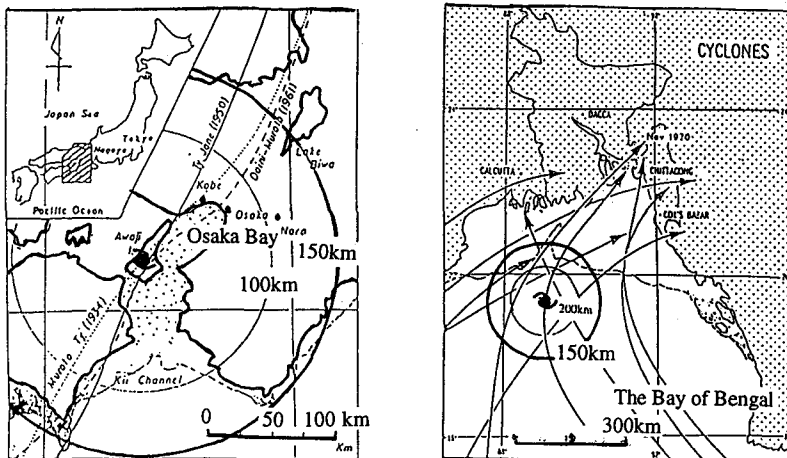


図-2 台風と海域のスケールの比較 (Tsuchiya & Yamashita, 1993 による)

高潮の現象は台風などによる強い施風の場合における風と海水の運動との相互作用によるものであり、動力学的な挙動を示すものであり、そこには海域の地形効果がきわめて大きく現れるのが普通である。その典型的な

例がわが国の高潮とベンガル湾の高潮である。図-2 に示すように、前者は台風のスケールに比べて湾のスケールが小さく、後者はその逆である。日本列島の太平洋沿岸のように、陸棚は発達していないが、南向に開口した100km程度のスケールの湾の場合には、台風の経路によっては湾奥に向かって一方向に吹き寄せ作用が生じる。このような場合には強風により海水が湾奥に集積される大きな高潮を起こす。また、発達した大陸棚の海域は一般には気象じょう乱に比べて同程度かそれ以上の広がりを持ち、そこでは陸棚上に形成される大規模な渦（ここでは高潮循環流と呼ぶ）の移動が高潮の発生に大きく寄与する。すなわち、気象じょう乱の移動速度が速ければ形成された高潮循環流は大きな移動速度を持つため、気象じょう乱の上陸とともに大きな高潮を生じる。しかしながら、移動速度が速すぎると、高潮循環流の発達が抑えられるため高潮は小さくなる。移動速度が海域での長波の伝播速度に近いときには高潮循環流が発達しやすく、このような場合に最大になる。例えば、バングラデシュ沖の陸棚のように水深10mの浅海域が広く発達しているような所では、35.6km/hrで移動するサイクロンが危険な高潮を発生させるが、水深が60mの陸棚の場合には危険な移動速度は87.3km/hrであり、実際的には移動速度が速くなるほど大きな高潮を発生させることになる。このような傾向は、数値実験から得られたことで、詳しくは後述する。ハリケーンによる高潮の実測値からは、梶浦(1961)によりまとめられたハリケーンの経路によるアメリカ東海岸およびメキシコ湾沿岸における高潮偏差の時間波形の特徴を示す図-3のように、陸棚へのハリケーンの侵入角度によっても高潮は波形は異なる。また、台風を中心示度 p_0 と観測された高潮の最大偏差 ζ と陸棚の幅 B_0 との関係を図示すると図-4のようになり、陸棚の幅が広いほど大きな高潮が発生することがわかる。

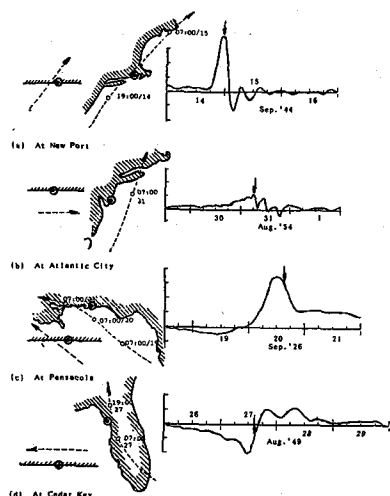


図-3 ハリケーンの経路と高潮波形（梶浦，1961 による）

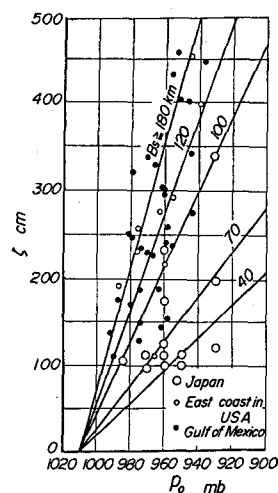


図-4 台風を中心示度 p_0 、陸棚の幅 B_0 と観測された高潮の最大偏差 ζ との関係（土屋，1991 による）

2.2 高潮災害の悲惨さ

死者数をもてあそぶのは楽しいことではないが、高潮災害が如何に悲惨であるかを物語るデータを示しておく。まず、世界的にみればベンガル湾湾奥のインド、バングラデシュでは、高潮により10万人を越える死者、行方不明者が出ており、これは他の地域と比較して桁外れに多い。明治以降の高潮災害をみると、わが国においても他の災害と比較して死者の数が多いたことがわかる。

2.3 波浪の影響

波浪が高潮に与える影響については、沿岸部での碎波による平均海面の高まり(wave set-up)と、海面での大気から海水への運動量の輸送機構におよぼす影響の2つがある。もちろん、台風時の波浪そのものは高潮に

表-1 台風，サイクロンなどによる死者，行方不明者数（土屋，1991 による）

年	国名，台風または地域 (*印はベンガル湾)	死者・行方 不明者（人）
1970	東パキスタン*	300,000
1737	インド*	300,000
1881	中 国	300,000
1897	東パキスタン*	175,000
1991	バングラディシュ*	> 140,000
1876	東パキスタン*	100,000
明治 17 年 (1884)	岡山県の高潮	1798
昭和 9 年 (1934)	室戸台風	3066
昭和 17 年 (1942)	周防灘の高潮	1158
昭和 20 年 (1945)	枕崎台風	3756
昭和 25 年 (1950)	ジェーン台風	593
昭和 34 年 (1959)	伊勢湾台風	5041
昭和 36 年 (1961)	第二室戸台風	202

加算される外力である。後者の大気・海面相互作用 (air-sea interaction) は，波浪の発達，海面せん断応力の推定，気泡の連行等の数理モデルを構築するうえで直接的に解明しなければならない力学機構の他，人工衛星のデータの海上での検証にも重要な研究テーマである。一方，前者の影響は海岸線で高潮を感じる人には重要な問題で，観測される高潮にはこの影響が混入している。しかしながら，高潮の数値シミュレーションにはこの効果は考慮されていない。

一般的には，海岸線での wave set-up は碎波波高の 10 % 程度であるので，台風時にどの程度の波浪が来襲するかによって異なるが，湾内では数十 cm，外洋に面する所では 1m を超える可能性はある。ここでは，観測値のうち吹き寄せ効果，吸い上げ効果および wave set-up がどの程度の比率なのを知るため，現地データの解析に基づいた既往の研究成果を紹介する。

波浪に伴う平均水位上昇 (wave set-up) は，碎波後の波高を $H = \gamma(\bar{\eta} + h)$ とすると，

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = -K \frac{dh}{dx}, \quad K = \left(1 + \frac{8}{3\gamma^2}\right)^{-1} \quad (2)$$

で表される。これを，碎波点から汀線まで積分すると，wave set-up は $\bar{\eta} = Kh_b$ で計算される。磯崎 (1970) は，浜名湖口の舞阪の高潮記録を解析するにあたり，特に外洋に面した地点の高潮は，波浪に伴う平均水位上昇が影響していると考え，波浪効果の量的な検討を， $\bar{\eta} \sim Kh_b$ として行った。ここに， K は回帰分析により決定される値である。

図-5 は，経験式から計算された成分別の水位上昇量とその合成値の経時変化を，観測された高潮偏差の経時変

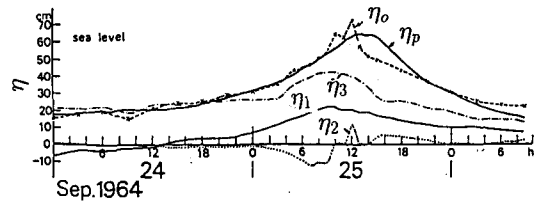


図-5 舞阪の高潮経時変化の例 (η_0 : 観測高潮偏差， η_p : 実験式による高潮偏差)

化と合わせて示したものであり，経験式から計算された高潮偏差のかなりの量は，波浪の効果が占めており，特に，高潮の前駆波においては，波浪の効果が高潮偏差とはほぼ一致していることがわかる。また，小西 (1991) は高潮の高さを求める経験式により wave set-up の影響を定量的に示している。

3. 高潮の数値モデル

3.1 高潮の観測

高潮を水理学的に記述しようとする場合、高潮とは何なのかを知る必要がある。そのためには水理実験ができれば良いのであるが、私にはその方法がわからない。恐らく多くの研究者がそうなのであろう、かくして高潮の観測を考えるのである。高潮は何で測るのであろうか？それは高潮のどの部分を計測するのかによって異なる。一般に高潮と定義されている、潮汐と同程度の時間平均操作を施した海面の変動が知りたいのならば、検潮儀で十分であるが、はたしてそれを計測することが高潮の観測であらうか？多くの人と同様に、私もそうは思わない。強風による吹き寄せは長波のような近似で良いのであろうか？

海水の流動の流速の鉛直分布はどうなっているのだろうか？風波はどのように高潮と関係しているのだろうか？また風波は風とどのように影響し合っているのだろうか？水温や塩分の分布と海水の流動特性の関係は？黒潮は…？考えてみると、我々は高潮の現象を殆ど理解していないことに気付く。現在、京都大学防災研究所ではこのような高潮の基礎的観測研究のために、紀伊水道の入り口である、和歌山県の田辺湾に高潮観測塔を設置し（写真-1、吉岡 洋氏撮影）、主として、附属白浜海象観測所により定常観測が開始され、高潮時の集中観測の準備が行われている。今年の台風時には高潮のしっばくくらいは見ることもできるかも知れないという楽しさと、そろそろ高潮災害が起こりはしないかという不安を抱きつつ。

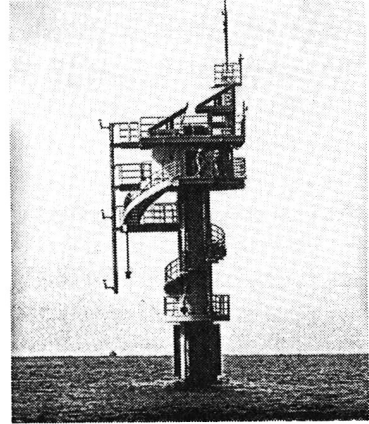


写真-1 高潮観測塔（京都大学防災研究所）

3.2 高潮の基礎式

高潮をどのように捉え、数値モデルを構築し、数値シミュレーションを行ってきたかを以下かで紹介するが、ここではそのための基礎式について述べる。図-6 に示す座標系を用いて、流体の運動は次式で記述される。

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}' + 2\Omega \times \mathbf{v}' = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \mathbf{F}_r \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}') = 0 \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{v}'$ は (u, v, w) 3成分の流速ベクトルであり、 ρ は海水の密度、 p は圧力、 Ω は地球の回転角速度、 $\mathbf{F}_r$ は摩擦力である。

また、式(3)は水平2成分と鉛直方向に分割し、ベータ平面近似を用いると次式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F}_r, \quad \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g + \mathbf{F}_r \quad (5)$$

ここに、 f はコリオリパラメーター (Coriolis parameter)、 $\mathbf{k}$ は z 方向の単位ベクトルである。

3.3 高潮が長波で近似できる場合

均質非圧縮流体 (homogenous incompressible fluid) を仮定できるものとし、運動が静力学的平衡 (hydrostatic) の近似が立つとすると、式(5)から圧力が得られ、連続式とともに次式のように表示される。

$$p = p_a + \rho g(\eta - z), \quad \nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (6)$$

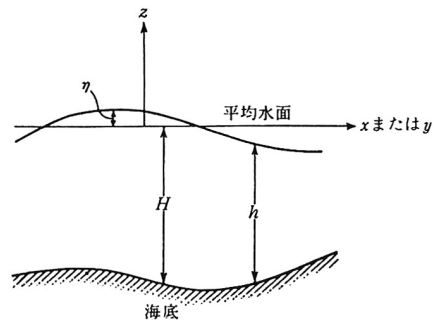


図-6 流体運動の座標系

ここに、 p_a 大気圧である。運動方程式および連続式を鉛直方向に積分平均化すると、長波の基礎方程式を得る。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial uU}{\partial x} + \frac{\partial vU}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + fV + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial uV}{\partial x} + \frac{\partial vV}{\partial y} = -gh \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{h}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho} - \frac{\tau_{by}}{\rho} - fU + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

ここに、 $\eta(x, y, t)$ ：静水面から自由水面までの高さ、 $h(x, y, t)$ ：静水深、 $U(x, y, t)$ 、 $V(x, y, t)$ ： x, y 方向の単位幅当りの流量、 $u(x, y, t)$ 、 $v(x, y, t)$ ： x, y 方向の流速、 τ_{bx} 、 τ_{by} ：海底面での x, y 方向のせん断応力、 τ_{sx} 、 τ_{sy} ：自由水面上での x, y 方向のせん断応力（主に台風などによって生じるもの）、 p ：大気圧低下分、 ρ ：水の密度、 K ：水平方向の渦拡散係数である。海底、海面でのせん断応力は Chézy 係数 C を用いて $\tau_b = \rho g \bar{U} |\bar{U}| / (C^2 h^2)$ で表示される。以上の式において、未知数は平均流速 U, V および自由表面 η であり、これらは局所流速 u, v 、静水深 h により $U = u \times h$ 、 $V = v \times h$ で表される。また、戻り流れによる効果を考慮して海底面でのせん断応力を、海面のせん断応力に比して減少させることも行われる。

3.4 海水の流動が3次元的情况である場合

高潮は吹送流の卓越する場であるので、その運動を記述するには3次元的特性を考慮できることが望ましいことは明らかである。必要に応じては、数値計算上の効率は度外視し3次元モデルとする必要がある。3次元モデルにすることは、計算点の数を N^2 から N^3 に増やすという数値計算への負荷は当然のこと、鉛直方向の乱流特性や成層特性についても記述しなければならないことになり、その労力は平面2次元の比ではない。そのため、一般にはゼロ方程式乱流モデルが用いられるが、高潮のように時空間的に大きく変化する場合には、この方法で必ずしも良い近似を与えられるとは限らない。ここに3次元モデルの困難さがあり、高潮観測の必要性が生じてくるのである。

(a) レベルモデル：計算アルゴリズム上は最も簡便な3次元モデルであり、鉛直方向に何層かのレベル（位置は変化しない）を設定し、各レベル間で単層モデルと同様の計算を行う方法である。この場合、第2層以下は未知数が水位変動から鉛直流速成分に変わる。この場合にも当然、レベル間でのせん断応力の表示が問題となり、どのような乱流モデルを使用するかは、計算の目的に応じて使い分けられる。第一層が水位変動を記述する層であり、高潮の場合には最も流速分布のきつい層なのでこの方法はあまり得策ではない。水位変動の小さい、鉛直分布の重要な解析に用いられる。

(b) レヤーモデル：鉛直方向に分割した層が移動するモデルで、密度等が異なる成層状態での内部波流れの解析に用いられる。内部波の高潮に及ぼす影響等はこれにより行われる。その基礎式は、以下のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial t} = -f \mathbf{k} \times \mathbf{U}_1 - \rho_1 g H_1 \nabla (h_1 + h_2) + \tau_s - \tau_i - H_1 \nabla p_a, \quad \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{U}_1 = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}_2}{\partial t} = -f \mathbf{k} \times \mathbf{U}_2 - g H_2 \nabla (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2) + \tau_i - \tau_b - H_2 \nabla p_a, \quad \rho_2 \frac{\partial h_2}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{U}_2 = 0 \quad (11)$$

ここに、サッフイクス 1, 2 は上層および下層の変数を意味し、 τ_i はレヤー間せん断応力である。

(c) 鉛直方向に運動方程式を解く方法：静力学的平衡を仮定し、式 (5) の第1式および (6) を基礎方程式とする。これを鉛直方向に数値積分し、水平流速成分 (u, v) の鉛直分布を求める、鉛直流速 w は、連続式から次式で計算される。

$$w(x, y, z) = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v dz \quad (12)$$

得られた鉛直流速分布を全水深間で積分し、平面2次元の連続式から海水面の変動 η を、次式で求める。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz \quad (13)$$

一方、流れの乱流特性を考慮するためには、渦動粘性係数の時空間的分布を乱流モデルを用いて適切に与える必要があるが、現段階で数値モデルとして適用できる最も複雑な乱流モデルは、以下に示すような k - ε モデルであろう。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - \varepsilon \quad (14)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (16)$$

ここに、 k : 乱れエネルギー、 ε : 乱れエネルギーの散逸率、 P : Production を表す。また、式中の5つの未定数値は、実験や観測のデータに適合するように求められる。

以上の基礎方程式を任意の初期、境界条件のもとに数値積分して流れの3次元場を計算した例としては、Koutitas & O'Connor(1980)、山下・土屋・吉岡・吉野(1993)の研究がある。これらでは、計算領域は水平方向に直交格子網を配置し、鉛直方向には解の解像度や安定性、計算時間などを考慮した全水深に比例した節点分割を行う。 x 方向の運動方程式は分割時間ステップを用いると、次のように差分表記される。

$$\frac{u^*}{\Delta t} = \frac{u^n}{\Delta t} - u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} - v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} - w^n \frac{\partial u^n}{\partial z} - g \frac{\partial \eta^{n+1/2}}{\partial x} \quad (17)$$

$$\frac{u^{n+1}}{\Delta t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_T \frac{\partial u^{n+1}}{\partial z} \right) = \frac{u^*}{\Delta t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_T \frac{\partial u^n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_T \frac{\partial u^n}{\partial y} \right) + f v^n \quad (18)$$

ここに、添字 n はタイムステップを、 Δt は時間間隔を表す。Galerkin 法による有限要素法を適用すると、最終的には線形の連立一次方程式系を得ることができ、それを解けばよい。また、 k - ε モデルの基礎式に対しても平均流の運動方程式と同様の手法をとるが、その際、移流、拡散および生成の各項は鉛直成分のみを考慮する。海底および海面における境界条件は、海底において non-slip condition を仮定し壁面近傍の流速の鉛直分布を壁面則で与えると、境界条件は次式で表される。

$$\frac{k}{u_\tau^2} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y}, \quad \left(\nu_T \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=\eta} = \tau_s, \quad \left(\nu_T \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=-h} = \tau_b \quad (19)$$

ここに、 u_τ は摩擦速度、 κ はカルマン定数、 y は壁面からの距離、 τ_s は海水面におけるせん断応力であり、また τ_b は海底におけるせん断応力である。

3.5 沿岸の潮位データに観測される長波の理論

気象じょう乱が引き金になって生じる長周期の自由進行波は沿岸で観測される水位に介入している。forerunner や異常潮位の成分であろうと考えられる長周期の自由進行波として、どのような長波の理論が有るかを簡単に紹介する(小倉, 1978)。問題を線形とし、大気圧勾配や摩擦を無視すると、流体運動の基礎式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + f u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

で表される。いま、コリオリ力が無視できる場合には、以上の3式から u , v を消去すると、伝播速度が $\sqrt{gh}$ の線形の波動方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = gh \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \right) \quad (21)$$

コリオリ力を考慮して同様に η だけの式に変形すると、次式となる

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f_0^2\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right) = gh \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right) \quad (22)$$

ここで、 $\eta = \eta_0 e^{i(k_x x + k_y y - \sigma t)}$ を仮定し式 (22) に代入すると、伝播速度が

$$c = \frac{\sigma}{|k|} = \pm \sqrt{gh} \sqrt{\left(1 + \frac{f_0^2}{gh|k|^2}\right)} \quad (23)$$

の解が得られる。すなわち、波数 k に依存する分散性の波動で、コリオリパラメーターが伝播速度に影響しており、長波の波速 $\sqrt{gh}$ より速い波の解が得られる。これは慣性重力波とよばれる。

また、沿岸境界を考慮して、水深が一樣で沿岸部で完全反射 $u = 0$ でその反対では無限遠で波高がゼロとなる波、 $\eta = F(x) \sin k_y(y - ct)$ を考え、式 (22) に代入すると、 $F(x)$ の解として、 $F(x) = \eta_0 e^{\alpha x}$ が得られる。ここに、 α は正の実数とし、 $F(x)$ を式 (22) に代入すると α の関係式、

$$\alpha^2 = \frac{f_0^2}{gh} + k_y^2 \left(1 - \frac{c^2}{gh}\right) \quad (24)$$

を得る。 $x = 0$ で $u = 0$ の境界条件より $f_0 + \alpha c = 0$ より、 $\alpha = k_y$, $c = -f_0/k_y$ と $\alpha = f_0/\sqrt{gh}$, $c = -\sqrt{gh}$ のと 2 つの解が得られるが、前者は慣性重力波の場合で、後者は

$$\eta = \eta_0 e^{-x/\gamma} \sin\{k_y(y + \sqrt{gh}t)\} \quad (25)$$

である。ここに、 γ はロスビーの変形半径 (radius of deformation) で $\gamma = \sqrt{gh}/f_0$ である。これはケルビン波と呼ばれ、波のエネルギーが境界に集中する波で、いわゆる境界に捕捉された波 (trapped wave) である。

コリオリパラメーターを $f = f_0 + \beta y$ として、式 (20)

で η を消去すると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) - f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \beta v = 0 \quad (26)$$

を得る。この方程式を満たす線形の波動解は

$$c = \frac{\sigma}{|k|} = - \frac{\beta}{(k_x^2 + k_y^2) + (1/\gamma^2)} \quad (27)$$

の分散関係をもつ。これはロスビー波と呼ばれ、西方向にゆっくりと進行する波動である。また、海底勾配が β 効果と同様の役割をするような方程式も考えられ、

この場合には等深線に沿って波が進行する地形性ロスビー波 (topographic Rossby wave) が得られる。この波は、図-7 に示すように、北半球では浅くなるほうを右手に見ながら進む。

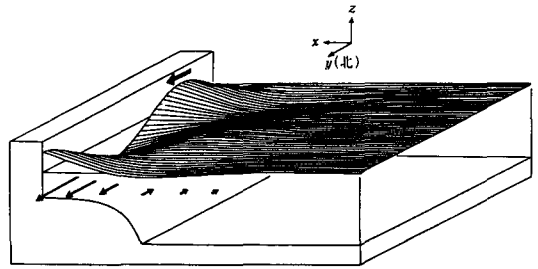


図-7 地形性ロスビー波

4. 高潮のシミュレーション

4.1 高潮の理論

気象じょう乱に強制される波とじょう乱により起こされる自由進行波の問題を断面 2 次元場で解いた山田 (1946) の研究を紹介する。それにより、高潮の基礎的特性の理解の助けとなると思う。矩形の一樣水深 h の閉じた細長い湖を考える。水平方向に x 軸を取り、速度 V で進行する気象じょう乱の侵入する側の陸地を $x = 0$ とし、対岸を $x = b$ とする。鉛直下向きを z 軸の正にとり、渦動粘性係数 ν により乱流抵抗を表示すると、基礎式は次式のように示される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - g \frac{\partial p_a}{\partial x}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz \quad (28)$$

ここで、海底および海面の境界条件を

$$-\frac{\nu}{gh} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = \tau, \quad (u)_{z=h} = 0 \quad (29)$$

ここに、 τ は風によるせん断応力を ρgh で無次元化したものであり、 p_a は大気圧を水柱高さで表示したものである。問題を解析的に解くために、流速の鉛直分布が放物線で近似できるものと仮定すると、次式を得る。

$$u = \left(\frac{gh^2}{4\nu} + \frac{3v}{2} \right) - \frac{gh\tau}{\nu} z \left(\frac{3g\tau}{4\nu} - \frac{3v}{2h^2} \right) z^2 \quad (30)$$

ここに、 v は断面平均流速である。これにより、問題は次式のように簡略化される。

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{3\nu}{h^2} v - g \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{3\tau}{2} \right), \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -h \frac{\partial v}{\partial x} \quad (31)$$

これは $\exp(-pt)dt$ の Laplace 変換によって解くことができる。変換された量を用いて解を表示すると、

$$\eta^* = \eta^{I*} + \eta^{II*} + \sum_{n=0} (\eta_{n+}^{III*} + \eta_{n-}^{III*} \eta_{n+}^{IV*} + \eta_{n-}^{IV*}) \quad (32)$$

ここに、

$$\eta^{I*} = \frac{VQ^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} e^{-\frac{\epsilon}{V}p} \quad (33)$$

$$\eta^{II*} = -\sigma \frac{VQ^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-\frac{\epsilon}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \quad (34)$$

$$\eta_{n\pm}^{III*} = \sigma \frac{VQ^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-\frac{(2n+1)b\mp z}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)} - \frac{bp}{V}} \quad (35)$$

$$\eta_{n\pm}^{IV*} = -\sigma \frac{VQ^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-\frac{(2n+2)b\mp z}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \quad (36)$$

ここに、

$$\epsilon = \frac{3\nu}{2h^2}, \quad \lambda = \frac{2\sigma^2}{(1-\sigma^2)}, \quad \sigma = \frac{V}{c}, \quad c = \sqrt{gh} \quad (37)$$

$$\eta^* = \int_0^\infty \eta(t, x) e^{-pt} dt, \quad Q^* = e^{\frac{xp}{V}} \int_0^\infty Q \left(t - \frac{x}{V} \right) e^{-pt} dt \quad (38)$$

これらを逆変換してやれば解が得られたことになるが、若干繁雑なので省略し、解の意味だけを考察しておく。 η^I は気象じょう乱に付随する波動成分で、 η^{II} は気象じょう乱により生起された自由進行波、 η^{III} および η^{IV} は両端部からの反射波である。これらの解は、 $\sigma = 1$ すなわち $V = c$ のときに波高は無限大となる特異性を有しており、共鳴解が生じることになる。実際には無限大になることはないが、気象じょう乱の移動速度と共鳴する水深があることを示している。

4.2 数値誤差

高潮は forerunner から resurgence までは数日のオーダーであり、発生機構を陸棚にまで求めると数百 km の空間を対象としなければならないため、これを数値計算するにはかなりの能力の有るコンピューターが必要である。このため、これまで有限差分法による計算が主として用いられてきた。ここでは差分法を対象とした数値モデルを紹介するが、その前に数値誤差について整理しておく。これまで示してきたように、高潮のよ

うな現象の数値モデルを構築すると、移流・拡散型の偏微分方程式に帰着する。このような問題を数値計算で解く場合には、数値粘性や数値分散に留意した差分化を行わなければならない。いま、移流方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (39)$$

を考える。初期値を $f(x)$ とすると、その解は $u = f(x - ct)$ で与えられ、伝播速度 c で伝達する波を表している。いま波数 k の正弦波 e^{ikx} が初期値であれば、解は $u = e^{ik(x - ct)}$ となる。ここで、移流方程式を次式のように微分差分方程式に置き換える。

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial t} + c \frac{U(x + \Delta x, t) - U(x - \Delta x, t)}{2\Delta x} = 0 \quad (40)$$

この方程式に対する解は、

$$U(x, t) = \exp \left\{ ik \left(x - \frac{c \sin k \Delta x}{k \Delta x} t \right) \right\} \quad (41)$$

であり、 $\Delta x \rightarrow 0$ のとき U は u の解の近似になっている。しかしながら、式 (41) の解は波数 k に依存する伝播速度を持っているため、初期値に含まれる種々の成分波がそれぞれ異なる速度で伝播し、波形は式 (39) の解とは異なる分散現象である。そこで

$$\frac{\sin k \Delta x}{k \Delta x} = 1 - \frac{1}{3!}(k \Delta x)^2 + \frac{1}{5!}(k \Delta x)^4 \quad (42)$$

の第2項まで考慮すると、 U の近似式は

$$U(x, t) = \exp \left\{ ik \left[x - c \left(1 - \frac{k^2 \Delta x^2}{6} \right) t \right] \right\} \quad (43)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + c \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{c \Delta x^2}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \quad (44)$$

であり、打ち切り誤差による数値分散項が右辺に現れている。

一方、式 (41) を上流差分で近似した場合には、打ち切り誤差は、

$$\frac{\partial U}{\partial t} + c \frac{\partial U}{\partial x} = \left[\left(-\frac{c^2 \Delta t}{2} + \frac{c \Delta x}{2} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right] \quad (45)$$

となり、右辺には数値粘性が現れている。このように、移流項は数値誤差を発生させる。強い減衰や、伝播速度に誤差がある場合には移流項の処理を検討してみる。この項があると計算できるが、取ってしまうと安定な計算ができないのはこの項が安定化させてくれているからであり、求めたい解を得ているのではないことに注意が必要である。特に、浅海域や陸上への遡上、氾濫計算のように、この項を取り込まなければならない（この項が影響する）現象に対しては、数値モデルの構築の際十分留意しなければならない。これらの数値誤差は差分の展開方法に依存しており、誤差の抑えられる差分スキームを用いるように留意しなければならない。伝達方程式の数値分散を抑えるためには Fromm スキームを用い、不連続的な現象には人工粘性を利用した Lax-Wendroff スキームを、数値粘性を小さくするためには高次の近似を用いると言ったように、方程式系に合わせて最適な差分法を展開する。この目的のために時間分割法が用いられる。

4.3 海水流動の数値モデル

高潮を数値モデルで記述する方法は種々あるが、実用上は深海から浅海、陸上への遡上まで計算できる数値モデルが望ましい。ここでは、その一例として、各項を数値計算するのに最も適した計算スキームを用い、有利な数値解を得ようとする方法を用いたモデルの概略を紹介する。これは、基礎方程式を移流計算（流れ自身により運動量が輸送される影響を表す項）、水平拡散計算（水平方向の運動量拡散項、コリオリ力を含めて考

える), および伝播計算 (圧力勾配, 海底面, 自由水面上での摩擦力に関係する部分, および連続式), の3つ時間ステップに分割し計算する方法である。Benqué et. al.(1982)の潮流の数値モデルでは, 移流項には特性曲線法, 拡散項にはADI法 (Alternative Direction Implicit, 交互陰解法), 伝播項にはIterative ADI法 (繰り返し交互陰解法) を適用している。山下・土屋・山中 (1991) はこの方法を用いて, 高潮モデルを以下のように構築している。

(a) 移流計算: 移流項を差分近似すると x, y 方向の差分式は, それぞれ

$$\frac{u^{n+\frac{1}{3}} - u^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} = 0, \quad \frac{v^{n+\frac{1}{3}} - v^n}{\Delta t} + u^n \frac{\partial v^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial v^n}{\partial y} = 0 \quad (46)$$

となる。ここに, 上付き添え字は時間ステップを表す。 x 方向掃過に対しては, y 方向の流速の変化を無視し, y 方向掃過に対しては, x 方向の流速の変化を無視することにより, 特性曲線法のひとつである Two-Point Fourth-Order Scheme (Holly & Preissmann, 1977) を用いる。

(b) 拡散計算の計算: この計算で考慮するのは, 水平方向への運動量拡散を表す部分およびコリオリ力と局所的加速度項のつり合いである。すなわち, x, y 方向に対して, それぞれ次式で示される方程式系である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = fV + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (47)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -fU + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial V}{\partial y} \right) \quad (48)$$

この差分化には Crank-Nicholson scheme を用いる。このスキームの格子間隔が一定でない場合の一般的な差分近似式は x 方向掃過に対しては次式のように示される。

(c) 伝播項の計算: 運動方程式中の圧力勾配, 摩擦力と局所加速度項により長波の伝播が記述される。水位変動の Δt 間の変化量 $\Delta Z \equiv Z^{n+1} - Z^n$ を用いて, 伝播を表す式は次式で示される。

$$\frac{\Delta Z}{\Delta t} + \alpha \operatorname{div} \bar{U}^{n+1} + (1 - \alpha) \operatorname{div} \bar{U}^n = 0 \quad (49)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{U}^{n+1} - \bar{U}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta t} + \alpha g h^{n+1} \operatorname{grad}(Z^{n+1}) + (1 - \alpha) g h^n \operatorname{grad} Z^n \\ & + \alpha \frac{h^{n+1}}{\rho} \operatorname{grad}(p^{n+1}) + (1 - \alpha) \frac{h^n}{\rho} \operatorname{grad} p^n + \alpha \frac{\bar{\tau}_b^{n+1}}{\rho} + (1 - \alpha) \frac{\bar{\tau}_b^{n+\frac{2}{3}}}{\rho} - \frac{\bar{\tau}_s^{n+1}}{\rho} = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

ここに, 式 (50) 中の $\bar{\tau}_b^{n+1}$ は, 伝播計算での未知数 $\bar{U}^{n+1}$ の積の形で表される非線形項であるのでこれを線形化する。さらに, 高次の微小量 $\partial/\partial x(\Delta Z/\varepsilon \partial \Delta Z/\partial x)$, $\partial/\partial y(\Delta Z/\varepsilon \partial \Delta Z/\partial y)$ を無視すると, ΔZ に関する楕円型偏微分方程式が, 次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & -\frac{\Delta Z}{g \Delta t^2} + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z}{\partial x} + \frac{\Delta Z}{\varepsilon} \frac{\partial h^n}{\partial x} + \frac{\theta_x}{\varepsilon} \Delta Z \right) + \alpha^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial \Delta Z}{\partial y} + \frac{\Delta Z}{\varepsilon} \frac{\partial h^n}{\partial y} + \frac{\theta_y}{\varepsilon} \Delta Z \right) \\ & = f_1 + f_2 - \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c_x}{\varepsilon} \right) - \frac{\alpha}{g} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c_y}{\varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (51)$$

ここに,

$$\varepsilon = 1 + \alpha g \left(\frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+\frac{2}{3}} \Delta t$$

$$\theta_x = -2 \left(\frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+\frac{2}{3}} \frac{U^{n+\frac{2}{3}}}{h^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p^n}{\partial x}, \quad \theta_y = -2 \left(\frac{|\bar{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+\frac{2}{3}} \frac{V^{n+\frac{2}{3}}}{h^n} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial p^n}{\partial y}$$

$$\begin{aligned}
c_x &= (1-\alpha)g \left(\frac{|\vec{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+\frac{2}{3}} U^{n+\frac{2}{3}} - \frac{\vec{r}_{sx}}{\rho}, \quad c_y = (1-\alpha)g \left(\frac{|\vec{U}|}{C^2 h^2} \right)^{n+\frac{2}{3}} V^{n+\frac{2}{3}} - \frac{\vec{r}_{sy}}{\rho} \\
f_1 &= \frac{\alpha}{g\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^{n+\frac{2}{3}}}{\varepsilon} \right) + \frac{1-\alpha}{g\Delta t} \left(\frac{\partial U^n}{\partial x} \right) - \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial x} \right) - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial p^n}{\partial x} \right) \\
f_2 &= \frac{\alpha}{g\Delta t} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^{n+\frac{2}{3}}}{\varepsilon} \right) + \frac{1-\alpha}{g\Delta t} \left(\frac{\partial V^n}{\partial y} \right) - \alpha \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial Z^n}{\partial y} \right) - \frac{\alpha}{\rho g} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^n}{\varepsilon} \frac{\partial p^n}{\partial y} \right) \quad (52)
\end{aligned}$$

伝播計算において、運動方程式と連続式とを連立させて、式 (51) のような未知数 ΔZ に関する楕円型偏微分方程式に書き換え、これを Iterative ADI 法により数値計算する。

(d) 開境界条件： 水平 2 次元浅水長波の開境界条件としては、日野ら (1988) の局所的仮想固体境界を用いる方法がシンプルで効果的である。この方法は、ある時間ステップにおいて瞬間的な仮想固体境界を考え、これを連続式に適用して得られる水位の時間発展値は重複波高であることから進行波成分はこの半分であるとし、これと入射波高の和が局所的仮想固体境界での水位を与えることになる。ただし、自由波のみを考えていること、開境界格子内での Courant 数が 1 でない場合には補間等による補正が必要である。また、入・反射波を分離しているため任意の反射率を設定することも容易である。

いま、静水面からの水位変動量を η とし、 i は仮想固体境界での計算値、 η_{in} は入射波とすると、開境界 $i = N$ における水位は次式となる。

$$\eta(N) = \frac{1}{2}\eta'(N) + \eta_{in}(N) \quad (53)$$

つまり、仮想壁があるために重複波が生じ、また仮想壁は完全反射であるとしているので、仮想壁に衝突する波（湾内の壁によって反射され湾内から出て行くもの）の波高は、これが仮想壁からの反射波の波高（仮想水位上昇量）の $1/2$ になるのである。

(e) 移動境界条件： 海岸・防災工学の実用的観点からは、高潮、津波、洪水の氾濫の計算や tidal flat 上での伝播計算は、水平 2 次元長波近似方程式を基礎とする流れの数値モデルが適用できるケースとして、モデルのニーズは高いが必ずしも容易ではない。陸上への氾濫を計算するための移動境界条件を以下のようにモデルに導入する。このモデルでは、伝播計算は全水深の時間差 $\Delta Z = Z^{n+1} - Z^n$ に関する楕円型微分方程式に変形されているため、これを差分化する際に格子点 $(i-1, j) - (i, j)$ および $(i, j) - (i+1, j)$ で近似するが、 γ はこの 2 階の微係数を離散系で記述するための格子点の情報の重みを表すパラメーターであり、流れの方向を考慮したときの重みパラメーターを β とすると、両者は次式のように定義される。

$$h_{i+\frac{1}{2}} = \beta h_{up} + (1-\beta)h_{dw} = \gamma_{i+\frac{1}{2}} h_{i+1} + (1-\gamma_{i+\frac{1}{2}})h_i \quad (54)$$

フロント部での流れは水面勾配と底面摩擦が支配的であることから、これらが釣り合うよう運動を仮定すると、次式で記述される。

$$gh \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0 \quad (55)$$

式 (54) から、流れの方向が正の場合には、 $h_{i+1} = h_{dw} \Rightarrow \gamma_{i+\frac{1}{2}} = 1-\beta$ となり、流れの方向が負の場合には、 $h_{i+1} = h_{up} \Rightarrow \gamma_{i+\frac{1}{2}} = \beta$ となる。フロント部での流れは水面勾配と底面摩擦のバランスが支配的であることから、 x 方向の運動は次式で表わされる。

$$\frac{Z_{up} - Z_{dw}}{\Delta x} + \frac{Q_x |\vec{Q}|}{C^2 h^3} = 0, \quad \frac{\partial Q_x}{\partial Z_{dw}} < 0 \quad (56)$$

y 方向についても同様の式を用いる。式(56)中の $|\vec{Q}|$ は数値計算上は x 方向についてのみ考えているので、 Q_x に等しいとする。このような簡略化を行い、 Q_x について整理し、 $h_{i+\frac{1}{2}} = \beta h_{up} + (1-\beta)h_{dw}$ を用いると、 β の表示として次式を得る。

$$\beta = \frac{3(Z_{up} - Z_{dw}) - h_{dw}}{3(Z_{up} - Z_{dw}) + h_{up} - h_{dw}} + \frac{1}{3(Z_{up} - Z_{dw}) + h_{up} - h_{dw}} \frac{2\Delta x Q_x}{c^2 h^2} \frac{\partial Q_x}{\partial Z_{dw}} \quad (57)$$

最大流量の定理により限界水深が $\partial Q_x / \partial Z_{dw} \rightarrow -0$ で生じる条件を用いればよく、これから β が得られれば、流れの向きに依存した重み γ が決定できる。

4.4 台風モデル

追算を実施する立場から通常用いられる代表的な海上風推算法は、台風モデルによる方法の他、天気図解析法と観測風補間法があるが、ここでは高潮の予知の場合よく用いられる台風モデルについて述べる。ハリケーンや台風などの極度に発達した熱帯性低気圧の気圧は、同心円状の分布を仮定して指数関数による通減曲線でモデル化される。実際には、進行方向に対しての歪（左右の非対称性）や2つの渦中心が存在することもあるが、おおむねこの関数で気圧分布は近似できるようなのである。それに伴う風速分布は、地上表面の粗度や気流の渦動粘性の他、中心付近での強風域の存在 (super gradient wind)などを考したモデル化が行われている。

一般に地表近く（地表面から10m程度まで）の気流運動では、乱流応力は高さに依存せずほぼ一定値をとる。このような領域は風向は一定で、乱流運動は地表面により規定されるため渦粘性係数は高さに比例して増大し、風速分布は対数則で表現できる。一方、高度1km以上では地表面の摩擦の影響は無くなり、ここでは地衡風の近似が成り立つ自由大気である。自由大気と接地境界層との間はコリオリ力と摩擦がバランスするエクマン層であり、地表近傍では等圧線と45°の角度を成し、上空に行くに連れ風速が増し、上空では等圧線方向になる。風向は北半球では時計回りの変化をする。このような大気境界層モデルとしてはカルドン (Cardone, 1969)のモデルがよく用いられている。

通常、高潮の数値計算には、計算負荷を軽減するため、台風の海上風（地上風）をより簡便に求めるモデルが用いられている。そこでは、摩擦を考慮しない場合の風の場合 (FFW: Friction Free Wind) と風域場が移動する速度をベクトルの足し合わせ、風向きや摩擦の影響を付加的に、経験的に導入する方法（いわゆる台風モデル）が取られている。その代表的なモデルは、藤田のモデル、光田・藤井 (1986) モデルおよび Yoshizumi (1968) のモデルであるが、前2者では偏角を経験的に固定し（例えば、30°）、地上風の流跡線の曲率も経験的に関数で近似しているが、Yoshizumiのモデルは、FFWの風速場と摩擦係数で表示される Ekman spiral の鉛直分布近似式 (Rosenthal, 1962) を仮定して、地表の摩擦特性を直接考慮した風域場の定式化を行っている。カルドンのモデルから藤田のモデルまで用途に応じて使い分けられよい。

Yamashita (Katsura et. al, 1991) によれば、藤田モデルの風域場はなだらかで、台風中心から離れた風域場が強めに計算される。これに対して、光田・藤井モデルでは最大風速半径の内側で強風域 (super gradient wind) がモデル化され、外縁では傾度風が2/3に弱められている。Yoshizumi モデルでは FFW と地上風との偏角が30°より小さく、強風域の集中度は藤田モデルよりきつく光田・藤井モデルより緩やかである。

ここでは、光田・藤井のモデルを紹介する。気圧分布は Schloemer (1954) の定式化を用いる。

$$p = p_c + \Delta p e^{(-r_m/r)} \quad (58)$$

ここに、 p : 台風域内の気圧、 p_c : 台風中心の気圧、 Δp : 台風中心と周辺の気圧の差、 r : 台風中心からの距離、 r_m : 台風の最大風速半径、である。

傾度風および地上風の流跡線の曲率半径 r_t (Blaton の公式) は、それぞれ次式で与えられる。

$$V_{gr} = -\frac{rf}{2} + \sqrt{\left(\frac{rf}{2}\right)^2 + \frac{r}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial r}}, \quad \frac{1}{r_t} = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{C}{V_{gr}} \sin \alpha\right) \quad (59)$$

ここに、 α は台風の進行方向を基準に反時計回りに定義した計算点の角度である。

台風域内の地表風速 V_s と V_{gr} との比の値は一定ではなく台風眼付近で大きくなる。この特性を定式化するため、Weibull 分布型の強調関数 $G(x)$ を用いる。

$$G(x) = G(\infty) + \{G(x_p) - G(\infty)\} \left(\frac{x}{x_p}\right)^{k-1} \exp \left[\left(1 - \frac{1}{k}\right) \left\{1 - \left(\frac{x}{x_p}\right)^k\right\} \right] \quad (60)$$

ここに、決定すべきパラメーター k 、 x_p および $G(x_p)$ は 7705 号と 7709 号の観測結果からは、 $k = 2.5$ 、 $x_p = 0.5$ 、 $G(x_p) = 1.2$ が得られるが、本来台風固有の未定定数である。また、 $G(\infty)$ の値としては、海面上の風速と傾度風速の比として一般的に用いられている $2/3$ を用い、地表風と FFW との偏角は 30° で近似する。

経路、最大風速半径 (r_m) および中心気圧は台風モデルで風域場を決定する重要なパラメーターであるので、ある時間の気象観測ステーションの観測データと、最大風速半径 r_m を変化させて台風中心からの気圧分布を Schloemer の式で計算した結果とを比較しながら、これらのパラメーターを決定する。なお、周辺気圧は天気図から与える。

さらに、わが国の湾内のように陸上地形の影響を受ける海上風の計算には、これを考慮したモデル化が必要である。その簡便な方法として、陸上の摩擦による風速の減衰効果を入れる方法と質量保存則による空間内挿法 (MASCON モデル) がある。前者は陸上への離岸距離により風速を減減させるもので、山下・土屋・山中 (1993) が高潮の数値計算に適用した例からは、陸による高潮の反射波が抑制され、観測値に良く合うことが示されている。一方、MASCON モデル (MATHEW モデル) は大気汚染の解析、波浪推算に利用され成果を挙げてきた (岡田, 1993)。ここでは、このモデルを簡単に紹介する。

通常の気象状態では大気は非圧縮流体と見なせるので、次式の質量保存則は満足されなければならない。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (61)$$

ここで、水平方向の風速の鉛直分布はカルドンモデルや Yoshizumi モデルから近似的に (平坦地形を仮定して) 求めることができる。そこで、これらを計算点として、式 (61) を満足するよう 3 成分の風速分布を計算する。その手法として、変分法を用いたものを示す。修正値の誤差を

$$E = \int_V \left[\alpha_1^2 (u - u^0)^2 + \alpha_1^2 (v - v^0)^2 + \alpha_2^2 (w - w^0)^2 + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (62)$$

を最小にする解を考える。ここに、 u 、 v 、 w は修正値、 u^0 、 v^0 、 w^0 は観測値、 λ はラグランジェの未定乗数、 α_1 、 α_2 はガウスの精度係数である。式 (62) を最小にする解のオイラー・ラグランジェ方程式は、

$$u = u^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial x}, \quad v = v^0 + \frac{1}{2\alpha_1^2} \frac{\partial \lambda}{\partial y}, \quad w = w^0 + \frac{1}{2\alpha_2^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad (63)$$

と式 (61) である。これより、 λ に関する次式のポアソン方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = -2\alpha_1^2 \left(\frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} + \frac{\partial w^0}{\partial z} \right) \quad (64)$$

これを境界条件の下に解いて、 λ を求めれば、式 (63) から内挿風速が得られる。

4.5 数値モデルの利用方法 (遊び方)

数値モデルが構築されると、これを実用化するために種々の追算が行われる。その後、実用化の目度が立つと数値実験やシミュレーションを行い、われわれの想像や単純化された条件下での理論ではわからなかったことを捜し出す。ここまでくると、後は遊びであるが、これが結構楽しい。以下では、上述した数値モデルを利用した研究の一部を紹介しよう。

(a) 数値実験（外洋高潮と湾内高潮の特徴を探索）

数値実験は数値モデルの信頼性が確認された後、条件を変化させて試行錯誤的にモデルを駆使し、考えている系の新たな側面を捜し出す楽しみがある。ここでは、山下・土屋・別宮(1994)による研究を紹介する。**湾内高潮**：特に、紀伊水道の陸棚上に台風が通過する場合に、循環流を発生させ陸地に衝突する際に大きな高潮を発生させる危険性の有無に着目する。C1は台風の中心が紀伊水道の中心線上を北上するコース、C2は台風の中心が紀伊水道の中心線上を北上するコース、C3は強風域が紀伊水道を覆うようなコースを示し、これらのコースは高潮循環流の発生を期待したものであり、C4は吹き寄せ効果が最大となると予想されるコースで、従来から高潮に対して危険な経路として考えられていたものである。C1～3については、これらのコースを時速30、60および90km/hrで北上させ、C4の場合には時速60km/hrとした。中心気圧はいずれも940hPaとし、周辺気圧は1010hPaとした。図-8に設定したモデル台風の仮想経路(a)、水位点(b)および最大水位の沿岸分布(c)を示す。これより、大阪湾では30km/hrではC1の経路、90km/hrではC3の経路が危険であるが、60km/hrでは経路による差はほとんど無いことがわかる。また北上3コースの数値実験では、いずれのケースでも高潮循環流が伝播し陸域に衝突して水位を上昇させる機構は見られなかった。これは田辺湾のすぐ近くまで海洋底が侵入しているため、御坊以南では循環流は形成されず、御坊以北の海域でのみ循環流が形成されるためである。この海域では、顕著な高潮循環流の形成には海域のスケールが小さすぎるのである。

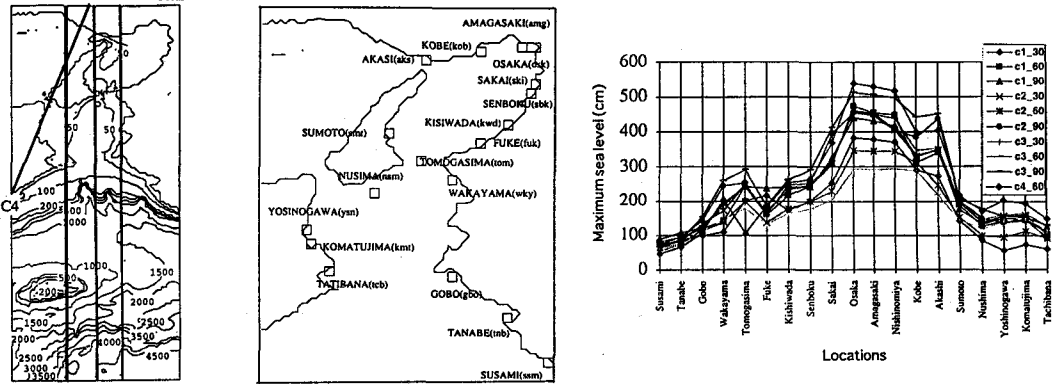
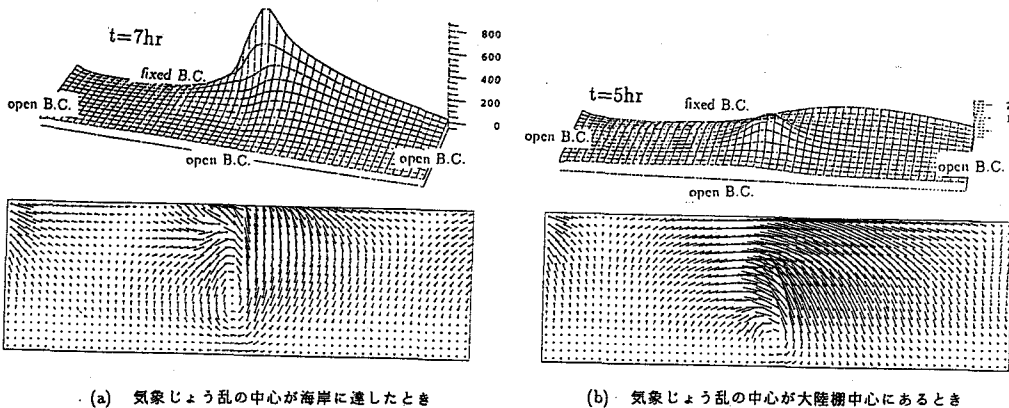


図-8 仮想の台風コースと最大水位の沿岸分布



(a) 気象じょう乱の中心が海岸に達したとき

(b) 気象じょう乱の中心が大陸棚中心にあるとき

図-9 高潮波形および流速場

外洋高潮：実験条件は、4種類の海底地形 ($B=50, 100, 150\text{km}$ の一般の大陸棚地形の場合とバングラデ

シュ地形), 3種類の台風の進行速度 ($V=30, 60\text{km/hr}$ および 90km/hr) および 3種類の中心気圧 ($P=900, 940, \text{および } 980\text{hPa}$) の組み合わせで, $\Delta x=5\text{km}$ のメッシュ間隔, $\Delta t=60\text{s}$ の時間間隔である。気象じょう乱のモデルなど, そのほかの条件は湾内高潮の数値実験の場合と同じである。この数値実験で得られた高潮波形および流速場を図-9に, 沿岸部での高潮の最大偏差と大陸棚の幅 B , 気象じょう乱の移動速度 V との関係を図-10に示す。これからわかるように, 一般の陸棚地形では, 台風の進行速度が遅い場合 (30km/hr) には陸棚の幅に依存して高潮の最大値は決まる。しかしながら, バングラデシュを想定した実験では, 陸棚の幅は 100km であるが, 気象じょう乱の移動速度が水深 8m での長波の移動速度 (共鳴現象の速度) に近い 30km/hr のときに最大偏差を示した。移動速度 60km/hr は一般の大陸棚地形の共鳴速度に相当するが, 大陸棚の幅が広い 150km の場合には, 共鳴速度で最大水位が発生しており, $B=100\text{km}$ 以上ではバングラデシュ型の場合より大きくなっている。

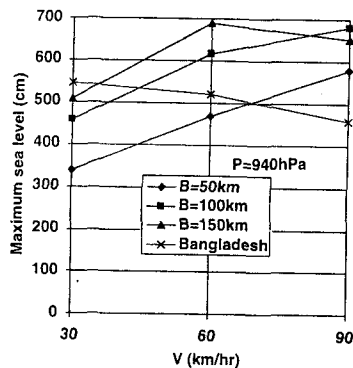


図-10 最大偏差と気象じょう乱の移動速度 V との関係

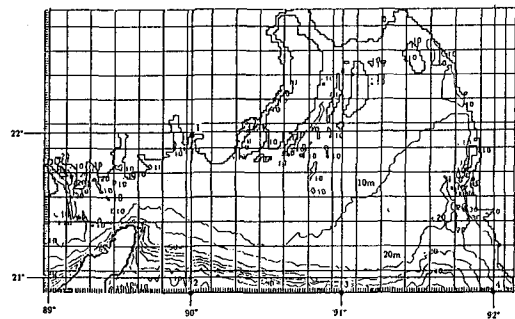


図-11 バングラデシュの高潮の計算領域

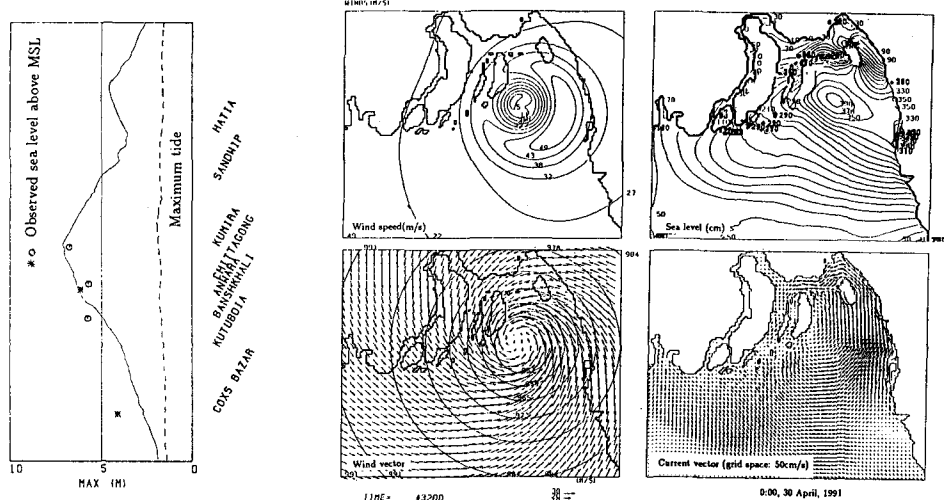


図-12 沿岸域での高潮の最大値の分布と潮位, 流速ベクトル, 風速ベクトルおよび等風速線の空間分布の例

(b) 数値シミュレーション (バングラデシュの高潮の追算)

数値シミュレーションは数値モデルにより現象を数値的に模擬 (再現) することで, 再現できない場合は揶揄的に数値趣味レーションと呼ばれるが, 何れの場合でも趣味であることには変わり無い。ここでは, 1991年のバングラデシュの高潮の追算を例に, 山下・土屋・藤井・山中 (1992) の研究を紹介する。

潮汐計算: Bengal 湾沿岸, とくに Bangladesh における検潮所は少なく, Cox's Bazar と Karnaphuli 川

河口の Chittagong, Norman's Point だけである。Chittagong 港は Karnaphuli 川上流約 18km に位置しているため、湾内の潮汐計算のためのデータとしては使えない。そのためここでは Schwiderski(1979,1981) による全球規模での潮汐計算結果 (1° メッシュの位相, 振幅) を境界条件として与え, 高潮計算領域において M_2 および K_1 の 2 分潮の数値計算を行った。計算領域は図-11 に示す範囲で, メッシュ間隔は経度方向 $\Delta x = 1,726\text{m}$, 緯度方向 $\Delta y = 1700\text{m}$ である。図中, ●印は Schwiderski(1979, 1981) の位相, 振幅を与えた点で, 開境界条件の入射水に変動はこれらを線形内挿した。

高潮計算: 初期条件は静止状態として, 高潮計算の 6hr 前から潮流計算をはじめ, 初期じょう乱の影響が小さくなった時点で, サイクロンの影響が始められるよう設定した。また, 開境界条件としては, 天文潮 2 分潮, M_2 , K_1 , および気圧低下による静的な吸い上げ相当水位を与え, 海岸線では完全反射条件とし, 海面せん断応力の抵抗係数 C_D は 0.0026 とし, サイクロンの経路および中心気圧は, JTWC(Joint Typhoon Warning Center) の情報そのものと客観解析により, それを修正したものを用いた。図-12 に, 沿岸域での高潮の最大値

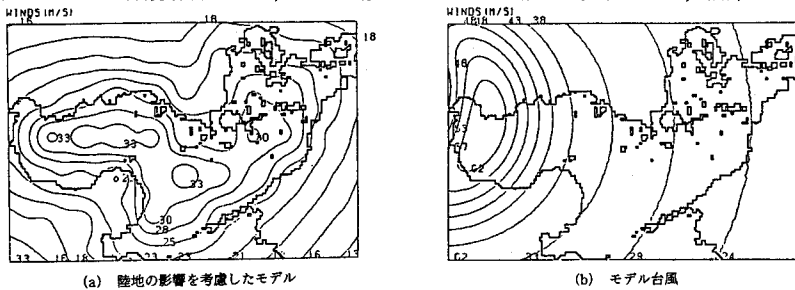


図-13 陸地の影響による減衰効果を考慮した風域場のと台風モデルとの比較

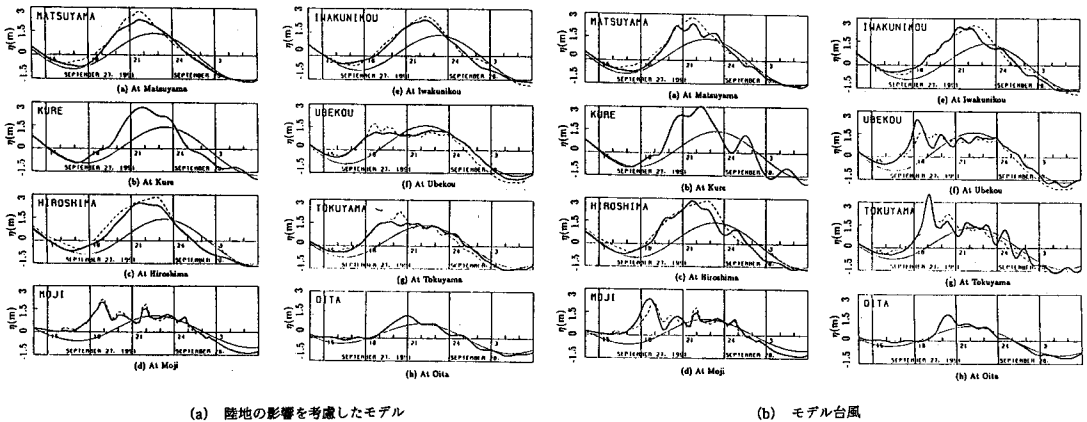


図-14 計算結果の比較 (陸地の影響による減衰効果を考慮した風速場と台風モデルの風速場)

の分布および潮位, 流速ベクトル, 風速ベクトルおよび等風速線の空間分布の出力の一例を示す。図中, 観測潮位の最大値の沿岸方向分布は, Kumira フェリーターミナル, Chittagong (Karnaphuli 川河口), Anwara, Bashkhali および Cox' Bazar での観測結果をプロットしてあり, ○印は静水状態に近い場所での観測結果で, *印はそうでないものである。図からわかるように, どちらのコースでも潮位が高いのは, Sandwip 島東岸の Kumira から Bashkhali まです, そこから Cox's Bazar に向かって小さくなっており, 高潮の最大値は 6m 以上になり観測結果とよく一致する。水位の基準面は平均海面 (MSL) としている。

(c) 数値シミュレーション（瀬戸内海西部の高潮の追算）

高潮の数値計算では風域場の設定が大変重要である。これを確かめるため、実験的に陸上の減衰効果を入れた風域場を作成し、1991年の瀬戸内海西部海域での高潮の追算を行った山下・土屋・光田・山中(1993b)の研究を紹介する。

米国フロリダ州オケチオーベ湖上でハリケーン接近時の風速が測定され、湖上を横切る方向の風速の陸地による減衰特性が求められている。光田・藤井はこれを用い陸地の影響を考慮した風域場を図-13のように求めた。図は、台風が計算領域に最も接近した9月27日18:00において、台風モデルの風域場との比較で示してある。計算結果を図-14に示す。風域場の相違による高潮計算結果へ影響としては、全般的に減衰を考慮した風域場の場合には海域内での振動がかなり小さく計算され、観測結果と良く一致している。モデル台風の風域場は湾水振動を大きく評価するのに対して、減衰を考慮した風域場ではこれが抑えられ、実測に近いシミュレーションができることを示している。

(d) 数値シミュレーション（北海道南西沖地震津波の伝播・氾濫計算）

上述した高潮の数値モデルのうち、流体の運動を計算する部分は高潮だけでなく長波近似の成り立つ流体運動の計算に用いることができる。水平2次元モデルであるので、むしろ津波の計算に向いている。ここでは、約1年前(1993年7月22日)に発生した北海道南西沖地震津波の伝播と氾濫のシミュレーション結果(山下・高林・土屋(1994b))を示す。このような数値シミュレーションを地震の発生する前に津波危険箇所適用しておけば、青苗地区の津波に対する防災対策も見直されていたであろうし、災害も軽減できたであろうと思うと、一人でカリカリさせられる例である。

計算領域は津波の波源から北海道沿岸を含む広領域、奥尻島周辺の狭領域、および奥尻島南端の青苗地区周辺の氾濫計算領域の3領域の接続計算とし、狭領域から広領域への反射波は考慮していない。広領域における津波の伝播特性を表現するため、空間波形の時間変化を図-15に示す。これより、津波発生後5分では奥尻島を通過し北海道本島の上ノ国町および瀬棚町に、10分ではほぼ全域に津波の先端が到達していることがわかる。また、島牧村から大成町にかけて高いと言う調査結果は、奥尻島で屈折した津波がここに集中した結果であることも理解される。奥尻島周辺では、南端部の浅瀬で屈折、浅水変形した高い津波が島の背後に来襲している様子がわかる。青苗地区での津波の挙動および氾濫の様子は、図-16の氾濫計算領域でのグレースケール表示に示される。図中、白い部分が高い波高を示す。これより、津波の伝播、氾濫の過程は次のようであったことがわかる。(1)地震(津波)発生後6分では、南部の青苗岬の地区が津波に洗い流されている。(2)8分では、岬を回り込んだ津波が漁港北側に到達している。(3)9~10分では、海岸沿いに西進した津波の一部が漁港北側の海岸堤防に堰止められる形で波高を増幅し、青苗地区に氾濫している。

これから、もし津波防波堤を設置すると氾濫はどのようになっていたかを計算することは面白そうだが、追算結果の十分な検証ができてから行うべきであろう。楽しいからと言って、無闇やたらに数値モデルで遊ぶのは感心しない。その他、数値シミュレーションによる災害危険箇所の捜査、外力の最大値分布、他外力との複合災害の予測、対策の効果のシミュレーション等色々な仕事(遊び?)ができるのであるが、その信頼性が十分確かめられた場合にのみ公表しよう。そうでない場合は、計算機の中に閉じ込めておいて、結果を一人で楽しむなり、起こるかも知れない災害に気を揉むなり自由にすればよい。

5. おわりに

高潮をどのように捉え、どのように数理モデル化し、数値モデルを構築し、これにより何ができ、どのように社会貢献と自己満足を使い分けるかを示した。3次元モデルによる土佐湾の高潮の数値シミュレーション、陸上地形の影響を考慮した湾内高潮、同化モデル(assimilation model)による高潮の3次元リアルタイム観測等面白そうな話題は多いが、研究途上でもあり紙面の関係もあったので言及しなかった。

最後に、高潮に関する論文、著書は多くあるが、これらを広く紹介する努力はしなかったので記憶にあるものだけを紹介しておく。高潮とその計算方法について辞書的に書かれた Murty(1984) の本、少し古い入門書として和達(1970)のもの、最近では梶浦(1993)のレビューが参考になろう。

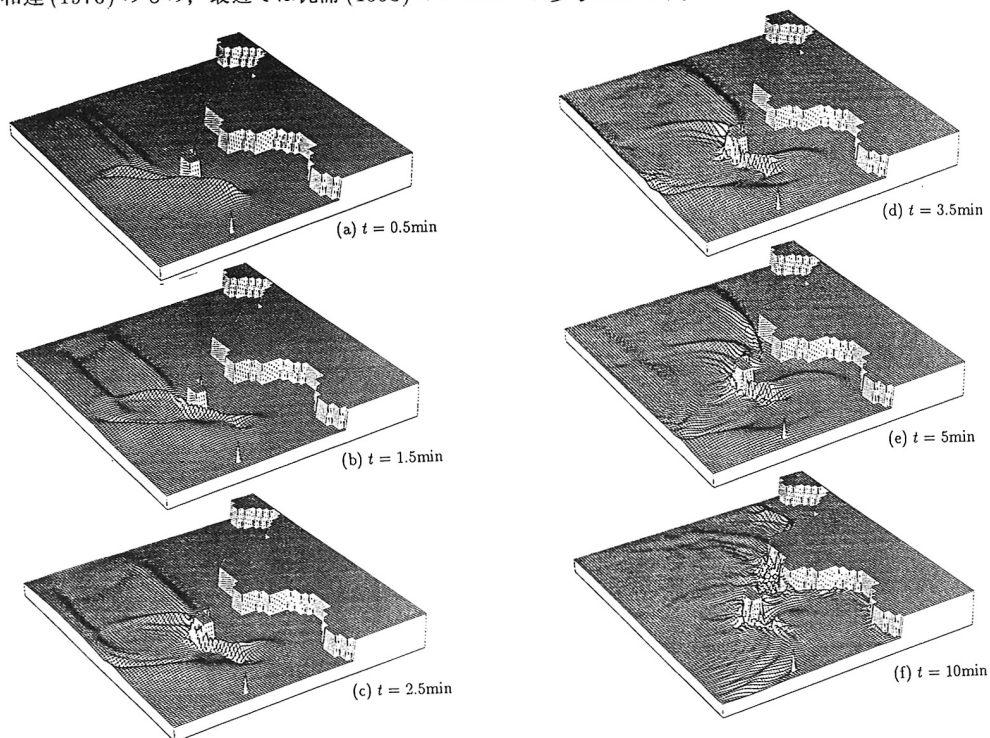


図-15 津波の計算結果（広領域）

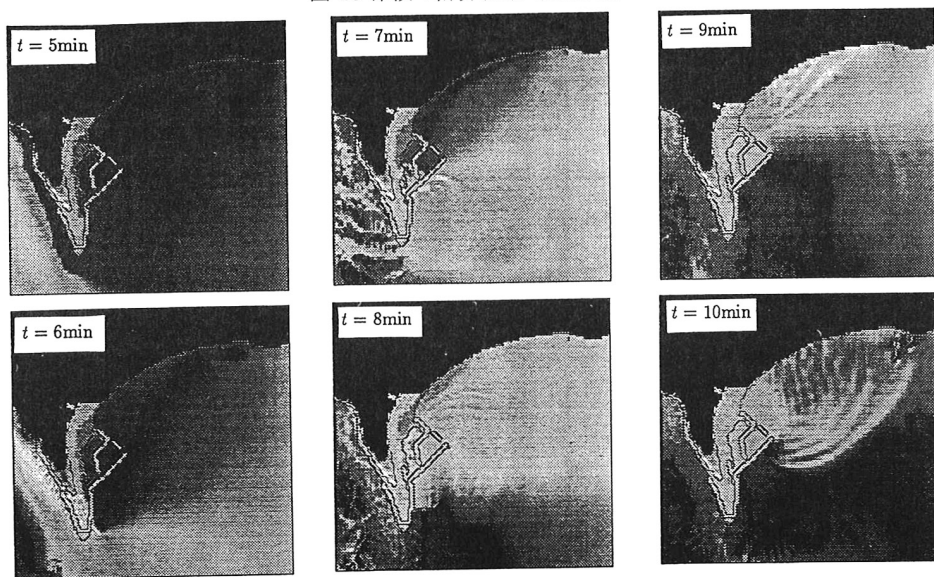


図-16 津波の計算結果（青苗地区）

参考文献

- 磯崎一郎 (1970): 舞阪の高潮, 沿岸海洋研究ノート, 第8巻2号, pp. 40-47
- 岡田弘三 (1993): 内海の波浪予測に関する研究, 東北大学博士論文.
- 梶浦欣二郎 (1961): 高潮について, 海と空, 第37巻, 第3号, pp.24-31.
- 梶浦欣二郎 (1993): 沿岸の防災研究について, 沿岸海洋研究ノート, 第30周年記念特別号, pp.53-61.
- 小倉義光 (1978): 気象力学通論, 東京大学出版会, p.249.
- 小西達男 (1991): 外洋に面した港湾で生ずる高潮に対する wave set-up の寄与について, 海と空, 第66巻4号, pp. 45-57.
- 土屋義人 (1991): 台風と高潮, 京都大学防災研究所公開講座, 都市の防災, 第2回, pp.43-69.
- 日野幹雄・仲座栄三 (1988): 数値波動解析における新しい無反射境界スキームの平面二次元問題への適用, 第35回海岸工学講演会論文集, pp.262-26.
- 藤井 健・光田 寧 (1986): 台風の確率モデルの作成とそれによる強風のシミュレーション, 京大防災研究所年報, 第29号B-1, pp.229-239.
- 山下隆男・山中久生・土屋義人 (1991): エスチャリーにおける長周期波の数値計算—田辺湾の潮流・吹送流シミュレーション—, 京大防災研究所年報, 第34号B-2, pp.449-469.
- 山下隆男・土屋義人・吉岡 洋・吉野敏成 (1993): 準3次元高潮数値モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.211-215.
- 山下隆男・土屋義人・藤井 健 (1992): 1991年のサイクロンによるバングラデシュの高潮の数値計算, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.236-240.
- 山下隆男・土屋義人・別宮 功 (1994): 外洋性高潮と湾内高潮の発生機構の数値実験, 海岸工学論文集, 第41巻 (印刷中).
- 山下隆男・高林 努・土屋義人 (1994): 北海道南西沖地震による津波および奥尻島青苗地区における氾濫解析海岸工学論文集, 第41巻 (印刷中).
- 山田彦児 (1946): 進行性低気圧に依る高潮 (一), 九州大学応用力学研究所所報, 第3巻1号, pp. 97-123.
- 和達清夫 (1970): 津波, 高潮, 海洋災害, 防災科学技術シリーズ2, 共立出版, p.377.
- Benqué, J. P., J. A. Cunge, J. Feuillet, A. Hauguel and F. M. Holly (1982): New Method for Tidal Current Computation, J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol. 108, No. WW3, pp. 396-417.
- Cardone, V. J. (1969): Specification of the wind distribution in the marine boundary layer for wave forecasting, New York Univ., School of Eng. and Sci. Rept., GSL-TR69-1, p. 131.
- Holly, F. M. and A. Preissmann (1977): Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions, J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY11, pp. 1259-1277.
- Katsura, J., T. Hayashi, H. Nishimura, M. Isobe, T. Yamashita, Y. Kawata, T. Yasuda, and H. Nakagawa (1991): Storm surge and severe wind disasters caused by the 1991 cyclone in Bangladesh, Research Report on Natural Disasters, Supported by the Japanese Ministry of Education, Science and Culture (Grant No.03306020) Japanese Group for the Study of Natural Disaster Science.
- Koutitas, C. and B.A. O'Connor (1980): Modeling three-dimensional wind-induced flow, Proc. ASCE, Jour. Hydraulics Div., Vol.106, HY11, pp.1843-1865.
- Murty, T.S. (1984): Storm surges, Sci. Inf. & Pub. Branch, Canada, 897p.
- Rosenthal, S.L. (1962): Theoretical Analysis of the Field Motion in the Hurricane Boundary Layer, National Hurricane Research Project Report, No.56.
- Schloemer, R.W. (1954): Analysis and synthesis of hurricane wind patterns over Lake Okeechobee, Florida, Hydrometeorological Report, Vol.31, pp.1-49.
- Schwiderski, E.W. (1979): Global Ocean Tides, PART II The Semidiurnal Principal Lunar Tide (M_2), Atlas of Tidal Charts and Maps.
- Schwiderski, E.W. (1981): Global Ocean Tides, PART IV The Diurnal Luni-Solar Declination Tide (K_1), Atlas of Tidal Charts and Maps.
- Tsuchiya, Y. and T. Yamashita (1993): Storm surges in continental shelf, Proc. Japan-China (Taipei) Joint Seminar on Natural Hazard Mitigation.
- Yoshizumi, S. (1968): On the Asymmetry of Wind Distribution On the Asymmetry of Wind Distribution
- Yoshizumi, S. (1968): On the Asymmetry of Wind Distribution in the Lower Layer in Typhoon, Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol.46, No.3, pp.405-415.