

流 砂 と 河 床 変 動

Sediment and River Bed Changes

石井 千万太郎

Chimataro ISHII

1. はじめに

「流砂と河床変動」の研究の目的は河床変動の予測と安定な河道の設計にある。これらに関係する専門分野は広く、水理学的知識だけではなく地形学上の広範な知見や河川工学的経験を必要とする。本文は流砂と河床変動に関する細分化された個々の現象の水理を専門的に記述したのではなく、自然河川の河道や流砂現象の理解、最終的に河床変動計算に至る一つの道筋を示したものである。全体的見通しを計るため、最短かつ単純な解説となっている。詳細は既刊の本講習会の講義集や成書¹⁾を参照されたい。

2. 概 説

1) 河 道

河川は流域に降った水を集めて海や湖に排水する水みちであり、この水みちとなる細長い地表のくぼみを「河道」と呼ぶ。流水は地表を侵食して水とともに侵食された地表構成物質である「土砂」（風化された岩石や鉱物で、本文では土砂・れき・岩を総称する）を流送する。下流では河川自身が流送した土砂を堆積して沖積地を形成し、その上の低いところを流れる。河川は生き物であるといわれる。長期的には気候変化や地盤運動等によって、短期的には豪雨による上流山地からの供給土砂量の変化や洪水による河床変動、側方侵食による河道変遷等により様々にその姿を変えるからである。この変化の度合いは河川の流域の気象や地勢、地質などによって異なるが、本質的にはどの河川もこのような性質を持っている。

人間が河川に期待する治水や利水、環境の機能を満足するためには、河道はできるだけ変化しないで安定していることが望ましい。特に治水工事の主な目的は洪水の氾濫防止であるが、この目的を達成するには安定な河床・河道であることが重要な条件である。しかしながら、自然の河川は大洪水時の上流山地からの大量の土砂供給により河床・河道が大きく急激に変化して不安定化し、その後の長年月の中小洪水流によりほぼ安定した河床・河道に近づいていき、次の大洪水時に再び不安定化するサイクルを繰り返す。常に河道変遷や河床変動を生じる性質を持っている。これに対して、地形が急峻で豪雨を受け、河川沿岸に人口・資産の集積が大きいわが国の対策の基本は²⁾、洪水処理を目的とした計画河道において安全に流し得る流送土砂量（計画許容流砂量）を求め、それ以上の土砂を上流部でダム、床固、護岸、流路工、山腹工等の砂防施設で土砂生産の抑制、流送土砂の抑制と調節を行なうとしている。

一方、発電、洪水調節、農業・都市等の各種用水のために多くの河道にダムや堰が造られている。そこでは水の流れを変えると同時に土砂の流れを著しく減少させるため、その上下流の河床・河道を不安定なものとする。すなわち、ダム・堰の貯水池の堆砂と上流河道の河床上昇、下流河道の河床低下を生じるのであり、その変動量と対策を考慮しておくことが必要となる。

近年、多くの河川で上述の砂防施設やダム・堰の建設は結果として流下する土砂量を大幅に減少させ、下流の河床低下、海岸の土砂収支バランスを崩しての海岸侵食を起こしている。さらに、河川での河道掘削は重要な建設材料である砂利、砂の供給源であったが、河床低下により急速に枯渇しはじめ、他に供給源を求めなければならない現状にある。

2) 河川およびその周辺地形の区分

一つの河川の上流から下流まで変化する河床・河道を河川およびその周辺地形を区分すると理解しやすい。その区分の仕方は表-1に示したようにいくつかあるが、最近の移動床水理学では研究の対象としている「沖積河川」(第四紀沖積世に、主として水成堆積物によって形成された沖積平野を形づくる河川)を「扇状地」、「中間地」、「デルタ」の各河川に区分している。その特徴の概略を以下に述べる。

表-1 河川および周辺地形の区分

流水の主な作用	(a) 河川の区分 (吉川、篠原、岩佐：河川工学)	(b) 沖積平野(河川)の区分 (木下地)	(c) 河谷の区分 (野溝、瀬野) (本間)	(d) 河川周辺地形の区分 (高瀬)
侵食	湫流		山の区域	山地・河谷
運搬	山地河川		谷の区域	
堆積	平地急流河川	扇状地(河川)	(本間)	扇状地
		中間地(河川)	平野の区域	河口州
	平地緩流河川	デルタ(河川)		

扇状地： 砂れき質で乾燥し、勾配は急であり、河川は河床が浅く、時には天井川をなし、川幅はひろく、流路は幾条にも乱れ、河床の凹凸も激しい。そして、ふだんは伏流部分があらわれることもある。

中間地： 河川流路はまとまり、河道断面も比較的深くなり、また蛇行性とその流路の変遷が激しくなり、いわゆる三日月湖がその周辺に見られたりする。河岸には自然堤防と呼ばれる地形のかたまりが発達する。

デルタ： 河口部の堆積地形で粘土質であり、湿地性である。河岸は崩れにくく切り立ってきて、河道断面も深くなる。流路の蛇行も激しいが、しかし、変遷による移動はきわめてにぶくなってくる。

また、山本³⁾は山間部から平野部に出て有力な支川が流入せずそのまま海に入る河川は、ほぼ同一の勾配を持つ三つの「セグメント」に分けられ、各セグメント内では河川の特徴がほぼ同一として表-2を示している。図-1と2は木曾川の河床縦断面形と河床材料の粒度の変化を示したもので表-2の三つのセグメントに分けられることを示している。なぜ勾配や河床材料の粒度が不連続に変化するのか興味深い問題である。

表-2 セグメントとその特徴(1級河川の場合)³⁾

	セグメント1	セグメント2	セグメント3
地形区分	← 扇 状 地 → ← 中 間 地 → ← デ ル タ →		
河床材料の平均粒径 ds	2 cm以上	3 cm~0.4mm	0.3mm以下
河岸部質	表層に砂、シルトが乗ることがあるが薄く、河床材料と同一部質が占める。	下層は河床材料と同一、細砂、シルト、粘土の混合物	シルト、粘土
勾配	1/60~1/400	1/400~1/4,000	1/5,000~水平
蛇行程度	曲がりが少ない	蛇行が激しいが、川幅水深比が大きいところでは8字蛇行または島の発生	蛇行が大きいものもあるが小さいものもある
河岸侵食程度	非常に激しい	中、河床材料が大きいほうがよく水路動く	弱、ほとんど水路位置動かない
水路の平均深さ	0.5~3 m	1~5 m	4~6 m

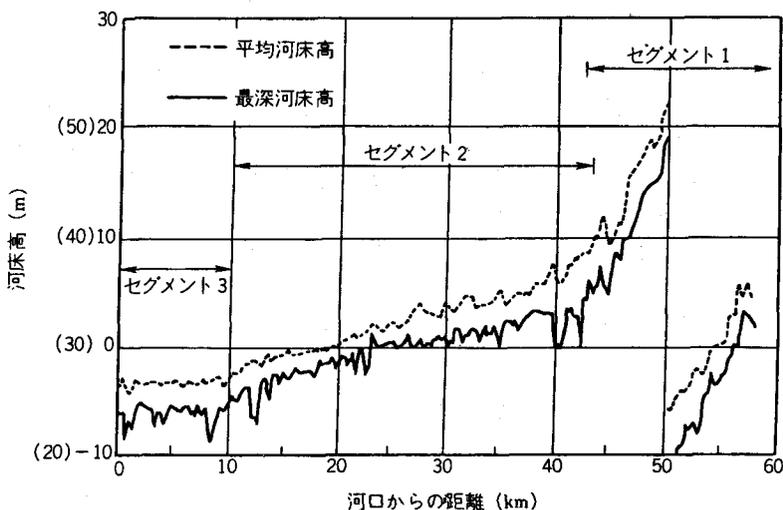


図-1 木曾川の河床高とセグメント³⁾

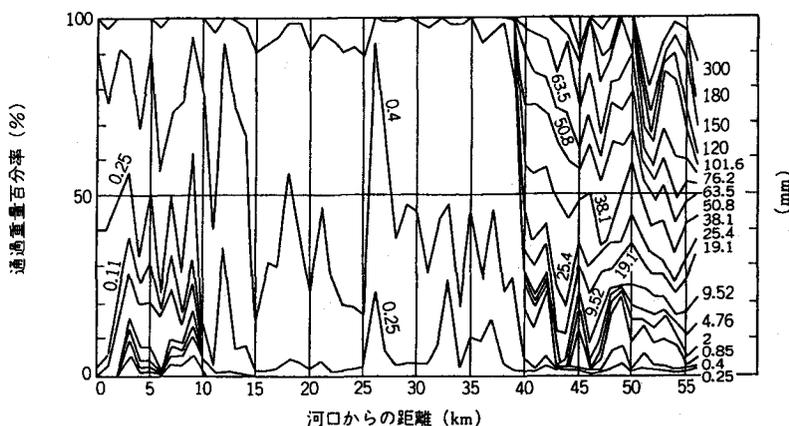


図-2 木曾川の河床材料³⁾

3) 河床形態（小規模河床形態と中規模河床形態）

自然河川の河岸・河床は移動可能な土砂で構成されており、水流の洗掘、運搬、堆積作用により容易に変化する状況にある。そして、河道の平面形状（直線、蛇行、網状など）と「河床形態」は、それらが水流に影響を与え、ついでその影響を受けた水流がそれら自身を変化させる、といった水流との相互作用のもとに形成されたものである。

一般に水流は一樣ではなく、種々のスケールの擾乱が内在する。河床に注目すると、そこにはそれぞれの擾乱に応じた「河床波」と呼ばれる波状の河床の凹凸が出現する。そしてこの河床波は移動性である。

また、河床の凹部、すなわち河床の低下部は自然の河床波によるものの他に、人工の構造物（橋脚、堰、水制など）や変形した河床波（構造物による変形や低水時の流れによる変形）によって引き起こされる渦や「2次流」などの作用により、限られた場所に顕著な河床低下部、すなわち「局所洗掘」部を生じることがある。しかしながら、特定の河床波および局所洗掘は一定の流れの条件のもとに出現するのであって、実際

に目にするのできる河床波、絶えず変化する流れにより変形したものであり、必ずしも洪水中も同じ河床形態をとっているとは限らない。

ここで、「河床形態」と「河床波」はほぼ同義語として用いているが、後者は水流の擾乱との対応が議論されるときに用いられる規則的な波状の凹凸のニュアンスが強いが、前者はより一般的な河床の形態を意味する。

実河川の河床形態は、種々のスケールの河床波や局所洗掘部が混在し、非常に複雑である。しかしながら、実河川を単純化したモデルの実験水路で定常な流れのもとに得られる、以下の分類の河床波の特徴を知ることによって、その理解を深めることができる。

河床波はその空間的スケールから、「小規模河床形態」と「中規模河床形態」に区分され、小規模河床形態は水深程度以下、中規模河床形態は河幅程度以上の縦横断スケールを持つ。さらに、それらは形状と流れの特徴から次のように分類される⁴⁾。

	Lower Regime	:	砂漣(ripples)、砂堆(dunes)
小規模河床形態	{	Transition	: 遷移河床
		Upper Regime	: 平坦河床、反砂堆(anti-dunes)
			Standing waves Chutes and pools
中規模河床形態	{	直線河道	: (単列)交互砂州、複列砂州
		河道変化部	: 湾曲部の砂州(Point bar) 河口部の砂州、合流点の砂州

これらの河床波のうち、主なものの形状と流れの概況を表-3と図-3に示す。また、前述のように、これらの河床波は水流の持つ擾乱に対応しているが、水流には異なる規模の擾乱が同時に存在し得るため、中規模河床形態と小規模河床形態が共存することがある。

これらの河床形態は、本文の目的である河床変動の予測と安定な河道の設計に次のように関係する。

- ① 小規模河床形態は流れの抵抗に關与して流砂量の計算に影響を与える。
- ② 中規模河床形態は淵や瀬の形成、水衝部の河岸侵食、ひいては河道の変動に影響を与える。そして、後述する2次元の河床変動計算の対象となる。

表-3 河床形態の分類⁴⁾

名称	形状・流れのパターン		移動方向	備考			
	縦断面	平面図					
小規模河床形態	Lower regime	砂漣			下流	波長と波高が砂粒径と関係する。	
		砂堆					
	Transition	遷移河床					砂漣、砂堆、平坦河床が混在する。
		平坦河床					
中規模河床形態	Upper regime	反砂堆			上流	水面波と強い相互干渉作用をもつ	
		砂州					波長が水路幅と関係する
		交互砂州			下流		
		複列砂州			下流		

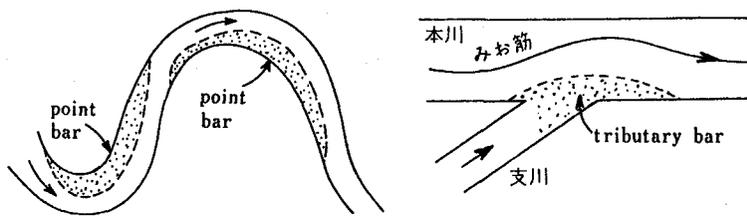


図-3 Point bar と合流点の砂州

4) 流れと流砂の相互作用としての流砂現象

流砂現象は水と土砂の「二相流」で、水流による土砂の輸送現象とも言えるが、本来、相互に依存し力学的に分離できない現象である。流砂現象の二相流としての特徴は、一つは流れの境界が移動可能な土砂で構成されていることである。すなわち、例えば、表-3 に示した河床波が粗度と見なせる準一様流の場合、水流による流送土砂は境界に河床波を形成し、その河床波は流れの抵抗となり水流に影響を与えるといった相互作用が働く。すなわち、図-4 に示した閉じた系を構成しているのである。⁵⁾

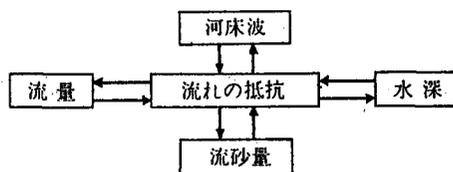


図-4 移動床流れの系⁵⁾

5) 流砂の基本事項

(1) 流砂の形式

河川において水流によって輸送される土砂およびその現象を「流砂」と呼び、次の「掃流砂」と「浮遊砂」に分類される。

掃流砂：流れの直接の力を受けて河床上を転動、滑動または河床面を跳躍して移動する流砂をいう

浮遊砂：水流による移流と乱れによる拡散現象により流れの断面内を浮遊して輸送される流砂をいう

上述の分類の他に流砂の河床構成材料との関係から次の「Bed-material load」と「Wash load」に分類される。

Bed-material load： 河床構成材料と交換を繰り返しながら掃流砂と浮遊砂の両方の形式で移動流下する流砂をいう

Wash load : 細かい粒子からなり浮遊砂形式で上流から供給され河床構成材料と交換せずそのまま下流に流下する流砂をいう

わが国の多くの河川での洪水時の浮遊砂の大部分が Wash load で占められていることが洪水時の浮遊砂観測で知られている。実際の多くの河床変動計算で Bed-material load だけを対象として計算しても問題はなないが、貯水池、湖沼、感潮域などでは、その堆砂過程と濁度変化の推定に Wash load の見積りが必要となる。

(2) 流砂現象を支配する変量と無次元量

基本的な開水路2次元等流の場合、流砂現象を支配する変量として、水の特性量の密度 ρ と粘性係数 μ 、土砂粒子の特性量の密度 σ と粒子径 d 、流れの特性量の水深 h 、と動水勾配 I 、重力加速度 g が上げられる。

しかしながら、一般に動水勾配 I の代わりに摩擦速度 $u_* = \sqrt{ghI}$ 、重力加速度 g の代わりに土砂粒子の水中比重量 $\gamma_s = (\sigma - \rho)g$ が用いられるので、

$$\rho, \mu, \sigma, d, h, u_*, \gamma_s$$

を現象を支配する変量とする。このうち、互いに独立な基本量として、 ρ, d, u_* を選び、Buckingham の π -定理から次の無次元量が誘導される。

$$\frac{u_* d}{\mu/\rho} = \frac{u_* d}{\nu} \quad \therefore \text{砂粒レイノルズ数} \quad (1), \quad \frac{\sigma}{\rho}, \quad \frac{h}{d}$$

$$\tau_* \equiv \frac{\rho u_*^2}{\gamma_s d} = \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} \quad \therefore \text{無次元掃流力} \quad (2)$$

ここに、 ν : 動粘性係数

これらのうち、砂粒レイノルズ数と無次元掃流力 τ_* はこの後度々用いられる重要な無次元量である。

(3) 限界掃流力

与えられた河床の土砂は作用する掃流力 τ_* がある限界値を越えると移動を始める。この限界値が「限界掃流力」 τ_c である。この限界値を知ることは限界以下では流砂が生じないのであるから重要である。限界掃流力 τ_c の代わりに限界摩擦速度 $u_{*c} = \sqrt{\tau_c / \rho}$ や無次元限界掃流力 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ が用いられることが多い。そして、この限界掃流力を与える次式の「Shields の式」は前項に示した無次元量の砂粒レイノルズ数と無次元掃流力を用いている。

$$u_{*c}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd = \phi(u_{*c} d / \nu) \quad (3)$$

図-5 は関数 ϕ の形を示したもので、各種の丸で示したものが実験データで、図中の実線は岩垣の理論曲線、一点鎖線の折れ線は現在多く使われている岩垣の式¹⁾で $\sigma/\rho = 2.65$ 、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ にたいするもの、点線は Shields の実験曲線である。図中の s は土砂の水中比重で $s = (\sigma/\rho - 1)$ である。

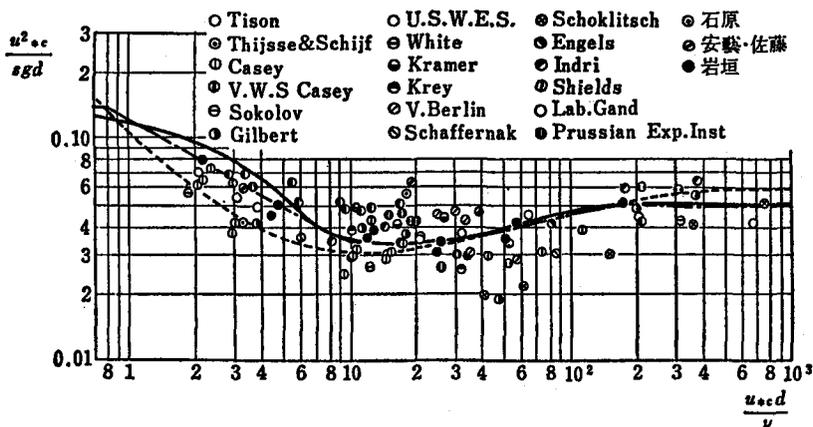


図-5 $u_{*c}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ と $u_{*c} d / \nu$ の関係

(4) 小規模河床形態における掃流力

の分割と有効掃流力

小規模河床形態の河床波が存在する場合の無次元掃流力 τ_{x_0} は次式のように河床の土砂に直接作用して流砂量を規定する「有効掃流力」 τ_x と河床波の形状抵抗関係する掃流力 τ_{x_u} に分割して取り扱われる。

$$\tau_{x_0} = \tau_x + \tau_{x_u} \quad (4)$$

図-6 は河床波による抵抗(掃流力)の増加を模式的に示している。流砂量式に用いられる有効掃流力 τ_x の計算式として、次のものが上げられる。

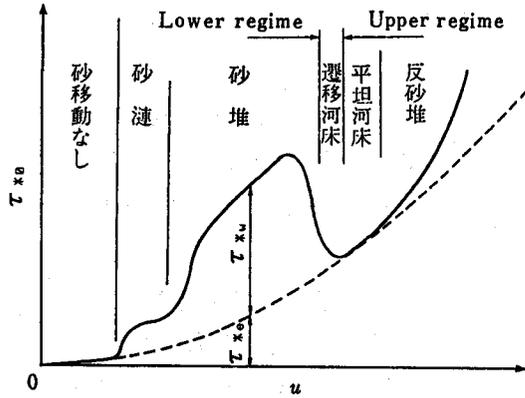


図-6 河床波による抵抗の増加(模式図)⁷⁾

$$\text{Engelund}^8) : \tau_{x_0} = R_e I / (\sigma / \rho - 1) d \quad (5.1)$$

$$\frac{v}{\sqrt{(g R_e I)}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \left(\frac{R_e}{2d} \right) \quad (5.2)$$

$$\text{芦田・道上}^4) : \tau_{x_0} = u_{x_0}^2 / (\sigma / \rho - 1) g d \quad (6.1)$$

$$\frac{v}{u_{x_0}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1+2\tau_x)} \quad (6.2)$$

$$\text{岸・黒木}^9) : \frac{v}{u_x} = 7.66 \left(\frac{R}{2d} \right)^{1/6} \left(\frac{\tau_x}{\tau_{x_0}} \right)^{2/3} \quad (7)$$

ここに、 R , R_e : それぞれ全掃流力と有効掃流力に対する径深, v : 断面平均流速

(5) 流砂量式

① 掃流砂量

単位幅、単位時間あたりの掃流形式で輸送される土砂の体積 q_B の無次元量として次のいずれかが用いられている。

$$\frac{q_B}{\sqrt{\{(\sigma / \rho - 1) g d^3\}}} , \quad \frac{q_B}{u_x d}$$

掃流砂量式として、流砂の運動機構をモデル化したり、次元解析と実験・実測に基づいたりしてこれまで種々の式が提案されている¹⁰⁾。本文ではそれらを示さないが、基本的には次式の関係にある。

$$\frac{q_B}{\sqrt{\{(\sigma / \rho - 1) g d^3\}}} , \quad \frac{q_B}{u_x d} = \phi (\tau_x, \tau_{x_0}) \quad (8)$$

ここで注意しなければならないのは、河床は必ずしも平坦床を想定しているのではなく、流れの掃流力レベルで形状が異なる河床波の存在を考慮している。この効果は、いずれも有効掃流力あるいは粗度係数の形で取り込まれているが、その推定方法が各式で異なっており、これが掃流砂量の推算値が異なる一つの原因

となっている。

この他に、掃流力が大きいところでは、式の決定に掃流砂量データとして用いられたものの中に相当量の浮遊砂を含んだデータがあると見られるものがあり、結果が異なる一因となっている。

実際河川の河床変動計算では提案されている掃流砂量式をそのまま適用することはない。それぞれの河川で水理量と流砂量を実測したり、河床変動解析の結果がその河川の実際の河床変化を表現できるかを検討し、その河川に適合する掃流砂量式を選定したり、掃流砂量式を適当に修正して用いている。

②浮遊砂量

浮遊砂量式として次に示す Lane-Kalinske の式や Einstein の式がある。¹⁰⁾

(a) Lane-Kalinske の式

$$q_s = q C_s P \exp(6 a w_b / \kappa h u_*') \quad (9.1)$$

$$P = \int_0^1 \left[1 + \frac{1}{\kappa \phi} (1 + \ln \eta) \exp\left(-\frac{6 w_b}{\kappa u_*'} \eta\right) \right] d\eta \quad (9.2)$$

$$q_s = q C_b P \quad (9.3)$$

$$C_b = 5.55 \Delta F(w_b) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{u_*'}{w_b} \right) \exp\left\{-\left(\frac{w_b}{u_*'}\right)^2\right\} \right]^{1.61} \quad (9.4)$$

ここに、 q_s ：単位幅・単位時間当たりの浮遊砂量、 q ：単位幅流量、 P ： w_b/u_*' 、 κ および $\phi = v/u_*'$ の関数、 C_s ：基準点 $z = a$ における濃度、 C_b ：河床濃度(ppm)、 $\Delta F(w_b)$ ：沈降速度 w_b なる砂粒が河床砂礫中に占める割合(%)、 $\eta = z/h$

(b) Einstein の式

$$i_s q_s = i_b q_b \frac{0.4}{\kappa} (p_1 I_1 + I_2) \quad (10.1)$$

ここに、

$$p_1 = 2.30311 \log_{10} (30.2 x h / d_{65}) \quad (10.2)$$

$$I_1 = 0.216 \frac{A^{2-1}}{(1-A)^2} \int_0^1 \left\{ (1-\eta) / \eta \right\}^2 d\eta \quad (10.3)$$

$$I_2 = 0.216 \frac{A^{2-1}}{(1-A)^2} \int_0^1 \left\{ (1-\eta) / \eta \right\}^2 \ln \eta d\eta \quad (10.4)$$

ここに、 $A = a_*'/h$ 、 $Z = w_b/\kappa u_*'$ 、 a_* ：浮遊限界点で $a_*' = 2d$ 、 x ： $u_*' d_{65}/v$ の関数、 I_1 と I_2 ： Z をパラメーターとした $A = a_*'/h$ の関数、 i_s および i_b ：それぞれ浮遊砂量、掃流砂量において与えられた粒径範囲の砂粒が占める割合、 u_*' ： R を用いた $u_*' = \sqrt{(g R_s I)}$ である。

浮遊砂は前述の定義にあるように、土砂粒子が重力に逆らって乱れの作用によって流れの中を浮遊して輸送され、 $w_b/\kappa u_*'$ (w_b ：土砂の粒径 d と比重 σ/ρ で決まる「沈降速度」、 κ ：カルマン定数)が浮遊砂量を決定する重要な無次元量である。浮遊砂の存在による水流の乱流構造の変化の効果はカルマン定数 κ で表わされる。 κ の値は清水のときの 0.4 から浮遊砂濃度の増加とともに減少する。その理論式として志村の式¹¹⁾や日野の式¹²⁾がある。

(6) 混合粒径土砂（「混合砂礫」）の取扱い

自然河川の河床は図-2の例に見られるように広い範囲の粒径の土砂で形成されているが、以上の流砂の記述事項は一様粒径の土砂を対象としたものである。一様粒径 d のかわりに平均粒径 d_m や粒径加積曲線から簡単に求められる d_{85} ($\equiv d_m$) を用いて一様粒径土砂と同様の取扱いをすることでは、実際の現象を説明できない。浮遊砂量式の Lane-Kalinske の式や Einstein の式は粒径 d を区分した粒径範囲の中央粒径 d_i で置き換えることによりそのまま用いることができる。一方、混合粒径土砂に対する限界掃流式と掃流砂量式として次式の芦田・道上の式がある。⁵⁾

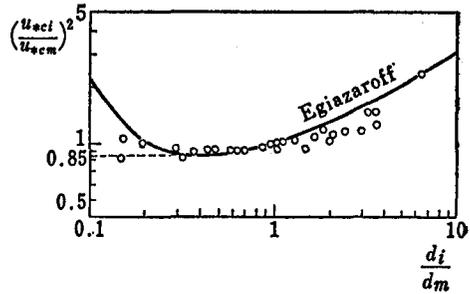


図-7 粒径別限界摩擦速度¹³⁾

① 粒径別限界掃流力

$$d_i / d_m \geq 0.4 \quad \frac{\tau_{oi}}{\tau_{cm}} = \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} (19 d_i / d_m)} \right\}^2 \frac{d_i}{d_m} \quad (11.1)$$

$$d_i / d_m < 0.4 \quad = 0.85 \quad (11.2)$$

ここに、 τ_{cm} : 粒径 d_m の一様粒径土砂に対する限界掃流力

上式の混合粒径土砂の粒径 d_i に対する限界掃流力 τ_{oi} は、図-7に示した Egiazaroff の式¹³⁾を修正したもので、混合粒径からなる河床の各粒子のうち、細かい粒子は粗い粒子のために流れから遮蔽されて動きにくく、粗い粒子は平均河床面から突出して動きやすいことを表わしている。

② 粒径別掃流砂量式

$$\frac{q_{Bi}}{f_B(d_i) u_{*c} d_i} = 17 \tau_{*ci} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*ci}} \right) \left(1 - \frac{u_{*ci}}{u_x} \right) \quad (12)$$

ここに、 q_{Bi} : 粒径 d_i の土砂の単位幅、単位時間あたりの体積掃流砂量、 $f_B(d_i)$: 粒径 d_i の土砂が河床において占める割合、 $\tau_{*ci} = u_{*c}^2 / (\sigma / \rho - 1) g d_i$ 、 $\tau_{*i} = u_x^2 / (\sigma / \rho - 1) g d_i$ 、 $\tau_{*ci} = u_{*ci}^2 / (\sigma / \rho - 1) g d_i$ 、 $u_{*c} = \sqrt{(\tau_c / \rho)}$ 、 $u_{*ci} = \sqrt{(\tau_{ci} / \rho)}$

この式の検討によると、限界掃流力の掃流砂量に及ぼす影響の小さい範囲 $\tau_c / \tau_{ci} > 3$ では、混合粒径土砂の全掃流砂量は土砂の代表粒径を用いて、一様砂の流砂量式で近似計算が可能であること、 τ_c / τ_{ci} が1近傍では、限界掃流力が流砂量に大きな影響を与えるので、粒径別の掃流砂量を計算しなければならないことが明らかになっている。

3. 河床変動計算

1) 河床変動の分類

文献7)の水理公式集では河床変動は次のように区分している。

- ① 河床の上昇・低下など断面平均河床高の変動
- ② 砂堆、砂州などの河床形態による河床変動
- ③ 側岸侵食を伴う流路変動
- ④ 湾曲部、構造物周辺などの局所の変動

これに対し以下に述べる「1次元河床変動計算」は①をもっぱら対象とし、「2次元河床変動計算」は、②の砂堆などの小規模河床形態による河床変動や③の側岸侵食を伴う流路変動を除いた平面的な河床変動を対象とする。

2) 1次元河床変動計算（掃流砂）

(1) 基礎式

流れの連続式と運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} (B h u) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{u}{g} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{u_x^2}{gR} = 0 \quad (14)$$

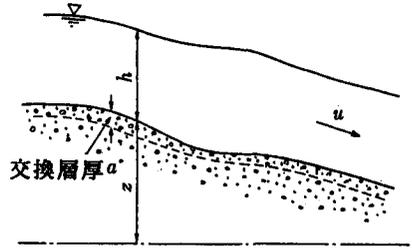


図-8 1次元河床変動計算定義図

流砂の連続式と流砂量式

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (q_B \cdot B) = 0 \quad (15.1)$$

$$q_{B_i} = f_i (u_x, i_b, d_i : \text{parameter}) \quad (15.2)$$

$$q_B = \sum_i q_{B_i} \quad (15.3)$$

土砂の粒径別連続式

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} = \frac{1}{a} (i_B - \bar{i}_b) \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{q_B}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_B}{\partial x} \quad (16.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial t} \geq 0 \quad (\text{河床上昇}) : \bar{i}_b = i_b \\ \frac{\partial z}{\partial t} < 0 \quad (\text{河床低下}) : \bar{i}_b = i_{b0} \end{array} \right. \quad (16.2)$$

ここに、B：河幅、h：平均水深、u：平均流速、z：河床高、x：流下方向座標、t：時間、 u_x ：平均摩擦速度、R：径深、 λ ：河床砂の空隙率、 q_B ：全掃流砂量、 q_{B_i} ：粒径の土砂の流砂量、 i_B 、 i_b 、 i_{b0} ：それぞれ粒径の土砂が流砂、交換層、交換層直下の元河床に占める割合、a：交換層の厚さ

以上の式は掃流砂による河床変動に対する計算式である。流れの式は、流砂濃度が小さいとし、さらに流れが河床変動にすぐ応答するとした定常流の式である。粒径別の流砂量式の(15.2)式と(15.3)式、連続式の(16)式は河床土砂の粒度分布の計算に用いられる。連続式では、流砂と土砂の交換が行なわれる河床の「交換層」の概念が用いられている。

流下方向に粒度分布が変化する河道においても（流下方向に変化する）平均粒径を用いる計算が行なわれ、上式群で $q_{bi} = q_b$ 、 $i_b = i_{b0} = i_{b0} = 1$ としたものが基礎式である。この計算では、計算される流砂量の平均粒径が流下方向に異なるので、区間に流入・流出する流砂の平均粒径とその区間の河床の交換層の平均粒径から前述の混合を考慮した新たなその区間の平均粒径を計算することになる。

(2) 差分法による河床変動の計算法

基礎式の差分法は、① Δt に関しては前進差分、②河床高の計算における Δx は、常流では後退差分、射流では前進差分、③粒度分布の計算における Δx は後退差分をとる、と安定な解が得られることがわかっている。さらに、Courant-Friedrichs-Lewy 条件による Δt 、 Δx の拘束条件は次に示すものである。

$$0 \leq \Delta t / \Delta x \leq \min \{ |C_x|, |C_{ix}| \} \tag{17.1}$$

$$\text{ここに、 } C_z = \left(\frac{dx}{dt} \right)_z = - \frac{1}{(1-\lambda)(1-Fr^2)} \frac{\partial q_b}{\partial h} \tag{17.2}$$

$$C_{ib} = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{ib} = \frac{f_i}{(1-\lambda)a} \tag{17.3}$$

河床変動計算の境界条件は、上流端で河床高が一定の地点や流出土砂量の条件を与えることのできる地点を選定する。しかし、実際にはこうした地点がなく上流端を通常の河道におこななければならない場合が多い。この場合、上流端で河床変化がない動的平衡状態として計算が行なわれることがあるが、その条件を満足すること十分に検討することが必要である。

計算は図-9 に示した手順で行なわれる。

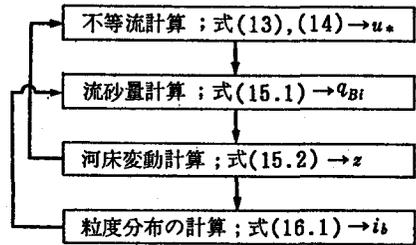


図-9 1次元河床変動計算の手順

3) 2次元河床変動計算

近年、清水ら¹⁴⁾により自由な平面形状を持つ河道の砂州の移動および洗掘・堆積位置の予測を目的として2次元河床変動計算が行なわれ、実験や現地で見られる現象を説明できることを示している。清水らが用いた基礎式と計算法は以下のとおりである。

(1) 基礎式

流れの連続の式

$$\frac{\partial (hu)}{\partial s} + \frac{\partial (hrv)}{r \partial n} = 0 \tag{18}$$

流れの運動の式

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{uv}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial s} \left(2\varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) - \frac{\tau_{bs}}{\rho h} \tag{19.1}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{u^2}{r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(2\varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) - \frac{\tau_{bn}}{\rho h} \tag{19.2}$$

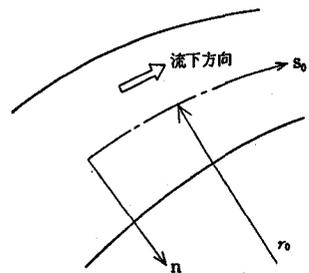


図-10 s-n座標系の定義

ここに、 s_0, n : 流下方向、横断方向座標、 u, v : s_0, n 方向の水深平均流速、 h : 水深、 $p/w = z+h$ 、 z : 河床高、 r_0 : s_0 軸の曲率半径、 $r = r_0 - n$ 、 $ds = r ds_0 / r_0$ 、 τ_{bs}, τ_{bn} : s_0, n 方向の掃流力、 $\varepsilon = (\kappa/6)u_*h$: 渦動粘性係数

流砂の連続の式

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left(\frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} \right) = 0 \quad (20)$$

(2) 2次流と非平衡流砂量

3次元流況の流れを水深方向に平均された平面的2次元流として表現した場合、3次元流況は「2次元」として扱われる。大きく湾曲したり蛇行する流れを持つ河道の平面的2次元の河床変動は、流れの3次元流況の影響を受けるため、この2次元を考慮した流砂量の計算が必要がある。この計算のため、河床底面流速を導入し、平面的2次元流による底面流速 u_0 に対し、2次元流による底面流速 v_b' は次式で計算する。

$$v_b' = -Nf_s \frac{h}{r} u_0 \quad (21)$$

ここに、 N : 定数 (例えば一様湾曲水路内の平衡流れの場合 Engelund¹⁵⁾ : $N=7$)、 f_s : 側壁の影響を示す係数

式中の f_s には側壁の影響を示す係数で、吉川ら¹⁶⁾による側壁から水路幅の1割までのところを側壁の影響域として次式の式を用いている。

$$\begin{aligned} f_s &= -100 \left(\frac{n}{B}\right)^2 + 20 \left(\frac{n}{B}\right) & (0.0 \leq \frac{n}{B} < 0.1) \\ f_s &= 1 & (0.1 \leq \frac{n}{B} < 0.9) \\ f_s &= -100 \left(1 - \frac{n}{B}\right)^2 + 20 \left(1 - \frac{n}{B}\right) & (0.9 \leq \frac{n}{B} < 1.0) \end{aligned} \quad (22)$$

ここに、 n : 原点を側壁位置とする流路横断方向座標、 B : 流路幅

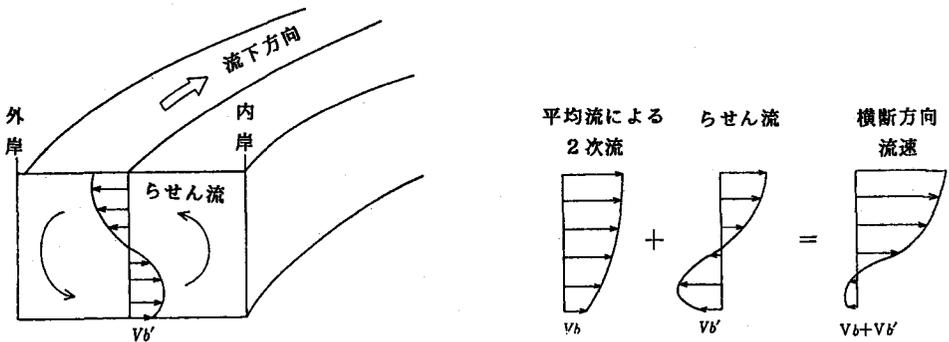


図-11 湾曲部のらせん流と横断方向流速の模式図¹⁴⁾

さらに、これに河床横断断面の影響を考慮した「非平衡流砂量」式として次式の長谷川¹⁷⁾の式を用いている。

$$q_{bn} = \left\{ \frac{v_b + v_b'}{u_b} - \sqrt{\left(\frac{\tau_{xc}}{\mu_s \mu_k \tau_x} \right) \frac{\partial z}{\partial n}} \right\} \cdot q_{Bs} \quad (22)$$

ここに、 $\mu_s (=0.45)$ 、 $\mu_k (=1.0)$ ：河床土砂のそれぞれ静止、動摩擦係数

4. おわりに

本文で記述した河床変動計算は、掃流砂を対象とした1次元とらせん流モデルを導入した2次元の河床変動計算である。掃流砂と浮遊砂を含んだ1次元の河床変動計算として、流砂量式として全流砂量 (Bed Materialload)式を用いて行なった例¹⁸⁾があるが、計算結果が実測を満足するためには流砂量式の係数値が粒径ごとに異なり、それらの係数値群が各河川、各河道ごとに異なるものとしなければならなど困難が多い。

「3次元の河床変動計算」は、森¹⁹⁾によって行なわれている。砂州河道におけるその解析結果は石井ら²⁰⁾が指摘した水衝部での強いらせん流の存在と洗掘を示している。石井ら²⁰⁾は水衝部の洗掘を噴流の衝突による洗掘とモデル化して実験的に洗掘深を求め、砂州河道の2次元河床変動計算に組み込んでいる。また、清水¹⁴⁾は掃流砂と浮遊砂を含んだ3次元の河床変動計算を行ない、実際現象に近い結果を得て、明らかな精度向上を確認している。

本文では取り上げなかった構造物に誘起される局所流によって生じる「局所洗掘現象」は、流砂に関する重要なテーマである。洗掘に関しては局所的ではあるが、全体的な河床変動より大きなものとなることが多い。非平衡性流砂状況が強く、この場合、「確率過程モデル」による解析が適用される。確率過程モデルについては文献20)に詳細に説明されており、その適用例は中川ら²²⁾による「橋脚周辺の局所洗掘」に関する研究に見られる。

また、側岸侵食や河岸回復による流路変動を伴う河床変動についても説明を割愛している。

<参考文献>

- 1) 例えば、吉川秀夫編：流砂の水理学，丸善出版，1985、河村三郎：土砂水理学，森北出版，1982、
芦田和男・高橋保・道上正規：河川の土砂災害と対策，森北出版，1983、など。
- 2) 日本河川協会編：第1章総合河川計画、改訂建設省河川砂防技術基準（案）計画編、山海堂、昭和53年。
- 3) 山本晃一：川の見方、河川講習会テキスト、日本河川協会、1991。
- 4) 水理委員会研究小委員会：移動床流れにおける河床形態と粗度、土木学会論文集、第210号、1973。
- 5) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文集、第206号、1972。
- 6) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集、第41号、1956。
- 7) 土木学会水理委員会水理公式集改訂委員会編：7.河床変動、水理公式集第3編河川編、土木学会、1980。
- 8) Engelund, F. : Hydraulic Resistance of Alluvial Streams, Proc. ASCE, Vol.92, No.HY2, 1966。
- 9) 岸力・黒木幹男：移動床流れにおける河床形状と流体抵抗、北海道大学工学部研究報告、No.67、1973。
- 10) 土木学会水理委員会水理公式集改訂委員会編：5.流砂、水理公式集第3編河川編、土木学会、1980。
- 11) 志村康博：浮遊砂をある水流の諸特性について、土木学会論文集、第46号、1957。
- 12) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化、土木学会論文集、第92号、1963。

- 13) Egiazaroff I. V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, Vol.91, No.HY4, 1965.
- 14) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究、開発土木研究所報告、No.93、1991年2月。
- 15) Engelund F. : Flow and Bed Topography in Channel Bends, Proc. ASCE, Vol.100, HY11, 1974.
- 16) 吉川秀夫・池田駿介・北川明：湾曲水路の河床変形について、土木学会論文集、第251号、1976.
- 17) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究、北海道大学博士論文、1984.
- 18) 浅田宏・石井千万太郎：日本の河川 - 洪水流砂量の検討 -、秋田大学鉱山学部土木工学科水工学講座、発行、平成2年3月。
- 19) 森明巨：湾曲流・蛇行流の三次元解析と河床変動の数値解法の研究、北海道大学博士論文、平成2年3月。
- 20) 石井千万太郎・板倉忠興：噴流の衝突による壁面底部の局所洗掘に関する研究と砂州河道における護岸前面の局所洗掘への応用、水工学論文集、第36巻、1992.
- 21) 中川博次：流砂過程のモデル化、第16回水工学に関する夏期講習会講義集、A-4、土木学会水理委員会、1980.
- 22) 中川博次・鈴木幸一：橋脚による局所洗掘の予測に関する研究、京大防災研年報、第17号B、1974.