

不規則波の浅水・碎波変形

Shoaling and Breaking Transformation of Random Waves

間 瀬 肇

Hajime MASE

1. はじめに

沖で発生、発達した波が沿岸域にやってくると、海底地形の影響を受けて変化する。海底地形による波の変形には、屈折、回折、浅水変形、碎波変形がある。この他に、構造物の存在、流れ、風も波を変形させる原因となる。こうした波の変形は、海中構造物への波の作用力、沿岸での流れ、漂砂および海浜変形の推定といった工学的な問題に重要であるばかりでなく、流体力学の問題としても非常に興味深いものである。

実際の海の波は大小さまざまで不規則であり、複雑である。最も単純な規則波ですらその境界条件の非線形性や碎波といった特異性のために理論的取り扱いが難しいが、ましてや不規則な波（不規則波）に対しては何らかの（思い切った）理想化、単純化、あるいは簡略化なしには取り扱いの手掛かりがつかめない。

合田(1977)は、不規則波の諸変形および波の作用を取り扱う方法として、次の五つの方法、1) 単一有義波法、2) 単一最高波法、3) 確率分布法、4) スペクトル法、5) 不規則波実験法、を挙げている。このうち、1)～3) は不規則な波形をゼロアップクロス法等によって定義された個々の波の波高の大きい方から $1/3$ を平均した波の諸元、最大の波高を持つ波の諸元、個々波の波高や周期の確率分布をそれぞれ用いる方法であるから、これらは波別解析法としてまとめることができる。

規則波の浅水・碎波変形と不規則波のそれはどの点が異なるのであろうか？ 主な相違点は次のとおりである。1) 規則波は碎波する地点がほぼ一定であるのに対し、不規則波のそれは広範囲にわたる。2) 不規則波の個々波の碎波点は複雑な波形そのものの影響を受けばらつきが大きく、単純な碎波限界式で表し得ない。3) 不規則波では碎波帯内で長周期の水位変動が形成される。

この論文では、海底地形の影響を受ける不規則波の変形のうちでも断面 2 次元変形、すなわち、浅水・碎波変形を取り上げ、その予測モデルおよび変形特性について解説する。

2. 波別解析法に基づく不規則波の浅水・碎波変形計算モデル

2.1 概 説

波別解析法は、波形を個々に区切って定義した波（個々波）をそれと同じ波高・周期の規則波に置き換えて、不規則な波を解析する方法である。波の定義方法、規則波への置き換え、用いる理論の選択等に確たる根拠がなく便宜的な方法ではある。しかし、この方法で定義した波高や周期の頻度分布にはある種の普遍的な特性が存在し、また取り扱いが簡単で、イメージがつかみやすく、この方法でかなりうまく不規則波全体の諸特性を表すことができるという利点を有する。そのため、不規則波の浅水・碎波変形計算モデルといえは波別解析法に基づくものがほとんどである。ただし、代表波法は浅水・碎波変形計算には適用できない。その理由は、1. に挙げた規則波と不規則波の相違点のどれをも考慮できないからである。

波別解析法に基づく計算モデルには、1) 入力条件としての波高分布（例えば Rayleigh 分布）を浅海域において規則波の浅水変形理論および碎波条件により修正していくもの（Collins, 1970; Battjes, 1972; 郭・郭, 1972; 合田, 1975）、2) 碎波帯内の波高分布を仮定し、碎波によるエネルギー逸散率を定式化することによってエネルギー平衡式を解いて、仮定した波高分布に応じて rms 波高 H_{rms} のみ（Battjes and Janssen, 1978）、あるいは計算された H_{rms} を用いて波高分布まで算定するもの（Thornton and Guza, 1983）、3) 不規則波の個々波の波高変化は規則波のそれに等しいと仮定し、規則波の波高変化の計算結果を出現率を重みとして加え合わせて代表波高や波高分布の変化を算定するもの（水口・松田, 1980; 岩垣ら, 1981; Mase and Iwagaki, 1982; 間瀬・岩垣, 1984; Dally and Dean, 1986; Mase and Kobayashi, 1991）がある。こうした計算モデルは代表波高や波高分布をある程度うまく算定することができるが、非線形性に伴う波の特性、例えば波の上下あるいは前後非対称性、サーフビ

ートおよびその増加に伴う代表周期の長周期化といった詳細な波特性は考慮できない。

1) の波高分布修正法には、図-1 に示した3種類の修正法がある。(a) は、Collins (1970) や Battjes (1972) が用いたものであり、波高が砕波高 H_b より大きなもの(斜線の部分)は砕けて、すべて H_b となるとした。(b) は郭・郭 (1972) が用いたもので、 H_b より大きな波高の波は砕波していない波高の確率分布に比例して配分した。(c) は合田 (1975) が採用したものであり、波の不規則性を考慮して砕波は H_{b1} から H_{b2} の幅をもたせ、砕波確率はこの範囲で直線的に変化させた。斜線で示した砕波した部分は、砕波していない波高分布に比例するよう割り当てた。また、合田 (1975) は初めて波高変化計算モデルに長周期水位変動(サーフビート)の影響を考慮した。後に合田のモデルをもう少し詳しく述べる。

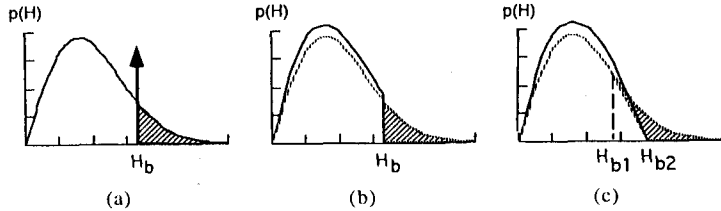


図-1 波高分布の変化モデル

2) の Battjes and Janssen (1978) のエネルギー平衡式法では、エネルギー逸散率を定式化するのに当たり、波高分布を 図-1 (a) のように仮定したので、 H_{rms} は計算できても波高分布自体は実際のもとは異なり、その他の代表波高、とりわけ高波高の代表値を算定することはできない。Thornton and Guza (1983) は、沖から岸まで波高分布を Rayleigh 分布で表し、砕波している波の波高分布は Rayleigh 分布に重み関数を乗じたもので表現した。このように砕波している波の分布形を定め不規則波列のエネルギー逸散率を定式化し、エネルギー平衡式を解いて Rayleigh 分布のパラメータである H_{rms} を求めた。したがって、代表波高を求めることができる。砕波によるエネルギー逸散量は段波 (bore) とのアナロジーから定式化された。後に Thornton and Guza (1983) の研究をもう少し詳しく説明する。

3) の波別計算法は、不規則波の個々の波に規則波の理論を適用して波高変化を計算するものである。波形記録からゼロアップクロス法で定義された個々波は規則波として振る舞うのであろうか? 答えは否である。分散性が小さい極浅海域であれば波列の形はほとんど変わらず規則的に振る舞うかもしれないが、一般にはある波の峰を数波長も追っていくと波形が変化してどの波を追っていたのかわからなくなってしまうように、一波・一波に規則波の振る舞いを期待するのは無理である。ここでの方法は、一波・一波が規則波として扱えるということを確認して規則波の理論を用いるのではなく、規則波の理論による算定結果を寄せ集めたものが観測結果と同じ確率特性をもつと期待するものである。波別計算法は、波高分布の修正を確率素分のレベルで行うものである。この方法では浅海域での波高分布を仮定する必要はない。この研究の例として、間瀬ら (1982, 1984, 1991) の研究を後に取り上げる。

2.2 波高分布修正法

合田は、図-1 (c) のような波高分布変化モデルを採用した。砕波限界は次式によって表現された。

$$\frac{H_b}{L_0} = A \left[1 - \exp \left\{ -1.5 \frac{\pi d}{L_0} (1 + 15 \tan^{4/3} \theta) \right\} \right] \quad (1)$$

ここで、 L_0 は沖波有義波長、 $\tan \theta$ は海底勾配、 d は平均水深、 A は H_{b1} および H_{b2} に対してそれぞれ 0.18 および 0.12 と定められた。砕波高を基準波高 H^* で無次元化すると

$$x_b = \frac{A}{H^*/L_0} \left[1 - \exp \left\{ -1.5 \frac{\pi d}{H^* L_0} (1 + 15 \tan^{4/3} \theta) \right\} \right] \quad (2)$$

である。

深海における Rayleigh 分布は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} p(x) &= 2 a^2 x \exp(-a^2 x^2) \\ x &= H/H^*, \quad a = H^*/H_{rms} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

H^* を沖波有義波高 H_0' とすれば, $a=1.416$ である. この沖波波高分布を規則波の浅水変形理論および式 (2) の碎波限界条件式により修正する. 碎波の影響がない場合に想定される仮想通過基準波高は, 深海での基準波高 H_0' に浅水係数 K_s を乗じて求められる. 微小振幅波理論によれば

$$K_s = \left\{ \left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right) \tanh kd \right\}^{-1/2} \quad (4)$$

である. 合田 (1975) は, 首藤 (1974) の非線形浅水理論を用いた.

碎波帯では平均水位が上昇する. この平均水位の上昇 $\bar{\eta}$ は radiation stress の空間変化によって生じる. $\bar{\eta}$ に関する式は, 運動量平衡式より次のようになる.

$$\frac{d\bar{\eta}}{dx} = -\frac{1}{d} \frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{8} H^2 \left(1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right) \right\} \quad (5)$$

不規則波の場合, 式 (5) の H としては H_{rms} を用いる. H_{rms} より $\bar{\eta}$ が計算され, 静水深 h に $\bar{\eta}$ を加えて平均水深 d を求め, 波高分布を再度計算し直す.

上記の手順だけでは碎波帯の波高分布を表現できない. すなわち, 計算される波高分布は観測されるそれよりかなり分布幅が狭い. 合田 (1975) のモデルがうまくいったのは, 次に示すサーフビートの影響を導入し, 波高分布幅を引き伸ばしたためである. 図-2 は, 碎波帯内の波高分布に及ぼすサーフビートの影響を示したものである. サーフビートを考慮しない波高分布は実線で示された三角形形状になるが, それを考慮すると滑らかな分布になる. どのような碎波条件式, 波高分布の修正法を用いようが, 波高分布の幅を引き伸ばす何らかの理由付けや方法を導入しなければ計算される波高分布は実測結果とあわない. サーフビートの影響は理論的に取り入れられたものではなく, 水深変化を介らせて波高分布を平坦化させる便宜的なものである. サーフビートの rms 値 ζ_{rms} は, 現地観測結果を用いて次のように表された.

$$\frac{\zeta_{rms}}{H_0'} = \frac{0.01}{\sqrt{(H_0'/L_0) \left\{ 1 + (d/H_0') \right\}}} \quad (6)$$

と そのものは Gauss 分布に従うものとし, ζ の変動幅を 8 つの区間 ζ_i に分けて, 各区間の代表値と出現確率を決定した. 各地点毎にサーフビートの 8 区間に分けた水深に対して浅水変形理論, 碎波条件式, 平均水位の変化式により波高分布の計算を行ない (計算に用いる水深は, $h + \bar{\eta} + \zeta_i$ である), 計算された波高分布をサーフビートの出現確率を重みとして加え合わせて最終的な結果とする.

2.3 エネルギー平衡式法

Thornton and Guza (1983) は Torrey Pines Beach の波浪観測結果を整理して, 水深が約 10m から 40cm の地点において波高分布は次の Rayleigh 分布で近似できることを示した. ただし, データ整理に当たり, low-pass-filter による処理により波形が狭帯域になりすぎ Rayleigh 分布が適用できたのではないかという報告がある (Dally and Dean, 1986).

$$p(H) = \frac{2H}{H_{rms}^2} \exp \left\{ -\left(\frac{H}{H_{rms}} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

各地点の H_{rms} がわかれば波高分布, 代表波高が決定できる. H_{rms} はエネルギー平衡式を解くことによって求め

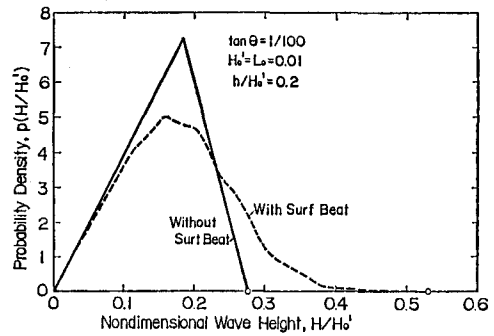


図-2 碎波帯内の波高分布に及ぼすサーフビートの影響 (合田 (1975)より)

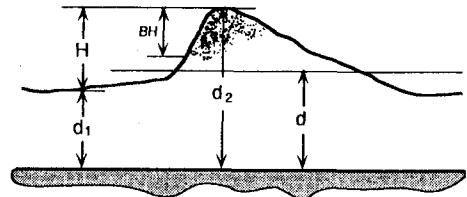


図-3 bore モデル

た。その際、砕波による単位面積当たりのエネルギー逸散率は、bore のそれを用いて定式化した。いま、図-3 をみる。単位面積当たりの bore のエネルギー逸散率は

$$\epsilon_{\text{bore}} = \frac{1}{4} \rho g \frac{(d_2 - d_1)^3}{d_1 d_2} Q = \frac{1}{4} \rho g \frac{(BH)^3}{d^2} Q \quad (8)$$

$$Q = CdH/L \quad (9)$$

である。ここで、 H は波高、 Q は単位面積当たりの bore を横切る流量流速、 B は補正係数、 C は波速、 L は波長である。式(8)および式(9)より規則波についてのエネルギー逸散率は

$$\epsilon_b = \frac{f}{4} \rho g \frac{(BH)^3}{d} \quad (10)$$

と近似された。ここで、 f は周波数である。エネルギー平衡式は次のとおりである。

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = -\epsilon_b \quad (11)$$

極浅海では $C_g = \sqrt{gh}$ である。この結果を不規則波浪に適用する場合には、砕波している波の確率分布が必要である。これは Rayleigh 分布に重み関数を乗じた形で定式化された。重み関数は次の2種類が採用された。

$$W(H) = \left(\frac{H_{rms}}{\gamma h} \right)^n \quad (12)$$

$$W(H) = \left(\frac{H_{rms}}{\gamma h} \right)^n \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{H}{\gamma h} \right)^2 \right\} \right] \quad (13)$$

ここで、 $\gamma = 0.42$ 、 $n = 4$ とした。図-4 は、すべての波の波高分布の観測結果（白ぬきのヒストグラム）、砕波している波の波高分布の観測結果（斜線をつけたヒストグラム）、Rayleigh 分布（実線の曲線）、式(12)を用いた砕波している波の波高分布の算定結果（一点鎖線）、式(13)を用いた算定結果（点線）を示したものである。式(13)を用いた結果は観測結果をうまく表している。不規則波のエネルギー逸散率の期待値は、

$$\langle \epsilon_b \rangle = \int_0^{\infty} \epsilon_b W(H) p(H) dH \quad (14)$$

であり、 $W(H)$ として式(12)を使えば

$$\langle \epsilon_b \rangle = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g \frac{B^3 \bar{f}}{\gamma^4 h^5} H_{rms}^7 \quad (15)$$

となり、式(13)を用いれば

$$\langle \epsilon_b \rangle = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g \frac{B^3 \bar{f}}{\gamma^2 h^3} H_{rms}^5 \left[1 - \frac{1}{\left\{ 1 + (H_{rms}/\gamma h)^2 \right\}^{5/2}} \right] \quad (16)$$

となる。ここで、 $\bar{f}$ は代表周波数である。すなわち、周期は一定としている。式(11)のエネルギー E は、線形性を仮定すると

$$E = \frac{1}{8} \rho g H_{rms}^2 \quad (17)$$

と表され、式(11)は H_{rms} に関する

$$\frac{d(H_{rms}^2 \sqrt{gh})}{dx} = - \frac{8}{\rho g} \langle \epsilon_b \rangle \quad (18)$$

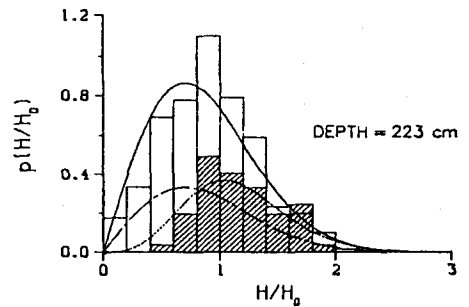


図-4 すべての波および砕波している波の波高分布についての観測結果と算定結果 (Thornton and Guza (1983) より)

という式になる。一様勾配海底地形のとき解析解が求められた。Thornton and Guza (1983) は、砕波によるエネルギー逸散のほかに、オーダー的には小さいが、底面摩擦による減衰も考慮した。

2.4 波別計算法

入力する波の条件は、沖波波形勾配 H_0/L_0 、波高の確率分布 $p(x)$ である。波高分布としては、Rayleigh分布より一般的にかつ波群度を考慮できるように、次式で表される、個々波の波高を沖波有義波高で無次元化した Weibull分布を用いた。

$$p(x) = \frac{m}{2\psi} h_{1/3}^m x^{m-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2\psi} (h_{1/3} x)^m \right\} \quad (19)$$

$$h_{1/3} = \frac{3m}{2\psi} \int_{(2\psi \ln 3)^{1/m}}^{\infty} h^m \exp \left\{ -\frac{h^m}{2\psi} \right\} dh \quad (20)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \left\{ \Gamma \left(\frac{m+1}{m} \right) \right\}^m \quad (21)$$

ここで、 Γ はガンマ関数、 m は形状母数である。Weibull分布の形状母数 m と波群度係数 GF の間には負の相関があり、その関係式は

$$m = 3.44 - 1.99 GF \quad (22)$$

で表される (Mase, 1989)。Rayleigh分布は $m=2$ の場合である。すべての個々波の沖波波長としては、沖波有義波長 L_0 を用いた。式 (19) の無次元波高 x の 0 から 2 までを 400 等分し、それぞれの波高の代表値 x_i ($i=1, 2, \dots, 400$) とその出現率 p_i ($i=1, 2, \dots, 400$) を決定する。個々波の沖波波形勾配 H_i/L_0 は、 x_i の値に H_0/L_0 を乗じて求められる。以下個々波に関する添字 i は省略する。

砕波前の波高変化は微小振幅波理論の式 (4) を用いる。砕波前の波高変化の計算に微小振幅波理論を用いた不規則波の波高変化モデルには Battjes and Janssen (1978), Sawaragi and Iwata (1981), Thornton and Guza (1983), 最近では木村 (1992) のものがあり、一方有限振幅波理論を用いたモデルには合田 (1975), 水口・松田 (1980) および佐藤・小部 (1983) がある。Thornton and Guza (1983) は、不規則波のモデルに非線形理論を用いることは理論的一貫性がなく、また複雑な計算過程を経なければならないので勧めていない。John Ahren 氏との私信によると、CERC において非線形理論を用いた算定結果は実験結果を過大評価するとのことである。岩垣ら (1981) の有限振幅波理論を用いた計算結果は実験結果よりたしかに過大評価であった。

砕波限界波高 H_b の算定には、式 (1) において $A=0.16$ としたものを用いた。このような式の形で個々波の砕波を整理すると、実測値は小さめにプロットされるからである。

砕波後の波高変化は、波が bore 状になって進行していくという Battjes (1986) の bore モデルを用いた。図-3 のように波が砕けている高さ d_2-d_1 は波高 H より小さく、これを

$$d_2 - d_1 = BH \quad (23)$$

$$B = H/(\gamma h) \quad (24)$$

$$\gamma = 0.7 + 5 \tan \theta \quad (0.01 \leq \tan \theta \leq 0.1) \quad (25)$$

とおく。式 (10) の B に式 (24) を代入して整理すると

$$\epsilon_b = \frac{B}{4\gamma^3} \frac{\rho g H^2}{T} \left(\frac{H}{d} \right)^4 \quad (26)$$

となる。ここで、改めて $O(1)$ の補正係数 B を導入した。単位面積当たりのエネルギーフラックス P は、 $C_g \approx C \approx \sqrt{gd}$ として

$$P = \frac{1}{8} \rho g H^2 \sqrt{gd} \quad (27)$$

と近似される。平均水位の変化を無視すると、 $d = -x \tan \theta$ とおくことができ、砕波後の波高および水深を砕波高と砕波水深で $\tilde{H} = H/H_b$ 、 $\tilde{d} = d/d_b$ のように無次元化すればエネルギー平衡式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\left(\tilde{H}^2 \tilde{d}^{1/2}\right)}{d\tilde{d}} - K \tilde{H}^6 \tilde{d}^{-4} &= 0 \\ K &= 2B\gamma (\phi_b/g)^{1/2} / (T \tan \theta) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。 $\tilde{d}=1$ のとき $\tilde{H}=1$ という境界条件のもとで上式を解くと

$$\tilde{H}^{-4} = \left(1 - \frac{4}{9} K\right) \tilde{d} + \frac{4}{9} K \tilde{d}^{1/2} \quad (29)$$

が得られる。なお、 $H_b = \gamma \phi_b$ 、 $L_0 = gT^2/2\pi$ を用いると

$$K = (2/\pi)^{1/2} B\gamma^{1/2} \xi_b^{-1} = (2/\pi)^{1/2} B\gamma^{1/2} \xi_0^{-1} \quad (30)$$

となる。ここで、 ξ_0 は個々波の沖波諸元を用いた surf similarity parameter である。結局、砕波後の波高変化式として式 (29) を用いることとし、規則波の砕波後の波高変化をより正確に表現できるように、式 (29) を補正する意味で、 B を水深の関数とした (岩垣ら, 1981)。

水深には平均水位の変化およびサーフビートによる変動を考慮した。平均水位の変化式は式 (5) の右辺を 0.6 倍したものを用いた。理由は後述する。そのまま用いると実測値よりも過大評価となる (Battjes, 1972; 榎木ら, 1978; Stive, 1978, 1984)。 ξ は乱数を用いてその影響を取り込んだ。計算過程は Mase and Kobayashi (1991) を参照されたい。

図-5 は極浅海域での波形記録を示したものである。この図にはピーク周波数の 0.5 倍以下のフーリエ成分を再合成して求めたサーフビートの変動を同時に図示してある。この図より、実験で得られた水位変動記録をそのまま単純平均して平均水位を算定し、これを基準として波をゼロアップクロス法で定義すると、平均水位をクロスしない水位変動のために個々波の波高が大きく、周期は長く定義されることになる。そのため、実験で得られた水位変動記録から、ピーク周波数の 0.5 倍以下および 6 倍以上の周波数成分を FFT 法を利用して除去した補正した水位変動記録から個々波を定義した。このようにすると、有義波周期は沖から岸近くまでほぼ一定となる。しかしながら考えてみれば、サーフビートが付随した変動が真の水位変動であるから、波高はともかく波峰高と言えはサーフビートも含めたうでの波形の極大値がそれである。波別解析法ではこうした詳細な点は考慮できない。

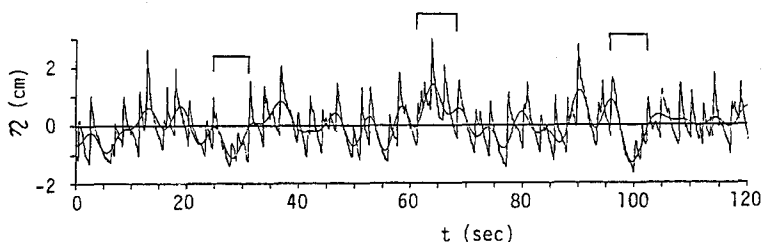


図-5 極浅海域における波形記録

図-6 は、代表波高の変化についての実験結果と計算結果を比較したものである。用いた波の波群特性は3種類の異なったものであるが、スペクトルは Pierson-Moskowitz 型のほぼ同一のものであり、沖波有義波高や沖波波形勾配にはほとんど差がない。一般に実験結果と計算結果の一致は良い。 $h/H_0 > 2$ の領域では、波群特性により最大波高に差が現われる。 $h/H_0 < 2$ の砕波帯内では波群特性の差はほとんど現われない。

波高分布の変化の例を示したものが、図-7 である。影のついたヒストグラムはパルス信号によって識別された砕波している波の波高分布であり、破線で示した折線はその計算結果、影のないヒストグラムはすべての波についての波高分布であり、実線の折線はその計算結果である。(e) 図においては波はほとんど砕波していた。これらの浅海域での波高分布をみると、Thornton and Guza (1983) が言うように、波高分布はすべて Rayleigh 分布で近似できるという結果にはなっていない。また、(a) 図および (b) 図の実験結果をみると、砕波した波の波高は砕波していない波の波高分布に比例するよう配分されるという現象は見られない。そのような波の再生が起これば、図-7 (a) および (b) の影のついたヒストグラムとついてないそのピークは一致するはずである。郭・郭 (1972) および合田 (1975) が砕波変形モデルで用いた波の配分方法は深海領域では妥当でないことがわかる。水深が浅くなる

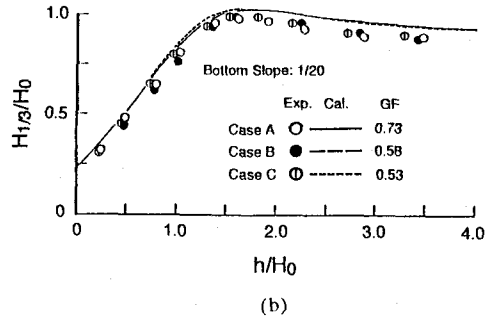
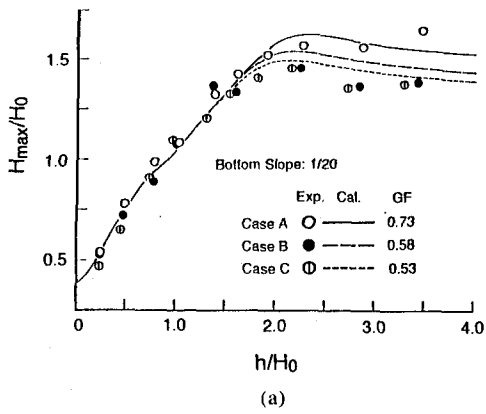


図-6 浅海域における代表波高の変化

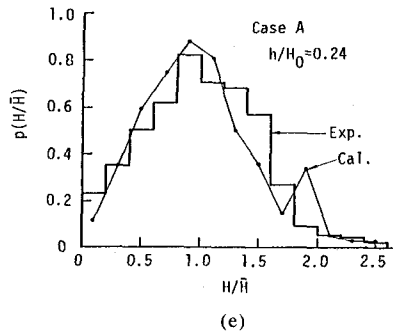
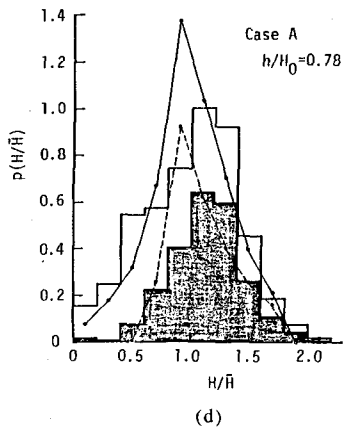
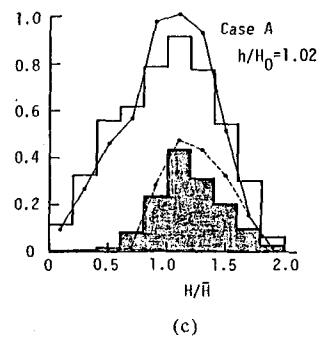
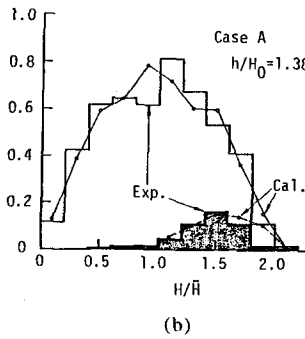
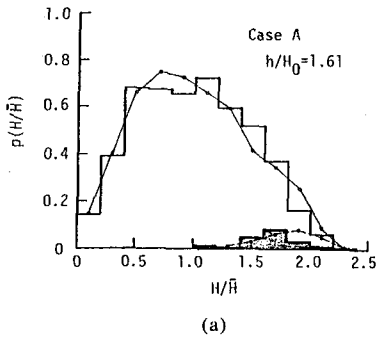


図-7 浅海域における波高分布

と、そうした波の配分が妥当と言えそうである。計算結果と実験結果を比較すると、多少の差は見られるものの両者の一致の程度はかなり良い。砕波率の変化について比較したものを 図-8 に示す。砕波している波高分布については実験結果と計算結果で若干の差が見られたが、砕波率で整理すると両者の一致はよい。

ここで、Svendsen (1984) および Slive (1984) の規則波の砕波変形についての研究に少し触れておく。Svendsen (1984) は、inner zone のエネルギーフラックス P 、エネルギー逸散率 ϵ_b および radiation stress S_{xx} を次のように表した。

$$P = (B_0 + 0.45 h/L) \rho g C H^2 \quad \left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T (\eta/H)^2 dt = 0.03 \sim 0.1 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

$$\epsilon_b = \left[\left(1 + \frac{\eta_c H}{H h} \right) \left(1 + \frac{H}{h} \left(\frac{\eta_c}{H} - 1 \right) \right) \right]^{-1} \frac{\rho g H^3}{4hT} \quad (32)$$

$$S_{xx} = (1.5 B_0 + 0.9 h/L) \rho g H^2 \quad (33)$$

ここで、 η_c は波峰高であり、 $\eta_c/H = 0.5 \sim 0.9$ である。これらの諸量は inner zone に対して定式化されたものであるが、これらの結果を砕波点からあてはめて波高変化および平均水位の算定をし、実測値と比べた結果が 図-9 である。砕波後の波高変化に対しては算定値と実測値の一致はそこそこ良いが、平均水位については両者の一致が悪い。実測値は計算値の半分以下である。これは、砕波点から inner zone の間に、波高は 30% ~ 40% 減少しても radiation stress はほぼ一定である遷移領域が存在することによると述べている。

Slive (1984) も同様の研究を行っている。式 (31) ~ (33) に対応する結果を示せば次のようである。

$$P = \frac{1}{8} \rho g C H^2 \quad (34)$$

$$\epsilon_b = 2 \tanh 5\zeta_0 \frac{\rho g H^3}{4hT} \quad (35)$$

$$S_{xx} = (0.08 + 0.88 h_b/L_0) \rho g H^2 \quad (36)$$

波高変化については概ね一致するが、平均水位については算定結果の方が大きくなるようである。砕波変形モデルにはこの他にもたくさんあるが、物理的意味づけと実験結果を利用して導かれており、とりわけ優れたものがあるわけではない。ここに取りあげた Svendsen (1984) の研究は引用されることが多い。

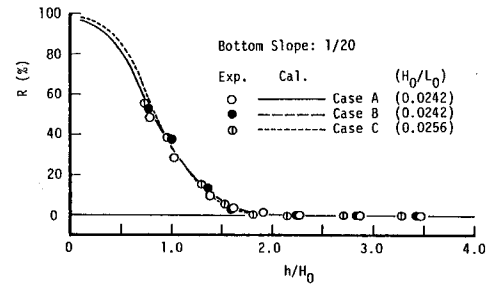


図-8 浅海域における砕波率の変化

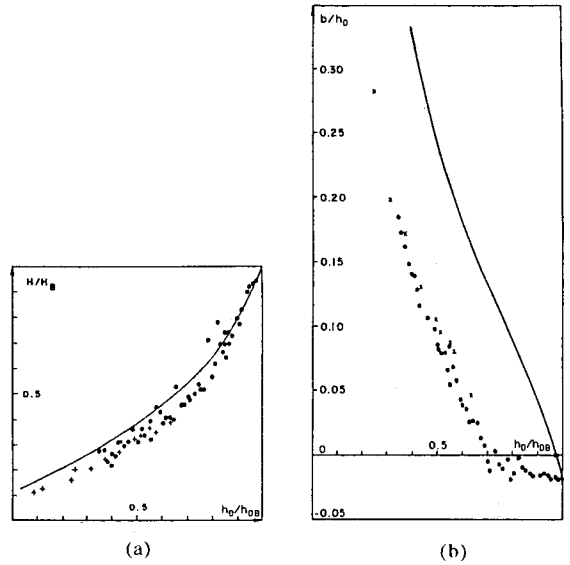


図-9 砕波後の波高と平均水位の変化 (Svendsen (1984) より)

3. スペクトル解析法に基づく不規則波の浅水・砕波変形計算モデル

3.1 概説

スペクトル解析法は、水位変動を振幅、周波数および振幅がそれぞれ異なる無数の正弦波が重なり合ったものと考え、各正弦波のエネルギーが周波数や波数、あるいは波向きに対してどのように分布しているかを表現し、波の変形や構造物への作用を解析する方法である。線形の問題であれば、各成分波の変形を微小振幅波理論で取り扱うことができ、その結果を合成して解を得ることができる。

非線形の問題では各成分波は互いに干渉するが、それでも理論的取り扱いが可能である。しかし、砕波は各成分波が特定の位相を持って重なり合った結果としての波形がある種の条件（例えば波の峰の水粒子速度が波速より大きくなる）を越えると起こり、エネルギー逸散を生じるといったように、個々の波の峰といった離散的な箇所が生じる。こうした離散的な砕波現象を連続的なスペクトル成分波に対する波浪変形計算にどのような形で導入するかといった点が問題となる。合田(1975)は、岸波のスペクトルを解析し、「砕波帯内での波のスペクトルの変形を説明しうる理論はまだ生みだされていない。砕波のように非線形性と不連続性が本質であるような現象に対してはスペクトル理論の適用が困難である」と述べている。その時点ではスペクトルモデルは浅水・砕波変形モデルとして適用困難であると考えられた。それから約20年を経たいま、この章でスペクトル解析法による不規則波浪の非線形浅水変形理論をもとに、波別解析法に基づき定式化される砕波減衰項を組み込んだハイブリッド型浅水・砕波変形計算モデル(間瀬・木井, 1992)を説明する。

スペクトル成分波の振幅変化を線形浅水変形理論により求めると、水深が比較的大きい領域では概ね実測値を説明できるが、ある程度水深が浅くなって非線形性が卓越してくると実測値と合わなくなる。海岸近くのアーセル数が $O(1)$ の浅海領域では非線形理論が必要となる。Boussinesq方程式は弱い分散性と有限振幅性を含んだ理論式であり、Peregrine(1967)が任意海底海浜に対する Boussinesq方程式を導いて以来多くの実験的研究がなされ、さらに理論が発展させられてきた。岸からの反射が無視でき、岸方向のみへ波が伝播するという条件においては Boussinesq方程式から KdV方程式が得られる。Freilich and Guza(1984)は Boussinesq方程式から任意スペクトルを有する風波の浅水変形理論(ただし汀線に直角入射する場合)を導き、水深約10mで観測された複素フーリエ振幅を初期値として水深が 3m まで(水平距離で波長の最大で3倍程度)の波の変形を計算し、観測結果と比較して Boussinesqモデルは観測値を説明できることを示した。Liu et al.(1985)は屈折・回折を考慮した非線形規則波の浅水変形理論を導き、その有効性を確かめた。また、Vengiyil and Kirby(1986)は、KdV 浅水変形理論を用いて非線形規則波の変形を計算し、波形自体は砕波直前で計算結果と実験結果に若干の差が見られるが、波高に関しては両者は良く一致することを示した。

3.2 スペクトルモデル

非線形性と分散性を含む Boussinesq方程式は、浅海での波動理論として有用であることが知られている。代表周波数 ω_0 、代表振幅 a_0 、代表水深 h_0 として、以下の無次元量を導入する。

$$t = \omega_0 t', \quad (x, y) = k_0 (x', y'), \quad h = \frac{h'}{h_0}, \quad u = \frac{u'}{[(a_0/h_0)\sqrt{gh_0}]}, \quad \xi = \frac{\xi'}{a_0} \quad (37)$$

ダッシュがついた変数が次元量である。Boussinesq方程式は、以下の二つの無次元パラメータ

$$\varepsilon = \frac{a_0}{h_0}, \quad \mu^2 = \frac{\omega_0^2 h_0}{g} \quad (38)$$

が $O(\varepsilon) = O(\mu^2) \ll 1$ という条件でのものである。

波は x の正方向(岸方向)にのみ伝播するものとし、次の変数を導入する。

$$\xi = \int \frac{dx}{C} - t, \quad \tau = \varepsilon t, \quad \chi = \varepsilon x \quad (39)$$

ここで、 $C = \sqrt{h}$ であり、水深変化は代表波長に比べて小さい、すなわち、

$$O(|\nabla_h h|) \leq O(\mu^2) \quad (40)$$

とする。これらの変数および条件を用いて、Boussinesq方程式から次式の任意海底地形に対する KdV方程式が得

られる (間瀬ら, 1991)。

$$\zeta_t + C\zeta_{xx} + \frac{1}{4C}h_x\zeta + \frac{3}{2C^2}\zeta\zeta_x + \frac{\mu^2 h^2}{6\epsilon C^2}\zeta\zeta\zeta_x = O(\epsilon, \mu^2) \quad (41)$$

固定座標系の表示に直せば次のようである。

$$\zeta_t + \sqrt{h}\zeta_x + \frac{h_x}{4\sqrt{h}}\zeta + \frac{3\epsilon}{2\sqrt{h}}\zeta\zeta_x + \frac{h^{5/2}\mu^2}{6}\zeta\zeta\zeta_x = 0 \quad (42)$$

波は基本周波数 ω_1 に対して周期的であるとし、その調和成分の重ね合わせとして Fourier 級数表示する。

$$\zeta' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n' e^{i(k_n dx' - \omega_n t')} + \text{c. c.} \quad (43)$$

$$\omega_n^2 = g k_n^2 h \quad (44)$$

ここで、c. c. は式 (43) 右辺第 1 項の共役複素数であり、 $\omega_n = n\omega_1$ 、 k_1 を波数の基本成分とすると $k_n = nk_1$ である。式 (43) を a_0 、 ω_1 、 k_1 を用いて無次元化する。

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n e^{i n \left(\overline{k_1} dx - \overline{\omega_1} t \right)} + \text{c. c.} \quad (45)$$

ここで、 $\overline{k_1} = k_1/k_0$ 、 $\overline{\omega_1} = \omega_1/\omega_0$ である。複素振幅 A_n は水深 h の変化と同程度にゆっくり変化するものとし、 x の関数とする。

$$\frac{dA_n}{dx} = \epsilon \frac{dA_n}{d\chi} \quad (46)$$

条件式 (46) のもとで、式 (45) を式 (42) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{dA_n}{dx} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{\mu^2}{6} i n^3 \overline{k_1}^3 A_n + \frac{3\epsilon i \overline{k_1}}{8h} \sum_l \sum_m [(l+m) A_l A_m e^{i(l+m-n)\psi_1} \\ + (l-m) A_l A_m^* e^{i(l-m-n)\psi_1} - (l-m) A_l^* A_m e^{i(-l+m-n)\psi_1} - (l+m) A_l^* A_m^* e^{i(-l-m-n)\psi_1}] = 0; \quad n = 1, 2, \dots, \infty \end{aligned} \quad (47)$$

が得られる。ここで、 $*$ は共役複素数であり、 ψ_1 は次式の基本成分に対する位相関数である。

$$\psi_1 = \int \overline{k_1} dx - \overline{\omega_1} t \quad (48)$$

式 (47) の非線形項で n 次成分に寄与するのは次の共鳴条件を満たす場合である。

$$\pm \overline{\omega_l} \pm \overline{\omega_m} - \overline{\omega_n} = 0 \quad (49)$$

$$\pm \overline{k_l} \pm \overline{k_m} - \overline{k_n} = 0 \quad (50)$$

すなわち、

$$\pm l \pm m - n = 0 \quad (51)$$

$$l, m, n \geq 1 \quad (52)$$

である。非線形項の第 1 項に関しては

$$l + m - n = 0 \longrightarrow m = n - l \quad (53)$$

であり、また $m \geq 1$ より $l \leq n-1$ でなければならない。第 2 項に関しては

$$l - m - n = 0 \longrightarrow m = l - n \quad (54)$$

であり、また $m \geq 1$ より $l \geq n+1$ である。第 3 項に関しては

$$-l + m - n = 0 \longrightarrow m = n + l \quad (55)$$

となり、 $m \geq 1$ より $l \geq 1-n$ となるが、式 (52) より $l \geq 1$ である。第 4 項に関しては

$$l + m + n = 0 \longrightarrow m = -l - n \quad (56)$$

となるが、式(52)より成立しない。以上のことに加え成分波の個数を N として、式(47)は次元量を用いて次のように変形される。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{1}{6} i n^3 k_1^3 h^2 A_n + \frac{3ink_1}{8h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0 ; \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (57)$$

ただし、ダッシュは省略してある。式(57)の左辺第2項は浅水変形、第3項は波の分散性、第4項は波の非線形干渉を表す(間瀬ら, 1991)。

式(57)における浅水変形項を次式に基づいて考察する。

$$\frac{dA_n}{dx} = - \frac{h_x}{4h} A_n \quad (58)$$

式(58)を $x=0$ から x まで積分すると、

$$\frac{A_n(x)}{A_n(0)} = \left\{ \frac{h(x)}{h(0)} \right\}^{-1/4} \quad (59)$$

が得られる。これは Green の式である。低周波成分の振幅算定に対しては妥当であるが、高周波成分に対しては振幅を過大に算定することになる。ここで、以下の式を考える。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{g_n})_x}{2C_{g_n}} A_n = 0 \quad (60)$$

C_{g_n} は次式で示される群速度である。

$$C_{g_n} = \frac{1}{2} \frac{\omega_n}{k_n} \left(1 + \frac{2k_n h}{\sinh 2k_n h} \right) \quad (61)$$

式(60)を積分すると、

$$\frac{A_n(x)}{A_n(0)} = \left\{ \frac{C_{g_n}(x)}{C_{g_n}(0)} \right\}^{-1/4} \quad (62)$$

が得られる。これは微小振幅波理論の浅水変形式であり、長波領域では Green の式となる。すなわち、浅水変形を正しく表すには式(60)がよい。

次に、分散項について考える。一定水深における線形波に対しては、式(57)は次のようになる。

$$\frac{dA_n}{dx} - \frac{1}{6} i n^3 k_1^3 h^2 A_n = 0 \quad (63)$$

水位変動は

$$\xi = \frac{1}{2} A_n e^{i(n k_1 x - n \omega_1 t)} + \text{c. c.} \quad (64)$$

で表される。ここで、

$$A_n = a_n e^{i \psi_n} \quad (65)$$

と表す。ただし、 a_n は実数とする。式(64)と(65)を式(63)に代入して、実数部と虚数部について整理した結果は次のようになる。

$$a_n = \text{constant} \quad (66)$$

$$\psi_n = \frac{1}{6} n^3 k_1^3 h^2 x \quad (67)$$

式(65)～(67)を用いて式(64)を書き直すと、

$$\xi = \frac{1}{2} a_n e^{i \left\{ \left(n k_1 - \frac{1}{6} n^3 k_1^3 h^2 \right) x - n \omega_1 t \right\}} + \text{c. c.} \quad (68)$$

が得られ、波速は次のようになる。

$$C_n = \frac{\omega_1}{k_1} \frac{1}{1 + (nk_1 h)^2 / 6} \quad (69)$$

ここで ω_1/k_1 は浅海長波の波速 $\sqrt{gh}$ であり、 nk_1 を改めて k とおくと、式(69)は

$$\frac{C}{\sqrt{gh}} = \frac{1}{1 + (kh)^2 / 6} \quad (70)$$

となる。微小振幅波理論の関係式は次のとおりである。

$$\frac{C}{\sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{\tanh kh}{kh}} \quad (71)$$

式(70)の関係式は $kh \leq 1.0$ では式(71)の関係式の良い近似になっているが、 kh が大きくなると近似精度が悪くなる。分散項を以下のようにすると式(71)の分散関係を表すことができる。

$$\frac{dA_n}{dx} - ink_1 \left[\sqrt{\frac{nk_1 h}{\tanh nk_1 h}} - 1 \right] A_n = 0 \quad (72)$$

以上のことから、式(57)の浅水変形項を式(60)におけるそれに置き換え、また式(57)の分散項を式(72)のそれに変わると次式の修正KdV方程式が得られる。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - ink_1 \left[\sqrt{\frac{nk_1 h}{\tanh nk_1 h}} - 1 \right] A_n + \frac{3ink_1}{8h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^N A_l^* A_{n-l} \right] = 0 \quad (73)$$

図-10 は、不規則波浪の浅海域におけるスペクトル変化に関する実験結果（太い実線）と式(57)および式(73)による計算結果（それぞれ細かい点線と粗い点線）を比較したものである。水深が浅くなると、2倍あるいは3倍調和成分周辺のエネルギーを含め全体に高周波領域と低周波領域のエネルギー密度が増加するが、そのような傾向を式(57)および式(73)による計算結果は説明できる。しかし、式(57)を用いると、すべての成分波の浅水変形を Green の式を用いて算定すること、および砕波によるエネルギー減衰を考慮していないことにより、計算結果は実験結果より過大評価となる。式(73)を用いると、(a)図のように砕波が顕著でない領域で式(57)による計算結果よりも実験結果との対応は良くなる。(b)図のように砕波帯ではモデル式はエネルギー散逸効果を考慮していないので、計算結果は実験結果より大きくなる。細い実線で示した微小振幅波理論による計算結果は観測されたスペクトル変化を表すことができない。

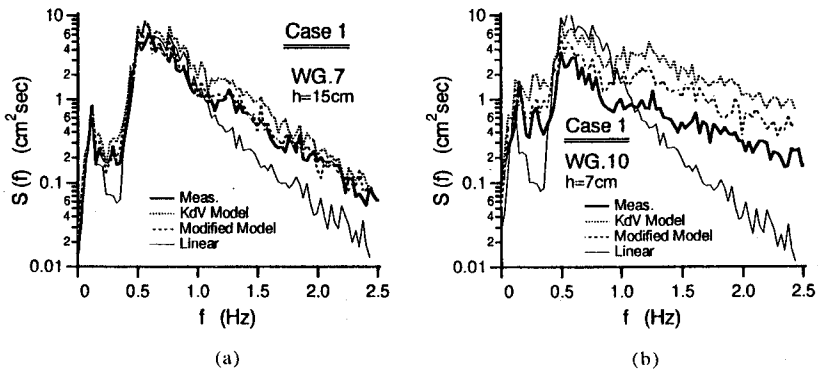


図-10 異なる計算モデルを用いたスペクトルの算定結果

式(57)あるいは式(73)に散逸効果を含ませるには、左辺に $\alpha_n A_n$ を加えればよい。エネルギー散逸と位相変化の双方の影響を考慮する場合には α_n は複素数であり、エネルギー散逸のみの場合は α_n は実数である。以下では後者の場合を対象とする。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - ink_1 \left[\sqrt{\frac{nk_1 h}{\tanh nk_1 h}} - 1 \right] A_n + \frac{3ink_1}{8h} \left[\sum_{i=1}^{n-1} A_i A_{n-i} + 2 \sum_{i=1}^{N-n} A_i^* A_{n+i} \right] + \alpha_n A_n = 0 \quad (74)$$

表記を簡単にするため、

$$\kappa_n = \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}}, \quad \gamma_n = nk_1 \left[\sqrt{\frac{nk_1 h}{\tanh nk_1 h}} - 1 \right], \quad \lambda_n = \frac{3nk_1}{8h} \quad (75)$$

とかく、式(74)に A_n^* を乗じたものと、式(74)の共役式に A_n を乗じたものを加え合わせて以下の式を得る。

$$|A_n|^2_x + 2\kappa_n |A_n|^2 + i \lambda_n \left\{ A_n^* \left[\sum \right] - A_n \left[\sum^* \right] \right\} + 2\alpha_n |A_n|^2 = 0 \quad (76)$$

ここで、式(76)の第3項は

$$A_n^* \left[\sum \right] - A_n \left[\sum^* \right] = \left[\sum_{i=1}^{n-1} A_n^* A_i A_{n-i} + 2 \sum_{i=1}^{N-n} A_n^* A_i^* A_{n+i} \right] - \left[\sum_{i=1}^{n-1} A_n A_i^* A_{n-i}^* + 2 \sum_{i=1}^{N-n} A_n A_i A_{n+i}^* \right] \quad (77)$$

の非線形項であり、以後省略する。式(76)を $n=1$ から N まで加え合わせると

$$\sum_{n=1}^N |A_n|^2_x + 2 \sum_{n=1}^N \kappa_n |A_n|^2 + 2 \sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = 0 \quad (78)$$

となる。ここで極浅海域を対象とし、 $C_{gn} \approx C \approx \sqrt{gh}$ とすると、

$$\kappa_1 \approx \kappa_2 \approx \dots \approx \kappa_N \approx h_x / (4h) \quad (79)$$

であり、式(76)は

$$\sum_{n=1}^N |A_n|^2_x + \frac{h_x}{2h} \left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right) + 2 \sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = 0 \quad (80)$$

となる。波のエネルギーは

$$E = \frac{1}{2} \rho g \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \quad (81)$$

で表されるので、これを用いて式(80)を書き直せば次式になる。

$$\left(E \sqrt{gh} \right)_x = - \rho g \sqrt{gh} \left(\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 \right) \quad (82)$$

式(82)はエネルギーフラックス平衡式であり、式(74)の $\alpha_n A_n$ で表される項はエネルギー散逸を表す項であることがわかる。

3.3 砕波によるエネルギー散逸係数

実験は長さ 27m、幅 50cm、深さ 75cm の両面ガラス張り水槽で行なった。水槽には海底勾配が一樣で 1/20 の模型海浜を設置した。一樣水深部の水深は 47cm とした。実験に用いた不規則波は、ピーク周波数が 0.6Hz (Case1) と 1.0Hz (Case2) の Pierson-Moskowitz 型スペクトルを有するものである。水位変動は、斜面法先部の地点である水深 47cm (WG.1)、その他 35, 30, 25, 20, 17.5, 15, 12.5, 10, 7.5, 5, 2.5cm (WG.2~WG.12) の各地点で測定した。

ピーク周波数の 0.5 倍以下および 4Hz 以上の周波数成分を取り除いた水位変動データを整理して代表波高の変化を調べた結果、Case1 では、最大波高は水深 15cm で 1/10 最大波高および有義波高は水深 12.5cm で、平均波高は水深 10cm でそれぞれピークとなり、Case2 では、ある程度水深が浅くなるまで波高はあまり変化せず、最大波高は水深 17.5cm、1/10 最大波高は水深 15cm、有義波高は水深 12.5cm、平均波高は水深 10cm から減少する。砕波による波高の減少が顕著になるのは、水深が 12.5cm (WG.8) 辺りからである。

図-11 はエネルギースペクトルの変化を示したものである。スペクトルは自由度 60、分解周波数 0.03 Hz で計算した。水深の減少に伴い高周波領域と低周波領域のエネルギー密度が増加し、ピーク周波数周辺でのエネルギー

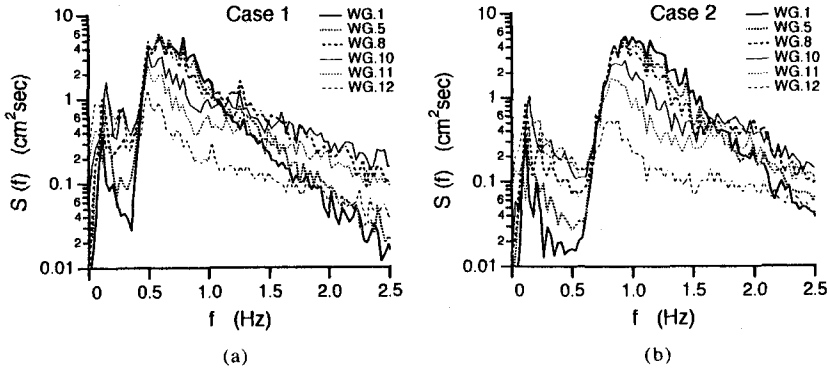


図-11 浅海域におけるスペクトル変化

ギ一密度は減少する最も浅い WG. 12 の地点ではエネルギー密度が全体に急激に減少している。この地点では波というより流れの状態に近い。

エネルギー散逸係数 α_n の算定は以下のようにした。式 (78) において一様水深の場合を考え、記録時間 $N\Delta t$ をかけてエネルギー密度に対する

$$\sum_{n=1}^N [(S_n)_x + 2 \alpha_n S_n] = 0 \quad (83)$$

を得る。初期値として $x=0$ のとき $S_n(0)$ とし、 α_n が一定とすると、式 (83) の解は次のようになる。

$$S_n(x) = S_n(0) e^{-2\alpha_n x} \quad (84)$$

Δx だけ離れた 2 地点のスペクトルの実測値 $S_n(0)$ と $S_n(\Delta x)$ を用いて式 (84) から α_n は次のように推定される。

$$\alpha_n = -\ln \{S_n(\Delta x) / S_n(0)\} / (2\Delta x) \quad (85)$$

$\alpha_n \Delta x$ が微小ならば、式 (85) は Taylor 展開によって

$$\alpha_n = [1 - \{S_n(\Delta x) / S_n(0)\}] / (2\Delta x) \quad (86)$$

となる。しかし、実測値 $S_n(0)$ と $S_n(\Delta x)$ を用いて α_n を推定すると、 α_n には浅水変形および非線形干渉効果が含まれることになる。実験結果を用いるだけでは浅水変形効果および非線形干渉効果を α_n から除去することはできないので以下の 2 つの方法を用いて α_n を補正する。

(i) スペクトルの実測値を $S_n(0)_{\text{Meas}}$ および $S_n(\Delta x)_{\text{Meas}}$ とする。 $x=0$ の A_n を用いて式 (73) による計算結果を $S_n(\Delta x)_{\text{Cal}}$ とする。 Δx 間のスペクトル変化 $\{S_n(\Delta x)_{\text{Cal}} - S_n(0)_{\text{Meas}}\}$ は浅水変形および非線形干渉によるものである。 $S_n(\Delta x)_{\text{Meas}}$ から $\{S_n(\Delta x)_{\text{Cal}} - S_n(0)_{\text{Meas}}\}$ を減じたものが碎波減衰の影響のみが入ったスペクトル値となる。ここで

$$S'_n(\Delta x) = S_n(\Delta x)_{\text{Meas}} - \{S_n(\Delta x)_{\text{Cal}} - S_n(0)_{\text{Meas}}\} \quad (87)$$

とおき、式 (85) および式 (86) をそれぞれ

$$\alpha_n = -\ln \{S'_n(\Delta x) / S_n(0)_{\text{Meas}}\} / (2\Delta x) \quad (88)$$

$$\alpha_n = [1 - \{S'_n(\Delta x) / S_n(0)_{\text{Meas}}\}] / (2\Delta x) \quad (89)$$

とする。ただし、 $S'_n(\Delta x)$ が負値をとる場合があるので式 (89) を使うことにする。

(ii) $S_n(\Delta x)_{\text{Cal}}$ が $S_n(\Delta x)_{\text{Meas}}$ より大きくなるのは散逸項 $\alpha_n A_n$ が無いためであり、 $S_n(\Delta x)_{\text{Cal}}$ と $S_n(\Delta x)_{\text{Meas}}$ が一致するように α_n を決定する。

$$\alpha_n = -\ln \{S_n(\Delta x)_{\text{Meas}} / S_n(\Delta x)_{\text{Cal}}\} / (2\Delta x) \quad (90)$$

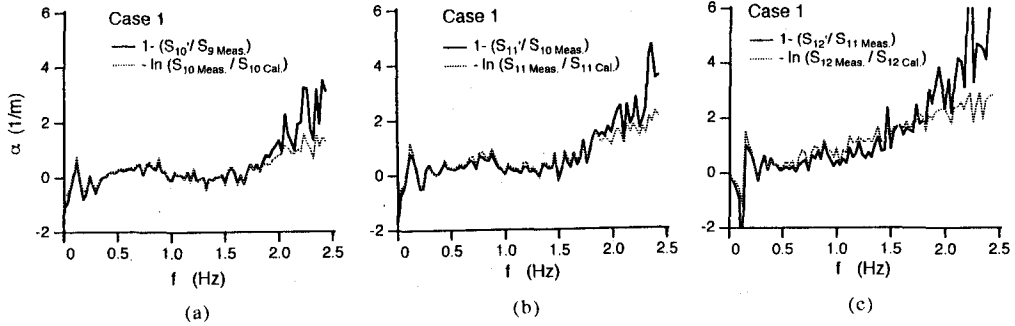


図-12 エネルギー散逸係数

図-12 は Case1 についての α_n を示したものである。ここで、 $2\Delta x = 1\text{m}$ である。(i) および (ii) の方法による α_n の推定値は高周波領域を除いてほとんど一致する。 $\alpha_n \geq 0$ がエネルギー散逸を表す。ある周波数の α_n に注目すると、(a) 図から (b) 図、(c) 図へと水深が浅くなるほど α_n が大きくなり、周波数に対する変化に注目すると α_n は f^2 に比例している。この特長は、Johnson (1970) が摩擦や内部粘性散逸を考慮した段波の研究に用いた KdV-Burgers 方程式の散逸項のそれと同様である。KdV-Burgers 方程式は次のとおりである。

$$\eta_t + \eta_x + \eta\eta_x + \eta_{xxx} = \mu\eta_{xx} \quad (91)$$

ただし、簡単のため式 (91) の左辺の各係数は 1 とおいた。式 (91) の右辺の粘性項に複素フーリエ級数表示を代入すると、 $-\mu k_n^2 A_n$ となる。浅海では $k_n^2 = \omega_n^2 / (gh)$ であるので、エネルギー散逸項は $\{\mu / (gh)\} \omega_n^2 A_n$ となる。すなわち、 A_n の係数は ω_n の 2 乗に比例し、また、水深が小さくなるにつれて大きくなるという実験結果の特長と一致する。このことは、碎波帯の波浪変形モデルとして KdV-Burgers 方程式が適用できることを示しているものといえる。

図-12 のような結果を整理して α_n を周波数、水深、波高等の関数として定式化するにはデータが足りないので、ここでは波別解析法によって不規則波列のエネルギー散逸率を定式化する。Thornton and Guza (1983) によれば、不規則波のエネルギー散逸率は式 (16) で与えられる。エネルギー平衡式は式 (11) で表され、極浅海域では

$$\left(E \sqrt{gh} \right)_x = - \langle \epsilon_b \rangle \quad (92)$$

となる。式 (82) と式 (92) の右辺を等しいと置いて

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = \langle \epsilon_b \rangle \quad (93)$$

を得る。これより α_n を決定する。まず、 α_n を一定として

$$\bar{\alpha} = \left(\langle \epsilon_b \rangle / (\rho g \sqrt{gh}) \right) / \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \quad (94)$$

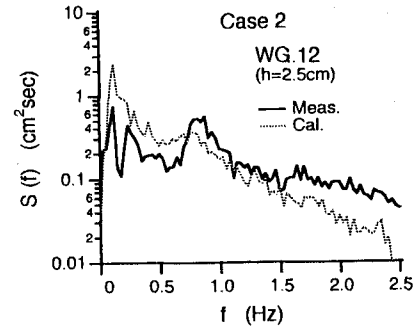
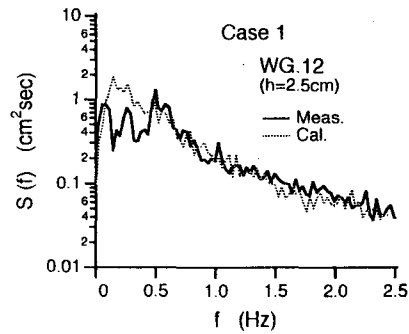
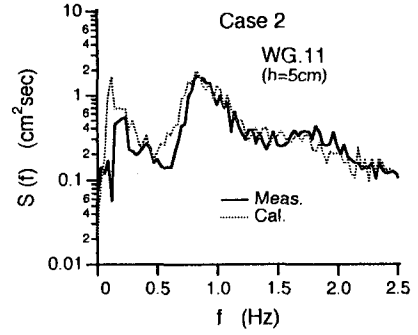
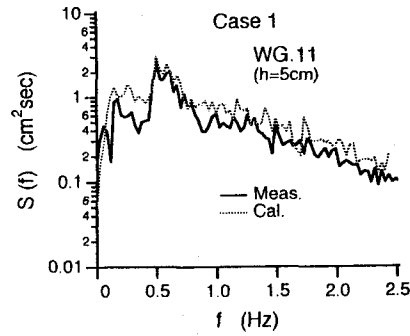
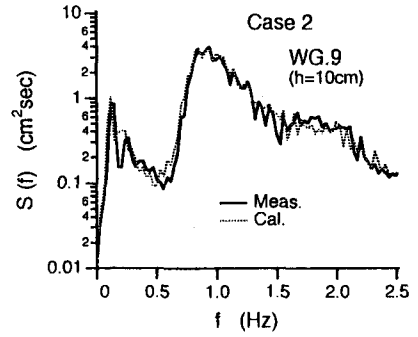
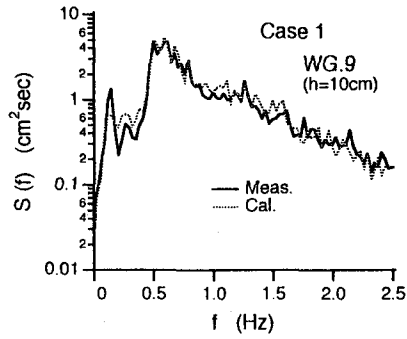
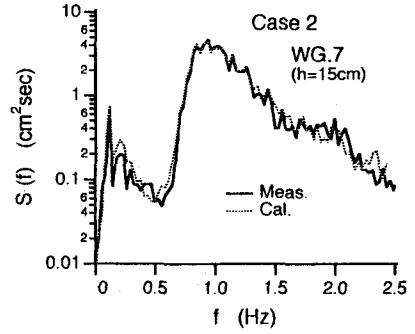
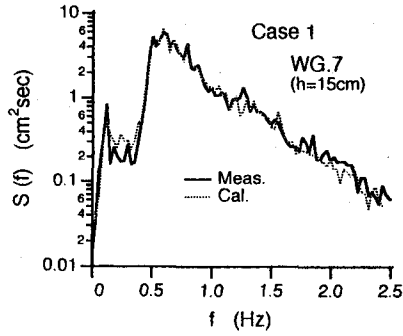
とする。次に α_n の周波数特性を考慮して

$$\alpha_n = \bar{\alpha} \left(f_n / \bar{f} \right)^2 / \sum_{j=1}^N \left(f_j / \bar{f} \right)^2 ; n = 1, 2, \dots, N \quad (95)$$

と定式化する。これを式 (74) に用いるのがハイブリッド型波浪変形モデルである。

3.4 浅海変形に関する実験結果とハイブリッド型浅水・碎波変形モデルによる計算結果との比較

図-13 は、もっとも沖の WG.1 ($h=47\text{cm}$) における複素振幅の実測値を初期値として、ハイブリッド型波浪変形モデルによって計算したスペクトル (実線) と実験結果 (点線) を比較した例である。計算においては、スペクトル成分波の数を 250 とした。計算結果と実験結果との一致は非常に良く、Case2 の WG.12 においてのみ計算結果と実験結果の一致がよくなかった。この地点ではもはや波としての性質は失われているので、一致しないの



(a)

(b)

図-13 スペクトルに関する実験結果と計算結果の比較

が当然とも思われる。

図-14(a) および (b) は、それぞれ Case1 および Case2 の代表波高について計算結果（点線）と実測結果（実線）を比較したものである。データ整理に当たっては、水位変動の長周期成分は除去していない。最大波高 H_{max} は、Case1 については、砕波帯で計算値が若干大きく砕波帯外縁では逆に実験値の方が大きく、Case2 については、計算値が実験値より大きくなっている。1/10最大波高 $H_{1/10}$ 、有義波高 $H_{1/3}$ および平均波高 $\bar{H}$ については計算値と実験値の一致はかなり良い。

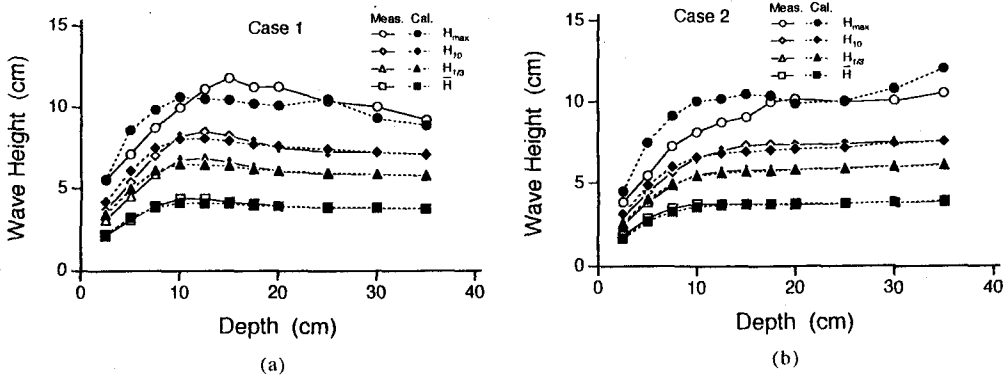


図-14 代表波高に関する実験結果と計算結果の比較

代表周期についての実測値と計算値の比較を図-15 に示す。従来の計算モデルは周期は一定としているが、本計算モデルは周期の変化も計算できる。Case1 の最大周期 T_{max} については計算値と実測値は一致する。また水深が 5cm より深い領域ではすべての代表周期についての両者の一致はよい。水深 $h=2.5\text{cm}$ の地点では計算値の方が実測値より大きくなるが、これは計算において長周期成分のエネルギーが実験結果より大きく算定されることによる。特に、この傾向は Case2 において顕著である。こうした周期の算定は、海底地形が複雑でソリトン分裂が生じる場合や、二山スペクトルの波の変形において重要である。

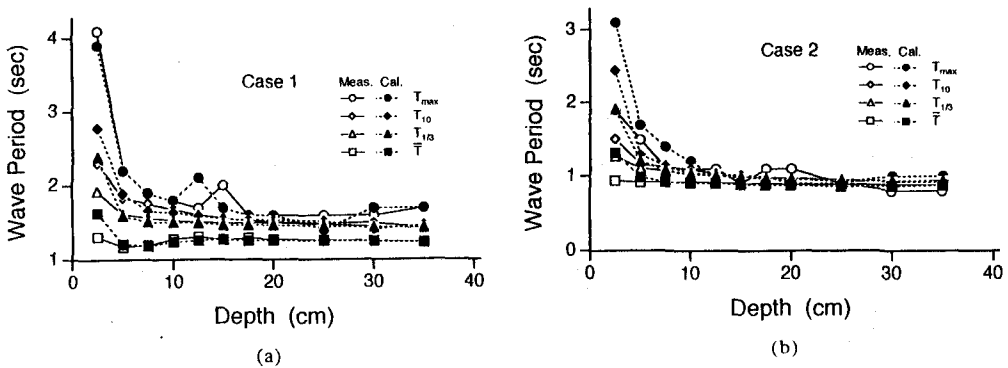


図-15 代表周期に関する実験結果と計算結果の比較

図-16 は無次元代表波峰高の実測値と計算値を比較したものである。無次元波峰高は skewness に対応する。線形波の場合は 0.5 となるが、図においては平均無次元波峰高においても 0.5 以上になっている。(a)図に示した Case1 では両者の一致はかなり良い。(b)図の Case2 では計算値は実験値より全体に大きい、一致の程度はよい。

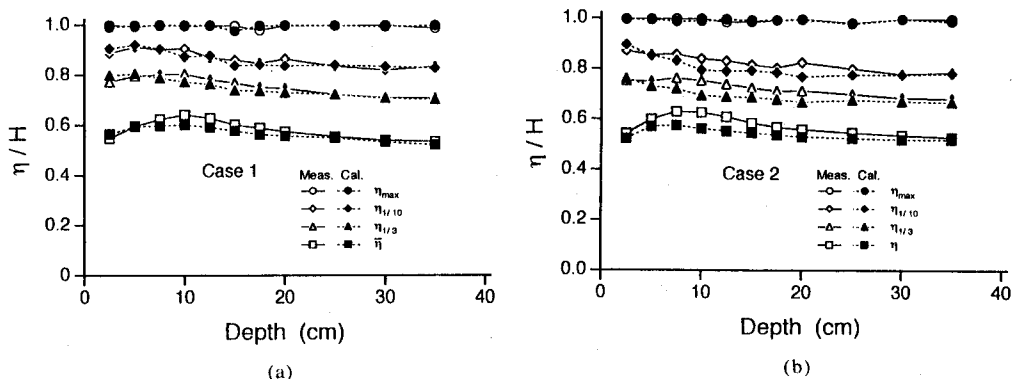


図-16 無次元代表波峰高に関する実験結果と計算結果の比較

3.5 KP 方程式を用いた平面不規則波浪の浅水変形モデル

KP 方程式は Kadomtsev and Petviashvile (1970) によって提案されたもので、波はほぼ一方に伝播するものとするが、横断方向の変調を考慮するものである。したがって、狭帯域方向スペクトルの平面不規則波浪に対する浅水変形モデルとして適用できるものと思われる。これは今後の課題として、ここでは式 (43) のようなフーリエ級数表示（ただし、波数 k は y 方向に平均した $\bar{k}$ を用いる）を用いて KP 方程式を変形した結果を示すにとどめる。

KP 方程式は以下の式で表され、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{C} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{4h} \frac{\partial h}{\partial x} \eta + \frac{3}{2h} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} h^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right) + \frac{1}{2h} \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) = 0 \quad (96)$$

上式変形して、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(2ink_1 - ink_1 \right) A_{n,x} + in \left(\frac{k_1 h_x}{2h} + \frac{\bar{k}_1 h_x}{4h} - \frac{\bar{k}_1 h_x}{2h} \right) A_n + n^2 \bar{k}_1 \left(k_1 - \bar{k}_1 \right) A_n + \frac{1}{6} h^2 n^4 \bar{k}_1^{-4} \\ & + \frac{1}{2h} (h A_n)_y - \frac{3n^2 \bar{k}_1^2}{8h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0 \end{aligned} \quad (97)$$

ここで、 $\bar{k}_1$ および $\bar{h}$ は y 方向に平均化した基本波数および水深、 k_1 および h は各地点における基本波数と水深である。形は少し異なるが、Liu et al. (1985) はこうしたモード結合方程式を用いて非線形規則波の屈折・回折計算を行ない、実験結果と比較して基本モードに対しては過大評価となるが、高周波モードに対してはうまくその変化を表せることを示した。

4. おわりに

不規則波の浅海変形の研究は数多く行なわれてきた。また、現在でも势力的に研究が進められている。本論文では特に不規則波の断面 2 次元変形を取り上げ、変形予測モデルの発展過程、それぞれのモデルの基礎となる考え方を整理するとともに、具体的な実験結果をもとにその変形特性を示した。現象に対する知識の蓄積、理論の発展、計算機の性能向上に伴い、不規則波の変形予測モデルは経験的なものから厳密なものへと発展しつつある。現在では、砕波を伴わない浅海域においてはかなりの理論的取り扱いが可能である。特に、Boussinesq 方程式は有用な理論である。本研究は、この方程式を出発点とした、スペクトル解析法に基づいた不規則波浪の非線形浅水変形理論に、波別解析法に基づき定式化される砕波減衰項を組み込んだハイブリッド型浅水・砕波変形予測モデルも取り上げた。この予測モデルは波別解析法による従来の計算モデルに比べて非線形による波の特性も取り扱うことができるという利点がある。こうした理論モデルを平面波浪変形にも適用できるよう開発することが望

まれる。重ね合わせの原理に基づく平面不規則波浪変形モデルは、間瀬ら (1992) が示している。

参 考 文 献

- 岩垣雄一・木村 晃 (1974)：不規則波発生機による現地波浪のシュミレーションシステム，第21回海岸工学講演会論文集，pp. 231-235。
- 岩垣雄一・間瀬 肇・田中 剛 (1981)：不規則波の浅海変形モデルについて，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 104-108。
- 郭 金棟・郭 秀吉 (1972)：風波による砕波の波高減衰と波高の確率分布，第19回海岸工学講演会論文集，pp. 137-142。
- 木村 晃 (1992)：斜面上における不規則波高の確率特性の変化モデル，土木学会論文集，第443号，11-18，pp. 65-72。
- 合田良実 (1975)：浅海域における波浪の砕波変形，港湾技術研究所報告，第14巻，第3号，pp. 59-106。
- 佐藤道郎・小部直人 (1983)：バー型海浜における不規則波の砕波変形，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 104-108。
- 榎木 享・岩田好一朗・東 修夫 (1978)：不規則波による平均水位変動に関する研究，第25回海岸工学講演会論文集，pp. 184-188。
- 間瀬 肇・岩垣雄一 (1984)：複合断面の海浜における不規則波の砕波変形特性，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 25-29。
- 間瀬 肇・松本明男・岩垣雄一 (1986)：不規則波の浅水・砕波変形計算モデルに関する研究，土木学会論文集，第375号，11-6，pp. 221-230。
- 間瀬 肇・J. T. Kirby・栗林賢一 (1991)：不規則波浪の浅水変形モデル—周波数領域における修正 KdV 方程式—，海岸工学論文集，第38巻，pp. 51-55。
- 間瀬 肇・酒井哲郎・蓑 義光 (1992)：楕円浅瀬を通過する多方向不規則波浪の確率分布法による屈折・回折・砕波変形計算，海岸工学論文集，第39巻（印刷中）。
- 間瀬 肇・木井敦夫 (1992)：不規則波のハイブリッド型浅水・砕波変形モデル，海岸工学論文集，第39巻（印刷中）。
- 水口 優・松田忠次 (1980)：現地不規則波浪の浅海変形について，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 134-138。
- 首藤伸夫 (1974)：非線形長波の変形—水路幅，水深の変化する場合—，第21回海岸工学講演会論文集，pp. 57-63。
- Battjes, J.A. (1972): Set-up due to irregular waves, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.1993-2004.
- Battjes, J.A. and J.P.F.M. Janssen (1978): Energy loss and set-up due to breaking of random waves, Proc. 16th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.569-587.
- Battjes, J.A. (1986): Energy dissipation in breaking solitary and periodic waves, Communications on Hydraulic and Geotechnical Eng., Delft Univ. of Tech., Rept. No.86-5.
- Collins, J.I. (1970): Probabilities of breaking wave characteristics, Proc. 12th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.399-414.
- Dally, W.R. and Dean, R.G. (1986): Transformation of random breaking waves on surf beat, Proc. 20th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.109-123.
- Freilich, M.H. and Guza R.T. (1984): Nonlinear effects on shoaling surface gravity waves, Phil. Trans. Royal Soc. Lond., A311, pp.1-41.
- Liu, P.L.-F., Yoon, S.B. and Kirby, J.T. (1985): Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water, J. Fluid Mech., Vol.153, pp.185-201.
- Mase, H. (1991): Groupiness factor and wave height distributions, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol.115, No.1, ASCE, pp.105-121.
- Mase H. and Iwagaki, Y. (1982): Wave height distributions and wave grouping in surf zone, Proc. 18th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.58-76.
- Mase, H. and Kobayashi, N. (1991): Transformation of random breaking waves and its empirical numerical model considering surf beat, Proc. Coastal Sediments '91, ASCE, pp.688-702.
- Peregrine, D.H. (1967): Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol.27, pp.815-827.
- Sawaragi, T. and Iwata, K. (1981): Experimental study on irregular wave deformation due to depth-controlled wave breaking, Proc. Hydrodynamics in Ocean Eng., Norwegian Inst. Tech., pp.166-182.
- Stive, M.J.F. (1978): Velocity and pressure field of spilling breakers, Proc. 17th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.547-566.
- Stive, M.J.F. (1984): Energy dissipation in waves breaking on gentle slopes, Coastal Eng., Vol.8, pp.99-127.
- Svendsen, I.A. (1984): Wave heights and set-up in a surf zone, Coastal Eng., Vol.8, pp.303-329.
- Thornton, E.B. and R.T. Guza (1983): Transformation of wave height distribution, J. Geophys. Res., Vol.88, No.C10, pp.5925-5938.
- Vengayil, P. and Kirby, J.T. (1996): Shoaling and reflection of nonlinear shallow water waves, Proc. 20th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.794-806.