

ソリトンの海岸工学への応用

Application of Solitons to Coastal Engineering

安 田 孝 志
Takashi YASUDA

1. はじめに

筆者が水工学の夏期研修会のテキストに「ソリトンスペクトル理論の海岸工学への応用」¹⁾を書く機会が与えられたのは1984年であり、それ以来既に7年が経過している。この間、ソリトンの研究は飛躍的に進み、対象はミクロの極限である素粒子からマクロの極限である宇宙まで拡がり、応用も光通信などの分野で具体化しているが、海岸工学におけるソリトンの応用は遅々として進んでいない。その原因については色々と考えられるが、現実の海の波に対するソリトンの理論が確立されていないことや、ソリトンを考えなくても海岸工学上の用が足りて来たことなどが挙げられる。

ソリトンは、現象的にはエネルギーが集中した安定なパルスの波動であり、海岸工学で言うところの孤立波がこれに相当する。事実、ソリトンの最初の発見者とされているScott-Russellが、1834年のある日、運河において目撃したものは真にこの孤立波であった。孤立波は周期波(クノイド波)の波長を無限大にした極限において出現する波として定義され、特殊な波というイメージがあるが、その本質は安定なパルスの波動である点にあり、ソリトンの1つと捉えた方が誤解が少ない。このような安定なパルスの波動を現実の海の波に求めると、サーファー達が夢中になるうねりがまず挙げられる。うねりの一個一個がソリトンであるとすれば、このときのうねり全体をソリトンの連なりと捉えることが可能となる。理論的にも、遠浅海岸に來襲するうねりの支配方程式と見なせるKorteweg de Vries (K d V)方程式は無限個のソリトン解を持ち、これによるうねりの表示は可能である(このあたりの説明は文献1)に詳しい)。

このように、ソリトンと扱うべき波が現実存在し、理論的にもその存在が可能である以上、ソリトンが非線形波動であることによる取り扱い上の困難もあるが、もう少し応用が進んで良いように思われる。そこで、ここでは、ソリトンの厳密な議論は抜きにし、実用的観点からソリトンの海岸工学への応用に連がると思われる事項についてこれまでの筆者らの研究結果^{2)~7)}を基に述べて行きたい。

2. 海岸波浪のソリトンによる表示

海の波の中でソリトンと扱えるものは、上述のうねりの他にも近海に來襲した大振幅の津波や内部波などがあるが、我々が遭遇する頻度はうねりの場合が圧倒的であるため、ここではうねりを対象として話を進める。ところで、ここで対象とするうねりは、長い伝播過程を経て極浅海域に到達した高波浪であり、砕波を伴う顕著な非線形性によって特色づけられている。そこで、そのイメージを明確にするため、特に海岸波浪と呼ぶことにし、以下の話を進める。

2.1 一様水深場での表示

ここで海岸波浪と呼ぶ波は、伝播の過程で十分な方向分散を経ており、一般に1次元の取り扱いが可能である。このため、遠浅の海岸を進む海岸波浪に対して海底勾配や海底摩擦の影響を無視することができれば、これを一様水深場での非線形分散波と扱うことができ、K d V方程式による記述が期待できる。しかし、時間発展型のK d V方程式は局在した初期擾乱に対して厳密に解けるが、空間発展型のK d V方程式を任意の擾乱に対して解析的に解くことはできないため、観測波形を境界条件としてK d V方程式を解き、そのソリトン解によって海岸波浪を表示することはできない。これができ

してK d V方程式を解き、そのソリトン解によって海岸波浪を表示することは難しい。これができれば、海岸波浪がソリトンを基準モードとした力学的秩序を持つことを実証したことにもなるが、それは将来の課題として、ここでは次のように考える。海岸波浪がソリトンの連なりであるとすれば、一様水深と見なせるような遠浅の海岸では各ソリトンは長い伝播の過程を経て定常波として伝播しているはずであり、その波形 η は次式のようにK d V方程式の定常ソリトン解の重ね合わせで表示できよう。

$$\frac{\eta}{h} = \sum_{i=1}^N A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i - \frac{\eta_0}{h}, \quad \theta_i = \left(\frac{3}{4} A_i \right)^{1/2} \left[\frac{x}{h} - \frac{c_i}{h} (t - t_i) \right] \quad (1)$$

ここに、 x は波の進行方向を正とする水平座標、 t は時間、 η は平均水面周りの水位変動、 h は平均水深、 A_i は水深 h で無次元化した i 番目のソリトンの振幅(ソリトンでは波高に等しい)、 N は観測波中のソリトン数、 t_i は i 番目のソリトンの時間軸上の位相を与える定数、 c_i は

$$c_i = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{1}{2} A_i - \frac{3}{2} \frac{\eta}{h} \right) \quad (2)$$

で与えられる i 番目のソリトンの波速、 g は重力の加速度、 η_0 は観測時間を T_0 としたときの波形の連続条件

$$\int_0^{T_0} \eta dt = 0 \quad (3)$$

より決まる定数であり、次式で与えられる。

$$\frac{\eta_0}{h} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{4}{3} A_i \right)^{1/2} \frac{c_i T_0}{h} \tanh \theta_i \Big|_{T_0}^0 \quad (4)$$

式(1)における sech^2 を $\sin$ とすれば、式(1)はフーリエ級数となり、正弦波を基準モード(スペクトル成分)とするスペクトル表示として扱われる。このようなスペクトル表示とのアナロジーの観点からすれば、式(1)は基準モードを正弦波に代えてソリトンとした表示と見ることができ、この意味で筆者らは式(1)による表示をソリトンスペクトル理論と呼んだ。しかし、理論に相応しい内容を備えるには現在なお至っていない反省から、ここでは単にソリトンによる表示として話を進める。ところで、式(1)はこのままではフーリエ級数のような直交系にはならないが、各ソリトン間の間隔(周期に相当)が十分に大きければ、各ソリトンは漸近的に互いに直交し、式(1)はK d V方程式を満たす直交関数列と扱うことができる。また、現地海岸において実際に一定水深と見なせる伝播距離は高々数波長程度であり、その程度の伝播の間にソリトン間の追い越しなどが生じることは少なく、式(1)をこのときの海岸波浪の波動解と近似的に扱って支障はない。

式(1)によって実際に海岸波浪を表示するには、各ソリトンの振幅 A_i および時間軸上の位相 t_i を知らねばならない。そのため、数値フィルターによって $0.5 f_p$ (f_p はスペクトルのピーク周波数)より低周波側の成分を除き、これを式(1)によって表示される観測波形 η_0 とし、これより A_i および t_i の計算を行う。計算方法としてはK d V方程式が無限個の保存則を持つことに着目する手法が考えられるが、様々な擾乱を含む現地波浪の波形データより高次の保存量を計算すると、擾乱の影響が急増するため、実際には使えない。このため、これまで次に述べる3通りの方法で計算を行って来た。

(a) 正規直交関数列とする方法

この方法の詳細は前回のテキスト¹⁾に述べているが、ここでは、その考え方とともに問題点についても触れておきたい。この方法の基本的な考え方は、対象とする海岸波浪は完全な漸近ソリトン列であり、各波峰は1個のソリトンから成るとの仮定の下に、時間軸上の波峰の位置をそのまま各ソリトンの位相定数 t_i とし、振幅 A_i を波形 η のフーリエ変換によってフーリエ係数が一義的に決められることと同様に決定しようというものである。このため、式(1)をSchmidtの方法によって形式的に正規直交関数列表示に書き換えたが、式(1)からわかるように位相関数 θ_i の中に A_i が含まれるため、実際には非線形連立方程式として解かねばならなかった。ただし、対象とする海岸波浪が実際に式(1)で表示されるようなソリトン列であれば、この非線形連立方程式は容易に解け、 A_i は一義的に決まる。しかし、波形 η に擾乱が含まれ、式(1)による表示が正しくなくなると、この手法の考え方とも矛盾するようになり、急速に収束が悪くなる。このため、このような海岸波浪に対しては完全なソリトン列として扱う立場を捨てた実際的な手法が必要となる。

(b) 波形の表示誤差を最小とする方法

この方法では、位相定数 t_i は直交化による方法と同様にして決定されるが、振幅 A_i は式(1)による波形 η_{cal} と観測波形 η_{ob} との誤差

$$E = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (\eta_{ob} - \eta_{cal})^2 dt \quad (5)$$

を最小にするように非線形連立方程式

$$\partial E / \partial A_i = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

を解くことによって決定される。ただし、 η_{ob} に対して式(1)が完全系になることを最早前提としていないため、 η_{ob} が実際にはソリトン列でなくても形式的にソリトン列として表示されることになり、単なる波形の表示法に過ぎないとの謗りは免れない。しかし、水の波が表面波であることからすれば、この方法で水面の形状を精度良く記述できることはそのまま内部特性の評価にも当てはまると考えて良く、単なる波形の表示法としてもそれなりの意味はある。問題は、この方法で決定された (A_i, t_i) に基づくソリトン列表示が力学的に意味を持つ海岸波浪の理論であるかどうかということであり、それについては実際の波浪への適用において矛盾のないことを明らかにする必要がある。

ところで、この方法が必要となって来たのは、上述したようにソリトンとは扱えないような擾乱の影響の強い観測波形を対象とするようになって来たためである。このような波に対しては、ソリトンの位相定数 t_i をいかに決定するか自体が問題となる。このため、まず波峰をすべてソリトンと見なして t_i を決定し、このときのソリトン数 N に相当する N 元連立方程式(6)を満たすように A_i を求める。このとき、 A_i の中で負になるものが m 個あると、これは誤ってソリトンと見なしたことによるとしてそれらの波峰を捨て、 $(N-m)$ 元連立方程式として式(6)を再度解き、正のみの A_i が求まるまでこの計算を繰り返す。

この外の問題としては η_0 の決定がある。 η_0 は前述の式(3)に示した波形の連続条件を満たすために導入された定数であり、正弦関数それ自体が式(3)を満たすスペクトル表示では生じない。ここで扱っているソリトンは sech^2 で表される正のパルスであり、このままでは式(3)を満足できない。この点で、Jacobiの cn 関数の自乗 cn^2 で表されるクノイド波と同じであり、ソリトン列やクノイド波においては η_0 は波動運動の本質と関わって重要となって来る。すなわち、見掛け上の波形は同じであっ

ても、スペクトル表示の立場からは波動運動は図-1に示すように平均水面(MWL)の変動と素直に理解されるが、ソリトン表示の立場からは波動運動とは図-2に示すように波谷面(波谷の包絡面であり、平均水面より η_0 だけ下がった水面 TWL)上のソリトンの伝播であり、平均水面は波形の連続条件を満たすために意味を持つ単なる概念に過ぎなくなる。このように、ソリトン表示では波谷面は正のパルスの波動の基準面として意味を持つことになり、負の波動成分は波形の連続条件による束縛の結果として付加的に生じることになる。したがって、 η_0 を正しく決定することがソリトン表示においては本質的に重要となるが、波列に含まれる擾乱の影響が強くなったり、Ursell数の値が10程度のソリトン表示の限界に近い波になると、 η_0 に図-3に示すような任意性の問題が生じて来る。この図は、式(6)によって同一の波形に対して2組の $\{A_i\}$ が求められ、2通りの波形表示があり得ることを示すものである。図からわかるように、このときのソリトン合成波形 η_{cal} と観測波形 η_{ob} との差異は同程度であるにも拘わらず、 η_{cal} を構成するソリトンの振幅 $\{A_i\}$ および η_0 は異なっており、いずれがこの場合の正しいソリトン列表示であるかは式(6)だけでは決まらないことがわかる。しかし、正しい表示は唯一つだけ存在するはずであり、図-3では(a)の方と判断される。それは、(a)の方が η_{ob} の見掛けの波谷面とソリトン列の波谷面との差異が小さく、両者がほぼ一致することを適合条件としていることによる。このため、 η_{ob} より見掛けの波谷面を求め、その平均値と平均水面との差を η_0 の初期値として図-4に示す手順で計算を行えば良い。実際の計算はプログラムによってシステマティックに行われ、余り変な値を初期値としない限り、以上の方法で数回の繰り直し計算によって収束させることができる。図-5は、図-6に示すような断面形状を持つTorrey Pines Beach (アメリカ



図-1 スペクトル表示による平均水面(MWL)周りの水面変動の例



図-2 ソリトン表示による波谷面(TWL)上のパルスの変動の例 (—— ソリトン合成波形, ——— 各ソリトンの波形, - - - 波谷面)



(a) 波谷面が見掛けの波形の波谷包絡面に近い場合



(b) η_0 を過大評価して波谷面が下がり過ぎた場合

図-3 波谷面の位置によるソリトンの振幅の変化 (—— η_{ob} , ——— 各ソリトンの波形, - - - 波谷面)

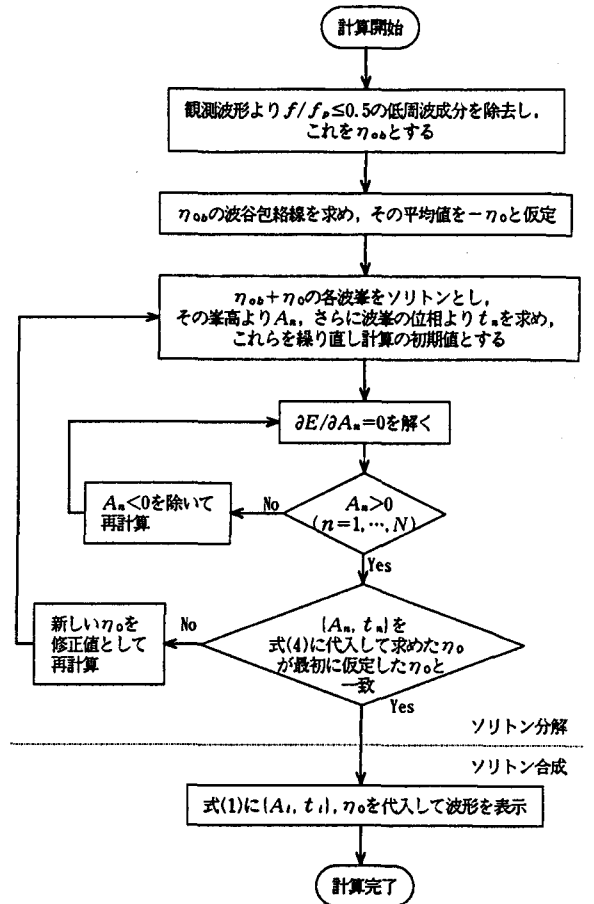


図-4 観測波形に対するソリトン分解・合成の手順

合衆国)での観測波形 η_{ob} より(A_i, t_i)を求め(ソリトン分解), それを基にソリトン列として波形 η_{cal} の表示(ソリトン合成)を行い, η_{ob} との比較を示したものである.

(c) 波峰を一致させる方法

ソリトン表示の精度は, 海岸波浪の非線形性が強くなる程良くなる傾向にあるが, 砕波帯になると砕波に原因する擾乱の影響が増し, 上述の(b)の方法でもソリトン分解は困難となる. そこで, 主要部分のみをソリトン列として表示するため, 観測波形 η_{ob} より主要部分を取り出す基準波高 H_c を次式で定義した.

$$H_c/\bar{H} = \sqrt{-(4/\pi)\ln 0.9} \quad (7)$$

ここに, $\bar{H}$ は平均波高を表す. これは, ゼロダウングロス法で定義された波高 H_i がRayleigh分布に従ったとき, $H_i \geq H_c$ の波は全体の90%を占めることを意味している. この結果, $H_i \geq H_c$ の波峰はソリトンとして表示されるが, $H_i < H_c$ となる全体の10%の波は捨てられる. しかし, $H_i < H_c$ の波を捨てても $T_{1/3}$ はほとんど変化しないため, こうして主要部分を取り出してソリトン分解・合成を行っても統計量への影響はほとんど認められない. ただし, この方法では上述の(b)の方法によってソリトン分解を行うことはできないため, $H_c \leq H_i$ の波をソリトンと見なし, 峰高を一致させるようにソリトンの振幅 A_i を決定する. 具体的には, 峰高の位相 t_i において η_{ob} と η_{cal} を一致させ,

$$(\eta_{ob})_{t=t_i} - (\eta_{cal})_{t=t_i}, \quad i=1, \dots, N \quad (8)$$

を A_i に関して解くことになる. このとき, 各ソリトンが直交しておれば, $(\eta_{ob})_{t=t_i}$ はゼロクロス波高 H_i に等しく, $(\eta_{cal})_{t=t_i}$ もソリトンの振幅 A_i に一致し, ゼロダウン波はソリトンとしてそのまま扱えることになる.

2.2 傾斜海浜上での表示

勾配が比較的急な海岸だけでなく, 遠浅の海岸であっても伝播距離が長くなると海底地形の影響が顕れて来るため, 水深変化や海岸摩擦などのせつ動の影響を考慮した海岸波浪の表示が必要となる. ここでは, 海岸波浪を2本の波向線にはさまれた幅りの水路を進む不規則波列ソリトン列を扱うことにより, その表示を次式のせつ動ソリトン解によって行う(表示の詳細については文献4)を参照されたい).

$$\eta/h = A[\operatorname{sech}^2 \varphi + (2\alpha\varphi + 3\beta)\operatorname{sech}^2 \varphi - \beta(1 - \tan \varphi) + f] \quad (9)$$

ここに,

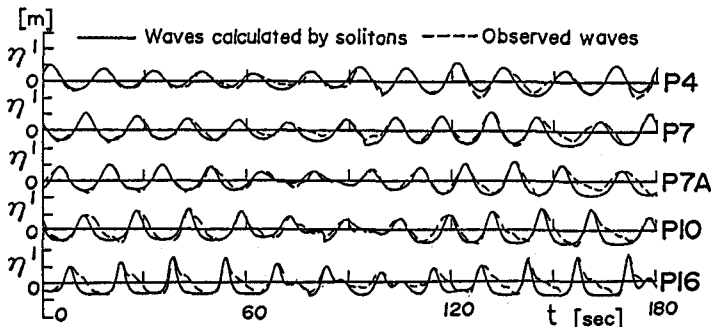


図-5 現地波浪の観測波形とそのソリトン表示

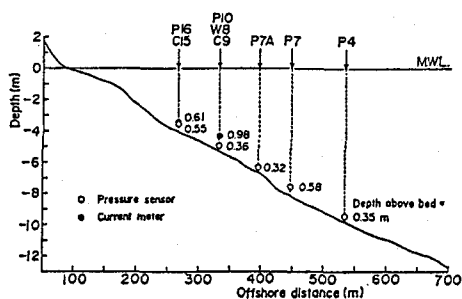


図-6 Torrey Pines Beachの断面形状と測点位置

$$\left. \begin{aligned}
 A &= A_0/h^* b^{*2/3} \Omega, \quad \Omega = 1 + \frac{8}{15} A_0^* \int \frac{C}{h^{*3} b^{*2/3}} dx \\
 \alpha &= -\Omega^{3/2} [\sqrt{3} h^{*3} b \lambda_a + (2\sqrt{3}/9) h^{*4} \lambda_b + (8\sqrt{3}/45) \lambda_c h^* b^{*1/3} \Omega^{1/2}] \\
 \beta &= \alpha - (4\sqrt{3}/45) \lambda_c h^* b^{*1/3} \Omega^{1/2} \\
 \lambda_a &= -h_x/A_0^{*3/2}, \quad \lambda_b = -b_x/A_0^{*3/2}, \quad \lambda_c = C/A_0^{*1/2}
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

であり、 A_0 は原点での振幅、 h_x は水深の変化率(海底勾配)、 b_x は水路幅の変化率、 C は海底摩擦係数を表し、添字*は原点での水深 h_0 を基準量とした無次元量であることを示す。式(9)の第1項は定常波成分であり、これによってせつ動が加わっても安定な波動運動が維持されることがわかる。第2項はせつ動による波形の歪みを与え、第3項および4項はせつ動によって励起されるShelfを表している。

式(9)はせつ動を受けた1個のソリトンを表すだけであるが、これを1個の波峯に対応させ、このときの海底勾配、波向線幅の変化率および海底摩擦係数より λ_a 、 λ_b および λ_c の値を計算し、上述の方法によって $|A_1|$ および $|t_1|$ を求めれば、傾斜海浜上の海岸波浪の表示が可能となる。ただし、現地波浪ではせつ動の開始点が不明のため、式(9)による表示に必要な A_0 を観測点での波形から求める必要がある。そこで、任意の観測点での水深 h_1 で無次元化した波形および振幅を η_1 および A_1 とそれぞれ表せば、これらは η 、 A および A_0 と

$$\eta = h^* \eta_1, \quad A = h^* A_1, \quad A_0 = h^{*2} b^{*2/3} / \Omega A_1 \quad (11)$$

の関係にあるから、これらを用いて式中の η 、 A および A_0 を A_1 および η_1 に置き換えることにより、観測点での波形表示を行うことができる。

図-7は、図-5と同じ現地波浪の観測波形と上述の手法によって求めたソリトン表示波形とを比較したものである。この海岸は、図-

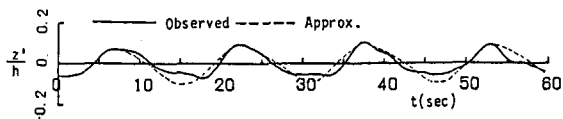


図-7 摩擦のある斜面上の観測波形のソリトン表示

6からわかるようにほぼ一様傾斜の単調な直線海岸であり、このときの方向スペクトルからも波は汀線に直角に入射していたと判断され、 $b_x=0$ とした。また、摩擦係数 C についても簡単のためにゼロとして計算している。これから、海底勾配の影響を考慮したことによって、傾斜海浜上の現地波浪に特有の波形の前後非対称性がソリトン列にも顕れ、観測波形との対応も良くなっていることがわかる。

ついで、式(9)が1測点での波形の表示だけでなく伝播に対しても適用できることを示すため、まず、せつ動ソリトン解を用いて海底摩擦係数 C の推定を行う。海底摩擦係数の推定についてはこれまで種々の方法でなされているが、海岸波浪がソリトン列として扱え、式(9)によって表示できるのであれば、伝播に伴う振幅の変化から海底摩擦係数を直接求めることができる。水深 h_1 の測点で無次元振幅 $(A_1)_1$ を持つソリトンが $\lambda_c=0$ の条件下で水深 h_1 の測点IIまで伝播して振幅が $(A_1)_2$ になったとすれば、この変化を与えた摩擦係数 C は、式(10)より次式のように与えられる。

$$C = [(A_1)_1 (h_1/h_1)^2 - (A_1)_2] / r (A_1)_1 \quad (12)$$

ここに、

$$r = -(4/15) (A_1)_1 [1 - (h_1/h_1)^2] (h_1/h_1)^2 / h_x \quad (13)$$

である。したがって、 C の値を観測波形より求めるには、測点ⅠおよびⅡでの波形をソリトン分解して対応するソリトンの振幅(A_1)、および(A_1)₁を求め、両測点での水深およびその間の海底勾配 h_* とともに式(12)に代入すれば、 C が決まることになる。図-8は、Torrey Pines Beachでの観測波形に対する結果であり、 C の値は大きくばらついている。しかし、測点P4からP10、P16の伝播波形に対して求めた C の値について見ると、図中の実線に対応した一定の傾向が認められる。図-9は、図-8の結果を基に $C=0.2$ とし、測点P10での波形を測点P16まで進ませ、そこでの観測波形と比較したものである。浅水化に伴うShelfの発達によって、現地波浪における波形の前後の非対称性が不十分ながら表現されており、摩擦のある傾斜海岸上の海岸波浪のソリトン列表示が式(9)によって可能となることがわかる。

2.3 砕波帯での表示

砕波帯を進む主要な波が孤立波、すなわち、ソリトンとして扱えることは水口・松田⁹⁾によって示されているが、ここでは砕波帯の海岸波浪に対するソリトン列としての取り扱いについて述べる。

砕波帯であってもそこにおける主要な流体運動は波動であり、水粒子速度も水面の変動にほぼ一義的に支配されていることは現地観測によって明らかになっている⁹⁾。したがって、砕波に伴う各種の渦の影響をReynolds応力によって評価し、それを取り込んだソリトン解を導けば、砕波帯の海岸波浪に対するソリトン表示が可能となる。このときのソリトン解は、式(10)における α および β に拡散係数を κ とする拡散項を加え、次式の α' および β' に書き換えるだけでよい⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha + (2/9)(3\Omega/A_1)^{1/2}\kappa \\ \beta' &= \beta - (2/5)(3\Omega/A_1)^{1/2}\kappa \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

図-10は、すべての波峰が崩れ波型となっている砕波帯の現地波浪のソリトン表示であり、ソリトン分解は前述の2.1(c)の方法によっている。細部において若干の相違はあるが、工学的に重要となる主要な波峰部に関する限り、表示精度は良好であり、砕波帯の海岸波浪のモデル化にソリトンが有効ことがわかる。参考のために、図-11に観測波形に対して $0.5 \leq f/f_p \leq 2.0$ のバンドパスフィルターによって処理した波形と元の波形との比較を示すが、狭帯域モデルのバンド幅としては広いこのとき

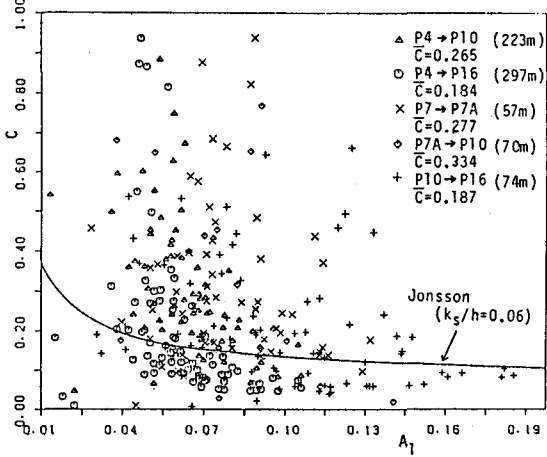


図-8 ソリトン解による現地波浪の海底摩擦係数

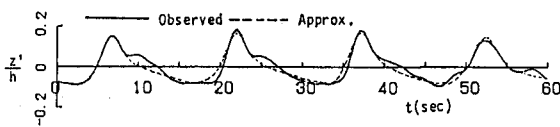


図-9 摩擦のある斜面上での伝播波形のソリトン表示

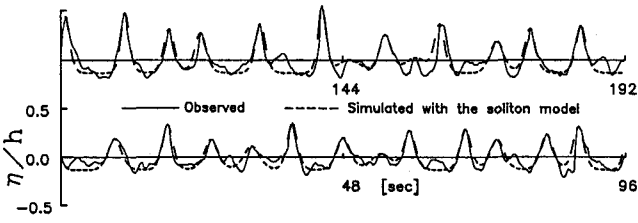


図-10 砕波帯での現地波浪の観測波形とそのソリトン表示

の処理波形でも波峯部の不一致は著しく、元の波形のSkewnessの値が1.00であるのに対し、処理波形のそれは0.16に留まっている。このことは、非線形性の強い極浅海から砕波帯にかけての波に対して狭帯域仮定に基づく包絡線理論を適用することは難しく、ゼロクロス波をフーリエモードと結び付けて、その理論展開ができるようになるのは非線形性の弱い深海から浅海の波に限られることを示している。したがって、ゼロクロス波の扱いが必要となる極浅海から砕波帯にかけては、これらの領域での波峯の粒子的振舞いからも示唆されるように、ゼロクロス波をソリトンと扱うことによってその理論展開を行うべきように思われる。

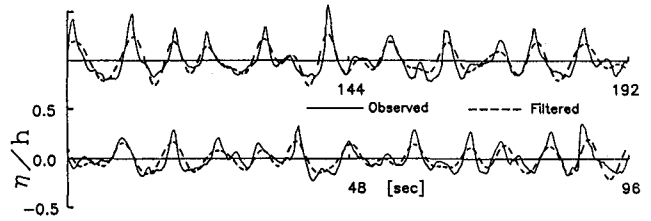


図-11 観測波形とバンドパスフィルター($0.5 \leq f/f_p \leq 2.0$)による処理波形との比較

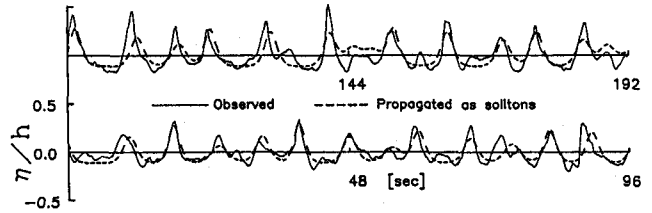


図-12 砕波帯を48.03m伝播した現地波浪の実測波形とソリトン表示による波形との比較

図-12は、Reynolds応力の影響を取り込んだソリトン列として図-11に示した波を48.03m伝播させ、観測波形と比較したものである。拡散係数 $\kappa/h\sqrt{gh}$ の値を0.26として計算したため、若干減衰が強くなっているが、シミュレーション波形と観測波形はほぼ対応しており、砕波帯の現地波浪の記述がソリトンを用いることによって容易に行えることがわかる。

3. ソリトン表示による応用

ここでは、海岸波浪がソリトン列として扱えるとすれば、どのようなことが可能となるかをこれまでの筆者らの研究結果^{3), 5), 7)}を基に紹介したい。

3.1 波高分布

海岸波浪は、これまで示してきたように顕著な非線形性と有限のバンド幅を併せ持つため、その波高分布を線形狭帯スペクトルの仮定に基づくRayleigh分布によって与えることはできない。にも拘わらず、ThorntonとGuza⁹⁾が示しているように、Rayleigh分布は砕波を伴うような強い非線形性を持つ海岸波浪の波高分布の良い近似となり得る。この理由については種々の説明がなされているが、必ずしも明確にはなっていない。ここでは、ソリトン列として扱える海岸波浪の波高分布が統計力学的手法によって理論的に決定でき、それが現地波浪の観測結果とよく一致することを示したい。

いま、海岸波浪が N 個のソリトンからなるとすれば、そのハミルトニアン H は、

$$H = - \sum_{i=1}^N \frac{2\sqrt{3}}{15} A_i \quad (15)$$

によって表される。各ソリトン $(4\sqrt{3}/9)A_i$ のエネルギーを持つことから、1個のソリトンのエネルギーを直接表す確率変数

$$P_i = (4\sqrt{3}/9)A_i \quad (16)$$

を導入し、式(15)のハミルトニアン H を書き換えるとともに、 p_i と正準共役な確率変数 q_i を共に正準変数とすれば、正準方程式は次式ようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q_i}{\partial t} &= \frac{\partial H}{\partial p_i} = \frac{3}{4} \eta^{-1/3} p_i^{2/3} \\ \frac{\partial p_i}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial q_i} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

これから、各ソリトンのエネルギーは不変量であり、初期状態におけるエネルギー分布がどのように決まるかという問題は、各ソリトンにエネルギーがどのように分配されるかを定める問題となる。それが純確率的に行われるとすれば、最も生じ易い分布はエネルギー分配の生起確率が最大となる場合と考えるのは自然である。そこで、エネルギー分配関数を ρ_N とすれば、エネルギー分配の生起確率 S は

$$S = - \int \rho_N \ln \rho_N dq dp \quad (18)$$

によって定義される。海岸波浪を構成するソリトンの個数およびハミルトニアンが一定の条件

$$\left. \begin{aligned} \int \rho_N dq dp &= 1 \\ \int \rho_N H dq dp &= \bar{H}, \quad \bar{H} = H/N \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

の下で生起確率 S を最大とする分布確率 ρ_N を求めると、次式のようになる。

$$\rho_N = \left[\left(\frac{75}{128} \beta^3 \right)^{1/5} \frac{1}{\Gamma(3/5) r^*} \right]^N \exp(-\beta H), \quad \beta = \frac{3}{5} \bar{H}^{-1} \quad (20)$$

ここに、 r^* は N 個のソリトンを含む x 軸上の観測領域である。さらに、これに対して $2(N-1)$ 重積分を実施し、1個のソリトンについてのエネルギー分布関数 ρ_1 に書き換えると、次式が得られる。

$$\rho_1 = \frac{5}{3r^*} \left(\frac{75}{128} \beta^3 \right)^{1/5} \exp \left(-\frac{9}{20} \sqrt[3]{2} p^{5/3} \right) \quad (21)$$

これは、1個のソリトンに分配されるエネルギーが (q, p) と $(q+dq, p+dp)$ の間に位置する確率密度を与えるものであり、熱平衡状態にある理想気体のエネルギー分布を与えるBoltzmannの分布関数と形式的に一致している。逆に、式(21)がBoltzmann分布であるとすれば、 S はエントロピーとなり、エントロピー最大条件によってエネルギー分布が決定されたことになっている。このように、ソリトンを運動要素とすることにより、 S を最大とする条件のみによってエネルギー分布が理論的に決定できることになる。

式(21)が現地波浪に適用できることを示すには、空間的な水面変動の観測データが必要となる。しかし、適用性の検証に必要な広さを持つ一定水深の浅海域を見出すことは容易ではない上、空間波形の観測自体の困難さのために、空間波形の観測データによる検証は実際上断念せざるを得ない。そこで、観測が容易な1測点での時間的な水面変動による検証が可能のように、式(21)で与えられる空間軸上での水面変動のエネルギー分布を時間軸上でのエネルギー分布に書き換えることにする。この

場合、各ソリトンごとに空間座標と時間座標の関係は式(17)によって定まっており、無次元観測区間 r^* とこれに対応する無次元観測時間 T^* との関係は次式で与えられる。

$$r^* = [(3/4 \sqrt[3]{2}) p_i^{2/3} + b] T^*, \quad b = 1 - 3\eta_0/2h \quad (22)$$

これより、観測時間 T^* を固定すれば、ソリトンごとに観測区間 r^* が変化し、これが分布関数に対する重みとして効いてくる。式(21)を q_i に関して $0 \sim r^*$ の範囲で積分すると同時に、基準化を行うと、時間軸上の分布関数 $R(p)$ が次式のように得られる。

$$R(p) = \frac{\beta(3p^{2/3}/4 \sqrt[3]{2} + 1)}{1 + \Gamma(3/5)\beta^{2/5}(128/75)^{1/5}} \exp\left(-\frac{9\beta}{20 \sqrt[3]{2}} p^{5/3}\right) \quad (23)$$

これは、水面変動を1地点で時間的に捉えたときのエネルギー分布を与えるものであり、対象とする海岸波浪が N 個のソリトンからなるとすれば、そのハミルトニアン H を時間波形 η から

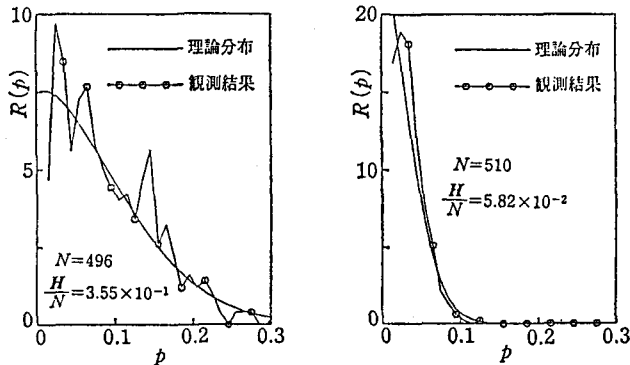
$$H = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \left[\frac{(\eta - \eta_0)^3}{4h^3} - \frac{\eta_i^2}{12gh} \right] dt \quad (24)$$

によって計算し、エネルギー分布を決定することができる。

図-13は、水深5.7mおよび18.2mの2箇所で得られた観測データより求められたエネルギー分布と式(23)による理論分布を示す。また、図-14は、このときの両観測点での水面変動の時間的变化について観測波形と式(1)によるソリトン表示の結果との比較を示したものである。両方の図とも、細部における若干の相違はあるものの両者の対応は良好であり、このときの波動の場が最大生起確率条件 S_{max} の下で実現された多ソリトン系として扱えることを示している。

ところで、ソリトンの振幅は波高に等しいから、ゼロクロス波高と区別する意味でソリトンの波高を H_s と書き、これをエネルギー p_i と書き換えることによって式(23)を波高 H_s の分布関数に書き換えることができる。

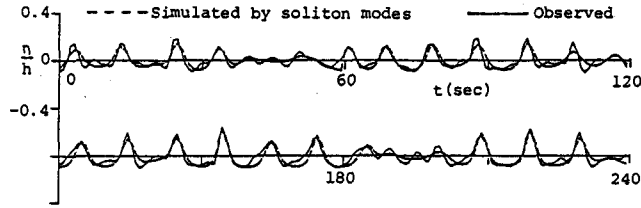
$$P(z_s) = \frac{\sqrt{3} z_s (z_s + 2h/\bar{H}_s)}{3[1 + \Gamma(3/5)(128/75)^{1/5} \nu^{2/5} h/\bar{H}_s]} \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}}{15} \nu z_s^{5/2}\right) \quad (25)$$



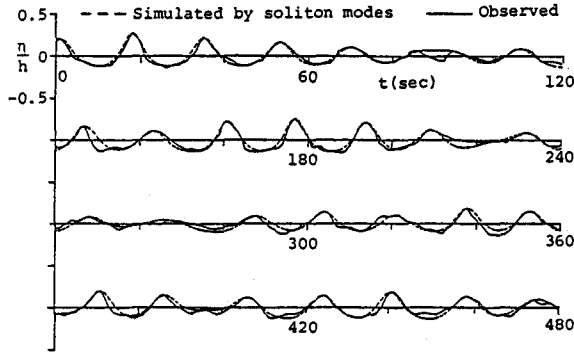
(a) 大湊海岸、水深5.7m地点
($H_{1/3}=2.0m$)

(b) コスタリカ国カルデラ港、
水深18.2m地点($H_{1/3}=2.9m$)

図-13 海岸波浪のエネルギーの式(23)による理論分布と観測結果との比較



(a) 大湊海岸, 水深5.7m地点



(b) コスタリカ国カルデラ港, 水深18.2m地点

図-14 観測波形とそのソリトン表示

ここに,

$$z_s = H_s / \bar{H}_s, \quad \nu = \beta (\bar{H}_s / h)^{5/2} \quad (26)$$

であり, $\bar{H}_s$ は平均波高を表す. なお, 比較のために Rayleigh分布を示すと次のようである.

$$P(z) = \frac{\pi}{2} z \exp\left(-\frac{\pi}{4} z^2\right) dz, \quad z = \frac{H}{\bar{H}} \quad (27)$$

式(25)はRayleigh分布と良く似た関数形をしており, 唯一つの相違点は $\bar{H}_s/h$ をパラメタとして必要とする点である. 図-15は, $\bar{H}_s/h$ を0.05および0.3としたときの式(25)による分布とRayleigh分布との比較を示す.

$\bar{H}_s/h$ の値に関係なく, 両者は良く似た分布となることがわかる. 式(25)は強い非線形性と有限のバンド幅を持つ不規則波に対するものであるのに対し, 式(27)は周知のように線形狭帯域の不規則波に対するものであり, 適用の対象は全く異なっているにも拘わらず, 波高の分布形状は極めて良く似たものになるというのは興味深い. このことからすれば, 上述のThorntonとGuza⁹⁾の結果は, Rayleigh分布ではなく式(25)による分布に置き換えられるべきかもしれない.

3.2 浮体の応答

海岸波浪の作用を受けた浮体の動揺解析への応用⁹⁾について述べる.

(a) 海岸波浪のシミュレーション

海岸波浪がソリトン列として扱えるとすれば, そのシミュレーションは所定の振幅分布を持つソリトン列を乱数列に従って生成することに帰着される. 上述の式(25)におけるソリトンの波高 H_s を振

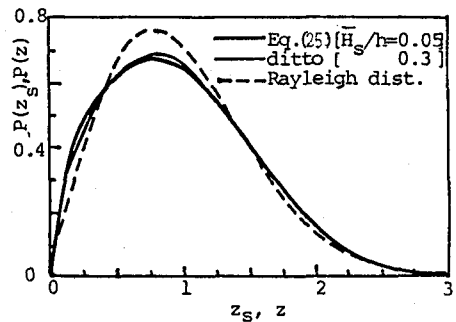


図-15 式(25)による波高分布とRayleigh分布との比較

幅 A と読み換えれば、式(25)はそのまま振幅分布となるから、振幅分布としてはこれを用いる。振幅と周期は互いに独立とし、周期 T は形状母数を 4 および平均周期を $\bar{T}$ とした次の Weibull 分布に従うとする。

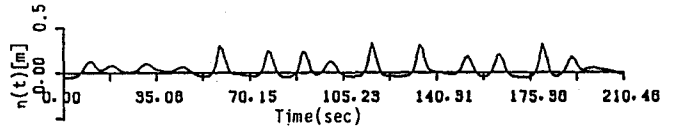


図-16 ソリトン列としてシミュレートした波形

$$\rho(T) = 4B(T/\bar{T})^3 \exp[-B(T/\bar{T})^4] / \bar{T}, \quad B = [\Gamma(3/2)]^3 \quad (28)$$

また、振幅の時系列を隣接ソリトン間の振幅の相関係数 ρ によって与えるため、乱数列に従う振幅 A_i を次の漸化式によって相関係数 ρ を持つ A_i^* に変換する。

$$A_i^* = \rho(A_{i-1}^* - \bar{A}) + A_i \quad (29)$$

これより、所定の統計的特性を持つ海岸波浪のシミュレーションは、式(25)、(28)および(29)を基に容易に実行できる。図-16は、 $\bar{A} = 0.2$ および $\kappa = 0$ の条件で発生させた不規則ソリトン列の波形である。また、図-17および18は、この波形より求めた振幅および周期のヒストグラムと式(25)および(28)による理論分布との比較を示し、目標通りの不規則波列が生成されていることがわかる。なお、さらに振幅と周期の相関係数まで考慮したシミュレーションを行うのであれば、文献10)を参照されたい。

(b) 運動方程式

浮体として図-19に示すような上下揺れのみを行う1自由度系を考える。浮体の形状は y 方向には一様であるとすれば、単位長さ当りで考える浮体の運動方程式は次のように表せる。

$$M_0 \ddot{z} = P_F - R_z - C_z \dot{z} \quad (30)$$

ここに、 M_0 は浮体の単位長さ当りの重量、 P_F は鉛直流体力、 R_z は負荷減衰力および C_z は係留系による復元力である。浮体を受ける鉛直流体力としては、外力としての波力の他に、浮体の動揺に起因して生じる負荷質量力、造波減衰力および浮力による復元力がある。ここでは問題を簡単にするため、ソリトンは浮体との衝突によってその一部が反射および透過するが、反射および透過波は無視できるとすれば、浮体の単位長さ当りに作用するソリトンの鉛直波力(揚圧力) P_s は次式で表される。

$$P_s = \rho g L A \operatorname{sech}^2 \theta \quad (31)$$

ついで、浮体の振動の結果として生じる流体力 P_0 については、浮体の振動が

$$z = S \exp(i \sigma t) \quad (32)$$

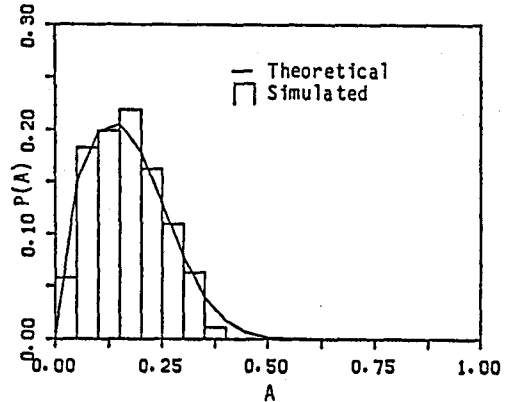


図-17 ソリトンの振幅の理論分布とシミュレーション結果との比較

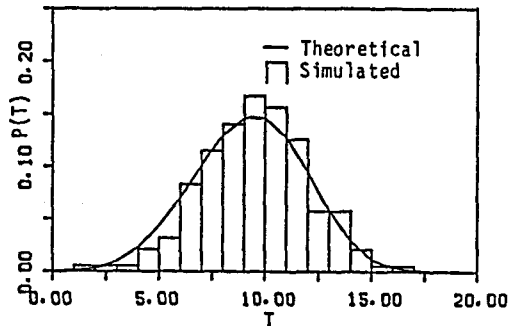


図-18 ソリトンの周期の理論分布とシミュレーション結果との比較

に従うものとするれば、次式で表される。

$$P_v = \{-(2/n)\rho g k L^2 f_s^2 + [2\rho \sigma^2 L/3(L-d)] \cdot [L^2 + (L-d)^2] - 2\rho g L\} s \exp(i\sigma t) \quad (33)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} f_s &= \frac{\sinh k(h-d)}{k(h-d) \cosh kh} \\ n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \\ \sigma &= \sqrt{gh \tanh kh} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

であり、 s は浮体の振動振幅、 σ は浮体の振動周波数、および k は浮体の振動によって生じる散乱波の波数(散乱波の周期は σ に一致すると仮定する)を表す。式(33)の右辺第1項は散乱波の発生に起因する造波減衰力、第2項は浮体の加速度運動に伴う負荷重量および第3項は浮体の振動による浮力の変化に起因する復元力を表す。

以上より、式(30)における流体力 P_r は $P_r = P_s + P_v$ で表されるから、式(31)および(33)を式(30)へ代入して整理すると、不規則ソリトン列の作用を受ける浮体の運動方程式が得られる。

$$\left\{ M_0 + \frac{2\rho L}{3(h-d)} [L^2 + (h-d)^2] Z + \frac{2\rho g k L^2 f_s^2}{n\sigma} + R \right\} \ddot{z} + (\rho g L + C)z = \sum_{i=1}^N \rho g L A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i \quad (35)$$

$$C = \sigma^2 \left\{ M_0 + \frac{2\rho L}{3(h-d)} [L^2 + (h-d)^2] \right\} - 2\rho g L \quad (36)$$

(c) 単一ソリトンによるインパルス応答

海岸波浪が前述のように不規則ソリトン列として扱えるならば、図-19に示したモデル浮体の応答は、各ソリトンによるインパルス応答の時間軸上での重ね合わせとして扱える。振幅 A のソリトンの作用を受けたときのインパルス応答は、式(35)より次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} z(t) &= \int_0^{\infty} G(s) F(t-s) ds \\ F(t-s) &= \rho g L A \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{3(A/h)/2} c_a(t-s-\delta) \sqrt{g/h} \right] \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

ここに、 $G(s)$ はインパルス応答関数であり、式(35)に支配される系では次式のように表される。

$$G(s) = (1/\sqrt{r_a r_c - r_b^2/4}) \exp(-r_b s/2r_a) \sin(s\sqrt{r_c/r_a - r_b^2/4r_a^2}) \quad (38)$$

ここで、 r_a 、 r_b および r_c は、それぞれ式(35)の左辺第1、第2および第3項の係数を表す。図-20は、減衰係数 R を種々に変化させた式(37)による浮体のインパルス応答を示す。

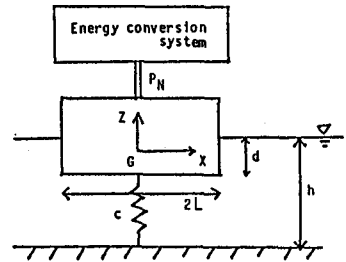


図-19 モデル浮体

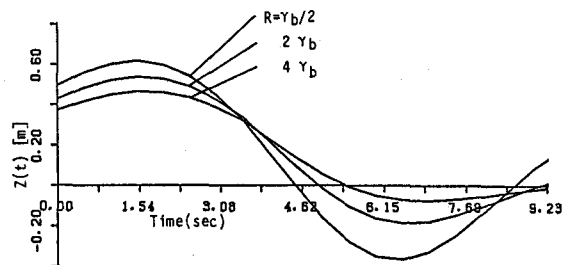


図-20 浮体のインパルス応答

(d) 不規則ソリトン列による応答

前述の図-16に示したシミュレーション波形を入力波としてモデル浮体に作用させたときの浮体の振動と負荷系に吸収されたパワーの時間変化について検討する。

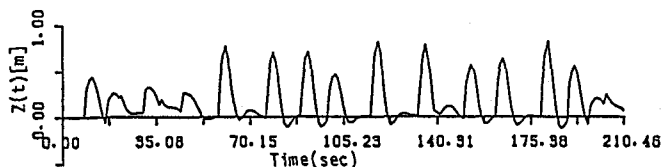


図-21 シミュレートされた浮体の動揺

図-21は、式(37)における外力項

を式(35)の右辺で書き換えたときの浮体の動揺を示す。浮体の動揺をソリトンの衝突によって生じるインパルス応答の連なりとし、その時系列を次式で定義される各ソリトンによるインパルス応答の最大値 H_z によって評価する。

$$H_{zi} = \max\{z_i(t)\} \quad (39)$$

ここに、添字 i は i 番目のソリトンによる応答であることを示す。ソリトンの振幅 A と浮体の動揺振幅 H_z の関係は式(37)を数値的に解くことにより求められ、それを回帰式によって評価すれば、次式のような簡単な関数で表される。

$$H_z = \alpha_1 + \alpha_2 A \quad (40)$$

ここに、 α_1 および α_2 は浮体の特性を表す r_a 、 r_b および r_c の関数である。

式(25)の分布に従う確率変数を、式(40)の回帰式により浮体の動揺に関する確率変数 H_z に変換すれば、浮体の動揺振幅 H_z の分布関数が次式のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} p(H_z) &= \frac{\nu \xi^{1/2} (\xi + 2)}{\sqrt{3} \alpha_1 U} \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}}{15} \nu \xi^{5/2}\right) \\ \xi &= \frac{H_z - \alpha_1}{h \alpha_1} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

ここに、

$$U = 1 + \Gamma(3/5) \nu^{2/5} (128/75)^{1/5} \quad (42)$$

である。

図-22は、これら理論分布と前述の図-21に示した浮体の動揺の時間変化から求めたヒストグラムとの比較を示したものであり、両者の対応は良好であることがわかる。これより、浮体および負荷特性の支配パラメタである r_a 、 r_b 、 r_c および R と同時に、入力波特性の支配パラメタであるソリトンの振幅および周期に加えて相関係数を種々に変化させて分布関数の変化を統計的に調べれば、モデル浮体に海岸波浪が作用したときの動揺の統計的評価が可能となる。

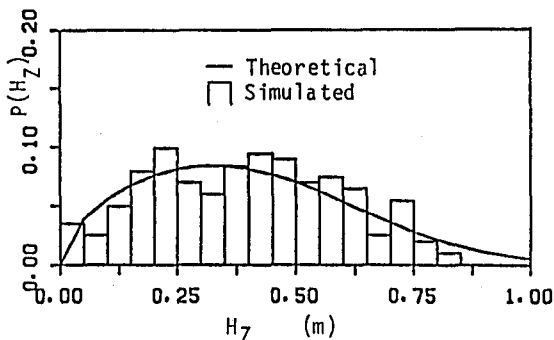


図-22 浮体の動揺振幅の理論分布とシミュレーション結果との比較

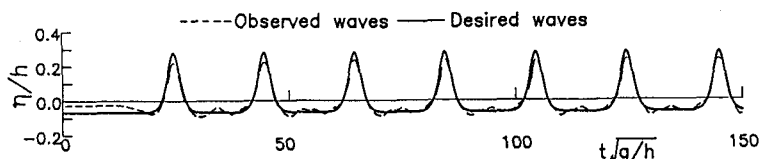
3.3 造波

ここでは、海岸波浪をソリトン列と扱うことによってその造波が極めて容易になる⁷⁾ことを示す。

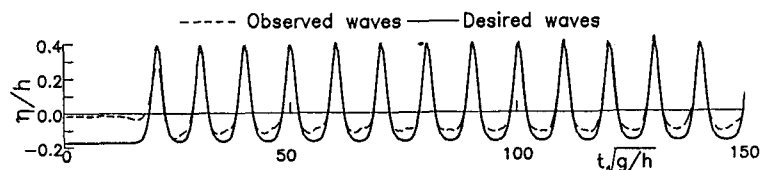
従来の造波方式はBieselとSuquetの線形造波理論に基づいているため、海岸波浪のような顕著な非線形性を持つ不規則波列の造波には適していない。これは、UrSELL数 U_r の値が16を超えるような正弦波を造波してもそのまま安定的に伝播することはできず、直ぐにその非線形性と分散性のためにソリトン分裂が生じ、線形造波理論が破綻してしまうことによっている。ところで、正弦波がソリトンに分裂する原因が、 $U_r \geq 16$ のような波動の場ではソリトンの方が波動モードとしてフーリエモードよりも安定なことにあるとすれば、ソリトンを直接造波する限り、このような変形は生じないはずである。

(a) 一様ソリトン列

図-23は、無次元振幅 $\tilde{A}$ および周期 $D(=T\sqrt{g/h})$ を(0.35, 20.0)および(0.58, 10.0)とした2組の規則波を一様ソリトン列と扱い、同一波高のソリトンを一定周期で造波し、造波目標とした一様ソリトン列(クノイド波に相当)の理論波形と実測波形との比較を示したものである。



(a) $\tilde{A}=0.35, D=20.0$



(b) $\tilde{A}=0.58, D=10.0$

図-23 一様ソリトン列を造波したときの実測波形と期待波形との比較

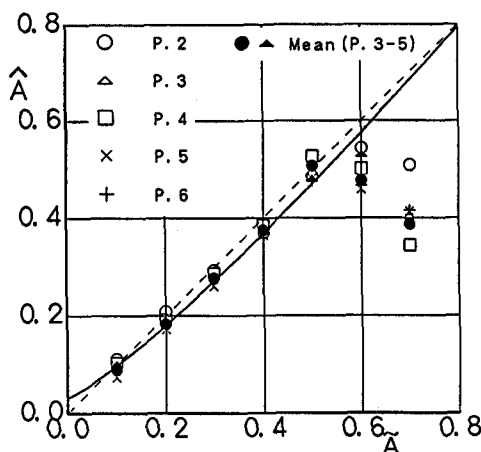


図-24 一様ソリトン列の実測振幅 $\hat{A}$ と期待振幅 $\tilde{A}$ (入力振幅)の関係

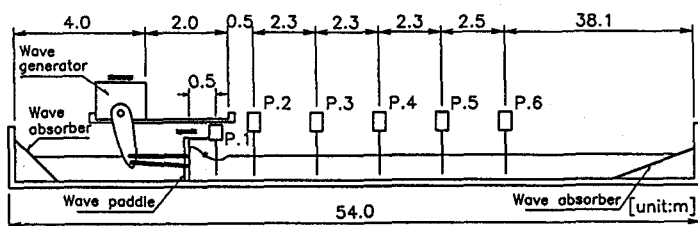


図-25 実験水槽と測点の位置

(b)の場合に波谷部分に不一致が認められるが、全体的に良く対応しており、特別な工夫なしに U_r の値が16をはるかに越える場合の規則波の造波が可能となっていることがわかる。このような一様ソリトン列の造波限界を明らかにするため、63通り(波高を7種類、周期を9種類)の一様ソリトン列を造波し、ソリトンの実測振幅 $\hat{A}$ と造波理論より期待される振幅 $\tilde{A}$ との関係を調べた。図-24は、その結果を無次元周期 D が10の場合について示したものであり、図中の各測点は図-25に示すように配置され

ている。●および▲印はそれぞれ水深15および30cmでの測点P.3からP.5の間での平均を表す。なお、 $\tilde{A} \geq 0.6$ において $\hat{A}$ の値が落ち込んでいるのは造波直後に砕波が生じたことによる。また、図中の破線は $\hat{A} = \tilde{A}$ を表し、実線は水深15cmの全ケース(ただし、砕波が生じたケースは除いてある)に対する回帰分析から求められた回帰式

$$\hat{A} = (1.06 - 6.73 \times 10^{-3} D) \tilde{A}^{1.16} + 3.11 \times 10^{-2} \quad (43)$$

による。これから、ほぼ理論通りの振幅を持つ一様ソリトン列が造波されているが、厳密に振幅 $\tilde{A}$ を持つソリトン列を造波するには回帰式による補正が必要となる。すなわち、式(43)における $\hat{A}$ を期待振幅 A とし、 $\tilde{A}$ をそれに必要な入力と見なして造波すればよい。図-26は、こうして造波した一様ソリトン列の測点P.4での実測振幅 $\hat{A}$ と期待振幅 A の関係を砕波を除いた全ケースについて示したものである。式(43)を用いて造波信号を補正することによって、期待通りの振幅を持つ $D=8$ から30までの周期波が造波できることがわかる。 $D \rightarrow \infty$ の極限ではソリトン列は孤立波に収束し、造波に何の困難も生じなくなるから、結局、 $D \geq 8$ であれば、期待通りの振幅を持つ周期波の造波が可能と考えてよい。ただし、造波された波が振幅だけでなく波形自体も期待通りであるかについては図-24の結果だけでは不明である。そこで、期待波形 η に対する実測波形 $\hat{\eta}$ の誤差 ε_η を次式のように定義し、これと期待振幅 A および間隔 D との関係を調べる。

$$\varepsilon_\eta = \frac{\int_0^{T_0} \{\hat{\eta}(t) - \eta(t)\}^2 dt}{\int_0^{T_0} \eta^2(t) dt} \quad (44)$$

ここに、 T_0 は波形の測定時間である。

図-27は、 ε_η を0.4刻みで整理し、その結果を示したものである。なお、○印は非砕波の場合、□印は砕波が生じた場合をそれぞれ示す。また、図-28は、各 ε_η の値ごとの波形比較であり、 ε_η が0.4以下であればほぼ期待通りの波形が造波されていると判断できることがわかる。これから、非砕波の下では、 A および D の値が大きくなるにしたがって誤差

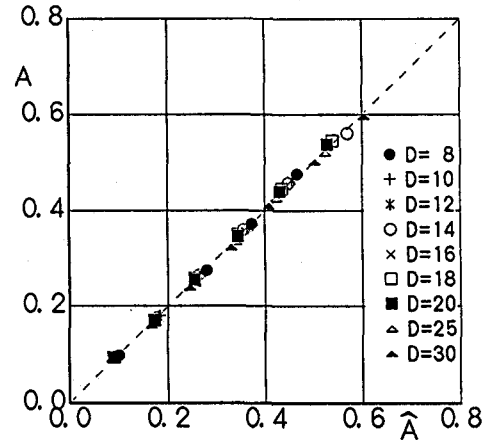


図-26 式(43)における $\hat{A}$ を期待振幅 A 、 $\tilde{A}$ を入力振幅として造波したときの
実測振幅 $\hat{A}$ と期待振幅 A の関係

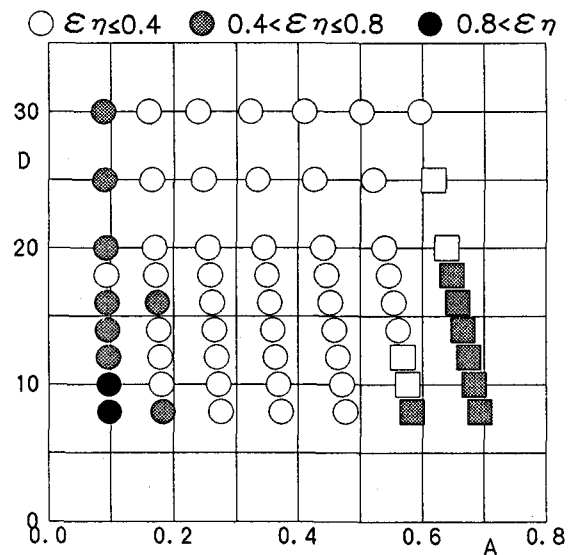


図-27 一様ソリトン列におけるソリトンの期待振幅 A
および周期 D と波形誤差 ε_η との関係

ε_n は減少しており、非線形性が顕著になってくる方が一様ソリトン列に対する造波性能は向上して行くことがわかる。一様ソリトン列としての造波性能は A および D の両方に依存すると考えてよく、長波に対するUrsell数 U_r は AD^2 で与えられるから、これと ε_n の関係を調べる。図-28はその結果であり、 $\varepsilon_n=0.4$ 付近のデータが少ないこともあるが、 $\varepsilon_n=0.4$ を造波誤差の限界とすれば、 $U_r(=AD^2)$ の値で20付近が造波限界と判断される。

(b) 不規則ソリトン列

すでに示してきたように海岸波浪を不規則波列ソリトン列として表示することができる以上、造波も同様に不規則波列ソリトン列として行えるはずである。

すなわち、クノイド波に対しては同一の振幅を持つソリトンを一定間隔で造波したのに対し、海岸波浪に対しては所定の統計的性質を満たすようにソリトンの振幅および周期を確率的に変化させて造波すれば良い。また、現地波浪の波形をそのまま再現するのであれば、ソリトン分解によって A_i および D_i の時系列を求め、これを入力信号としてソリトン列の造波を行えば良い。

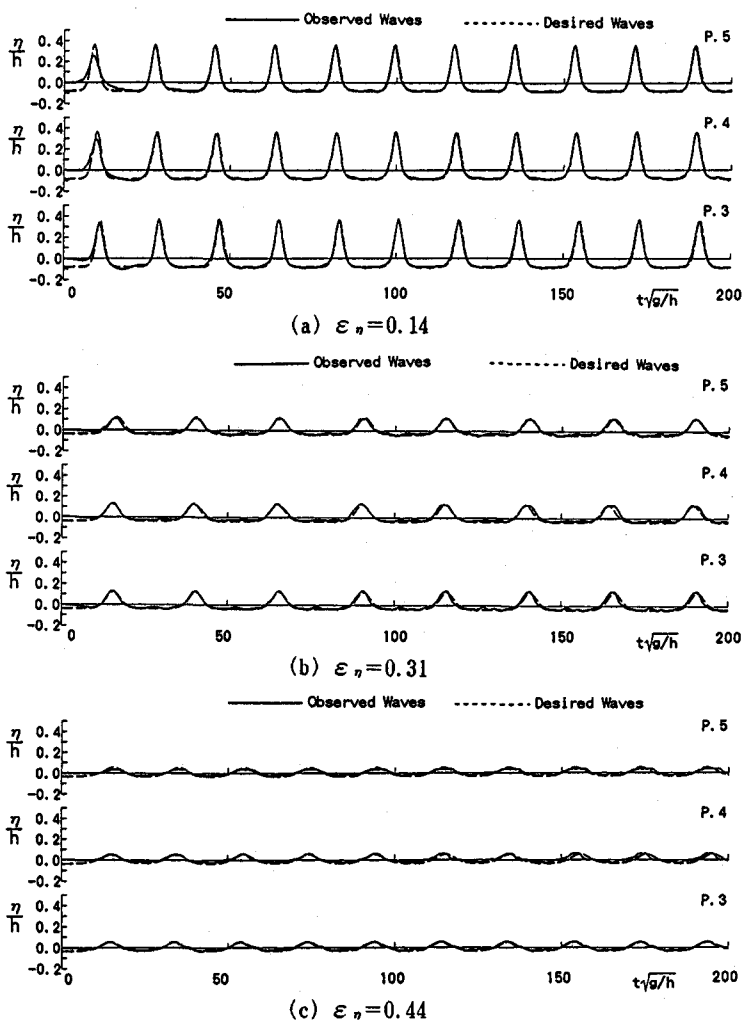


図-28 実測波形と期待波形の比較

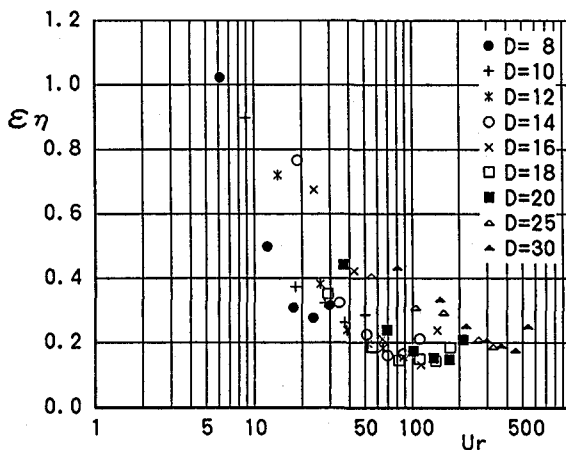


図-29 Ursell数 U_r と波形誤差 ε_n との関係

図-30は、測点付近の海底勾配が1/100程度の直線海岸における観測波形とこれをソリトン分解して得られるソリトン列を造波目標として水槽内で実際に造波された実測波形との比較を行ったものである。このときの現地波浪のSkewnessの値は1.14であり、BieselとSuquetの線形造波理論に基づく限り、ほとんど造波不可能な波と言えるが、不規則ソリトン列として造波することによってほぼ完全に現地波浪の再現がなされていることがわかる。このように、海岸波浪をソリトン列と扱うことによってそのほぼ完全な再現が可能となっており、ここにソリトンを用いることの意義が明確になっていると言える。所定の統計量を持つ海岸波浪の造波を行うのであれば、前述の3.2(a)の手法や文献10)の手法によってソリトン列を数値的に生成し、後は現地波浪の再現と同様に造波すればよい。

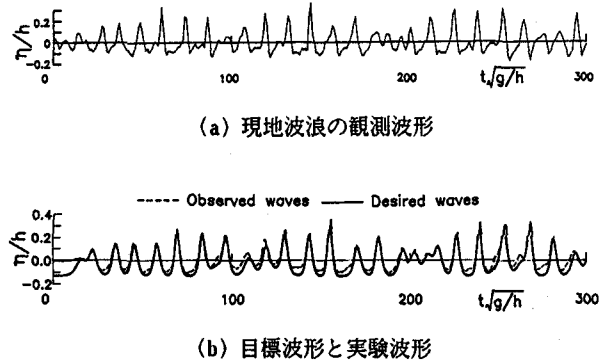


図-30 現地波浪の観測波形と水槽内に再現された波形の比較

4. おわりに

海岸波浪がソリトンを基準モードとした微視的構造を持つことが証明されていない以上、単に波形や水粒子速度の表示だけであれば、ソリトンを用いることの必要性は弱く、非線形不規則波である海岸波浪の表示が容易になるというに留まる。しかしながら、仮定であっても、海岸波浪がソリトンを基準モードとした力学的秩序を持ち、ソリトン列として扱えるとするなら、ここで示したようにその振幅分布が理論的に決定でき、さらに所定の統計的性質を持つ海岸波浪の造波が極めて容易になることは事実であり、これらはソリトンの応用による特筆すべき成果と言えよう。なお、ここで紹介したソリトンの応用は2次元場におけるものであり、今後は3次元空間への拡張が課題となろう。

最後に、本原稿を取りまとめるに当たり、御協力を頂いた篠田助手をはじめとして海岸研究室の諸氏に謝意を表すとともに、(財)鹿島学術振興財団から研究助成を得たことを記し、深謝する。

参考文献

- 1) 安田孝志:ソリトンスペクトル理論の海岸工学への応用, 水工学に関する夏期研修会講演集84-B-1, 1984, pp. 1-16.
- 2) Yasuda, T., S. Shinoda and R. A. Dalrymple: Soliton mode representation for kinematics of shallow water swell, in Coastal Hydrodynamics (Ed. R. A. Dalrymple, ASCE), 1987, pp. 751-764.
- 3) 安田孝志・西本光伸: 浮体に吸収される海岸波浪パワーの統計的評価, 第34回海講論文集, 1987, pp. 616-620.
- 4) 安田孝志・西本光伸: 摩擦のある緩斜面上のソリトン解による海岸波浪の表示, 第35回海講論文集, 1988, pp. 83-87.
- 5) Yasuda, T., T. Mishima and Y. Tsuchiya: Energy distribution of shallow water swell under the maximum probability condition, in Nonlinear Water Waves (Eds. K. Horikawa & H. Maruo, Springer-Verlag), 1988, pp. 93-100.

- 6) 安田孝志・西尾保之:砕波帯を進む現地波浪のモデル化, 海岸工学論文集, 第37巻, 1990, pp. 66-70.
- 7) 安田孝志・篠田成郎・服部武・向勝巳:ソリトンモードに基づく海岸波浪の造波システム, 海岸工学論文集, 第37巻, 1990, pp. 71-75.
- 8) 水口優・松田仲次:現地不規則波浪の浅海変形について, 第33回海講論文集, 1980, pp. 134-138.
- 9) Thornton, E. B. and R. T. Guza: Transformation of wave height distribution, J. Geophys. Res., Vol. 88, 1983, pp. 7573-7588.
- 10) 篠田成郎・安田孝志・石原貴司・土屋義人:不規則ソリトン列による海岸波浪の統計理論とその応用, 海岸工学論文集, 第37巻, 1990, pp. 126-130.