

貯水池系の放流操作と機能評価の統計理論

Stochastic Theory of the Evaluation of Available Water from Reservoir System

長 尾 正 志
Masashi NAGAO

1. 水供給と需要のギャップ

降水量や河川流量などの水供給に対して、農水、上水などの需要が対応しているが、現実には近年かなり渇水が発生している。たとえば、図-1は1967-1986年の年間渇水発生地区数¹⁾と全国気象台28地点の平均年降水量との対応を5年ごとに整理したものである。ただし年間渇水発生地区の標本地点数は1978年までは144、以後は169となるので、後の期間は標本地点数に反比例させている。最近15年位では渇水が急激に起こりやすくなっており、その原因は降水量の小雨化傾向にあるといえそうである。

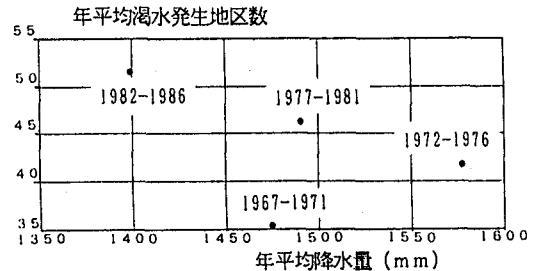


図-1 年代別にみた降水量と渇水発生

水不足、すなわち供給と需要のギャップ、の理由は大きく以下の3点に要約されよう。

- ① 供給～需要の時間分布の偏差によって起こる。
- ② 供給～需要の場所的分布の差異から起こる。
- ③ 以上の量的側面とは別に、水質面からの矛盾からおこる。

それぞれについて解説しておこう。

①では、とくに問題になるのは、年間の季節的変化および日間の時間的変化である。なかでも、供給は前者と、需要は後者との関連が強い。この問題の技術的解決策が貯水池・天然湖沼による流水制御である。

②においては、供給側では、地域的降水特性（とくに地形性降水分布）が、需要側では都市への人口・産業の集中程度がおもに関連する。しかし、この問題は、本質的には現在のところ水の商品単価がかなり安く、通常の場合水利用は同一水系内に限られ、商品として流域を越して広く流通することが困難なことに起因しているといえよう。

最後に、③は、水質を改善し用途に応じた使い方をすれば、需要の量的拡大はそれほど肥大化させなくとも良いことと関係する。下水浄化や再利用などを含めた利用構造の転換の分野である。

さて、これらの方法のうちで、現実的な可能性が高く、かつ技術的にも確実な手法は、やはり①が本命であろう。しかしながら、貯水池の新設はかなり困難になりつつある現状では、以後解説する既設貯水池の活用がその主体であろう。

2. 貯水池の水量制御の目標

われわれが水資源を利用する場合、制御対象を直接降水に求めることはまれで、主体は河川水や湖沼水のような表流水である。したがって、この流水から発生する損失を最小に、あるいは利益を最大にするように河川施設を活用しようと努めるが、その目標は普通以下のように表現されよう。

- i) 洪水被害の軽減(治水) ii) 貯留水の利水転用(利水)

もちろん、この両面からの流水制御は独立したものではなく、基本的には表裏の関係にあるという理解が、現在の多目的ダムの基礎的視点である。

ここでは、貯水池における目標を利水について考察しよう。これは、従来“流況の平滑化”といわれる。言い換えれば、貯水池を系統的にみて、統計的な意味における出力(放流流量または取水流量)の変動を入力(流入流量)の変動に比してできるだけ小さくすることと解釈されるが、はたしてこの表現が適切であろうか。

まず本質的な利水用貯水池の機能は、水需要に対する貯水池活用による満足度の増大にあるといえよう。つぎに、この満足度を何で表わすかであるが、一般に考えられるのは、経済的な量への換算であり、たとえば利水から生まれる期待放流利益額の増加、あるいは水不足による期待損失額の減少、といった表現である。

その際、こうした経済的な計量化に対する幾つかの問題点の指摘がある。その主なものは以下の2点であろう。

- i) 需要に供給が対応できない状況、いわゆる渇水状態の定義がかならずしも明確でない。これから、その発生限界や生起確率の算定に曖昧さが残る。
- ii) 期待利益額や期待損失額の計算には、需要に対する供給に応じた利益額や損失額という水文量の大きさと経済的効用(あるいは損失)の大きさの間の定式化が必要となる。この関係は、もちろん既往データに依存するが、社会現象の複雑さを反映して、明確さを欠くことが多い。

とくに、後者 ii) の懸念から、経済的表現を回避して放流量期待値(あるいは単に放流可能確率)の増加分や、逆に無効放流期待値(単に無効放流確率)の減少分を、貯水池の利水機能評価に求めることもよくある。ついで、前述の流況の平滑化と利水補給とを関連付けておく。

- i) 貯水池からの直接取水(放流)においては、たとえば、期待放流量の最大化といった直接的な目標が対応し、かならずしも流況が平滑化されるわけではなく、この放流量を最大にする放流操作では、流況が逆に変動しやすくなる事態も起こりえる。
- ii) しかし、放流を貯水池のみを対象とはしないで、さらに溢流をも含めて下流で利用されるものとみれば、当然下流側流況が平滑化されている方が利水効果は上がる。したがって、貯水池からの間接放流を重視した場合には、流況平滑化が結果的に重要となる。この際には、貯水池からの実放流に溢流などの無効放流を加算した総放流量としての機能評価が必要となる。

3. 貯水池による利水機能の評価

3. 1 統計的貯水池理論の背景

貯水池の治水・利水上の水量制御の機能を評価しようとする場合、その入力である河川流量の不確定性から、必然的に統計的手法とならざるをえない。したがって、統計的貯水池理論は、その評価対象となる貯水量や放流量などに関連した各種の統計量を、河川の流量特性と貯水池特性に基づいて、確率分布や統計値として表現することを手掛かりとして発展してきた。ここで、流量特性とは、流量時系列の諸特性、すなわち、流量の存在域、分布形、自己相関性、ついで貯水池特性とは、貯水池容量、目標放流量、操作規則などが関連する要因である。

議論の対象としては、つぎの5項目に集約できよう。

① 流入量過程 ② 放流操作 ③ 貯水池容量 ④ 解析手法 ⑤ 評価対象

この順で簡潔に解説する。

① 流入量過程

ここでは、貯水池へ流入する河川の流量時系列に、どんな形の解析可能な理論モデルを適合させるかが要点となる。現在実用化されているモデルには、変量の連続性、従属性などの考慮によって、つぎのように分類されよう。

- a) i) 離散量 (幾何分布、二項分布、ポアソン分布、複合ポアソン分布など)
- ii) 連続量 (正規分布、指数分布、ガンマ分布、あるいはそれらの対数変換型など)
- b) i) 独立量 (一般には独立でないので、単位期間などによる独立化の工夫を要する)
- ii) 従属量 (普通にはマルコフ性、とくに単純マルコフ、の仮定が多用される)

とくに、理論解析およびシミュレーションで重要になるのは、渇水期の流量分布の表現である。その特徴としては、

- i) 流量の確率分布の形状において、量の小さな変量が出現しやすい、すなわち正の歪をもつ。
- ii) 流量時系列の持続性が強い、すなわち大きな正の自己相関係数をもつ。
- iii) 計算の便宜および上記i)との関係から、変量上限のある分布が使いやすい。

がある。そのために著者らは、以下の二変数二項分布を多用している。後の記述とも関連するので、この分布型を記述しておく。周辺分布、条件付き分布は、上限 r 、形状母数 a 、一次の自己相関係数 ρ を使って、つぎのように表わされる。

$$P(i) \equiv \Pr[Q_t = i] = {}_r C_i \cdot (1-a)^{r-i} a^i \quad (i=0, 1, \dots, r) \quad (1)$$

$$g_{ij} \equiv \Pr[Q_t = j \mid Q_{t-1} = i] = \sum_{s=0}^{\min(i,j)} {}_s C_i \cdot {}_{j-s} C_{r-i} \cdot \{a(1-\rho) + \rho\}^s \times a^{j-s} (1-a)^{i-s} (1-\rho)^{i+j-2s} \{1-a(1-\rho)\}^{s+r-i-j} \quad (2)$$

この分布の母数推定に関して、以下の積率の関係がある。

$$E(Q) = ra, \quad V(Q) = ra(1-a), \quad \text{Corr}(Q_t, Q_{t+1}) = \rho$$

② 放流規則

これには、大別して目標放流量 (あるいは目標取水) の設定と、それを満たすべき放流操作の仕方が関連する。

- a) i) 一定量放流 (普通は目標放流量には全期間を通じて単位量を採用することが多い)
- ii) 可変量放流 (たとえば、時間的に一定比率で減衰する目標放流量の設定など)
- b) i) 離散的放流 (流量予測を考えずに、期間内の最後に1度に放流するとした Moran 流の規則や、予測しながら貯水池を有効に使おうとする規則がある)
- ii) 連続放流 (いわゆる積分方程式の形で表式化したもの)

③ 貯水池容量

いわゆる有効貯水池容量で、見掛けの総貯水池容量から堆砂量などの無効分を差し引いたものである。

a) 有限容量

これは貯水量に有効貯水池容量を越したり負となったりする値を認めない取り扱いである。現実の貯水池の貯水量変化はこれであるが、計算を簡便に実施するために、以下の扱いをする場合もある。

- b) 半無限容量 i) bottomless (貯水量の下限を無限大まで許す)
- ii) topless (貯水量の上限を正の無限大まで許す)

c) 無限容量（貯水量の変域を正・負の無限大の範囲で考える）

④ 解析的手法

統計的な貯水池理論は、既往の流量資料（たとえば利水目的では既往最渇水期流況）のみに解析の基礎をおいた手法（たとえば Mass Curve 法）に対比されるものである。これには、大別して、既往の流量時系列の確率構造から、直接的に放流量分布や貯水量分布などを誘導しようとする理論的手法と流量時系列を適当な量だけ人為的に作成した後、間接的にそれら分布特性などを数値実験を通じて得ようとするシミュレーション法とがある。

総合的に両者の特徴を比較すると、理論解析にはかなり諸条件の単純化を伴うが、結果に普遍性がある。他方、シミュレーション法では、時系列データの模擬発生を中心に莫大な計算を要し、また結果の精度も擬似乱数発生の的確さに大きく左右されるが、かなり複雑な条件でも解が得られる。したがって個別的な検討には有効である。本来、理論解析法とシミュレーション法とはあい補うべき性格のものである。以下、理論解析法について述べる。代表的な解析手法には以下のものがある。

- a) 一般的な確率手法（利水機能に関する各種統計量の平均・分散など）
- b) 行列演算（その関連としてのマルコフ連鎖理論の応用）
- c) ランダム・ウォーク理論（固有値・固有ベクトルの誘導が主体）
- d) 待ち行列や積分方程式を中心とした在庫理論

なお、行列演算の詳細については後述する。

⑤ 評価対象

ある特定の操作規則の下で、一定の貯水池容量と定常的な流量時系列を受ける貯水池では、長時間の平均として、初期貯水量とは無関係に貯水量・放流量の確率特性が決まることが知られている。他方貯水量の変動特性と放流量のそれとは、一方が決まれば他方が決まるから、従来は主に貯水量の確率特性を知って、取水放流の安全性が判定されることが多かった。これらの指標には大別して、以下のものがある。

a) 時間尺度

i) 貯水量、放流量、溢流量の確率

ある時間単位で対象事象の充足・非充足を表現し、総合して水供給の失敗しない時間的な確率などを求めるものである。たとえば、放流量が目標値を満たさない時間割合を非充足確率とする。この確率は貯水量が空になる定常的な確率で近似できるから、これまでの統計的貯水池の議論の中心は、この空水確率の導出に向けられてきたといっても過言ではない。また溢水の可能性についての満水確率を問題にすることもあった。しかし後述のように、直接的に放流量や溢流量の確率が計算できるようになってきたので、今後はこれらを用いるべきであろう。

ii) 初期到達期間（その代表として、ある貯水量状態から出発して初めて空水やある危険な貯水量レベルに至るまでの期間長の遷移的な確率特性）

iii) 再現期間（たとえば、空水から空水、あるいは、ある危険な低い貯水量状態からその状態に再度到達するまでの期間長の確率特性）

b) 量の尺度

ある期間全体にわたる需要水量に対して、充足水量の割合を長時間平均とするものである。慣用される不足%・day は、この直接的な表現である。また、目標放流量の充足期待値などは間接的な表現といえる。さらに、渇水被害関数はこの延長上にある指標である。

3. 2 行列演算手法の歴史

すなわち流量分布から貯水量に関する推移確率行列 P を表現することが基礎であった。ついで初期の貯水量状態の確率ベクトル p_0 から任意時点 n の貯水量の確率ベクトル p_n を、 $p_n = p_0 \cdot P^n$ で表わすとともに、その定常分布 w を、 $w = w \cdot P$ の解で求められることを示した。しかし、現実の利水用貯水池で渇水時の自己相関性が無視できないことから、相関性の導入が要望された。この独立流量を前提とし

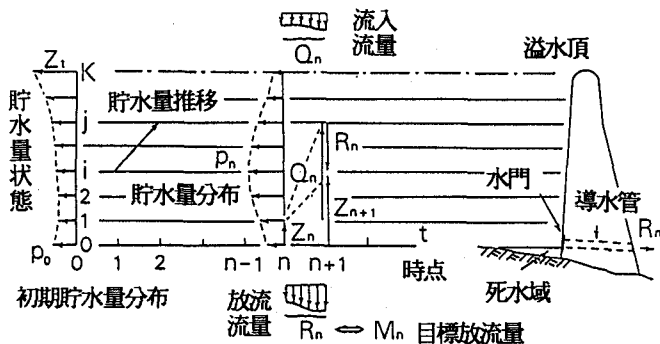


図-2 Moran のモデルの概念図

ついでLloyd³⁾は Moranの理論を發展させて、自己相関性を組み入れた。すなわち、貯水量と流量の結合分布に二変数マルコフ過程（Moranの推移確率行列に直前の流量を勘案したもの）を用いた。しかし、実際に計算方法を示したのはごく単純なケースに過ぎず、実用上要求されるような大きな次元をもつ推移確率行列では計算が煩雑になり、解を求めることは事実上困難であった。

一方上述の行列演算に伴う次元の拡張による煩雑さを回避しようとする試みに、Phatarfod⁵⁾らの研究がある。これは1次元マルコフ連鎖に拡張した酔歩理論や逐次解析手法の応用である。しかしながら厳密解が得られているのは、流量分布がごく簡単な例(二変数二項分布では0、1、2の3状態の流量)に過ぎない。

3. 4 2段階推移モデルによる貯水池理論

3. 4. 1 2段階推移モデルの概要

A-8-5

分布を条件付き分布 g_{ij} ($i, j = 0, 1, \dots, N$) (前の期間で i の流量があった場合に、その期間で j の流量のある確率) で表現する。

ここで、溢流をも勘案した2段階推移としての貯水量遷移の概要を説明する。まず、ある単位期間について貯水池が十分に大きいとして貯留のみを考えた期首からの貯留推移と、ついで、放流操作による期末の放流推移の2段階で貯水量推移を考える。その際、貯水池容量に規制された貯留可能性および期間内総流量による放流可能性は、ともに期間の期首や期末の離散時点で判別する。

3. 4. 2 貯水量推移の行列表現

モデルの概念図を図-3に示す。

記号は、 Q : 流量 (1次の自己相関性) をもち、状態量 $0, 1, \dots, N$)
 R : 実放流量、 L : 溢流量、 D : 総放流量、 $\{H\}$: 貯水量と流量の組み合わせの確率分布ベクトル、である。

さらに、下添字 t : 時点 t 、またはそれに先行する単位期間 Δt の諸量、上添字 1, 3 : 各単位期間の期首、期末の諸量、を意味する。

したがって、貯水量の推移はつぎの2段階に分解される。

まず貯留推移は貯水容量の制限のない貯留であるから (3) 式で、さらに行列演算としての表現が (4) 式となる。

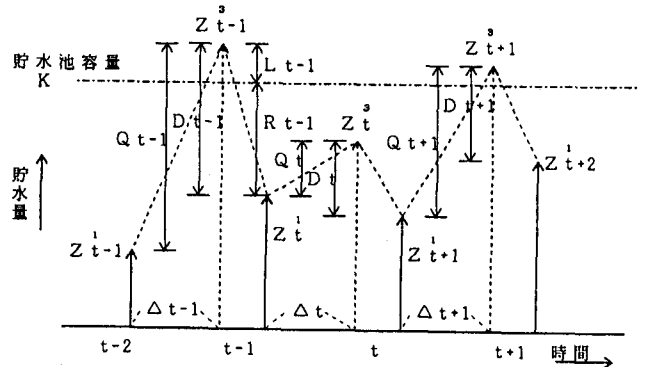
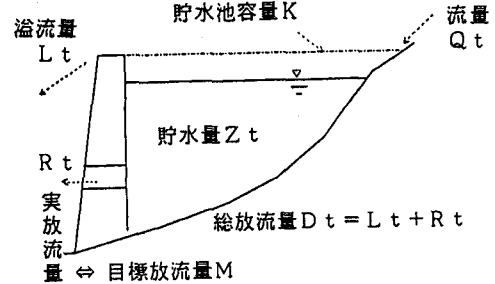


図-3 2段階推移モデルの概念

$$Z_{t+1}^3 = Z_t^1 + Q_t \quad (3) \quad \{H\}_{t+1}^3 = \{H\}_t^1 \cdot \Psi \quad (4)$$

同様に、放流推移は次式で表わされ、これは瞬時に実施されるものと考えておく。

$$Z_{t+1}^1 = Z_t^3 - D_t \quad (5) \quad \{H\}_{t+1}^1 = \{H\}_t^3 \cdot \Omega \quad (6)$$

ここで、 Ψ : 貯留推移確率行列、 Ω : 放流推移行列であり、また総放流量と溢流量、実放流量との間には、つぎの関係がある。

$$D_t = L_t + R_t \quad (7)$$

$$\text{この溢流量は、} L_t = Z_t^3 - K \quad (Z_t^3 > K \text{ のとき})、0 \quad (Z_t^3 \leq K \text{ のとき}) \quad (8)$$

である。また、実放流量 R_t 、あるいは総放流量 D_t は、一般に期末貯水量 Z_t^3 と直前流量 Q_t とを勘案して決定されるものと考えられる。すなわち、

$$R_t = R_t(Z_t^3, Q_t), \quad D_t = D_t(Z_t^3, Q_t) \quad (9)$$

であり、もし流量条件を全く考えない放流操作であれば、簡単に $R_t = R_t(Z_t)$ 、あるいは $D_t = D_t(Z_t)$ と表現される。また、溢流量 L_t に関しては、一般に $L_t = L_t(Z_t^3)$ である。

つぎに、(4) 式の貯留推移と (6) 式の放流推移とを合成して、以下の表現ができる。

$$\{H\}_{t+1}^3 = \{H\}_t^3 \cdot \Omega \cdot \Psi \quad (10)$$

ここで、行列積 $\Omega \cdot \Psi$ を単一の推移行列 P とみなせば、貯水量と流量を結合した推移行列 $\{H\}_t^3$ はマルコフ連鎖の形式で表現でき、基本的には Moran が独立流量で示した手法が相関をもつ流量の場合

でもそのまま使えることになる。

なお、この場合の貯留推移行列 Ψ は、 K 、 N および g_{ij} を用いて、表-1（下添字は拡大表示）のように表わせる。つぎに、放流操作の仕方を決めれば放流推移行列が定まる。たとえば、後述する流量予測をしないMoran 流の操作によれば、放流推移行列 Ω が表-2のように記述できる。

表-1 貯留推移行列（ Φ ：ゼロ行列、 g_{ij} ：直前流量 i より流量 j への条件付き確率）

$\nearrow$	Z_i	0	1	2	...	K	...	K+N-1	K+N
Z_i	Q_i	0 1 2 ... N	0 1 2 ... N	0 1 2 ... N	...	0 1 2 ... N	...	0 1 ... N-1 N	0 1 2 ... N
Q_{i-1}									
0	0	g_{00} 0 0 ... 0	0 g_{01} 0 ... 0	0 0 g_{02} ... 0		Φ		Φ	Φ
	1	g_{10} 0 0 ... 0	0 g_{11} 0 ... 0	0 0 g_{12} ... 0					
	.	.	.	.	.				
	N	g_{N0} 0 0 ... 0	0 g_{N1} 0 ... 0	0 0 g_{N2} ...					
1	0		g_{00} 0 0 ... 0	0 g_{01} 0 ... 0		Φ		Φ	Φ
	1	Φ	g_{10} 0 0 ... 0	0 g_{11} 0 ... 0				Φ	Φ
	.		.	.	.				
	N		g_{N0} 0 0 ... 0	0 g_{N1} 0 ... 0					
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
K	0					g_{00} 0 0 ... 0		0 0 ... $g_{0,N-1}$ 0	0 0 0 ... g_{0N}
	1	Φ	Φ	Φ		g_{10} 0 0		0 0 ... $g_{1,N-1}$ 0	0 0 0 ... g_{1N}
	.					.	.	.	.
	N					g_{N0} 0 0 ... 0		0 0 ... $g_{N,N-1}$ 0	0 0 0 ... g_{NN}

表-2 放流推移行列（ E ：単位行列、 Φ ：ゼロ行列）

貯水量状態の推移確率が(10)式のマルコフ連鎖の形で表現できることは、貯水池の機能評価に数多の有効な手段を提供する。

さて、貯水量と流量の結合量の分布 $\{H\}^s$ の定常分布を、下添字 t を略して、 $\{H\}^s$ と記すると、これは以下の式で求められる。

なお、 $\{H\}^s$ の要素 H_{ij} も併記しておく。

$\nearrow$	Z_i	0	1	2	...	K-M	K-M+1	...	K
Z_i	Q_i	0 1 ... N	0 1 ... N	0 1 ... N	...	0 1 ... N	0 1 ... N	...	0 1 ... N
Q_{i-1}									
0	0	E	Φ	Φ	...	Φ	Φ	...	Φ
	1	E	Φ	Φ	...	Φ	Φ	...	Φ
	.	.	.	.	.	.	.	.	.
M	0	E	Φ	Φ	...	Φ	Φ	...	Φ
	M+1	Φ	E	Φ	...	Φ	Φ	...	Φ
	.	.	.	.	.	.	.	.	.
K+M	0	Φ	Φ	Φ	...	E	Φ	...	Φ
	K+M+1	Φ	Φ	Φ	...	E	Φ	...	Φ
	.	.	.	.	.	.	.	.	.
K+N	0	Φ	Φ	Φ	...	E	Φ	...	Φ

$$\begin{aligned}\{H\}^3 &= \{H\}^3 \cdot P \quad (P \equiv \Omega \cdot \Psi), \\ \{H\}^3 &= (H_{ij}), \quad H_{ij} \equiv P_r[Q=i, Z^3=j]\end{aligned}\quad (11)$$

さて、 P と同じ次元の単位行列を I とし、 $I-P$ で作られる基本行列の最後の列に 1 を代入した行列を S とする。 S の逆行列 S^{-1} の最後の行の要素を取ると、これが上記の結合定常分布の要素 H_{ij} となる。こうした誘導は本質的には独立流量の場合と変わらない。

こうした結果は、量的ばかりでなく時間的問題にも有用であるが、その詳細は文献¹⁰⁾を参照されたい。たとえば、ある貯水量状態から出発して初めて空水に至る期間長の確率分布、平均、分散などは、上記の推移行列 P を用いた独立の場合の解がすでに得られているので、相関流量の場合への拡張も容易である。

以下では、簡単な応用として、実放流量系列の継続量の結合定常分布の計算手順を示す。

3. 4. 3 実放流量系列の結合定常分布の計算

放流・貯留推移行列 $\Omega \cdot \Psi$ と実放流量 R との関係は、次式のように解釈できる。

$$\begin{aligned}\Omega \cdot \Psi &= P_r[Q_t, Z_{t-1}^3 | Q_{t-1}, Z_{t-1}^3] \\ &= P_r[R_t(Q_t, Z_{t-1}^3) | R_{t-1}(Q_{t-1}, Z_{t-1}^3)] = P_r[R_t | R_{t-1}]\end{aligned}\quad (12)$$

なお、式中の縦棒の右側は先行条件を示し、たとえば最後の式は、先行期間 $t-1$ の実放流量を与えたときの t 期間での実放流量の条件付き分布を意味する。

つぎに、期末貯水量と流量の結合分布 $\{H\}_{t-1}^3$ と実放流量 R_{t-1} の関係は、

$$\{H\}_{t-1}^3 \equiv P_r[Q_{t-1}, Z_{t-1}^3] = P_r[R_{t-1}]\quad (13)$$

である。したがって、実流量系列の継続量 (R_{t-1}, R_t) の結合分布は、

$$P_r[R_{t-1}, R_t] = \Omega \cdot \Psi \times \{H\}_{t-1}^3$$

と書けるが、 $\{H\}_{t-1}^3$ に(11)式で求めた定常分布 $\{H\}^3$ を用いると、継続量 (R_{t-1}, R_t) の定常分布は上式で計算できることとなる。また、この結果を使って、その周辺分布は、次式で求められる。

$$P_r[R_t] = \sum_{R_{t-1}} P_r[R_{t-1}, R_t]\quad (14)$$

これと同様に、放流・貯留推移行列が分かれば、それぞれの生起条件を考慮して、溢流量系列、総放流量系列、貯水量系列などの結合分布、周辺分布の計算もできる。もちろん、この結果より、期待値や分散などの統計量の計算も容易となる。

3. 4. 4 定常分布の計算例

(1) 計算条件

a) 流量条件

流量分布には $r=2$ 、 $a=0.4$ 、 $\rho=0.6$ の正の相関をもつ二変数二項分布を用いる。もちろん、流量分布はこの分布である必要はない。たとえば経験分布そのものを用いても、以後の計算はできるが、生の流量資料のもつ性格から計算結果はかなり曖昧なものとなりやすい。したがって、著者は理論的に健全な理論分布を最初から採用しておく方が得策だと考えている。

式(1)、(2)より、この流量分布の周辺分布および条件付き分布は以下ようになる。

$$\begin{aligned}P(i) &\equiv P_r[Q_t=i] = {}^iC_2 \cdot (1-0.4)^{2-i} \cdot (0.4)^i \quad (i=0,1,2) \\ &= (0.36 \quad 0.48 \quad 0.16) \\ g_{ij} &\equiv P_r[Q_t=j | Q_{t-1}=i]\end{aligned}\quad (15)$$

$i \nearrow j$	0	1	2
0	0.7056	0.2688	0.0256
1	0.2016	0.6768	0.1216
2	0.0576	0.3648	0.5776

(16)

b) 貯水池条件と放流操作

貯水池容量は $K=3$ 、目標放流量は $M=1$ の単純なケースを使って説明する。放流操作は、流量予測をせずに、期末に一度に目標に合うように放流する方式をとる。この場合には貯水量の上限は $K-M$ となる。なお、流量予測をしながらできるだけ貯水池容量を活用する操作法が可能ならば、貯水量上限は K である。これら上限 K と上限 $K-M$ との演算上の本質的な違いはなく、単に行列の次元の拡大だけとみることができる。

(2) 貯水量過程

表-3 貯留推移行列 Ψ ($\Phi: 3 \times 3$ のゼロ行列)

設定条件より、表-1の貯留推移行列は表-3、また、表-2の放流推移行列は表-4となる。

したがって、この Ω と Ψ を乗じた総合的な推移行列 P 、すなわち流量と貯水量の組合わせの条件付き確率 $P_r[Q_t, Z_{t+1} | Q_{t-1}, Z_t]$

$\nearrow$	Z_t^3	0	1	2	3	4	5
Z_t^1	Q_t	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2
Q_{t-1}	Q_{t-1}	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2
0	0	0.71 0 0	0 0.27 0	0 0 0.03			
	1	0.20 0 0	0 0.68 0	0 0 0.12	Φ	Φ	Φ
	2	0.06 0 0	0 0.36 0	0 0 0.58			
1	0		0.71 0 0	0 0.27 0	0 0 0.03		
	1	Φ	0.20 0 0	0 0.68 0	0 0 0.12	Φ	Φ
	2		0.06 0 0	0 0.36 0	0 0 0.58		
2	0			0.71 0 0	0 0.27 0	0 0 0.03	
	1	Φ	Φ	0.20 0 0	0 0.68 0	0 0 0.12	Φ
	2			0.06 0 0	0 0.36 0	0 0 0.58	
3	0				0.71 0 0	0 0.27 0	0 0 0.03
	1	Φ	Φ	Φ	0.21 0 0	0 0.68 0	0 0 0.12
	2				0.06 0 0	0 0.36 0	0 0 0.58

が求められる。

表-4 放流推移行列 Ω ($E: 3 \times 3$ の単位行列、 $\Phi: 3 \times 3$ のゼロ行列)

他方、この $P \equiv \Omega \cdot \Psi$ に対して、(11)式の流量と貯水量の定常結合分布 $\{H\}^3$ が、表-5のようになる。

なお、この表の各行、各列を加算すれば、それぞれ期末貯水量、流量の周辺分布が求められる。表には、それらの周辺分布を併記してある。

また、表の右に示された L と R は、それぞれ期末貯水量 Z_t^3 に対応する溢流量と実放流量である。たとえば、貯水池容量 K が3であるから、貯水量が3以下であれば溢流量は0 また、貯水量が4ならば溢流量は1である。

$\nearrow$	Z_t^1	0	1	2	3
Z_{t-1}^3	Q_{t-1}	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2
Q_{t-1}	Q_{t-1}	0 1 2	0 1 2	0 1 2	0 1 2
0	0	E	Φ	Φ	Φ
	1	E	Φ	Φ	Φ
	2	Φ	E	Φ	Φ
3	0	Φ	Φ	E	Φ
	1	Φ	Φ	E	Φ
	2	Φ	Φ	E	Φ

さらに目標放流量
Mが1なので、貯水
量が0以外では実放
流量は1、貯水量が
0では実放流量は0
となる。

(12)、(13)式の関
係から、積 $(P \equiv \Omega$
 $\cdot \Psi) \times \{H\}^3$ は
流量と期末貯水量と
の組合わせ系列の継

続量の結合定常分布を与える。これを、表-6に示す。

表-5 流量と期末貯水量の定常結合分布 $\{H\}^3 \equiv P_r[Q_t, Z_t^3]$

Z_t^3	Q_t	0	1	2	$P_r[Z_t^3]$	L	R
0		.2848	.0000	.0000	.2848	0	0
1		.0413	.2713	.0000	.3126	0	1
2		.0338	.0748	.0413	.1500	0	1
3		.0000	.1339	.0338	.1678	0	1
4		.0000	.0000	.0848	.0848	1	1
$P_r[Q_t]$		.36	.48	.16	1.0000		

表-6 流量と期末貯水量との組み合わせ系列の継続量の定常結合分布

$\nearrow$	Z_t^3			0			1			2			3			4		
	Z_{t-1}^3	Q_t	Q_{t-1}	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2
0	0			.20	.00	.00	.00	.08	.00	.00	.00	.01	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	1			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
1	0			.03	.00	.00	.00	.01	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	1			.05	.00	.00	.00	.18	.00	.00	.00	.03	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
2	0			.00	.00	.00	.02	.00	.00	.00	.01	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	1			.00	.00	.00	.02	.00	.00	.00	.05	.00	.00	.00	.01	.00	.00	.00
	2			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.02	.00	.00	.00	.02	.00	.00	.00
3	0			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	1			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.03	.00	.00	.00	.09	.00	.00	.00	.02
	2			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.00	.00	.00	.02
4	0			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	1			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2			.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.03	.00	.00	.00	.05

この表で貯水量の上限が4であるのは、初期の貯水量上限が $K - M = 3 - 1 = 2$ 、流量上限 $N = 2$ の和が4であることによる。表-6から、実放流量系列の継続量の結合分布はつぎのようにして求められる。まず実放流量は期末貯水量に対応して、たとえば表-5の右のようになるから、継続する2つの期間の期末貯水量を指定すれば、それに対応した実放流量が確定する。したがって、同じ実放流量の組となる貯水量の組における要素確率を全て加算すれば、求めるものが計算できる。たとえば実放流量が継続して0となる確率は、貯水量が継続して0となる場合の確率である。すなわち、

$$P_r[R_{t-1} = 0, R_t = 0] = P_r[Z_{t-1}^3 = 0, Z_t^3 = 0] = 0.2010$$

となる。

こうして求めた実放流量系列の継続量の結合定常分布が表-7である。表の右に定常周辺分布を付記しておく。全く同様にして、溢流量系列や総放流量系列についての計算ができる。表-8は溢流量についての結果である。

これより実放流量、溢流量の定常状態における期待値がそれぞれ、0.7152、0.0848と求められる。

表-7 実放流量系列の結合定常分布

$\nearrow R_t$	R_t	0	1	$P_r[R]$
R_{t-1}	0	0.2010	0.0839	0.2848
	1	0.0839	0.6313	0.7152

表-8 溢流量系列の結合定常分布

$\nearrow L_t$	L_t	0	1	$P_r[L]$
L_{t-1}	0	0.8793	0.0358	0.9152
	1	0.0358	0.0490	0.0848

当然この両者の和は流量期待値 $a \cdot N = 0.8$ に一致する。ついで、貯水池容量を $K = 4$ に増加させた計算から、実放流量、溢流量期待値はそれぞれ0.7355、0.0645を得る。この結果より、貯水池容量を増すことにより、実放流量が増し、逆に無効となる溢流量がそれだけ減少することが明らかとなる。

表-9には、 $K = 3$ の場合の総放流量系列の結合定常分布と周辺分布、さらに総放流量に対する溢流量、実放流量を示しておく。

表-9 総放流量系列の結合分布、周辺分布

最後に貯水量の定常分布 {W}の結果を示す。これ は、(17)式のように計算 できる。結果は12要素の ベクトルであるが、判読し やすくするために、3要素 (同じ貯水量)ごとにセミコロンを付して表記する。		$\nearrow D_t$				周辺分布 $P_r[D]$	溢流量 L	実放流量 R
D_{t-1}			0	1	2			
0		0	0.2010	0.0839	0.0000	0.2848	0	0
1		1	0.0839	0.5107	0.0358	0.6303	0	1
2		2	0.0000	0.0358	0.0490	0.0848	1	1

$$\{W\} = (0.326, 0.271, 0; 0.034, 0.075, 0.041; 0, 0.134, 0.119; 0, 0, 0) \quad (17)$$

これから、定常的に貯水池が空になる確率が0.597 ($=0.326+0.271+0$) で、その内訳は、

0.327……流量が0で空水 (つまり目標放流量が放流できずに空) になる場合に対応。

0.271……流量が1で空水 (つまり1単位の放流をして空) になる場合に対応。

0 ……流量が2で空 (つまり目標放流量が1だから、2の流量があれば空にならない) の場合に対応。

であることなどが分かる。

このように、2段階推移モデルを用いると、流量の自己相関性の導入ばかりでなく、定常分布における、各貯水量の状態確率の内訳を知ることができる。なお、これらの結果は、Phatarfod らの酔歩理論を用いた厳密解と完全に一致するし、また、数値実験解とも非常によく一致し、妥当性が検証されている。その計算例を以下で示す。

表-10 各手法による貯水量定常分布 (1)

($K=3, M=1, r=2, a=0.4, \rho=0.6$)

表-10は、 $K=3, M=1, r=2, a=0.4$ 、

$\rho=0.6$ を各方法で比較したものである。ここで厳密解とは、Phatarfod が酔歩理論で誘導した結果で、数値実験解とは式(2)で正の二項分布乱数を10,000個、100組(母数再現性の検証済)発生させて同様な放流操作をした場合での各貯水量状態の相対頻度の計算値である。また、表-11は同様な流況で貯水池容量を $K=6$ と大きくした場合である。さらに前述したように厳密解で解が得られる

貯水状態確率	V_0	V_1	V_2
2段階推移法	0.5974	0.1500	0.2526
厳密解	0.5974	0.1500	0.2526
数値実験解	0.5958	0.1494	0.2548

のは、ごく単純な場合 (正の二項分布では0、1、2の3状態) に過ぎないが、2段階推移法ではそ

の制約がないことも勘案して極めて汎用性が高く有用な手法といえよう。

表-11 各手法による貯水量定常分布(2)
($K=6, M=1, r=2, a=0.4, \rho=0.6$)

貯水状態確率	V_0	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
2段階推移法	0.5014	0.1259	0.1030	0.0843	0.0690	0.1163
厳密解	0.5014	0.1259	0.1030	0.0843	0.0690	0.1163
数値実験解	0.4997	0.1258	0.1035	0.0847	0.0687	0.1174

また、貯水池からの出力である放流量系列の継続分布は、直列接続された下流側貯水池などへの入力分布が既知となることに相応し、貯水池群の統合操作への有力な手掛かりを与えるものといえる。著者らは、この理論がこうした複数貯水池へ活用できることを報告しているが、紙数の関係上その内容は文献¹⁰⁾に譲ることとする。

4. 利水機能の評価関数

単独あるいは複数の貯水池において、システムとしての利水機能を安全度といった指標で表現し、客観的な判断基準を得ることが試みられている。たとえば、中川¹¹⁾は、利水安全度を計画安全度と管理安全度に分けた定義で表し、それぞれの評価法を提案している。また、小尻・池淵らの研究¹²⁾・¹³⁾は、利水安全度概念の明確化を意図して、その計量化・実計画への適用などの手法の開発を行ったものとして、注目される。ここでは、これらの研究を基礎に、従来の利水安全度指標にそった形式で、先述の2段階推移法の結果を用いた利水機能評価関数の定義¹⁰⁾とその応用について述べる。

4.1 利水機能評価関数の内容

建設省技術研究会の研究成果の報告¹⁴⁾では、利水安全度指標を、渇水の特性から、以下の4つに分類している。

- ① 渇水の「頻度」 ② 渇水の「長さ(期間)」 ③ 渇水の「大きさ(程度)」
- ④ 渇水の「厳しさ(深刻さ)」

すなわち、それぞれの代表的指標には、頻度には“渇水の発生頻度”が、長さには貯水池での“補給不能発生日数”が、大きさには“不足%・日”が、厳しさには“(不足%)²・日”や“渇水被害関数”などが考えられている。

4.2 2段階推移法による利水機能評価関数の表現

ここでは、説明の便宜上、「頻度」、「大きさ」、「厳しさ」の観点からの評価関数の表記法を説明する。

記述に先立って、3.4.2で導いた流量・貯水量の結合分布ベクトル $\{H\}_t^s$ を分解した表現をしておく。

$$\{H\}_t^s = \{H(0)_t^s, H(1)_t^s, \dots, H(i)_t^s, \dots, H(K)_t^s\}$$

$$H(i)_t^s = (h(0i)_t^s, h(1i)_t^s, \dots, h(ji)_t^s, \dots, h(Ni)_t^s) \quad (18)$$

すなわち、要素 $h(ji)_t^s$ は流量 j を得て貯水量 i になる確率を、下添字 t は期間 t を、上添字 $1, 3$ はそれぞれ期間の期首、期末を、 K は貯水池容量を、 N は流量上限を、意味する。

a) 頻度の評価関数

渇水の発生頻度を流量・貯水量分布により評価する。初期ベクトル $\{H\}_0^s$ が与えられると、渇水期間 T の最後のベクトル $\{H\}_T^s$ は、

$$\{H\}_T^s = \{H\}_0^1 \cdot P^T \cdot \Omega \quad (P \equiv \Omega \cdot \Psi) \quad (19)$$

となる。渇水の頻度は、渇水期において実放流量 R が目標値 M を下回る確率（以後不足確率と呼ぶ）で表現できるから、ベクトル $\{H\}_T^s$ の要素 $h(ji)_T^s$ とそれに対する実放流量 $R(ij)$ を用いて、

$$\text{不足確率} = \sum h(ji)_T^s \quad (i, j \in C : R(ij) < M \text{ となる全ての } i, j \text{ の組み合わせ}) \quad (20)$$

で表わせる。

b) 大きさの評価関数

渇水の大きさを放流量期待値と不足%・期間の期待値で評価する。まず放流量期待値 $E[R_t]$ は

$$\text{放流量期待値 } E[R_t] = \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^K R(ij) \cdot h(ji)_t^s \quad (21)$$

また、期待不足%・期間は、次式で表わせる。

$$\begin{aligned} \text{期待不足\%・期間} &= \sum_{t=1}^T \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^K [\{M - R(ij)\} / M] \cdot h(ji)_t^s \times 100 \\ &= \sum_{t=1}^T \{ (M - E[R_t]) / M \} \times 100 \end{aligned} \quad (22)$$

c) 厳しさの評価関数

渇水の厳しさを、各単位期間当たりの（期待不足%）² の全渇水期間にわたる総和で評価し、これを（期待不足%）²・期間と定義する。すなわち、

$$\begin{aligned} (\text{期待不足\%})^2 \cdot \text{期間} &= \sum_{t=1}^T \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^K [[\{M - R(ij)\} / M] \cdot h(ji)_t^s \times 100]^2 \\ &= \sum_{t=1}^T [\{ (M - E[R_t]) / M \} \times 100]^2 \end{aligned} \quad (23)$$

で求められる。ただし、この式は、一般的な意味の（不足%）²・期間の期待値ではない。すなわち貯水池からの出力である実放流量の期待値を基礎とした表現である。なお、煩雑になるので、以後はこれを不足%自乗・単位期間と呼ぶ。

5. 貯水池における放流操作法の検討¹⁵⁾

さて、以上の2段階推移モデルと利水評価関数とを用いて、貯水池系の放流操作法の比較・検討を行う。ここでは簡単な例として、単一貯水池を取り上げる。まず評価基準には、渇水の厳しさを表現する不足%自乗・単位期間を採用する。また、対象とする操作法には、①確率DPによる操作 ②無節水操作 ③流量情報を用いた線形予測操作の3種とし、貯水量の上限は貯水池容量 K とする。

5. 1 対象とした操作法

a) 確率DPによる操作

まず、時間の流れを最後から逆にさかのぼって考える。渇水期の長さを T とし、渇水期の終りを、 $t=0$ ととれば、貯水量の変化を示す漸化式は次式となる。

$$Z_{t-1}^1 = Z_t^1 + Q_t - R_t \quad (Z: \text{貯水量}, Q: \text{流量}, R: \text{実放流量}) \quad (24)$$

つぎに、 $D(R)$ を不足量の2乗で表現した渇水被害関数、 $f(Z|Q)$ を Q を既知とした場合に Z から生ずる t 以後の総被害関数の最小値、 $P[q|Q]$ を Q を既知とした q の条件付き確率、 N を流量上限とすると、その定式化は以下ようになる。

$$\begin{aligned} f_t(Z_t^1 | Q_t) &= \min [D(R_t) + \sum_{q=0}^N f_{t-1}(Z_{t-1}^1 | q) \times P[q | Q_t]] \\ D(R_t) &= (M - R_t)^2, \quad (0 \leq R_t \leq M), \quad f_0 \equiv 0 \end{aligned} \quad (25)$$

なお、min の演算は、

$$R_t + Z_{t-1}' = Z_t' + Q_t, \quad (0 \leq Z_{t-1}' \leq K) \quad (26)$$

を満たす (R_t, Z_{t-1}') の組み合わせの中での最小値を選ぶことを意味する。すなわち、この初期条件には、渇水期の最後 ($t=0$) で、貯水量がちょうど空という理想的な条件を設定している。

式 (25) で、 $t=0$ を出発点とし、 $t=T$ まで順次 f_t を求めていけば、各貯水量に対する最適放流量系列、および不足 % 自乗・単位期間の最小値が求まる。以後この操作を最適操作と呼ぶ。

b) 無節水操作

この操作は、節水を考えない操作であり、「貯水量が目標放流量以上であれば目標放流量を、目標放流量未満であれば貯水量の全部を放流する」ものである。この場合、実放流量 R_t は、以下のよう設定となる。

$$Z_t^2 \equiv \min(Z_t^3, K), \quad R_t = M \quad (Z_t^2 \geq M), \quad R_t = Z_t^2 \quad (Z_t^2 < M) \quad (27)$$

c) 線形予測操作

この操作は、初期貯水量を基礎に、これを期間長で分割しながら順次放流していく分に、予測流量による増加分を加算したもので放流量を決定しようとするものである。

まず、初期貯水量による放流分は、初期貯水量 U を渇水期間長 T にわたって一定量ずつ放流するとすれば、単位期間当たり U/T で表わせる。つぎに、流量平均を Q_m 、流量の自己相関係数を ρ 、と記す。ところで、ここで採用している二変数二項分布では、 $t+1$ 期間の流量 Q_{t+1} の条件付き期待値は、次式の線形回帰で表わされることが知られている¹⁶⁾。

$$E[Q_{t+1} | Q_t] = (1-\rho) \times Q_m + \rho \times Q_t \quad (28)$$

そこで、 t 期間の放流量 R_t は、初期貯水量 U による放流分と Q_{t+1} の線形予測値による放流分とを加算して、次式で表現できる。

$$\begin{aligned} R(Z_t^2, Q_t) &= \min[Z_t^2, \min\{U/N + (1-\rho) \times Q_m + \rho \times Q_t, M\}] \\ &= \min[Z_t^2, \{U/N + (1-\rho) \times Q_m + \rho \times Q_t\}, M] \end{aligned} \quad (29)$$

また、式 (29) で自己相関係数 ρ を 0 とした操作法は、流量情報として流量平均のみを用いる場合であるが、これを以後一定操作と呼び、線形予測操作との比較に使う。

なお、当然放流量は離散量であるから、上で求めた数値は全て四捨五入して整数化したものを用いる。

図-4 操作方法の違いによる初期貯水量と
不足 % 自乗・単位期間の比較

5.2 操作方法の比較

5.2.1 計算条件

以下の計算条件を設定する。

a) 貯水池条件 貯水池容量

$K: 30$ 、目標放流量 $M: 5$ 、

初期貯水量 $U: 5 \sim 30$

b) 渇水期流量条件

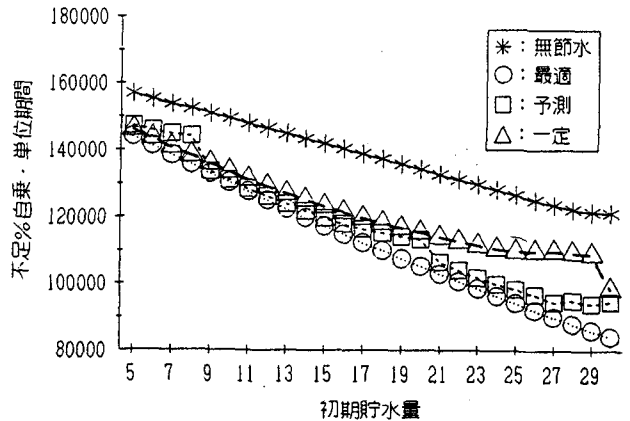
流量分布: $r=5$, $a=0.3$,

$\rho=0.6$ の二変数二項分布

(平均: 1.5, 分散: 1.05)

渇水期間長 $T: 30$

c) 操作方法 無節水操作、最適



操作、予測操作（一定操作を含む）

5. 2. 2 操作方法の比較

a) 数値計算例

各操作方法の比較を、初期貯水量と不足%自乗・単位期間との関連で示したのが、図-4である。図によると、無節水操作が、全ての初期貯水量に対して最も不足%自乗・単位期間が大きく、渇水の厳しさからは、適切でないことになる。また、ほとんどの初期貯水量について、一定操作よりも予測操作の方が、不足%自乗・単位期間が小さいので、放流量の決定においては、流量時系列の自己相関を考慮した予測が好ましい結果を得ることが分かる。

同様な場合について、渇水期間長と不足%自乗・単位期間との関係を、初期貯水量を20として示したのが、図-5である。どの操作方法でも、渇水期間長が増すにつれて、不足%自乗・単位期間はほぼ線形的に増す。また予測操作は最適操作にかなり近い値を示し、ここでも予測操作の有効性が伺える。

一般に渇水期間長が伸びることは、渇水傾向が強まることを意味し、こうした場合でも、渇水の厳しさを抑制することによる予測の効果が確認されたわけである。

b) 牧尾ダム貯水池の渇水期への適用例

最後に既設貯水池における計算例を示す。牧尾ダムは長野県木曾郡王滝村に位置し、木曾川支川王滝川を源流とする。流域面積は、直接流域73km²、間接流域231km²、計304km²で、有効貯水容量は6,800万m³である。このダム流域を対象に、以下のような条件で利水機能を評価する。

離散化単位： 単位期間長 5日、 単位水量 単位期間長×3m³/sec=1,296,000m³

貯水池容量： 68,000,000÷1,296,000 ≒ 52単位

初期貯水量： 12月1日現在の貯水量とし、その値は52～2単位まで2きざみの26通り

対象期間： 渇水期と考えられる12月1日～2月28日の90日間（18単位期間）

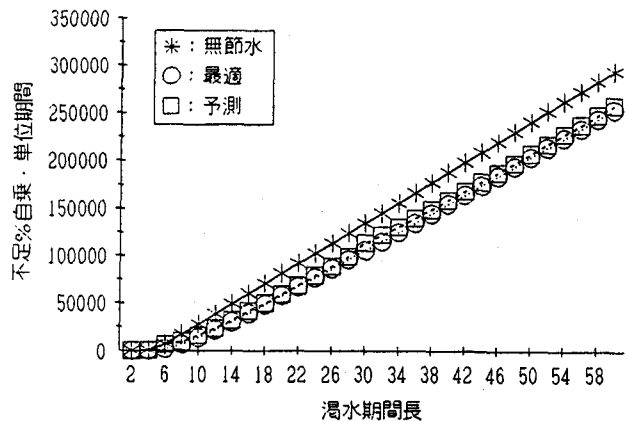
流量分布： $r=2$ 、 $a=0.509$ 、 $\rho=0.783$ の二変数二項分布

目標放流量： 3～8単位までの6通りで、この3単位は愛知用水の上水、工水の水利権の合計にほぼ相当する。

操作方法： 前述のa)で示した無節水操作、線形予測操作の他に節水操作（貯水量が目標放流量以上であれば目標放流量を、目標放流量未満であれば放流しない。ただし、渇水期の最後では無節水操作と同じ操作をする）を加えて検討する。

図-6は、目標放流量M=3とした場合の初期貯水率と不足確率の関係を示したものである。操作法の比較では、ほぼ全ての初期貯水率に関して、節水操作で不足確率が最も少なく、ついで予測操作さらに無節水操作の順に大きくなる。

図-5 操作方法の違いによる渇水期間長と不足%自乗・単位期間の比較



つぎに、図-7に初期貯水率（初期貯水量÷満水量×100）と不足%自乗・単位期間の関係を示す。
 全ての初期貯水率について、不足%自乗・単位期間が最小となるのは予測操作で、ついで無節水操作、節水操作の順に大きくなっている。

予測操作は放流量が目標放流量に満たないことを前提として、目標放流量よりも少ない量を全渇水期間にできるだけ少ない変動で流すようになっているので、渇水の厳しさを押さえる結果になってくるのであろう。

節水操作による放流量は目標放流量の0のどちらかであり、目標値が放流できれば、渇水の厳しさを増すことはないが、他方、放流量が0になる場合には渇水の厳しさを急激に増加させる。実際の操作では、貯水量状態によって放流量が激しく変化するこの操作は、この結果から好ましいものとはいえない。

無節水操作は、初期貯水量がかなり残されている渇水期初期では目標値の放流は可能だが、初期貯水量が一度底をつくると、後は流入流量による放流分しか期待できないので、激しい渇水が慢性化する危険がある。

最後に、無節水操作において、目標放流量が不足%自乗・単位期間に及ばず影響を、図-8に示す。

このような関係をあらかじめ準備しておけば、与えられた初期貯水量に対して許容できる不足%自乗・単位期間に収めるのに、どの程度の目標放流量が適当かが推定できることとなる。

6. むすび

なお、連続量の離散化手法、操作規則の定式化、数値実験による流量時系列モデルの検討、さらに複雑な貯水池群の統合管理、あるいは水質管理への拡張など種々の重要課題を残してはいる。しかし従来ともすれば敬遠されがちであった大次元の行列演算が、近年の電算の飛躍的発達によって、簡便・迅速になりつつあるので、2段階推移法のような行列

図-6 各操作方法による初期貯水率と不足確率 (M=3)

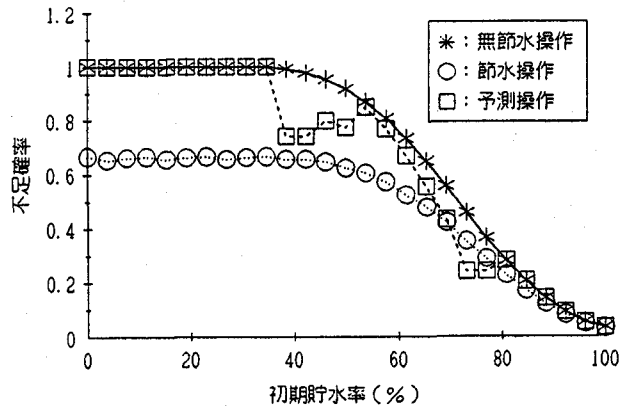


図-7 各操作法による初期貯水率と不足%自乗・単位期間 (M=5)

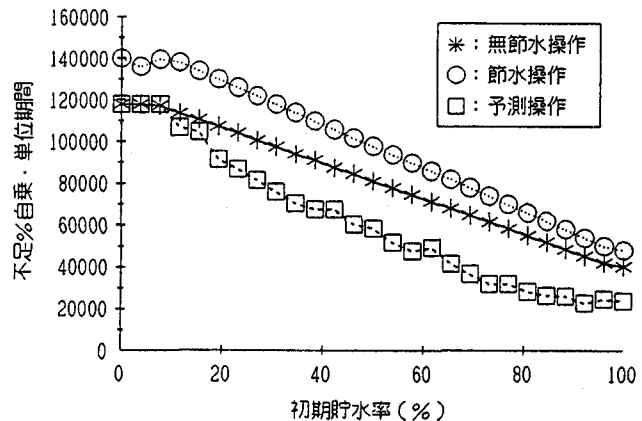
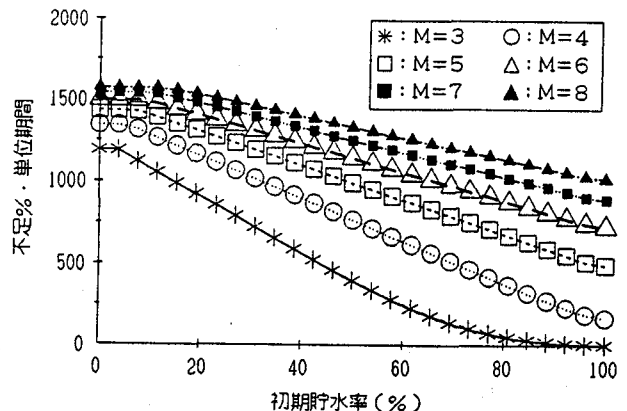


図-8 無節水操作での目標放流量と不足%自乗・単位期間の関係



演算手法はきわめて有用な手段になるものと期待している。

最後に、この原稿作成に当たり、岐阜工業高等専門学校助手、鈴木正人君に種々お世話になったことを記して、謝意を表しておきたい。

参考文献

- 1) 国土庁長官官房水資源部監修・財団法人水資源協会編集：'89水資源便覧、山海堂、p.195、1989.3
- 2) P.A.P. Moran : A probability theory of dams and storage systems, Aust. Jour. Appl. sci., Vol.5, pp.116-124, 1954
- 3) E.H.Lloyd : Reservoirs with serially correlated inflows, Technometrics, Vol.5, No.1, pp.85-93, 1963
- 4) V.Klemeš : A two-step probabilistic model of storage reservoir with correlated inputs, Water Resources Research, Vol.6, No.3, June, pp.756-767, 1970
- 5) R.M.Phatarfod & K.V.Mardia : Some results for dams with Markovian inputs, Jour.App. Prob.,Vol.10, pp.166-180, 1973
- 6) 長尾正志・池田吉隆：流量相関を考慮した利水用貯水池の機能評価に関する確率過程論の応用第23回水理講演会論文集、pp.247-255、1979
- 7) 長尾正志・羽鳥明満・浅野和広：利水用貯水池機能の評価のための単純化された相関流量の解析、第28回水理講演会論文集、pp.1-6、1984
- 8) 鈴木正人・長尾正志：2段階推移モデルによる相関離散分布を受ける貯水池理論、土木学会論文報告集、第411号／II-12、pp.161-168、1989
- 9) 鈴木正人・長尾正志：相関離散分布流量を受ける貯水池の利水機能評価の研究、土木学会論文集、第417号／II-13、pp.209-217、1990
- 10) 鈴木正人・長尾正志：放流量系列同時分布を用いた貯水池系の利水機能評価の研究、土木学会論文集、第429号／II-15、1991（印刷予定）
- 11) 中川芳一：利水安全度の評価について、NSC研究年報、Vol.5、pp.89-105、1978
- 12) 小尻利治・池淵周一・飯島健：利水システムの安全度評価に関する研究、土木学会論文集、第381号／II-7、pp.91-100、1987
- 13) 小尻利治・池淵周一・飯島健：安全度評価をベースにした最適な水利用システムの構成、第29回水理講演会論文集、pp.14-20、1982
- 14) 建設省河川局河川計画課・建設省土木研究所：利水安全度に関する研究、建設省技術研究会、1981、1982、1983
- 15) 鈴木正人：利水用貯水池系における機能評価と合理的操作方法の研究、名古屋工業大学博士論文、pp.102-112、1991
- 16) C.B. Edwards & J. Gurland : A class of distributions applicable to accidents, Jour. Statist. Ass., vol. 56, pp.503-517, 1961