河道形成の力学の概観と今後の課題

Overview of the River Mechanics

池　田　駿　介
Syunsuke IKEDA

序

河道を形成する独立な量は、水文量（代表として流量）、地形（勾配）及び土質（粒径）であると考えられる。従って、これらの基本量が与えられた場合にどのような河道が形成されるかということが、本論の主題である。

移動床の水理学は極めて多岐の主題を取り扱う学問であるが、ここではそれらの内、砂州などの大規模河床形態を含む河道形成に関する問題についてその発展に寄与し、その後の研究に方向付けを与えた論文を概観することにより現時点で判明していることを明らかにし、更に今後に残されている課題について述べる。この目的の為に、代表的と考えられる論文を10編選んだ。これらの論文には、古くはShulits(1936)の縦断形状に関する研究が含まれるが、1960年代までは、その研究方法は野外観測や室内実験に基くものばかりであり、流体力学や土砂水理学をベースとする研究はCallander(1969)による交互砂州の不安定解析の出現まで待たねばならなかった。河道力学は、その後20年間で急速に進展し、現在では精緻な体系が出来上りつつある。以下に、これらの論文について、その研究が持つ意味と後の研究に与えた影響について述べる。

1．Shulits(1936)による河川の平衡縦断形状

河川内では流下流向に運搬能力が変化する為に、ふるい分け現象（sorting)が発生する。又、河床構成材料がお互いにぶつかり合う為に摩耗現象が発生する。従って、このような河床材料の粒径は流下方向に変化する。Sternberg(1875)は、ライン川で粒径を調査し、これに基づいて粒径の逓減について一つの理論を提案した。Sternbergは、「粒子の重さの減少は、流下距離内で河底の摩擦によって成される仕事に比例する」と仮定し、wを粒子の重さ、μを摩擦係数、xを流程、cを比例定数として、微分方程式

$$-dw = c\mu w dx \qquad (1)$$

を導き、これを積分して

$$w = w_0 e^{-c\mu x} = w_0 e^{-\alpha x} \qquad (2)$$

を導いた。式（2）はSternbergの法則と呼ばれる。

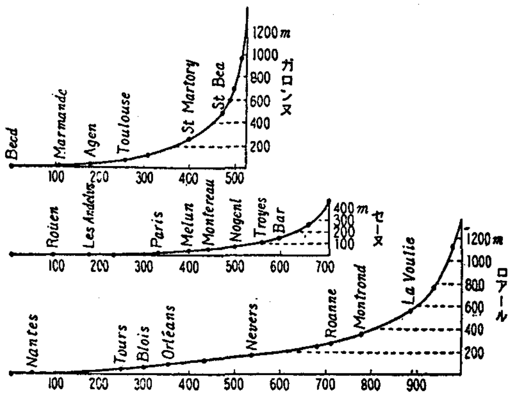
Shulits(1936)は、Schoklitsch(1933)の調査による多数の河川の縦断形状と河底の粒径分布の結果から、「河川勾配は粒子の重さに正比例する」と仮定し、縦断形状を得る式を導いた。即ち、勾配をSとすれば、$S = \delta w$、となる。wは式（2）のSternbergの法則を用いて表わされるので、結局

$$S = \delta w = \delta w_0 e^{-\alpha x} = S_0 e^{-\alpha x} \qquad (3)$$

又、定義により、$S = -dz/dx$であるので、結局、

$$S = -\frac{dz}{dx} = S_0 e^{-\alpha x} \quad \text{or} \quad z_0 - z = \frac{S_0}{\alpha}\left(1 - e^{-\alpha x}\right) \tag{4}$$

となる。即ち、縦断形状は指数関数により表わされる。図１はヨーロッパの河川の縦断形状を示したものである。



図－１．フランス諸川の縦断形状大観（野満，1970）．

２．Leopold & Maddock (1953) による Hydraulic geometry

Hydraulic geometry（水理幾何学）の思想は古く19ｃのRegime 理論（Kennedy, 1895）に遡ることができる。Regime理論はインドでイギリス人が植民地支配のために開さくした灌漑水路が安定して維持される流量条件などを経験的にまとめたものである。Leopold & Maddock (1953)はこの考えを発展させ、自然河川に適用した。彼等は川幅Ｂ、水深Ｄ、断面平均流速Ｖなどの量が全て流量Ｑのベキ関数で表現できると仮定した。即ち、

$$B = aQ^b, \quad D = cQ^f, \quad V = kQ^m \tag{5、6、7}$$

と置き、流量の連続条件からこれらの係数の間で

$$b + f + m = 1, \quad a \times c \times k = 1 \tag{8、9}$$

の条件が満足されねばならないことを導いている。そして、アメリカ中西部の２０の自然河川を調査することにより、係数の平均値として

$$b = 0.26, \quad f = 0.40, \quad m = 0.34 \tag{10、11、12}$$

なる関係を得ている。彼等の後にも、同様な考えの下に数多くの経験式（例えば、Blench, 1961）が提案され、現在でも地理学の分野を中心に信奉者が多い。

しかし、上記の関係は流量のみを独立変数としており、地形を表す勾配や地質の代表値である粒径などのファクターが考慮されておらず、比例定数が次元を持つなど不備な点が多い。これらの欠点が克服されるには移動床水理学の進歩を待つ必要があった。

３．Leopold & Wolman (1957) による河道の平面形状

河道の平面形状として、蛇行、網状、直線の三形態があることはよく知られている。Leopold & Wolman (1957) は現地河川の観測から、沖積地河川におけるこれらの形態では洗堀と堆積が局所的に交互に発生しており、ある区間で平均すれば動的平衡状態にあることを見い出した。この認識は重要で

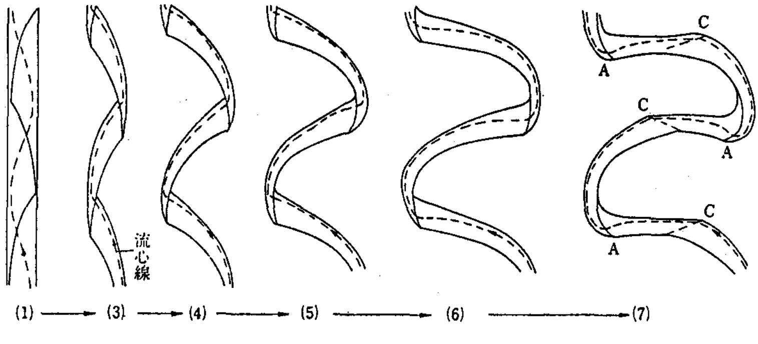
あり、これにより堆積状況にある河口デルタで形成される分派河川と網状河川の相違などを始めて指摘することができた。さらに彼らは、蛇行と網状は基本的に同じであることを認識しており、同一の河川でも、勾配の急変点を境に蛇行から網状形態へ変化することを見い出している。以上の２つの発見は後のHansen(1967)・Callander (1969)の交互砂州の不安定論へと思想的につながっている。彼らは蛇行と網状の違いは横断方向の不安定モードの違いのみであると考えたのである。前述のLeopold & Maddock (1957)の論文とともに本論文はＵＳＧＳ（米国地質調査所）の professional paper として出版されており、1950,60 年代のＵＳＧＳは活動が活発で、河道形態に関する新しい知見を数多く産み出している。現在においてもその当時発行された professional paper はデータの宝庫であり、最も信頼性の高い野外観測値を提供している。

４．木下(1961,1962)による砂礫堆と蛇行の調査及び実験

木下(1962)は栃木県の那須野を流れるサビ川の調査を行ない、水流の流れ方や河岸侵食、河床変動がいわゆる砂礫堆（現在では交互砂州の呼び方が一般的である）によって支配されていることを見い出した。彼はこの砂礫堆の水理学的特性を明らかにする為に、直線水路を用いた膨大な移動床実験を行い、側岸が侵食されない直線水路であっても河床に交互に砂礫堆が現れ、それとともに水流が蛇行することを見い出した。又、条件によっては、複列の砂礫堆なども発生することを示した。それとともに全国の多くの河川を調査し、河川の蛇行がいわゆる砂礫堆によって規定されていることを明らかにした。

木下(1961)は石狩川の河道の変遷を1899年から1959年までの60年間について、古い地図や空中写真等を用いて、詳細に調べ、河川の蛇行現象に関する普遍的事実を数多く発見している。それらは以下の通りである。

(1) 蛇行は砂礫堆２個により１波長を形成し、蛇行振幅が大きくなると、３個に変化すること（迂曲と呼ぶ）（図２参照）。



(1)から(3)にうつる詳細は図2.5.5 参照。(4)(5)と振幅が拡大してゆく状態。(6)では曲頂部に流心が沿うようになるとともに，屈曲が円みをおびだす。(7)では分裂を起し，迂曲河道に変った状態。途中C型の接続が生ずる。

図－２．蛇行の発達（木下，1961）．

(2) 迂曲河道は上下流でその平面形状が対称でなく、耳状の形状を呈するようになること。

(3) 蛇行形状の下流への移動速度は迂曲河道へ発達するにつれて、減少すること。

更に、木下・三輪（1974）は、
(4)蛇行振幅が増大すると、河道内を下流へ移動していた砂礫堆が停止すること。
を見い出している。

以上の、交互砂州及び蛇行に関する発見はその後の理論的研究に多くの影響を与えた。上記の知見は、振動論の立場から見ても興味深いものである。例えば、砂礫堆の発生は水流と河床面の自励振動であり、この現象は後のCallander(1969)の仕事につながって行く。又、蛇行振幅の発達とともに砂礫堆の数が突然変化したり、迂曲河道が上下流へ非対称となる現象はいわゆる非線型振動におけるロック・イン及び分数調波振動の発生に対応し、後述のように現代の水理学ではこれらの現象をうまく説明できるようになっている。残念なことに、木下の貴重な研究は英語で発表されなかったために、アメリカにいた一部の中国人を除いては外国人に知られることがなかった。

５．Hansen(1967)・Callander(1969) の交互砂州不安定理論

前項４．で述べたように水流と河床面の不安定性により交互砂州が形成されるが、この問題を流体力学的不安定論の見地から独創的なアプローチを行ったのはHansen(1967)が最初であるが、Hansenの解析は流れが側岸を透過できないという境界条件を満足しておらず、完全な解とはいえない。この点を改良したのがCallander(1969)である。これらの解析では浅水流方程式が用いられている。流下方向及び横断方向の水深平均流速成分について取り扱い、水深方向には静水圧分布を仮定している。流水の運動方程式、連続の式、河床変形の方程式を用い、水理量を基本項とその摂動項に分け、元の方程式に代入して、それぞれのオーダー毎に解を求めている。このとき、上記の方程式群では未知量と方程式の数が一致しないので、底面セン断力と流砂量を水深平均流速と関係づける方程式を導入する必要がある。このようにして、基本項からは等流の関係式が得られ、摂動項からは微小な撹乱の各波数に関する発達・減衰を知ることができる。Callander (1969)は、線型不安定解析により、発達率を波数の関数として求め、その中で初期の発達率を最大とする波数を卓越波数としている。

Callanderの理論のもう一つの重要な貢献は、Leopold & Wolman (1957)や木下(1962)が野外観測で発見したように、蛇行と網状の相違は横断方向の不安定性のモードの違いのみであることを明らかにしたことである（図３）。

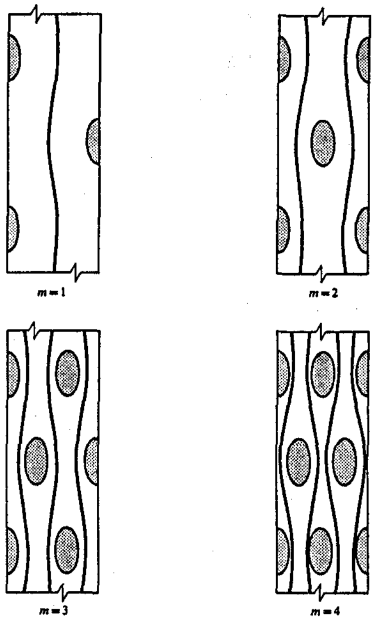
Hansen(1967),Callander(1969)の先駆的研究は、線型理論の枠組みの中で、林(1970),Engelund & Skovgaard(1973), Parker(1976), Fredsoe(1978), 黒木・岸(1984)らによりより詳細な検討へと発展し、卓越波長や不安定モードの領域区分図が得られ、これらが主に川幅／水深比によって規定され、抵抗係数や勾配の関数となっていることが明らかにされている。

砂州の波長を求めるには非線型解析が必要となる。非線型解析では、線型項で無視された非線型干渉の項を含む複雑な解析となるが、砂州波高Ａの時間変化を表す方程式は基本的に、次に示すLandau-Stuart 型の方程式となる。

$$\frac{dA}{dt} + \alpha_1 A + \alpha_2 A^2 \overline{A} = 0 \qquad (13)$$

ここに、α_1、α_2は係数、￣ は complex conjugate である。上式において、第３項が無視されれば線型解析であり、非線型項が含まれると$t\to\infty$で平衡波高A_eが次のように求まる。

$$|A_e|^2 = -\frac{\mathrm{Re}(\alpha_1)}{\mathrm{Re}(\alpha_2)} \qquad (14)$$



図－３．モードによる河床形状の変化（Parker, 1976）．

福岡・山坂(1985)は、実験により横断方向にかまぼこ型の形状が卓越しているとして非線型解析を行ったが（即ち、非線型項の内、支配的であると考えられる１部の項を取り出している）、Colombiniら(1987)は各モード間の非線型干渉を数学的に厳密に取り扱った。その結果、平衡波高に関して従来から提案されていた経験式や実験値、野外実測値をよく説明できることを見い出している。

６．Engelund(1974), 吉川ら(1976)による蛇行部河床形状の解析

従来、湾曲の度合いとこれに対応する局所洗堀、勾配などの関係はFargue(1868)の法則として経験則が知られていた。Sinuousは平面形状を有する蛇行部の河床形状の決定機構を最初に力学的に正しく把握し、定式化を行ったのはVan Bendegom(1947)であると考えられる。Van Bendegomは湾曲部の二次流による流線のねじれや砂粒子に働く力の釣り合いにより横断河床勾配が決定されることを明らかにしている。しかし、彼の論文はオランダ語によって書かれており、残念なことにその先駆的な仕事はほとんど知られることがなかった。

Engelund(1974)は、主流に対しSlip velocity の速度分布を適用し、上下層間の遠心力差に基く二次流の速度分布を求めている。更に、横断方向の流砂量を定式化し、これらを用いて流砂の連続条件を満足させるよう河床形状を求めている（図４）。彼の解析は河床形状を決定する力学的な機構を正確に取り入れているが、その定式化に際していくつかの弱点を有している。その一は、主流流れの解析に、metricな効果を取り入れていないことである。このことにより、例えば一様な湾曲流路では、内岸側に向うほど縦断方向の水面勾配が大きくなるという効果を取り入れることができなくなる。第二は、二次流により主流の運動量をnetとして外岸側へ向って輸送する機構を考えていないことである。以上の２点により、主流の平面内速度分布の予測には誤差が含まれることになり、このことは後に述べる蛇行の発達を論じる場合に正確さを欠くこととなった。第三は二次流が平面形状に対して持つ位相差が取り扱われていない点である。第四は、横断方向の流砂量式である。砂粒子に働く流体力

は粒径の約２乗に、横断方向への重力は粒径の３乗に比例するので、大きい粒径程横断方向粒砂量は多くなる。Engelund(1974)の流砂量式ではこの点が考慮されておらず、従って、横断方向への土砂のふるい分けを説明することができなかった。以上のような欠点はあるものの、この論文が後の研究に与えた影響は非常に大きいものがあった。

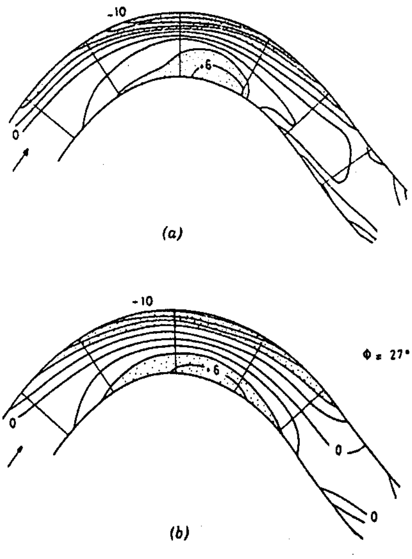
吉川ら(1976)は、横断方向流砂量式を縦横断方向の運動方程式から以下のように求めた。

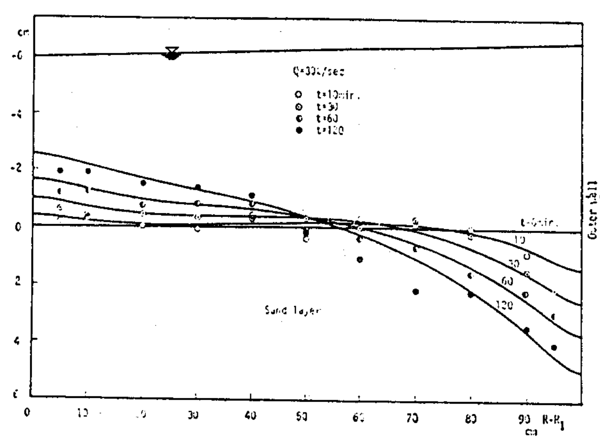
$$\frac{q_r}{q} = \tan\delta + \frac{1+\alpha\mu}{\lambda\mu}\sqrt{\frac{\tau_{*thr}}{\tau_*}}\tan\theta \qquad (15)$$

一方、Engelund(1974)の提案した流砂量式は

$$\frac{q_r}{q} = \tan\delta + \frac{1}{\mu}\tan\theta \qquad (16)$$

である。ここに、q_r＝横断方向流砂量、q＝縦断方向流砂量、$\tau_* = gDS/R_s gd$、δ＝二次流による底面付近の流れの偏倚角、$\alpha=0.85$、$\mu=0.43$、 $\lambda=0.59$の比例定数、τ_{*thr}＝Shields限界応力、θ＝河床の横断方向傾斜角である。 式（15）、（16）を比較して、式（15）は、粒径が大きくなるほど、横断方向流砂量が増大することを示している。式(15)を用いて、Parker & Andrews (1985), Ikeda & Yamasaka (1987)はそれぞれ蛇行部、湾曲部における河床形状とふるいわけによる粒度分布を求めている。吉川ら(1976) は、更に湾曲部河床形状の時間変化を初めて明らかにしている（図５）。





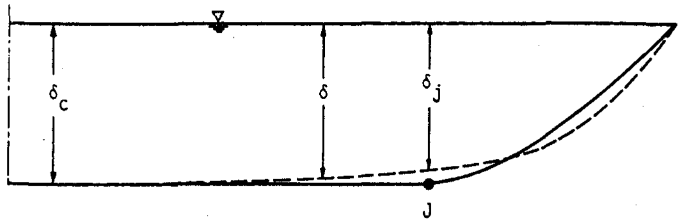
図－５．湾曲横断河床形状の時間変化（吉川ら，1976）．

図－４．蛇行部の河床形状（ａ）測定値，（ｂ）計算値（Engelund, 1974）．

7．Parker(1978)による直線河道の安定横断形状理論

前述のように、移動床河川の安定川幅や水深を予測する方法は経験則を主体としたhydraulic geometryのみであった。この問題を力学的に正しく取り扱ったのはParker(1978a, b)である。

Parkerは先ず、移動床河川を礫床河川と浮遊砂・掃流砂が混在する砂床河川に分類し、それぞれについて安定河幅・水深を乱れによる運動量及び浮遊砂の拡散を考慮することにより始めて求めることに成功した。我国においても平野(1973)による流路拡幅過程に関する画期的研究があるが、上述の横



図－６．礫床河川の安定横断形状と$\delta=\tau/\rho g S$の分布．

断方向の拡散を取り入れなかったために、安定状態の形状を求めるには到らなかった。

礫床河川では、式（15）から判るように、土砂が移動している領域では、河床形状が平衡に達するには$q_r=0$でなければならない。このとき、直線河道では$\tan\delta=0$であるので、結局$\tan\theta=0$でなければならない。即ち、土砂が移動している流路中央部では河床は平坦でなければならない。一方、側岸部で、土砂が移動していれば、式（15）から側岸部から中央部へ向う流砂量が存在することになり、従って河道が安定であるためには側岸部では砂粒子は静的安定状態（限界掃流力状態）でなければならない。以上の条件から横断形状は図６のように定まる。流路中央部で、流砂が存在している場合には、掃流力は限界掃流力よりも大きく、従って側岸部と中央部の接合点Ｊで丁度限界掃流力となる必要がある。乱れによる横断方向への運動量輸送を考えることにより始めてこの条件を満足することができる。このとき、底面の正規化されたセン断力は図６中の破線のようになる。詳しい計算によれば、川幅が水深に較べて十分広いとき（10倍以上）、流路中心におけるShields応力はＪ点における限界Shields応力の約1.23倍となる。即ち、τ_{*c}（$=gD_cS/R_sgd$）は

$$\tau_{*c}=1.23\tau_{*thr} \tag{17}$$

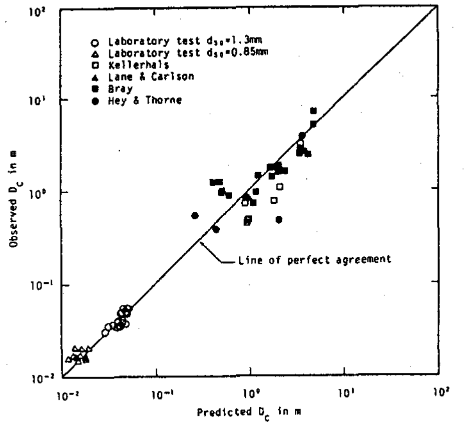
限界Shields応力は、一様粒径の粗面に対しては約0.06、混合砂に対しては例えばEgiazaroffの式で与えられる。これから、池田ら(1986)は中央水深D_cとして

$$D_c=0.0615(\log_{10}19\sigma)^{-2}R_s\sigma d_{50}S^{-1} \tag{18}$$

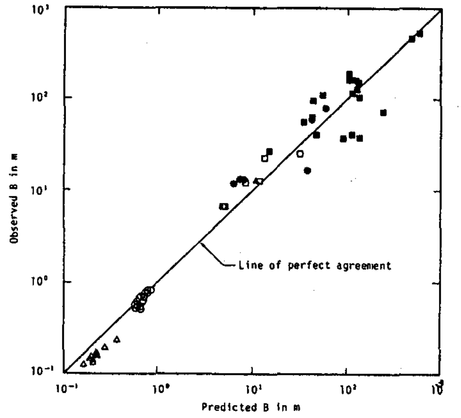
を得ている。水深が局所的な底面セン力分布に関する考察から求まったのに対し、安定河幅Ｂは、流路全体を一つの流管とした運動量の釣り合い式から求まる。その結果は

$$B=\frac{Q}{D_c\sqrt{gD_c}\,2.5\ln\left(7.333\dfrac{D_c}{\sigma d_{50}}\right)}+\left[2.571+\frac{2.066}{\ln\left(7.333\dfrac{D_c}{\sigma d_{50}}\right)}\right]D_c \tag{19}$$

である。図７、８はそれぞれ上述の理論による安定水深、河幅と実測値の比較を示している。側岸部に樹林が存在する場合はない場合に較べて、水深は深く、河幅は小さくなることが知られている(Andrews,1984)。泉・池田 (1989)は上述の運動量拡散理論を用いてこの現象の解明に成功している。



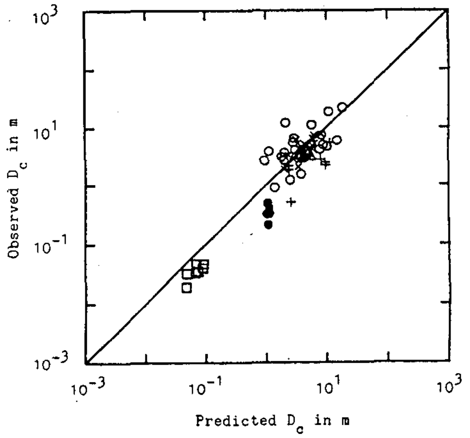
図－7．礫床河川の水深（Ikeda et al., 1986）．



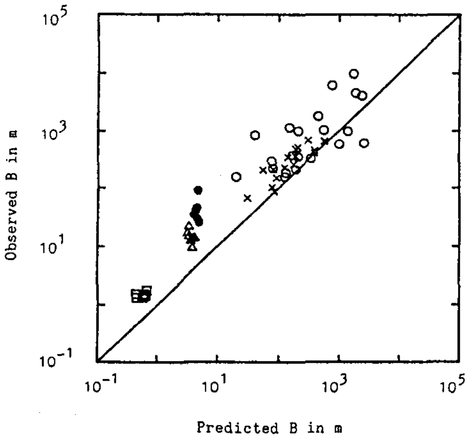
図－8．礫床河川の川幅（Ikeda et al., 1986）．

Parker(1978a)は、砂床河川については以下のような取り扱いを行っている。側岸部付近では水深（即ち底面セン断力）の違いによって横断方向に濃度勾配が生じ、乱流拡散により横断方向への輸送が生まれる。さらに定常状態では、そのフラックスの横断方向変化量が河床からの砂の巻き上げ量Eと堆積量Dの差に等しくなる。即ち、

$$-\frac{dF_L}{dy}=E-D \tag{20}$$



図－9．砂床河川の中央水深の予測（泉・池田，1991）．



図－10．川幅の予測（泉・池田，1991）．

ここに、F_Lは水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックスである。、又、同時に、側岸部は付近の底面では、横断方向の勾配が存在するので掃流砂は重力の効果によって河道中央方向に輸送される。これはF_Lと釣り合っていなけ ればならないので、

$$F_L+q_{BL}=0 \tag{21}$$

である。F_Lは拡散の式、巻き上げ量Eは摩擦速度／沈降速度の関数、沈降量 Dは底面付近の濃度×沈降速度で表し、横断方向流砂量q_{BL}は前述の吉川ら(1976) による式（15）を用いる。これらを代入して、適切な境界条件を用いることにより、側岸部の形状及び中央水深D_cを求めることができる。

Parker(1978a)の理論では式の展開においてLeibniz ruleの適用に誤りがあり、誤差の大きい結論を得ている。泉・池田(1991)は拡散係数などその後の研究の進展も取り入れ、より厳密な定式化を行い、更に、前述の抵抗則を適用することにより、安定河幅を求めている。図９、10はその結果と実験値、野外測定値との比較を示したものである。無次元水深R_c（$=D_c/d$）は勾配Ｓの-0.8乗程度 となっていることが知られる（Parkerの理論では-0.5乗）。

このように、移動床河川の安定横断形状やスケールは流量Q、粒径ｄ（及びその粒度分布）、勾配Ｓの関数として得られ、移動床力学により、これらを適切に説明ができるようになった。

８．池田ら(1976)による蛇行理論

木下(1961)は、砂礫堆（交互砂州）は直線河道でも発生し、それが河道蛇行自身へと発展して行くことを観測により示した。Skovgaard(1967),Callander(1969) の交互砂州の理論は直線水路内の交互砂州の発生理論であり、水流の蛇行による側岸の侵食・堆積を示唆するものであるが、側岸固定の直線河道内の蛇行を取り扱うものであった。一方、Engelund(1974),吉川ら(1976)の理論は蛇行部の流れや河床形状について取り扱ったものであり、やはり側岸は固定されている。河道自身の蛇行の発達を論じるには、側岸の変形を取り入れる必要がある。これを最初に取り扱ったのは池田ら(1976), Ikeda et al.(1981)である。彼らは、 蛇行部の河床形状は吉川ら(1976) の一様湾曲水路の理論を用い、各断面で二次流による流体力と横断方向への重力が釣り合うとして求め、その河床上の二次元流れについてEngelund(1974)の方法を用いて解を求めている。このような二次元の流速分布は、底面の洗堀・堆積形状や流路自身の曲りの影響を受けて断面内で一様ではなくなる。直線流路では、先のParkerの理論(1978a,b) により、横断形状は平衡であるので、一様流速からの偏倚量により、側岸の侵食・堆積が規定されることになる（図１１）。このような考えから、流速の偏倚分u'を表す式と河岸の変形速度を表す式を導き、これらを組み合わせることにより、次の蛇行方程式を導いた。

$$\frac{\partial}{\partial x}\gamma\frac{\partial y}{\partial t}+2\chi C_f\frac{\partial y}{\partial t}=[1+e(\chi-1)]\left[\chi\frac{\partial}{\partial x}\gamma^3\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-C_f(F^2\chi^5+A\chi^2)\gamma^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right] \tag{22}$$

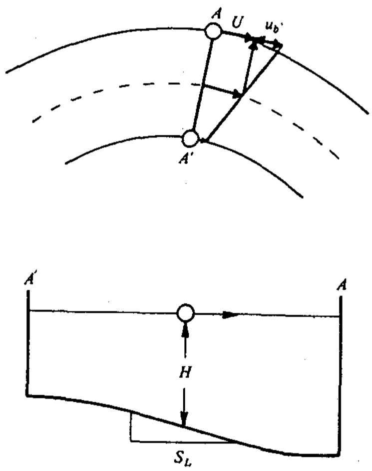
ここに、$\gamma=\cos\theta$、θ=河道の偏倚角、$\chi=[\overline{\gamma^{-1}}]^{-1/3}$、 $\overline{\quad}$ は一 蛇行波長当りの平均、$C_f=(u_*/U)^2$、ｙ=蛇行中心線の横断方向座標、ｅ=無次元側岸侵食速度、Ｆはフルード数、$A=2.89$である。蛇行発達の初期では$\chi\simeq\gamma\simeq1$であるので、式(18)は線型の方程式となり、初期攪乱を

$$y=\varepsilon e^{\alpha_0 t}\cos(kx-\omega_0 t) \tag{23}$$

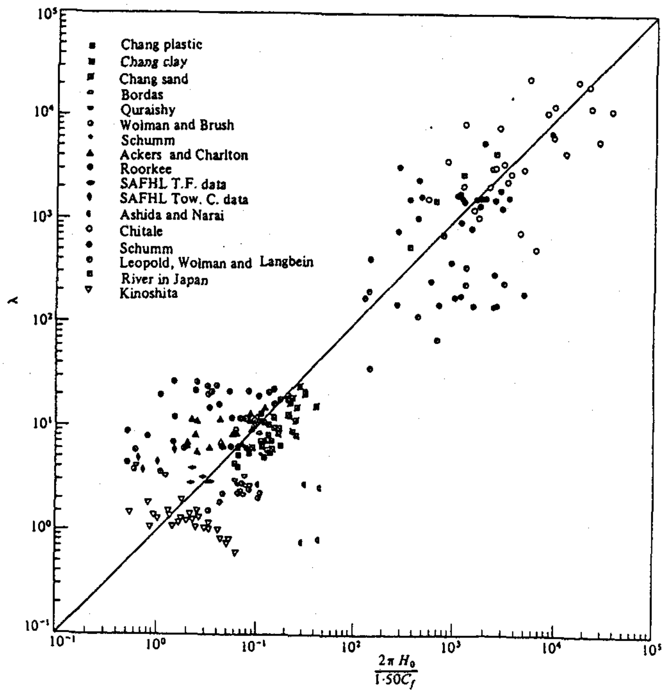
とおくことにより、蛇行の発達・減衰を論じることができる。その結果によれば、$k<\sqrt{2}C_f(A+F^2)^{1/2}$のとき、蛇行が発達し（即ち、ある波長以上でなければ蛇行は発達しない）、最大の発達率を示す波数k_{0M} は

$$k_{0M}=\beta C_F、\quad \beta^2=4\left\{1+\frac{1}{2}(A+F^2)\right\}^{1/2}-4 \tag{24}$$

となる。式（24）は、実験値や野外測定値の正しいオーダーを表すことが知られている（図１２）。



図－11．蛇行による流速の偏倚．

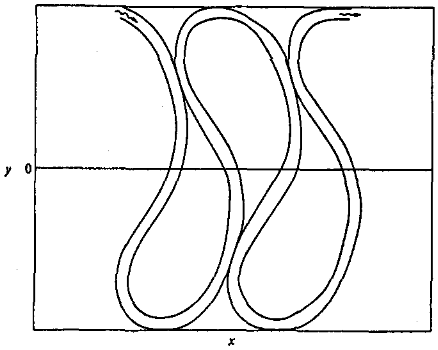


図－12．蛇行理論による蛇行波長

（Ikeda et al., 1981）．

式（22）の非線型解はParkerら(1982)、Parker & Andrews(1986)によって得られている。図１３ａにその形状を示す。木下(1961) によって指摘された上下流の非対称性が見事に表されている。平面形を維持しながら、下流へ移動する安定な蛇行形状は存在せず、蛇行は発達を続け、同図中のｂのように、短絡に到ることが明らかにされている。又、実河川への適用は、長谷川・伊東(1978)， Beck et al.(1983)によって試みられ、河道変形の予測がなされている。

図－13ａ．非線形性を考慮した蛇行形状．



図－13ｂ．Cutoffに到る蛇行形状．

９．Blondeaux & Seminara(1985)による交互砂州・蛇行の共鳴理論

前述のIkedaら(1981) の理論により、河道蛇行に関する本格的な研究が開始されたが、交互砂州と河道蛇行との関係が明確にされないままに残されていた。この両者を同時に考慮した取り扱いは、Hasegawa & Yamaoka(1980)によって試みられ、Blondeaux & Seminara(1985) はこの両者が共鳴的に発達することを明らかにしたが、彼らの理論はやや難解であるので、Parker & Johannesson (1989)による論文を中心に述べる。彼らはIkedaら(1981) の理論では無視されていた掃流砂の連続条件を考慮することにより、交互砂州の効果を取り入れることができることに気付いた。即ち、蛇行水路において、平坦床からの河床高さの偏倚分ηを河道蛇行の曲率による２次流が発生させる偏倚分η_c（Ikedaら(1981) はこ の項のみを考えた）と流砂の連続条件を満足させる為の偏倚分η_F に分けて取り扱った。Engelund(1974)やIkedaら(1981)が無視した２次流による横断方向 への運動量輸送や曲率によるメトリック効果も取り入れて、水深平均した二次元の浅水流方程式などを用いてこの問題を定式化した。その結果、線型の範囲において先のη_Fに対応する方程式は

$$u_F'' + \frac{1}{r}\left[3 - M + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \Gamma\right] u_F' + 2\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\Gamma}{r^2} u_F$$

$$= -\frac{1}{r^2}\left(D_1 \cos\phi + D_2 \sin\phi\right) \tag{25}$$

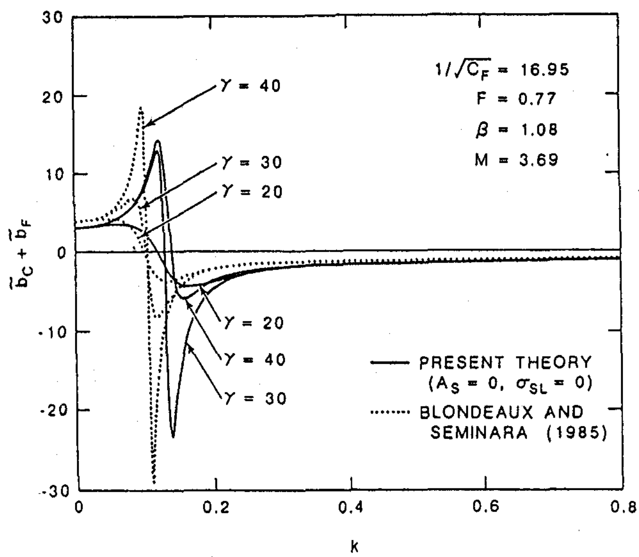
となる。ここに、u_F はη_F に対応する流速偏倚量、$r = k/\varepsilon$、kは無次元蛇行波数、$\varepsilon = \gamma C_f$、$\gamma = b/D$、b＝半幅、D＝水深、M＝5、$\Gamma = \beta/(\varepsilon\gamma)$、$\beta = (1+\alpha\mu)\sqrt{\tau_{*thr}/\tau_*}/\lambda\mu$（式 (15) 中の左辺第２項か ら出てくる）、であり、D_1、D_2は河道が曲率を持つことに起因する２次流による河床の偏倚η_cの解から得られるが、複雑な形をしているのでここでは記載しない（詳しくは Parker & Johannesson(1989)を参照のこと）。又、$\phi = ks$、sは流路中央に沿う座標である。式 (25) は極めて興味深い形をとっている。即ち、左辺のhomogeneous項が構成する方程式は従来から知られている線型の交互砂州安定理論による方程式と同一であり、式（25）は右辺の曲率に起因する強制項によって振動する強制振動方程式となっている。従って、

$$k_{res} = \sqrt{2}\ \frac{\pi}{2}\ \frac{\sqrt{\Gamma}}{r} \tag{26}$$

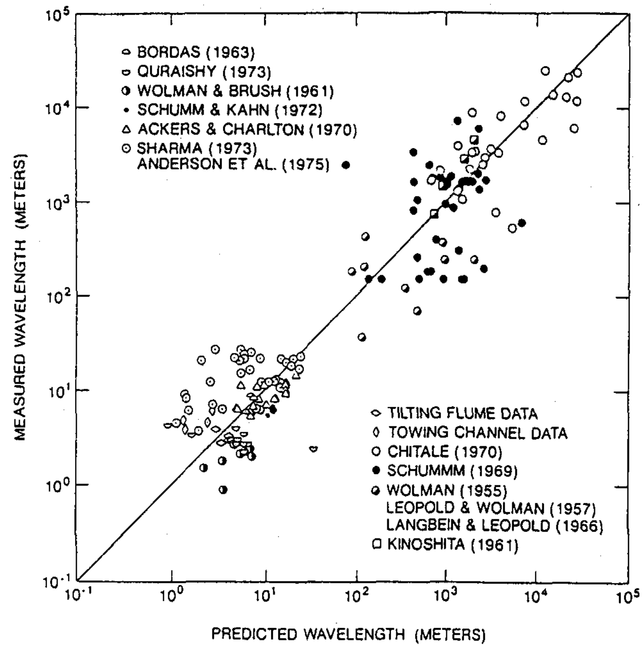
のとき、共振が発生する。図１４は、流速の偏倚の大きさを表す$\tilde{b} = \tilde{b}_c + \tilde{b}_F$ について得た解である。ある波数で最も偏倚が大きくなり、このとき蛇行は最大の発達率を示す。このようにして得られた卓越波長と図１２で用いた実験値・野外測定値との比較を示したのが図１５である。両者の一致は図１２で示されたIkedaら(1981)の理論の場合よりも良好である。

Tubino & Seminara(1990)は、解析を更に非線型の領域にまで発展させ、前 述の木下・三輪(1974)によって見い出された蛇行振幅の増大に伴う砂礫堆の移動停止についても説明することに成功している。

以上のように、蛇行の理論はほぼ完成の域に近づいており、かつて木下らによって発見された様々な特徴が見事に説明されるようになった。現象の本質を捉えた理論は、未知の物理現象を予言することもあるが、大部分の学問体系の発展は精密な実験や野外観測によって発見された事実が先にあり、それを理論付けるという場合が非常に多い。この意味でも、Leopold & Wolman、木下らの優れた観測は河道形成の力学の発展に多大な貢献をしたと言える。



図－14. 共鳴理論による流速偏倚の大きさ（Johannesson & Parker, 1989）.



図－15. 交互砂州・蛇行の共鳴理論による蛇行波長（Johannesson & Parker, 1989）.

１０．数値河道力学の発展

以上述べて来た研究は、河道形成に関する現象の一般論であって、その機構の本質を捉えてはいるものの、境界条件は理想化、単純化されている（例えば、一定の川幅、蛇行形状が奇れいな正弦的形状の繰り返しであることなど）。しかし、現実の河川は、このような理想化された形状を有せず、複雑な境界形状や均一でない土質条件などを有している。従って、個々の河川の変形、変動を予測する

には、このような複雑な条件を取り入れて計算を行う必要がある。このような数値河道力学ともいうべき手法が近年発達しつつある。

このような境界条件に対応し、かつ河道の変形を正確に予測するには、流れの場を三次元的に正しく求める必要がある。境界条件が複雑になると、それに対応して流れには局所的な加速・減速が加わり、従って乱れの構造が変化し、結果的には時間平均流れの構造にフィード・バックされることになる。このような現象を解析するには乱流モデルを用いて、関係を閉じる必要がある。最も有力なモデルの一つとして、k－ε乱流モデルがあるが、河川湾曲流への適用は Leschziner & Rodi(1979)によってなされている。又、蛇行流についてはDemuren(1983),池田ら(1984)がk－εモデルを用いた計算を行っている。しかし、このような乱流モデルは高性能の電子計算機を用いても多大の計算時間を要する為、境界条件が時間的に変化するような河道の変形や河床の洗掘・堆積の解析には未だに応用されていない。従って、現在の段階では、渦動粘性係数を基本的に一定として（k－εモデルではこの値も従属変数として解く）流れの解析及び河床・河道変動計算が行われている。前述５．の交互砂州の非線形発達については清水・板倉(1986)が、湾曲部や蛇行部の河床変動計算は森(1990),Shimizuら(1990)が計算を行い、石狩川の河床変動計算に適用している。又、複雑な湾曲部が河道幅が一定でない場合に適用する為に、畑ら(1991)は一般座標系を用いた河床変動計算法を提案し、この中で流れに常流と射流が混在する場合の計算法についても提案している。

以上のように、数値河道力学は端緒についたばかりであり、その発展・完成の為にはコンピュータの能力向上（複雑な流れの計算はスーパー・コンピュータの最も重要な活躍の場の一つである）と移動床の侵食、洗掘、堆積の機構の解明が必要である。これらの発展により、実河川において河床・河道の変形予測が可能となると考えられる。

今後の課題

以上述べて来た研究成果を中心にして河道形成の力学はこの20年間に大きな進展を見た。しかし、未だに不明の点も多い。筆者が気付いた課題を以下に述べる。

(1)分岐・カオスの理論の適用

交互砂州や蛇行の発達はその卓越波長が取り扱われているが、本来他の波数のものも発達しうる。しかも、発達するにつれて非線型性を有するようになる。このような例は初期のきれいな多列交互砂州が次第に不規則となって行くことに見られる（Fujita(1989)）。従って、bifurcation （分岐）や更に進んでchaosの理論を適用することによって、これらの現象を理解する必要が生じる と考えられる。

(2)河川の首振り現象

扇状地に流れ出る河川は、その扇頂部で非常に長い周期で首振り運動をする（例えば、黄河、黒部川）。このように流路が突然変化する現象は数学的には非線型振動でいうジャンプの現象あるいは分岐現象に類似していると考えられるが、その理論的取り扱いはなされておらず、現象は未解明である。

(3)河川の縦断形状

将来、地球環境の変化により、海面上昇や森林の減少が起こった場合、上下流端の境界条件や土砂生産量の変化により河川の縦断形状は大きな影響を受けるであろう。人為的影響がない自然状態では河床上昇が発生すると考えられるが、このような変化を予測することが必要となるであろう。この問題は、土砂生産の見積り、ふるい分けを伴う土砂輸送、堆積の機構など多くの要因を含む複雑な現象であり、従来取り扱われてきた平衡河川(graded river)から脱却した研究が望まれる。

(4)河口デルタの形成

河口デルタのような堆積状況にある河道の形状については、ほとんど研究が進んでおらず、今後海面上昇が予想されており、その解明が必要であろう。

参考文献

Sternberg, H.: Untersuchungen uber des Langen-und Querprofil geschiebefuhrender Flusse, Zeitschrift fur Bauwesen, 483, 1875.

Schulits, S.: Fluvial morphology in terms of slope, abrasion and bed-load, Trans. Am. Geo. Union, 440, 1936.

Leopold, L. B. and Maddock, T. Jr.: The hydraulic geometry of stream channels and physiographic implications, USGS Prof. Paper 252, 1953.

Kennedy, R. G.: The prevention of silting in irrigation canals, Proc. Inst. Civil Eng., 119, pp.281-290, 1895.

Blench, T.: Regime behavior of channel and rivers, Bitterworths, London, 1957.

Leopold, L. B. and Wolman, M.G.: River channel patterns: braided, meandering and straight, USGS Prof. Paper 282-B, 1957.

Callander, R. A.: Instability and river channels, J. Fluid Mech., 36, 3, pp.465-480, 1969.

Hansen, E.: The formation of meanders as a stability problem, Tech. Univ. Denmark, Basic Res. Report no.13, 1967.

木下良作: 石狩川河道変遷調査, 科学技術庁資源局資料36号, 1961.

木下良作: 同参考編, 科学技術庁資源局資料36号, 1962.

木下良作・三輪弌: 砂礫堆が安定する河道の平面形状, 土木学会第29回年次学術講演会, II－120, 1974.

林泰造: 河川蛇行の成因についての研究, 土木学会論文報告集, 180号, 1970.

Engelund, F. and Skovgaard, O.: On the origin of meandering and braiding in alluvial streams, J. Fluid Mech., 57, pp.289-302, 1973.

Parker, G.: On the cause and characteristic scales of meandering and braiding in rivers, J. Fluid Mech., 76, pp.457-480, 1976.

Fredsoe, J.: Meandering and braiding of rivers, J. Fluid Mech., 84, pp.609-624, 1978.

黒木幹雄・岸力: 二次流を考慮した中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 第28回水理講演論文集, pp.769-774, 1984.

福岡捷二・山坂昌成: 河床形状・流れ・流砂量の非線形関係を考慮した交互砂州の平衡波高の理論, 土木学会論文集, 357号, pp.45-54, 1985.

Colombini, M. Seminara, G. and Tubino, M.: Finite amplitude alternate bars, J. Fluid Mech., Vol.181, pp.213-232, 1987.

Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, J. Hydraul. Div., ASCE, 100, HY1, pp.1631-1648, 1974.

吉川秀夫・池田駿介・北川明: 湾曲水路の河床変化について, 土木学会論文報告集, 251号, pp.65-75, 1976.

Fargue, M.: Etudes sur la correlation entre la configuration du lit etla profondeur d'eau

dans les rivieres afond mobile, Ann. Ponts et Chaussees, 1868.
Van Bendegom, L.: Eenige beschouwingen over rivermorphologie en rivierverbetering, De Ingenieur, No.4, Bouw- en Waterbouwkunde 1, 1947.
Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1. The sand-silt river, J. Fluid Mech., 89, pp.109-125, 1978a.
Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 2. The gravel river, J. Fluid Mech., 89, pp.127-146, 1978b.
平野宗夫：拡幅を伴う流路変動について，土木学会論文報告集，210号，pp.13-20，1973.
池田駿介・Gray Parker・千代田将明・木村善孝： 直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール，土木学会論文集，375号，pp.117-126，1986.
Andrews, E. D.: Bed-material entrainment and hydraulic geometry of gravel-bed rivers in Colorado, Geol. Soc. Am. Bull., 95, pp.371-378, 1984.
泉典洋・池田駿介：側岸に樹木を有する直線礫床河川の安定横断形状，土木学会論文集，411号，pp.151-160，1989.
泉典洋・池田駿介：直線砂床河川の安定横断河床形状，土木学会論文集，429号，1991.
Ikeda, S., Parker, G. and Sawai, K.: Bend theory of river meanders, Part 1-Linear development, J. Fluid Mech., 112, pp.363-377, 1981.
Parker, G., Sawai, K. and Ikeda, S.: Bend theory of river meanders, Part 2-Nonlinear deformation of finite amplitude bends, J. Fluid Mech., 115, pp.303-314, 1982.
Parker, G. and Andrews, E.D.: On the time development of meander bends, J. Fluid Mech., 162, pp.139-156, 1986.
長谷川和義・伊東仁：蛇行流路の経年変動に関する電算機シミュレーション，土木学会北海道支部論文報告集，34号，1978.
Beck, S., Melfi, D. and Yalamanchili, K.: Lateral migration of the Genessee River, New York, Proc. ASCE Rivers'83 Conf. on River Meandering, New Orleans, pp.510-517, 1983.
Blondeaux, P. and Seminara, G.: A unified bar-bend theory of river meanders, J. Fluid Mech., 157, pp.449-470, 1985.
Parker, G. and Johannesson, H.: Observations on several recent theories of resonance and overdeepening, River Meandering, AGU Monograph No.12, pp.379-415, 1989.
Tubino, M. and Seminara, G.: Free-forced interactions in developing meanders and suppression of free bars, J. Fluid Mech., 214, pp.131-159, 1990.
Leschziner, M. A. and Rodi, W.: Calculation of strongly curved open channel flow, J. Hydraul. Div., ASCE, 105, HY10, pp.1297-1314, 1979.
Demuren, A.O.: Three dimensional numerical computation of flow and pollutant dispersion in meandering channels, IAHR, XX Congress, Vol.3, pp.29-36, 1983.
池田駿介・田中昌宏・千代田将明：空気蛇行流の乱流特性に関する研究，土木学会論文集，351号，pp.77-86，1984.
清水康行・板倉忠興：河川における２次元流れと河床変動の計算，北海道開発局土木試験所報告，No.85，1986.

森明巨：湾曲流・蛇行流の三次元数値解法と河床変動の数値解法の研究，北海道大学学位請求論文，1990.

Shimizu, Y., Yamaguchi, H. and Itakura, T.: Three-dimensional computation of flow and bed deformation, J. Hydraul. Eng., ASCE, 116, 9, pp.1090-1108, 1990.

畑敏夫・清水康行・崇田徳彦：一般座標系を用いた二次元流れと河床変動の計算　第34回北海道開発局技術研究発表会資料，1991.

Fujita, Y.: Bar and channel formation in braided streams, River Meandering, AGU monograph no.12, pp.417-462, 1989.